



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Távközlési és Médiainformatikai Tanszék

## Eljárások hozzáférési hálózatok tervezéséhez

Gódor István

*Nagysebességű Hálózatok Laboratórium  
Távközlési és Médiainformatikai Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem*

### Ph.D. Tézisek

Tudományos vezetők:

Dr. Sallai Gyula

*Távközlési és Médiainformatikai Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem*

Dr. Magyar Gábor

*Traffic Analysis and Network Performance Laboratory  
Ericsson Magyarország Kft.*

Budapest  
2004

# 1. Bevezetés

Az elmúlt évtizedek tágabb értelemben vett távközlő hálózatai fokozatosan épültek ki. Először csak kisebb területeket foglaltak magukba, majd lépcsőzetesen fedték le a különböző szolgáltatásokat nyújtó hálózatok (telefon- és kábeltévé hálózat) a lakosság nagyrészét. A fokozatos bővítések folytán, a tervezéskor a gerinc-, a helyközi-, illetve a törzshálózatok (a továbbiakban törzshálózat) kialakításán volt a nagyobb hangsúly, miközben a hozzáférési- és az előfizetői hálózatok kialakítása csak másodlagos szerepet kapott. Később a hálózatok egyre összetettebbé és nagyobbá váltak, egyre élesebben elkülönült egymástól a törzs- és a hozzáférési hálózat. A nagy méretek miatt a gyakorlatban a tervezés külön fázisban valósul meg, miközben a másik részre csak becslést adunk vagy annak befolyásoló hatását az optimalizálás szempontjából elhanyagolhatónak tekintjük.

Jelentős a változás a hozzáférési hálózatok feladatának tekintetében is. A *hagyományos telefonhálózatok* szerepe a feljüket telepíthető DSL technológiának köszönhetően átalakult és – a kábeltévé-hálózatok mellett – mára a magán- és üzleti célú Internet-felhasználás fő közegévé váltak. A *kábeltévé-hálózatok* lehetőséget adnak a virtuális videotékák használatára (pl. Video on Demand), valamint egyéb streaming és orvosi szolgáltatásokra. A GSM-GPRS-EDGE-UMTS (3G) evolúció következtében a *mobilitás hálózatok* adatforgalma szintén jelentős hatással bír.

A hálózatokkal szembeni minőségi elvárások is sokat változtak. A hálózat költségoptimalis volta mellett egyre fontosabbá válik a hálózatok robusztussága, hibatűrő képessége, amely igények nagyban befolyásolják a hálózatok kialakítását.

A jövőbeli hozzáférési hálózatok tervezése szempontjából példának tekinthetjük az UMTS hálózatokat, amelyek több száz, sőt akár több ezer csomópontot tartalmazhatnak. A számos csomópont miatt a hálózatot hierarchikusan építik fel, ahol a hierarchia egyes szintjein koncentrátorok fogják össze a hálózat forgalmát. Mivel a hálózatokhoz való hozzáférés minősége (pl. késleltetés) fontos szempont, ezért a hierarchia-szintek száma gyakran korlátozott.

A hierarchikus felépítésnek megfelelően a hozzáférési hálózatok alapvetően fa topológiájúak. Az egyes csomópontok közötti összeköttetéseket vezetékes- (általánosan interferencia-érzéketlen), illetve mikrohullámú rendszerekkel valósítják meg. Utóbbiak használata mellett azok sokszor gyors és „olcsó” telepíthetősége szól, bár ilyenkor szigorúbb megkövetéseknek kell megfelelni a hálózatnak, hogy elkerülhető legyen az egyes mikrohullámú rendszerek között fellépő zavaró interferencia.

A topológia tervezésekor a nyomvonal optimalizálható aszerint, hogy a fában mely csomópontokat és milyen módon kötünk össze. Ilyenkor három (súlyozott Fermat-probléma) vagy több pont (Weber-probléma) közötti összeköttetések hosszát és kapacitását vizsgáljuk és az optimalizálás során megengedjük az ún. Fermat-pontok megjelenését, amelyek segítségével a nyomvonal költsége csökkenthető. Ezek a pontok jelentik a Fermat-Weber probléma megoldását (lásd [J3, 42, 37]).

Mivel a hozzáférési hálózatok alapvetően fa szerkezetű rendszerek, így az egyes

berendezések hibája nagyobb kieséseket okozhat a hálózatban. Megoldást jelenthetne hibatűrő topológiák használata (pl. gyűrű vagy szövevényes topológia), azonban ezek alkalmazása nagymértékben növeli a hálózat költségét. Egy másik lehetőség, hogy plusz összeköttetésekkel egészítjük ki a fa jellegű topológiát. Ily módon a legkritikusabb részek számára alternatív útvonalat tudunk biztosítani, ezáltal keresve egyensúlyt a költségek és a hibatűrés mértéke között.

Általánosan megfigyelhető, hogy az adatforgalom válik dominánssá a hálózatokban és egyre elterjedtebb lesz az *Internet Protokoll* (IP) használata a forgalom továbbítására. Azokon a területeken, ahol a teljes hálózat IP alapokon működik, az egyik leggyakrabban használt protokoll az útvonal-választásra az *Open Shortest Path First* (OSPF) protokoll. Az OSPF egy „összeköttetés-állapot” alapú protokoll, amely az élekhez rendelt ún. adminisztratív súlyok alapján határozza meg a legrövidebb utakat a hálózati csomópontok között. A hálózat megkívánt teljesítőképessége (pl. maximális kihasználtság, szabad kapacitások maximalizálása) érdekében fontos ezen súlyok megfelelő beállítása, amely súlybeállítás a hálózat útvonal-irányításának egyik leglényegesebb része.

Összegezve elmondható, hogy a hozzáférési hálózatok tervezésekor számos nyitott feladattal találkozhatunk a topológia kialakítása és az útvonal-irányítás területén egyaránt.

## 2. Kutatási célkitűzések

Disszertációm célkitűzése a hozzáférési hálózatok áramkör-irányításával és méretezésével kapcsolatos tervezési feladatok vizsgálata, olyan hatékony hálózattervezési *eljárások* és *algoritmusok* megalkotása, amelyek eredményesen használhatók napjaink és a közeljövő hálózataiban.

Szeretném megjegyezni, hogy munkámban a hozzáférési hálózatok definícióját anynyiban leszűkítve használom, hogy az csak rögzített helyű hálózati elemeket tartalmaz és a közöttük létesítendő összeköttetések (továbbiakban „élek”) megtervezését tekintem feladatommak. Ennek ellenére, napjaink hozzáférési hálózatainak többsége a definíción belül marad és alkalmazhatóak rájuk a kifejlesztett algoritmusok. Nevezetesen:

- a hagyományos telefonhálózatok, akár az egyes felhasználókat is figyelembe véve és függetlenül például a „felettük lévő” DSL technológiáktól,
- a kábeltévé-hálózatok, beleértve az egyes felhasználókat is,
- a különböző mobil hálózatok, mint például GSM (GPRS/EDGE) és UMTS, esetén a bázisállomások és központi vezérlők közötti rész.

Fontos megjegyezni, hogy mobil illetve tetszőleges cellás rendszerek esetén az egyes bázisállomások helyét adottnak tekintem, a hálózatokban itt megjelenő problémák (pl. az egyes állomások közötti interferencia elkerülését célzó frekvencia-kiosztás) megoldása egy előzetes rádiós tervezés feladatkörébe esik.

A hozzáférési hálózat egyes részeit összekötő törzshálózat tervezése kívül esik az

értekezésem, melynek a költségét a következőképpen vettem figyelembe: a hozzáférési hálózati modellekbe a központi vezérlők is beletartoznak, ezért a teljes optimumba azok költsége is beleszámít, ily módon számukat az algoritmusok célszerűen korlátozzák. Ha virtuálisan magasabbra vesszük ezek költségét (vagyis az összekötő törzshálózat költségét is reprezentáljuk), akkor közvetve biztosított, hogy a törzshálózat költségét is „alacsonyan” tarthassuk.

Kutatási munkám a fentieket figyelembe véve az alábbi témakörökre irányult:

- Interferencia-érzékeny hierarchikus hozzáférési hálózatok költség alapú tervezése: célom olyan összetett tervezési eljárás kifejlesztése volt, amely képes a feladatot elfogadható futási időn belül és hatékonyabban megoldani, mint a rendelkezésre álló módszerek.
- Interferencia-érzékeny hierarchikus hozzáférési hálózatok költség alapú tervezése: olyan heurisztikus algoritmusok megalkotása volt a célom, amelyek figyelembe veszik az interferencia-érzékeny hálózatokban jelentkező speciális korlátokat, ugyanakkor kihasználják a pont-pont és a pont-multipont vezeték nélküli rendszerek előnyeit.
- A súlyozott Fermat-probléma általános megoldása és alkalmazása topológiai javítások elérésére: célom egyfelől a súlyozott Fermat-probléma megoldásának analitikus vizsgálata és a megoldás egyszerű leírása volt. Másfelől célom volt annak a kidolgozása, hogy mely módon lehet a súlyozott Fermat-problémát és a forgalom koncentráció/multiplexálás témakörét összekapcsolni, valamint annak vizsgálata, hogy alkalmazásával milyen mértékű javítás érhető el távközlő hálózatokban.
- OSPF adminisztratív súlyok optimalizálása hozzáférési hálózatokban: adott üzemi- és védelmi útrendszer ismeretében, inverz legrövidebb út feladatként olyan súlyok keresése, amelyek alapján az OSPF-alapú útvonal-irányítás az előre megadott utakat találja a legrövidebbnek. Célként olyan súlybeállító eljárás elkészítését tűztem ki, amely hatékonyabb, mint a jelenleg alkalmazott megoldások.

Az algoritmusok kidolgozásánál az alábbi célokat tűztem ki, valamint az alábbi feltételeket és követelményeket vettem figyelembe:

- Javasolt tervezési módszereim a létező algoritmusoknál *hatékonyabban* legyenek használhatóak.
- Olyan feladatoknál, ahol a futási idő nem kritikus, csak másodlagos szerepet játszik (pl. zöld mezős beruházások tervezése), a minél jobb eredmény elérése volt a cél.
- Valószerű feladatok megoldásakor a gyors működés elérését tekintettem alapvető fontosságú tényezőnek emellett, hogy az eredmények minősége is kielégítő legyen.
- Azokban az esetekben, amikor a feladat mérete, illetve komplexitása megengedi, a feladat egzakt megoldására törekedtem.

Annak ellenére, hogy mindegyik algoritmus feladata egy adott hálózatban felmerülő tervezési probléma megoldására volt (lásd 5. fejezet), mégis célomnak tekintetem, hogy jelentősebb módosítások nélkül legyenek képesek kezelni ezektől eltérő hálózatokban megjelenő hasonló tervezési feladatokat. Az elért technológia-semlegesség a paraméterként, tág határokon belül kezelt korlátokban és a „fekete dobozként” kezelt költségfüggvényekben rejlik (mindösszesen csak azt tételezem fel, hogy a költségfüggvények ésszerűek, monoton nőnek az egyes paraméterek függvényében).

### 3. Kutatási módszerek

Az általános gyakorlatnak megfelelően, a távközlő hálózatokat gráfokkal modelleztem. A kutatási célkitűzések között felvázolt tervezési problémák megoldásához építőelemként a Prim algoritmust (a minimális költségű feszítőfák meghatározására), valamint Dijkstra algoritmusát (a minimális költségű legrövidebb utak megkeresésére) használtam fel.

A hálózattervezés területén felmerülő tervezési feladatok gyakran megfogalmazhatóak *lineáris programozási* feladatként. Ilyen esetekben a feladat *optimálisan* megoldható valamely ismert programcsomag segítségével (például CPLEX vagy LP-solve). A tervezési feladat mérete azonban általában nem teszi lehetővé, hogy ez a módszer elfogadható időn belül szolgáltatson megoldást.

Emiatt többnyire olyan heurisztikus algoritmusok kifejlesztésére törekedtem, amelyek hatékonyan alkalmazhatóak a gyakorlatban felmerülő tervezési problémák esetében. Ezek az eljárások *általános heurisztikus algoritmusokra* épülnek, mint például a *K-means* (1. tézis) és a *Szimulált Lehités* (2. tézis), amelyeket az adott tervezési problémához igazítottam és továbbfejlesztettem annak érdekében, hogy minél jobb eredményeket tudjak elérni. Más esetekben, amikor az általános heurisztikák nem használhatóak vagy hatékonyságuk nem kielégítő, *probléma specifikus heurisztikákat* (4. tézis) dolgoztam ki, amelyek kihasználva a feladat különleges tulajdonságait, jobb eredmények elérésére képesek.

A tervezés során léteznek olyan geometriai részfeladatok is, amelyek analitikus úton is megoldhatóak. (A Fermat-probléma esetén például arra keresünk választ, hogy három pontot miként köthetünk össze egy negyedik ponton (Fermat-pont) keresztül, hogy az élek „összköltsége” minimális legyen.) A Fermat-probléma megoldására már korábban találtak heurisztikus megoldást [42], később egzakt megoldásokat is konstruáltak [38, 39], azonban egzakt és minden esetet lefedő megoldások csak a közelmúltban születtek [40, 41]. Ezért új eredményekkel kecsegtetett ennek a kutatási területnek és alkalmazásainak további analitikus vizsgálata (3. tézis).

Az algoritmusok teljesítményének vizsgálatához *szimulációt* használtam, amely általánosan elfogadott módszer olyan esetekben, amikor a tárgyalt probléma komplexitása,

illetve állapottere olyan nagy, hogy analitikus kiértékelésre nem, vagy csak igen korlátozott mértékben van lehetőség. Azokban az esetekben, amelyekben az optimális megoldásra alsó becslést lehetett adni, vagy a pontos optimum meghatározható volt, éltem ezzel a lehetőséggel és az algoritmusok eredményeit ezekkel a referenciákkal hasonlítottam össze. Annak ellenére, hogy a szimulációs környezet kialakítása és a teljesítmény-analízis elvégzése komoly mérnöki feladat, mégsem tekintettem azokat külön tézisnek, hiszen a heurisztikus algoritmusok bemutatásának nélkülözhetetlen részét képezik.

## 4. Új eredmények

Munkám során a hozzáférési hálózatok tervezésének különböző részfeladatait vizsgáltam és az azokra kidolgozott új megoldásaimat mutatom be téziseimben.

A hozzáférési hálózatok tervezésekor kettéválasztottam az interferencia-érzékeny és az interferencia-érzékeny hálózatok témakörét. Az előbbiről az 1. tézisben értekezem, míg az utóbbival kapcsolatos eredményeimről a 2. tézisben számolok be. A 2. tézis épít az első eredményeire, és felhasználja azokat a hálózat olyan részeinek megtervezésére, amelyek nem érzékenyek az interferenciára.

Fontos kérdés lehet, hogy képesek vagyunk-e és ha igen, akkor milyen feltételek mellett lokálisan javítani a hálózatunk topológiáján. Ezt a témakört vizsgálom meg és adok választ a felmerült kérdésekre 3. tézisemben, amely a topológia tervezési folyamatának végső fázisa is lehet, vagy akár egy opcionális része az 1. és 2. tézisemben bemutatott tervezési eljárásoknak.

A hozzáférési hálózataink alapvetően fa szerkezetűek, ezért igen érzékenyek a hálózatban esetlegesen jelentkező hibákra (pl. a kábelek átvágása). Felmerült az igény, hogy bizonyos kiemelt csomópontok számára védelmet biztosíthassunk azáltal, hogy a hálózat gerincét alkotó fa struktúrát kiegészítjük néhány „védelmi” éllel, így biztosítva nagyobb elérhetőséget egyes csomópontok számára, illetve az egész hálózatra nézve általánosan is. Ezt a feladatot oldják meg szerzőtársaim a [C2, J2] cikkben: meghatározzák a védelmi élek helyét, miközben a hálózat költségét minimalizálják, és dedikált módon határozzák meg az üzemi- és védelmi utakat, valamint az üzemi- és védelmi élek kapacitását. Ilyenkor felmerül a kérdés, hogy miután megterveztük a hálózat topológiáját, milyen módon oldjuk meg az útvonalválasztást a hálózatban. Erre a kérdésre ad választ és mutat megoldást a 4. tézis, építve a napjainkban egyre szélesebb körben használt OSPF technikára.

## 1. tézis: Interferencia-érzékenlen hierarchikus hozzáférési hálózatok költség alapú tervezése [J4]

A hierarchikus hozzáférési hálózatok tervezésekor feladatunk a központi vezérlők és a különböző koncentrátor csomópontok elhelyezése, valamint az egyes csomópontokat összekötő élhálózat kialakítása. Egy olyan több fából álló topológiát kell meghatározni, amely a költségek szempontjából optimális.

A feladat egyik nehézsége, hogy a fa topológiának eleget kell tennie *szintkorlátbeli*, valamint akár szintenként változó *fokszámkorlátbeli megkötéseknek* is. A szerzők [8] megmutatták, hogy egy ilyen fa tervezése önmagában is  $\mathcal{NP}$ -teljes probléma. A topológiai megkötések mellett a feladat nehézségét nagyban megnövelik a hálózat *költségstruktúrájában* megjelenő nemlineáris elemek (pl. az élek és csomópontok lépcsős kapacitásfüggő költségtényezői), a *forgalom szintenkénti összegződése* (a megoldás azonban független a helyben visszaforgatott forgalom nagyságától), valamint az egyes hálózati elemek költségének *egymásra hatása* (pl. több fa esetén több vezérlő kell, de kisebb az egyes vezérlők költsége).

Opcionálisan meg lehet adni, hogy az egyes csomópontok a hálózat mely szintjein helyezkedhetnek el, így elérhetjük azt, hogy egyes kiemelt fontosságú csomópontok (pl. mentő- vagy tűzoltó állomás) ne kerüljenek „túlságosan” messze a vezérlőktől, így biztosítva nagyobb elérhetőséget számukra.

A tervezési problémát két fázisra bontottam, majd a javasolt algoritmusokat kiértékeltem.

- 1. fázis: a feladat minden megkötést kielégítő megoldása, amely akár önmagában is használható. (Közel hasonló eredményeket ad rövidebb idő alatt, mint az eddigi algoritmusok.) (1.1 altézis)
- 2. fázis: az előző pontban kapott eredmény szisztematikus javítása. (Az algoritmus tetszőleges megengedett megoldás javítására alkalmazható.) (1.2 altézis)
- Szimuláción alapuló teljesítmény vizsgálat: a szimulációs környezet kialakítása és a kapott végeredmények vizsgálata. Futási idő vizsgálata, összehasonlítása más algoritmusokkal, speciális feltételek melletti használatának vizsgálata (különböző topológiai korlátok, különböző költségfüggvények hatása).

### 1.1. altézis: Kezdeti megengedett megoldást adó algoritmus

*Klaszterezésen és gráfalgoritmusokon alapuló, új heurisztikus eljárás, amely meghatározza, hogy a hálózat egyes csomópontjai a hálózat mely hierarchia szintjein helyezkedjenek el és a csomópontok egymással hogyan kapcsolódjanak össze.*

A javasolt tervezési eljárás a *K-means* és a *Prim* algoritmusokra épít, azokat a problémának megfelelően adaptálva kombinálja. A *K-means* algoritmus segítségével határozza meg, hogy a hierarchiában mely pontok mely más pontok alá tartozzanak, míg a *Prim* algoritmus segítségével ad becslést a hálózat költségére.

Az általam javasolt tervezési eljárás – *Top-Down* – főbb lépései tehát a következők:

1. (*Fákra bontás*) Klaszterezés segítségével csoportokra bontom a csomópontokat, ezáltal felosztom a hálózatot egymástól elkülönülő területekre. Az ily módon kapott klaszterek középpontjai lesznek a kialakuló fák gyökerében elhelyezkedő központi vezérlők.
2. (*Második szint*) Az előző lépésben kapott egyes klasztereket további kisebb klaszterekre osztom, amelyek középpontjai megadják, hogy hol helyezkedjenek el a másodlagos (második szintű) koncentrátorok. Majd ezeket az koncentrátorokat hozzákötöm a nekik megfelelő előbbi középpontokhoz (azaz nekik megfelelő központi vezérlőhöz) és ezáltal elkészítem a hierarchia első két szintjét.
3. (*További szintek*) Végül hasonlóan az előző lépéshez, elkészítem a hierarchia további szintjeit is.

Az eljárás során a hálózat költségét a következő két tényezőtől számítom ki. Az első a már megtervezett részek (szintek) költsége, amelyben már a pontos kapacitás értékekkel is tudok számolni. A második rész a még nem rögzített szintek költsége, amely gyakorlatilag az aktuális lépésben elkészült klaszterek költségét jelenti. Annak érdekében, hogy ezek költségét realiztikusan tudjam megadni, minden egyes klaszterből fát készítek, ideiglenesen kiegészítem a hálózatot ezekkel a fákkal és az így kapott kiegészítések költségét tekintem a második költségtényezőnek.

## 1.2. altézis: Továbbfejlesztett, iteratív javító algoritmus

*Az [31]-ben bemutatott algoritmus továbbfejlesztése, amely ily módon hatékonyan képes kezelni tetszőleges számú hierarchia szintet tartalmazó hálózatot. Tetszőleges megoldásból kiindulva, az algoritmus szisztematikusan, szintről-szintre haladva javítja azt. A továbbfejlesztés új, illetve javított operátorokat jelent (ezek alkotják az algoritmus építőköveit), valamint egy új megoldást, amellyel az egyes operátorok összetettségét és hatékonyságát tudjuk vezérelni.*

Az átfogó javítás egy tetszőleges megengedett megoldásból indul és a működése során szisztematikusan felülvizsgálja az egyes csomópontok közötti kapcsolatokat és a csomópontok hierarchiában elfoglalt helyét (klaszterezés és lokális javítások segítségével).

A javasolt iteratív javító algoritmus – *Full-Iteration* – minden egyes ciklusában végighalad a hierarchia minden szintjén, majd újabb és újabb ciklusokat tesz meg, amíg javítást tud elérni. Az algoritmus egy ciklusa a következő:

1. (*Új ciklus*) Oly módon javítom ki az aktuális megoldást, hogy sorban végighaladva a szinteken ( $l = 0, \dots, L - 1$ , ahol  $L$  jelenti a maximálisan megengedett szintek számát és  $l = 0$  jelenti a hierarchia legmagasabb szintjét):

- (a) (*Klaszterezés*) Az  $l$ -ik és  $l+1$ -ik szinten lévő pontokat felhasználva klaszterezés segítségével újratervezem az  $l$ -ik hierarchia szintet.
  - (b) (*Szintek közötti optimalizálás*) Lokális javítások segítségével optimalizálom az  $l$ -ik és  $l+1$ -ik szinten lévő pontok közötti kapcsolatokat.
2. (*Átfogó optimalizálás*) Az összes pontok közötti kapcsolatot felülvizsgálom, vagyis az egyes csomópontokat tetszőleges helyre köthetem a hálózatban, amennyiben ez költségcsökkenéssel jár.
3. (*Kiértékelés*) Kiszámolom a hálózat költségét és következők figyelembe vételével kiértékelem az aktuális megoldást:
- (a) (*Összetettség-növelés*) Amennyiben a költség nem vagy csak kis mértékben javult az előző körhöz képest, akkor növelem az operátorok összetettségét (részletek lásd alább) feltéve, hogy ez lehetséges és az 1. lépésre ugorva egy új ciklust kezdek.
  - (b) (*Megállás*) Ha jobb megoldást kaptam, mint az előző körben, akkor az 1. lépésre ugorva egy új ciklust kezdek. Egyébként megállok az optimalizálással.

Fontos megjegyezni, hogy az algoritmus minden egyes lépésében megengedett megoldás áll rendelkezésre, ezért pontosan kiszámítható a teljes hálózat költsége még az 1a lépésében is!

Az egyes operátorok *összetettségének szabályozhatósága* fontos szerepet játszik abban, hogy egyensúlyt találhassunk a futási idő és az eredmény minősége között. Ennek elérésére a következő stratégiát javaslom. Először a lokális javításokat csak az egyes fákban használom amellet, hogy a változtatás lehetőségét csak egymáshoz közeli pontok esetén vizsgálom meg. Majd a klaszterezési eljárás közben is élek a lokális javításokkal. Később azt is megengedem, hogy fák között is mozoghassanak a csomópontok. Sőt legvégül tetszőlegesen messzi helyekre történő mozgásokat is kipróbálok. Az összetettség növelését nem egyszerűen a ciklusok számához kapcsolom, hanem az egyes ciklusok hatékonysága alapján döntök annak függvényében, hogy a hálózat költsége mekkora mértékben csökkent.

A *költségek kiszámításakor* az egyes operátorok csak a módosított részek költségét veszik figyelembe, így módon az algoritmus sebessége jelentősen növelhető.

A *lokális javító operátorok* használatát kiterjesztettem a teljes hierarchiára és a külön fákra is. Következésképpen minden operátor tartalmaz egy *korlát ellenőrző* lépést annak érdekében, hogy a csomópontok hierarchiában elfoglalt helyére vonatkozó változatos megkötéseknek is eleget tudjunk tenni a mélység-, illetve fokszámkorlátok mellett.

A *klaszterezési* lépés során a csomópontokat a hierarchiában elfoglalt helyük alapján alsó ( $l+1$ -ik szint) és felső ( $l$ -ik szint) csoportra osztjuk (számukat jelöljük  $n$ -nel). Amikor a felső szintre szükséges pontok optimális számát keresem, akkor ahelyett, hogy

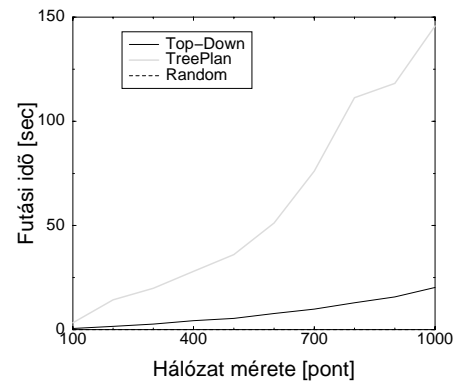
a teljes  $1 \dots n$  intervallumot megvizsgálom, csak a korlátokból kiszámolható, elméletileg lehetséges intervallumot vizsgálom meg. Az alsó pontok hozzárendelése a felsőkhöz a költségeken alapszik. Ennek módjára két stratégiát javaslok: (i) kössük az alsó pontokat egyesével mindig ahhoz a felső ponthoz, amely esetén a köztük létesítendő él költsége a legkisebb; (ii) haladjunk élenként és a lehetséges alsó-felső pontpárok közül mindig a legolcsóbbak között létesítsünk élet. Az utóbbi megoldást az algoritmus második fázisában javaslom, amikor a klaszterezési eljárás közben is élek a lokális javításokkal.

### A javasolt algoritmusok szimuláción alapuló teljesítmény-vizsgálata

Az 1.1 altézisben (*Top-Down*) és az 1.2 altézisben (*Full-Iterate*) ismertetett algoritmusok egy hálózattervező rendszer részeként lettek implementálva (lásd 5. fejezet).

Az algoritmusomat a [C1, 26]-ben ismertetett eljárásokkal, illetve ezek kombinációjaként elkészült rendszer (*TreePlan*) eredményeivel hasonlítottam össze. Ezenkívül elkészítettem egy véletlenszerű alapuló módszer (*Random*) is, amellyel az 1.2 altézisben ismertetett algoritmus hatékonyságát vizsgáltam. (Az összehasonlítás további részleteit lásd a [J4] cikkben.)

Az 1.1 tézisben ismertetett algoritmusom jóval rövidebb ( $< 20\%$ -nyi) idő alatt szolgáltat olyan minőségű eredményeket, mint amilyenre más algoritmusok képesek. Az 1.1. ábra mutatja meg a futási idők összehasonlítását, amely szerint a *Top-Down* számára szükséges idő töredéke a *TreePlan* lefutásához szükséges időnek.



1.1. ábra. Az algoritmusok futási ideje.

algoritmus \ pontok száma	100	200	400	500	600	800	1000	Átlag
<i>Top-Down + Full-Iteration</i>	√	0.02	√	√	√	√	√	0.003
<i>TreePlan + Full-Iteration</i>	0.34	√	0.54	0.47	1.06	0.22	0.6	0.46
<i>Random + Full-Iteration</i>	0.61	0.6	1.26	1.06	1.23	0.89	0.64	0.9
<i>Top-Down</i>	3.98	17.51	12.68	15.92	15.91	18.54	23.77	15.47
<i>TreePlan</i>	4.14	8.51	10.36	17.93	20.56	17.89	20.33	14.25
<i>Random</i>	54.49	73.39	135.64	168.38	187.72	218.14	247.7	155.07

1.1. táblázat. Az eredmények minősége különböző algoritmusok és hálózatméretek esetén.

Az 1.2 tézisben ismertetett algoritmusom egy megengedett megoldást próbál javítani, illetve képes arra, hogy tetszőleges kiindulási állapotból érjen el jó minőségű eredményeket. Az 1.1. táblázat mutatja meg a különböző algoritmusok által nyújtott

eredményeket. A  $\surd$  jel mutatja az adott hálózatra kapott legjobb eredményt, míg a számok az ettől való százalékos eltérést jelentik. Az eredmények alapján elmondható, hogy a *Full-Iterate* jelentősen képes javítani más megoldásokon ( $> 10\%$ -ot) és tetszőleges kiindulási állapotból (*Random* után használva átlagosan  $150\%$ -os „hátrányból” indulva) is jó eredményeket ért el (alig  $1\%$ -kal maradva le a legjobbaktól).

## 2. tézis: Interferencia-érzékeny hierarchikus hozzáférési hálózatok költség alapú tervezése [C3, C4]

A hierarchikus hozzáférési hálózatok tervezésekor megfogalmazható általános célok interferencia-érzékeny esetben is fennállnak és a költségstruktúra is változatlan. Azaz el kell helyeznünk a központi vezérlőket és a különböző koncentrátorokat, valamint ki kell alakítanunk az egyes csomópontokat összekötő élhálózatot. Vagyis egy olyan erdőt alkotó topológiát keresünk, amely a költségek szempontjából optimális amellet, hogy az (alább ismerttetendő) interferencia-érzékenységből adódó járulékos megkötéseknek is eleget tesz.

Interferenciára az egyes csomópontokat összekötő elemek (lehetnek) érzékenyek. Így a fára vonatkozó általános mélység- és akár szintenként változó fokszámkorlátok mellett, további megkötéseket is figyelembe kell vennünk. Amennyiben a hálózatban pont-pont kapcsolatokat használunk, akkor ezek között egy ún. minimális szeparációt kell betartanunk a káros interferenciák elkerülésére [C3], figyelembe véve azt is, hogy ezen élek hossza korlátozott. Abban az esetben, ha pont-multipont kapcsolatokat is használunk (pl. mikrohullámú hálózatban sektorsugárzót használunk), akkor fontos az ezen kapcsolatokra vonatkozó lefedési távolságra érvényes korlát, valamint a lefedési szög adta korlát (ez adja meg, hogy mekkora területen belül lehetnek a kapcsolatban résztvevő csomópontok) [C4]. Fontos megkötés lehet ebben az esetben a láthatóságra vonatkozó ún. Line of Sight (LOS) jellegű korlát, amely korlátozhatja, hogy mely csomópontokat esetlegesen melyik csomópontokhoz kapcsolhatunk hozzá.

Az interferenciára érzékeny elemek esetében is be kell tartani a fára vonatkozó általános mélység- és fokszámkorlátokat, azonban ezek az értékek különbözhetnek az interferenciára érzéketlen területekre vonatkozó értékektől.

A tervezési problémát két részre bontottam, majd a javasolt algoritmusokat kiértékeltem:

- 1. feladat: megoldás arra az esetre, ha csak pont-pont kapcsolatok lehetnek a hálózatban úgy, hogy a hálózat interferenciára érzéketlen és érzékeny elemeket is tartalmaz (2.1 altézis)
- 2. feladat: a hálózat egy adott szintjének megtervezése pont-pont és pont-multipont kapcsolatok együttes használatával. A feladat teljessé tétele a pont-pont kapcsolatok optimális kialakításával, valamint a teljes hálózat megtervezésével (az 1. feladat segítségével) (2.2 altézis)

- Szimuláción alapuló teljesítmény vizsgálat: a szimulációs környezet kialakítása és a kapott végeredmények vizsgálata. Futási idő vizsgálata, különböző megoldások összehasonlítása egymással és speciális esetben alsó korláttal.

## 2.1. altézis: Pont-pont kapcsolatok telepítése

*Új heurisztikus tervezési eljárást javasoltam, amely képes a pont-pont kapcsolatok használatakor jelentkező káros interferencia elkerülését biztosító korlátok betartására, az egyes korlátos fák költséghatékony kialakítására az 1. tézisben ismertetett eljárások felhasználásával.*

A javasolt algoritmusom magját egy ciklus képezi, amely a hálózat megtervezését két fázisra bontja. Az első fázisban a hálózat interferenciára érzékeny részeit tervezi meg. Majd a második fázisban az interferenciára érzéketlen élek felhasználásával egyesíti az előbb megtervezett részeket oly módon, hogy összességében egy megengedett megoldást kapjunk.

*Interferencia-érzékeny rész:* érzékeny élek felhasználásával tervez kisebb fákat, majd azok gyökerét veszi kiindulási alapul. Először kiválasztja azt a gyökeret (a számára előzetesen megadottak közül), amelyhez a legtöbb csomópontot tudja hozzákötni. Majd kiválasztja azt az újabb gyökeret vagy korábban bekötött csomópontot, amelyhez szintén a legtöbb még bekötetlen csomópontot tudja hozzákapcsolni. Végül az utóbbi lépést addig ismétli, amíg van olyan csomópont, amelyet érzékeny élekkel be lehet kötni a hálózatba. (Feltesszük, hogy az érzékeny élek olcsóbbak, mint érzéketlen társaik, hiszen különben nem lenne rájuk szükség, mert az érzéketleneknek a gyakorlatban mindig lazább megkötéseknek kell eleget tenniük.)

*Interferencia-érzéketlen rész:* az előző fázisban bekötetlenül maradt, illetve az ott gyökérként megjelenő csomópontokból újabb fát/fákat készít az 1. tézisben ismertetett algoritmus segítségével.

Az általam javasolt tervező algoritmus váza a következő:

1. (*Inicializálás*) Az interferencia-érzékeny részek számára kiválasztok annyi gyökérként kezelendő csomópontot, amennyi szükséges lehet a hálózat teljes lefedéséhez.
2. (*Iteráció*):
  - (*Érzékeny rész*) Megtervezem a fent ismertetett módon az interferenciára érzékeny részeket.
  - (*Érzéketlen rész*) Meghatározom az algoritmus bemenetét alkotó csomópontokra aktuálisan érvényes korlátokat és megtervezem a fent ismertetett módon az interferenciára érzéketlen részeket.
  - (*Kiértékelés*) Kiszámolom a hálózat költségét és összehasonlítom az eddig talált legjobbal. Amennyiben javításként értékelem az aktuálist megoldást,

akkor eltárolom azt. Módosítom az érzékeny részeknél használt gyökér pontok számát és helyét. Új iterációs ciklust kezdek, amennyiben még nem értem el egy előírt kilépési feltételt (részleteket lásd később).

3. (*Utófeldolgozás*) Az elért legjobb konfigurációt még tovább próbálom javítani lokális optimalizálás segítségével.

A *Kiértékelés* során a szimulált lehűtési technikát hívtam segítségül annak eldöntésére, hogy az újonnan létrejött konfigurációt elfogadom-e vagy sem. Az érzékeny hálózat gyökereinek módosításakor a következő három lehetőség közül választottam: a) új pont hozzáadása, b) egy pont törlése c) egy meglévő pont áthelyezése máshová (azaz a) és b) együttes használata). A módosítás fajtájának és helyének kiválasztásakor a következő információkra alapoztam: az adott művelet eddigi sikerességére, a kihasználatlan gyökerek pozícióira, csomópontok sűrűsödési helyeire, valamint az érzékeny élekkel lefedetlen csomópontok helyzetére. A kilépési feltétel a gyakorlatnak megfelelően lehet akár az iterációk abszolút mennyiségére, illetve a legutolsó javítás óta eltelt iterációk számára vonatkozó korlát.

### A javasolt algoritmus szimuláción alapuló teljesítmény-vizsgálata

Az általam kidolgozott és a javasolt algoritmust használó tervező rendszer keretén belül vizsgáltam az algoritmus hatékonyságát.

Mivel a feladat egzakt, optimális megoldása nem ismert, ezért a javasolt algoritmus hatékonyságát arra az egyszerűsített esetre végeztem el, amikor az interferenciára érzékeny élek számát szeretnénk maximalizálni (a gyakorlatban például mikrohullámú élek esetében a költség szinte alig függ a távolságtól). Erre az esetre alsó korlátot lehetett adni a hálózat várható költségére. (A vizsgálat további részleteit lásd a [C3] cikkben.)

pontok száma	1 lépés		2 lépés		3 lépés		tetszőleges	
	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)
49	4.17%	14.58%	optimális	4.17%	optimális	2.08%	optimális	2.08%
100	6.06%	21.21%	2.02%	7.07%	2.02%	6.06%	2.02%	6.06%
225	6.64%	26.55%	2.65%	7.96%	2.65%	6.64%	2.65%	6.64%
400	7.88%	25.62%	2.71%	7.88%	1.72%	4.93%	1.72%	4.68%

2.1. táblázat. Az eredmények minősége különböző hálózatok esetén.

Összesen négy esetet vizsgáltam, amelyek az érzékeny élek hosszára adott korlát nagyságában különböznek egymástól („lépés” = szabályos esetben a legtávolabbi szomszédos pont). Két hálózat típust különböztettem meg: a) szabályos négyzet rácson lévő csomópontok esete, b) véletlenszerű elrendezés. A kapott eredményeket az alsó korlattal hasonlítottam össze, és az attól való eltérést ábrázoltam a 2.1. táblázatban. Az eredmény

alapján elmondható, hogy a feladatot igen jól oldotta meg az algoritmus (átlagosan 6%-kal volt a korlát felett), kiváltképp a szabályos elrendezés esetén (ahol alig 3%-kal maradt el a korláttól).

## 2.2. altézis: Pont-pont és pont-multipont kapcsolatok együttes tervezése

*Klaszterezésen alapuló, új tervezési eljárásokat javasoltam, amelyek költséghatékonyan képesek pont-pont, illetve pont-multipont kapcsolatokat kombinálni, a pont-pont kapcsolatok optimális kialakítását a 2.1. altézisben, az egyes korlátos fák költséghatékony összeköttetésére az 1. tézisben ismertetett algoritmusok felhasználásával.*

Altézisemben a hálózat megtervezését két fő fázisra bontottam. Az első fázisban tervezem meg az alsóbb hierarchiaszinteket. Ehhez először egy klaszterezésen alapuló eljárás segítségével meghatározom, hogy hol helyezkedjenek el azok a csomópontok (hubok), amelyek pont-multipont (PMP) kapcsolatokat képesek kezelni (pl. rádiós hálózat esetén *szektorok* kialakítása). Ezzel egyidőben a hubokhoz rendelem a többi csomópontot (*allokációs* feladat) és pont-pont (PTP) kapcsolatok felhasználásával kialakítom a hálózat interferenciára érzékeny részeit (hub körzetek kialakítása). Majd a második fázisban az előbb megtervezett részeket egyesítem interferenciára érzéketlen élek segítségével oly módon, hogy végeredményül egy megengedett megoldás álljon rendelkezésre.

Először a javasolt algoritmus vázát ismertetem, majd három *allokációs* stratégiát mutatok be, végül a szektorok kialakítását ismertetem vázlatosan.

A javasolt algoritmus váza:

1. (*Inicializálás*) A hub szerepre kiválasztok annyi csomópontot, amennyi minimálisan szükséges a többi csomópont lefedésére, legyen ez a szám  $k$ .
2. (*Érzékeny rész iterációja*) Az aktuális  $k$  érték mellett meghatározom a hubok optimális helyét amellet, hogy a többi csomópontot is hozzájuk rendelem.
  - (a) (*Klaszterezési hurok*) A következő pontok egymás utáni megismétlésével a hub körzetek lehető legjobb kialakítására törekszem.
    - (*Csomópont allokáció*) A hubok helyének ismeretében minden csomópontot hozzárendelem valamely hubhoz PTP, illetve PMP kapcsolat segítségével.
    - (*Hubok pozícióváltása*) A kialakult hub területeken belül jobb pozíciót keresek a hub számára. Ezzel egyidőben új szektorokat jelölök ki, azaz optimalizálom a PMP kapcsolatokat.
  - (b) (*Kiértékelés*) Amennyiben az aktuális  $k$  mellett kapott eredmény az eddigi legjobb, akkor eltárolom. Majd megnövelem a  $k$  értékét (amennyiben lehet, illetve érdemes, lásd [C4]) és új *Iterációt* kezdek el.

3. (*Lokális javítás*) Amennyiben az költségcsökkenést okoz, akkor módosítom a kapcsolatokat, amely magába foglalja a csomópontok más hubhoz való kapcsolását, illetve a PMP kapcsolatokat újratervezését is.
4. (*Pont-pont kapcsolatok*) A fenti lépésekben kapott csillag jellegű struktúrát átalakítom oly módon, hogy az 2.1. altézisemben ismertetett eljárással (interferencia-érzékeny rész) újratervezem a PTP kapcsolatokat annak érdekében, hogy a zavaró hatásokat elkerülhessem.
5. (*Érzéketlen rész*) Az érzékeny részben kialakult hubokból újabb fát/fákat készítek az 1. tézisben ismertetett algoritmus segítségével.

Az *allokációra használt stratégiák* alapvetően abban különböznek, hogy a csomópontokat a távolságuk alapján rendelem a hubokhoz (*DIST*), vagy pedig a rendszer költségét is figyelembe véve (*COST*). Egy másik felosztási lehetőség, hogy az allokációt úgy valósítom meg, hogy mindenkit a „legolcsóbb” helyre kötök be (*CLU*), vagy egy minimális feszítőfát készítek a hálózatra és azokat a legdrágább élek mentén darabolom fel és így kapom meg a kiindulási hub körzeteket (*TREE*). Ezen lehetőségeket kombinálva három lehetséges stratégiát vizsgáltam, amelyek segítségével a következő algoritmusokhoz jutunk: *DIST-TREE*, *DIST-CLU* és *COST-CLU*. Az eredmények alapján gyakorlati használatra a *COST-CLU* algoritmust javaslom.

A *szektorok kialakításakor* növelő-csökkentő stratégiát követtem annak érdekében, hogy minél kevesebb szektorral minél több pontot fedhessek le, kiváltva a drágább PTP kapcsolatokat PMP kapcsolatokkal. Az eljárás talán legfontosabb eleme, hogy a szektorok tetszőleges, rögzített mértékben átfedhetik egymást.

### A javasolt algoritmusok szimuláción alapuló teljesítmény-vizsgálata

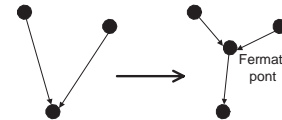
A három algoritmus magját képező *Érzékeny rész iterációját* hasonlítottam össze. A [C4] cikkben ismertetett teszhálózatok alapján – összehasonlítva a három algoritmust – eredményül azt kaptam, hogy azokban az esetekben, amikor a csomópontok helyzete egyenletes eloszlást követett, a *COST-CLU* algoritmus érte el a legjobb eredményeket: a *DIST-TREE* 10-15 %-kal és a *DIST-CLU* 2-5 %-kal maradt el tőle. Amikor a hálózatban a csomópontok csoportosan csomókban helyezkedtek el, akkor is a *COST-CLU* bizonyult a legjobbnak, bár ekkor átlagosan mindössze 4-5 %-kal előzte meg a másik két algoritmust.

## 3. tézis: A súlyozott Fermat-probléma általános megoldása és alkalmazása topológiai javítások elérésére [J3]

Lokális javítások technikájának alkalmazása igen gyakori a hálózattervezésben. Ez lehet akár egy tervező algoritmus egyes lépéseinek az építőköve is és lehet akár egy önálló

(végső) lépése az adott eljárásnak. A lokális javítás leggyakrabban a topológiai tervezés során ez egyes csomópontokat összekötő élhálózat módosítását jelenti, sokszor csak egy-egy részletét vizsgálva az egész hálózatnak. Ilyenkor felmerül az a lehetőség, ne csak azon változtassunk, hogy mely csomópontok melyekkel legyenek összekötve, hanem esetlegesen új, „közbenső” ún. Fermat-pontokban fogjunk össze több élt, ily módon takarítva meg költséget.

Az ilyen Fermat-pontok megkeresésére léteznek egzakt (súlyozott Fermat-probléma két él esetén, lásd 3.1. ábrát) és heurisztikus megoldások is (súlyozott Weber-probléma több él esetén), amely megoldásokban azonban az eredményül kapott Fermat-pontok koordinátáinak általános megadása igen bonyolult. Másfelől annak eldöntése, hogy az adott esetben érdemes-e ilyen extra pontok használata anélkül, hogy megkeresnénk az extra pont helyét, majd kiszámolnánk a költséget, ez idáig még nem talált megoldásra.



3.1. ábra. Fermat-probléma alkalmazása

Tézisemben a súlyozott Fermat-problémára szorítkozom, mivel csak annak létezik „zárt alakú” egzakt megoldása. Megvizsgáltam, hogy milyen geometriai tulajdonságokkal rendelkeznek a fentebb ismertetett extra pontok, ezen ismeretek tükrében egy egyszerű formulát adtam ezen pontok elhelyezkedésének jellemzésére. Kidolgoztam azt a megfeleltetési rendszert, amely segítségével a hálózat éleit leíró költségek nemcsak távolság, hanem kapacitásfüggő esetekben is visszavezethetőek a súlyozott Fermat-probléma, és ezáltal lehetőség nyílik a két él összefogásakor alkalmazható multiplexálási nyereség figyelembe vételére is. Végül egyszerű formulákat adok annak közvetlen eldöntésére, hogy az adott esetben érdemes-e használni a topológiai javítást és amennyiben igen, akkor várhatóan mekkora nyereséget tudunk ezzel elérni anélkül, hogy kiszámolnánk az optimális pont helyét és a hálózat új költségét.

Az eredményeimet két csoportra bontottam:

- 1. csoport: a súlyozott Fermat-probléma megoldásának vizsgálata, valamint különleges tulajdonságainak újfajta leírása (3.1 altézis)
- 2. csoport: a megoldás alkalmazhatóságának analitikus vizsgálata, az elérhető nyereség közelítése a feladat pontos megoldása nélkül (3.2 altézis)

### 3.1. altézis: A súlyozott Fermat-probléma általános megoldása

*Új megközelítésben vizsgáltam a súlyozott Fermat-probléma megoldását adó pont geometriai tulajdonságait: a) új feltételeket adtam annak eldöntésére, hogy a pontokhoz rendelt súlyok mikor határozzák meg előre a megoldás helyét, b) egyszerű matematikai leírást adtam a megoldást adó pont helyének meghatározására általános és speciális esetekben, c) megmutattam, hogy a pont hogyan osztja fel az eredeti háromszög területét speciális szimmetriával rendelkező esetekben, d) rámutattam a célfüggvény értékének és a háromszög oldalainak a kapcsolatára.*

**3.1.1. Definíció:** A súlyozott Fermat-probléma a következőképpen fogalmazható meg. Tekintsük a  $\triangle ABC$  háromszöget, amelynek minden csúcsához pozitív súlyokat rendelünk:  $w_A$ ,  $w_B$  és  $w_C$ . A síkon elhelyezkedő tetszőleges  $X$  pontra jelölje  $|AX|$ ,  $|BX|$  és  $|CX|$  az  $X$  ponttól és három csúcs közötti euklidészi távolságot. A cél az, hogy találjunk egy  $P$  pontot, amely minimalizálja az  $F(X) = w_A|AX| + w_B|BX| + w_C|CX|$  kifejezést, azaz  $F(P) = \min(F(X) : X \in \mathcal{R}^2)$ .

Abban az esetben, ha bármelyik súlynál nagyobb a másik két súly összege, akkor a  $P$  pont megszerkeszthető [38, 39, 41], más esetekben a súlyok már előre meghatározzák a  $P$  pont helyét [J3]. Vizsgálatom tárgyát természetesen az előbbi eset képezi.

Belátható, hogy  $P$  pont a háromszög területén nem eshet kívül, ezért megadhatóak azok a szögek, amelyek alatt  $P$ -ból nézve láthatóak a háromszög oldalai. Ezeket *Fermat-szögeknek* hívom a későbbiekben. Jelölje ezeket  $\hat{\alpha} = \angle BPC$ ,  $\hat{\beta} = \angle APC$  és  $\hat{\gamma} = \angle APB$ . E három szög ismeretében természetesen a látókörök megszerkesztésével is megkaphatjuk a  $P$  pontot, amely eljárást *Szög-technikának* neveztem el.

**3.1.1. Tétel:** Ha az  $\triangle ABC$  szögei kisebbek vagy egyenlőek a nekik megfelelő Fermat-szöggel (azaz  $\alpha \leq \hat{\alpha}$ ,  $\beta \leq \hat{\beta}$  és  $\gamma \leq \hat{\gamma}$ ), akkor a  $P$  vagy egy belső pontja vagy egy csúcsa a háromszögnek. Továbbá csak az egyik szög lehet egyenlő a neki megfelelő Fermat-szöggel, máskülönben a súlyok már önmagukban meghatározzák  $P$  helyét.

**3.1.2. Tétel:** Ha az  $\triangle ABC$  egy szöge nagyobb a neki megfelelő Fermat-szögnél, akkor  $P$  a neki megfelelő csúccsal esik egybe (pl. ha  $\alpha > \hat{\alpha}$ , akkor  $P = A$ ). Ha több ilyen szög lenne, akkor a súlyok már önmagukban meghatároznák  $P$  helyét.

**3.1.3. Tétel:** A Fermat-szögek az  $\triangle ABC$ -től függetlenül és egyértelműen meghatározzák  $P$ -t, így módon  $P$  meghatározható egy *Fermat-szög koordinátarendszerben* is mint  $P = P(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})$ , ahol a szögek a következőképpen fejezhetőek ki a súlyokból:

$$\hat{\alpha} = 2\operatorname{arccot} \sqrt{\frac{w_A^2 - (w_B - w_C)^2}{(w_B + w_C)^2 - w_A^2}}, \quad (3.1a)$$

$$\hat{\beta} = 2\operatorname{arccot} \sqrt{\frac{w_B^2 - (w_A - w_C)^2}{(w_A + w_C)^2 - w_B^2}}, \quad (3.1b)$$

$$\hat{\gamma} = 2\operatorname{arccot} \sqrt{\frac{w_C^2 - (w_A - w_B)^2}{(w_A + w_B)^2 - w_C^2}}. \quad (3.1c)$$

**3.1.4. Tétel:** Ha  $a = b$  és  $w_A = w_B = 1$ , akkor a  $P$  pont a  $\triangle ABC$  területét a következő arányban osztja fel:

$$T_{ABP} = \frac{c^2 \cdot w_C}{4\sqrt{4 - w_C^2}}, \quad (3.2a)$$

$$T_{CAP} = T_{BCP} = \frac{c}{4} \left[ \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} - \frac{c \cdot w_C}{2\sqrt{4 - w_C^2}} \right]. \quad (3.2b)$$

Figyeljük meg, hogy ezek területek megfeleltethetőek a  $P$  baricentrikus koordinátáinak, azaz  $P$  ebben a koordináta-rendszerben is egzakt módon felírható!

**3.1.1. Tulajdonság:** Egy általános háromszögön belül ha minden súly egyenlő egymással, akkor a  $P$  pont és a háromszög csúcsai között lévő távolságok összege ( $S$ ) a következőképpen határozható meg:

$$S = \frac{a^2 - b^2}{|BP| - |AP|} = \frac{a^2 - c^2}{|CP| - |AP|} = \frac{b^2 - c^2}{|CP| - |BP|}. \quad (3.3)$$

(Egyenlőszárú háromszögek esetén az az egyenlet, amelyben a két egyenlő oldal szerepel természetesen nem használható. Ha pedig egyenlőoldalú háromszögről van szó, akkor az egyenletek a következő alakra redukálódnak:  $S = a\sqrt{3} = b\sqrt{3} = c\sqrt{3}$ .)

### 3.2. altézis: A súlyozott Fermat-pont felhasználása a topológia optimalizálásra

*Megvizsgáltam a súlyozott Fermat-probléma alkalmazásának feltételeit távközlési környezetben: a) a súlyok és az igények kapacitásától függő költségek közötti kapcsolatot, b) a súlyok és az élek összefogásánál használt multiplexálási nyereség közötti kapcsolatot. Másfelől kiértékeltem a topológia optimalizálása során elérhető eredményeket: c) a megoldás alkalmazhatóságának hatékonysági vizsgálata a hálózat egyszerű paramétereinek függvényében, d) a megoldás alkalmazásával elérhető nyereség vizsgálata (maximum, felső korlát).*

A súlyozott Fermat-problémát a hálózattervezés területén arra használhatjuk, hogy két élt összefogjunk egy extra pontban, amennyiben ez költségcsökkenéssel jár. Azaz pl. akkor, ha  $AC$  és  $BC$  költsége nagyobb, mint  $AP$ ,  $BP$  és  $PC$  költsége. A gyakorlatban az élek költségét  $C_{él} = l \cdot f(t)$  formulával adhatjuk meg, ahol  $l$  a költség távolságfüggő komponense, míg  $f(t)$  a forgalomtól függő komponens. A  $PC$  él kapacitása kiszámolható egy megadott multiplexálási nyereség segítségével, amely gyakorlatilag azt mondja meg, hogy mennyi kapacitást spórolhatunk meg a két él összefogásakor.

Tekintsük az élek súlyát azonosan egyenlőnek az élek kapacitásfüggő költségével (azaz  $w_A \equiv f(t_A)$  és  $w_B \equiv f(t_B)$ , ahol  $t_A$  az  $A$  pont és  $t_B$  az  $B$  pont forgalma). Ekkor definiálhatunk egy olyan  $M$  multiplexálási nyereséget ( $0 \leq M \leq 1$ ), amely garantálja, hogy a multiplexált forgalom költsége ( $w_C$ ) megfeleljen a következő két alapvető elvárásnak:  $w_C \leq f(t_A) + f(t_B)$  és  $w_C \geq \max(f(t_A), f(t_B))$ .

**3.2.1. Definíció:** Összegezve kapjuk, hogy  $M$  segítségével a következő módon számítható ki  $w_C$  értéke:

$$w_C = (1 - M) \min(w_A, w_B) + \max(w_A, w_B) \quad (3.4)$$

Fontos megjegyezni, hogy a *Szög-technika* (lásd 3.1 altézis) csak egy módszer a súlyozott Fermat-probléma megoldására. Amennyiben ez a módszer nem alkalmazható, akkor a súlyok már önmagukban meghatározzák a megoldást, és nincs szükség a  $P$  kiszámításához semmilyen más eljárásra.

**3.2.1. Tétel:** A Szög-technika csak akkor használható, ha multiplexálási nyereség kielégíti a következő feltételt:

$$M \geq \frac{w_A + w_B - \frac{\sqrt{(w_B - w_A)^2 + (w_B + w_A)^2 \cot(\frac{\gamma}{2})^2}}{\sqrt{1 + \cot(\frac{\gamma}{2})^2}}}{\min(w_A, w_B)} \quad (3.5)$$

ahol  $\gamma$  az  $AC$  és  $BC$  közti szög.

Egy másik megközelítésben, amikor az  $M$ -et és a súlyokat tekintjük ismertnek a következő feltételt kapjuk:

**3.2.2. Tétel:** A Szög-technika csak akkor alkalmazható, ha az  $AC$  és  $BC$  közti  $\gamma$  szög nagysága maximálisan:

$$\gamma_{max} = 2 \operatorname{arccot} \sqrt{\frac{2 - M}{M} \cdot \frac{2 \max(w_A, w_B) - M \min(w_A, w_B)}{2 \max(w_A, w_B) + (2 - M) \min(w_A, w_B)}} \quad (3.6)$$

**3.2.3. Tétel:** Ha  $\gamma > \frac{2}{3}\pi$ , akkor nem létezik olyan megengedett  $0 \leq M \leq 1$  multiplexálási nyereség, amely mellett alkalmazható lenne a Szög-technika.

**3.2.4. Tétel:** Ha  $\gamma < \frac{1}{2}\pi$ , akkor mindig létezik olyan megengedett  $0 \leq M \leq 1$  multiplexálási nyereség, amely mellett alkalmazható a Szög-technika.

**3.2.5. Tétel:** A Szög-technikával maximálisan elérhető költségnyereség ( $G = 1$  jelenti a 100 %-ot):

$$G_{max} = M \frac{\min(w_A, w_B)}{w_A + w_B}. \quad (3.7)$$

**3.2.6. Tétel:** A költségnyereség mértékére felső korlát adható  $\gamma$  függvényében, amely a következő lineáris alakban írható fel:

$$G(\gamma) \leq G_{max} \left( 1 - \frac{\gamma}{\gamma_{max}} \right). \quad (3.8)$$

Amennyiben  $\max(w_A, w_B)$  sokkal nagyobb, mint  $\min(w_A, w_B)$ , akkor a fenti felső korlát segítségével is jól becsülhető a költségnyereség mértéke.

**3.2.1. Tulajdonság:** Ha  $\frac{\max(w_A, w_B)}{\min(w_A, w_B)} < 10$ , akkor a költségnyeresség a következő formulával becsülhető:

$$\max_{\alpha, \beta} G(\gamma) \approx G_{max} \left[ \vartheta_1 \left( \frac{\gamma}{\gamma_{max}} \right)^2 - \vartheta_2 \frac{\gamma}{\gamma_{max}} + 1 \right], \quad (3.9)$$

ahol

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= 1 - M \left( 0.0846 + 0.0679 \frac{\max(w_A, w_B)}{\min(w_A, w_B)} \right), \\ \vartheta_2 &= 2 - M \left( 0.0503 + 0.0691 \frac{\max(w_A, w_B)}{\min(w_A, w_B)} \right). \end{aligned}$$

A becslés az (adott  $\gamma$  mellett) elérhető maximális nyereség esetén kapható költséget 99.2 % -os pontossággal adja meg.

#### 4. tézis: OSPF adminisztratív súlyok optimalizálása hozzáférési hálózatokban [J5]

Felmerült az igény, hogy a hozzáférési hálózatok egyes kiemelt körzetei hiba esetén is üzemképesek maradjanak. Ennek eléréséhez a hagyományosan használt fa topológiát extra éllel kell kiegészíteni.

A tervezést és az üzemeltetést is segítheti, ha az üzemi- védelmi útrenszereket dedikált módon határozzuk meg. Azonban napjainkban egyre több hálózat IP alapú, amelyekben az OSPF a legáltalánosabban használt útvonalválasztó protokoll. Az OSPF az élekhez rendelt adminisztratív súlyok szerinti legrövidebb úton továbbítja a csomagokat, illetve ha több azonos súlyú legrövidebb út van, akkor alkalmazza az ún. Equal-Cost MultiPath (ECMP) szabályt, amely ilyenkor elosztja az egyenlő utak között a forgalmat.

A fentiek egyfajta inverz legrövidebb út feladatot eredményeznek, ahol egy olyan egységes súlyrendszert kell meghatározni, amely mellett az OSPF-alapú útvonal-irányítás a már előzetesen meghatározott üzemi- és védelmi utakat találja minden esetben a legrövidebbnek. Fontos megjegyezni, hogy nem mindig létezik ilyen egységes súlyrendszer, ennek ellenére az összes állapotra (az üzemi- és a hibaállapotok) mindig adható külön-külön érvényes súlyrendszer.

A tervezési probléma megoldására új heurisztikus algoritmust dolgoztam ki, melynek hatékonyságát részletes tesztek segítségével támasztottam alá.

- Algoritmus: a feladat megoldása olyan heurisztika segítségével, amely figyelembe veszi a topológia adta információkat és azok ismeretében lépésről lépésre csökkenti az eltérést az előírt útrenszertől (4. tézis).
- Szimuláción alapuló teljesítmény vizsgálat: a feladat megoldása lineáris programozás és ismert heurisztikák segítségével, majd különböző teszhálózatok vizsgálatával kapott eredmények összehasonlítása az általam javasolt algoritmussal.

## Közelítő heurisztikus megoldás

Új tervezési eljárást javasoltam, amely egy inicializáló súlybeállítás után megvizsgálja a hálózatot és felderíti, hogy az egyes élek meghibásodásának esetén mely igények azok, amelyek nem az előre megadott védelmi utakat használják. Ezután igényenként haladva orvosolja a hibát, azaz módosítja a súlyokat, hogy helyreálljon az adott igények számára előírt útrendszer.

A kitűzött feladat fontos megkötése, hogy megengedett késleltetés betartásának érdekében a védelmi utak csak 1 hoppal lehetnek hosszabbak, mint az üzemiak [C2, J2]. Ebből következik, hogy minden védelmi út csak 1 védelmi élt tartalmaz, amely vagy azonos szinten lévő pontokat kapcsol össze, vagy 1 szintet előre lép.

Megoldásként olyan algoritmust javaslok, amely ötvözi az útvonal-helyreállítás stratégiáját a túlterhelés-csökkentés stratégiájával. Ezáltal, ha valamely oknál fogva, az eredeti védelmi útrendszert nem tudná reprodukálni, akkor is képes az éleken jelentkező túlterhelés minimalizálására. Az általam javasolt OSPF súlybeállító algoritmus (*OSPF Weight Setting Algorithm - OWSA*) váza a következő:

1. (*Inicializálás*) Kezdeti beállítások és a hálózat elemzése.
  - (a) (*Kezdeti súlyok*) Az üzemi élek súlyát 1-re állítom, míg az védelmi élek súlyát 3-ra. Ezzel biztosítható az a feltétel, hogy minden védelmi út pontosan egy 1 védelmi élt tartalmazzon. (A későbbiekben *IWS* eljárásnéven hivatkozom erre a lépésre.)
  - (b) (*Dekompozíció*) A védelmi élekből álló körök megoldhatatlan helyzetet eredményeznek. Amennyiben az ilyen körök felbontása lehetséges, akkor a nélkülözhető élek törlésével felbontom azokat, egyébként megállok.
2. (*Súlybeállítás*) Az élsúlyok iteratív beállítása.
  - (a) (*Alap súlybeállítás*) Az élsúlyok módosításával csökkentem az éleken jelentkező esetleges túlterhelést. (A túlterhelt élek súlyát addig növelem, amíg a forgalom áttér a róluk az előre megadott utakra.) Az eljárást addig folytatom, amíg csökkenteni tudom a túlterheltség mértékét a hálózatban.
  - (b) (*Kifinomult súlybeállítás*) Az élsúlyok módosításával csökkentem az aktuális és az előre megadott útrendszer közötti eltéréseket. (Pontonként haladva megvizsgálom, hogy az útvonal-irányítás az előre megadott útvonalakat használja-e. Amennyiben nem, akkor a nem megengedett utakon lévő élek súlyát úgy módosítom, hogy az adott pontra nézve az előírt utakat kapjam vissza.) Az eljárást addig folytatom, amíg csökkenteni tudom az útrendszerek közötti eltérés mértékét.

- (c) (*Speciális súlybeállítás*) Létezhetnek olyan, egymásra ható útvonalak, amelyek hibáját egyesével, egymás után nem szüntethetjük meg a 2b lépésben. Az ilyen utak hibáját addig orvosolom (megkeresve azokat és helyes súlyokat beállítva az egyes éleken), amíg csökkenteni tudom az útvonalak közötti eltérés mértékét.
- (d) (*Megállás*) Amennyiben minden javítható hibát orvosoltam, akkor megállok, egyébként a 2a lépésre ugorva tovább javítom a megoldást.

Amennyiben a védelmi élekből álló köröket fel kell oldanunk, akkor az eredeti védelmi útvonalat nem kaphatjuk vissza. Mindazonáltal a legtöbb esetben a hálózat védelmi képességei változatlanok maradhatnak.

### A javasolt algoritmus szimuláción alapuló teljesítmény-vizsgálata

A súlybeállítás feladata megfogalmazható egészértékű lineáris programozási (ILP) feladatként. Ennek megoldásakor természetesen egzakt megoldást kaphatunk, azonban nagyobb hálózatok esetén már nem alkalmazhatjuk ezt a módszert, mert a megoldás megtalálásához szélsőségesen hosszú időre lenne szükség. Az ILP-t [60] összehasonlítva az OWSA algoritmussal már kisméretű, mindössze 50 pontos hálózatok esetén is több százszoros, míg 100 pontos hálózatok esetén sok ezerszeres sebességkülönbség tapasztalható. Összehasonlításképpen egy rövid táblázatot mutatnék meg (a "*bizonytalan*" kifejezés arra utal, hogy az ILP még három nap alatt sem tudott eredményt szolgáltatni 100 pont esetén sem):

algoritmus	pontok száma			
	50	100	150	200
OWSA	4.16 sec	8.03 sec	18.6 sec	35 sec
ILP	≈ 1 óra	bizonytalan	bizonytalan	bizonytalan

4.1. táblázat. Az algoritmusok futási ideje különböző méretű hálózatok esetén.

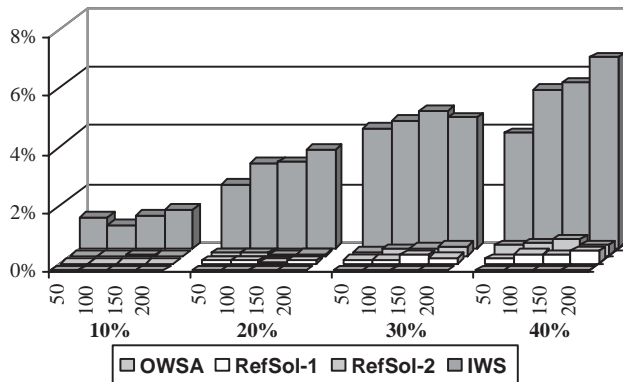
A 4.1. táblázat alátámasztja, hogy gyakorlati méretű hálózatok esetén heurisztikát kell alkalmaznunk. A következőkben más heurisztikákkal összemérve elemzem a javasolt OWSA algoritmus által kapott eredményeket.

A súlybeállító algoritmusok rendszerint [56, 45] az éleken esetlegesen fellépő túlterhelést igyekeznek megszüntetni, illetve a szabad kapacitásokat maximalizálni. Referencia algoritmusként két szimulált lehítésen alapuló heurisztikát használtam.

Az első (RefSol-1) heurisztika a túlterhelt élek közül választ mindig egyet, majd annak súlyát eggyel megnöveli, és az így kapott új állapotot kiértékelve halad tovább az optimalizálásban, amely esetünkben a túlterhelés minimalizálását jelenti. Ez közvetve biztosítja, hogy az eredeti útvonalat kapjuk vissza, amennyiben nincs túlterhelés a hálózatban, mivel az eredeti kapacitások annak megfelelően lettek megadva.

A második (RefSol-2) heurisztika már nemcsak élsúly növelést, hanem csökkentést is megenged olyan éleken, amelyek nem voltak kihasználva. Ebben az esetben a súlymódosítást az alul-, illetve túlterheltséggel arányos valószínűséggel végezzük el.

Különböző hálózatmérettel (50...200 pont) és különböző védelmi élszámmal rendelkező (az üzemi élek számához képest 10...40 %-nyi) mintahálózatot megvizsgálva hasonlítottam össze az algoritmusokat.



4.1. ábra. A túlterheltség átlagos mértéke.

A 4.1. ábra mutatja az összehasonlítás eredményeit. Látható, hogy az IWS eljárás (lásd az OWSA 1a lépése) önmagában nem képes megoldani a feladatot. A RefSol-1 10 %-nyi védelmi él esetén képes megoldani a feladatot, de nagyobb védettség esetén már nem. A RefSol-2 eljárás nagyobb hálózatoknál még 10 % esetén is hibázik néha. Azonban elmondható, hogy a két eljárás minden vizsgált esetben 0.6 % alá képes csökkenteni a hálózat túlterheltségét. A javasolt OWSA algoritmus minden esetben tökéletesen megoldotta a feladatot, miközben futásához nagyságrenddel kevesebb időre volt szüksége, mint a referenciaként használt algoritmusoknak.

Tehát a tesztek alapján elmondható, hogy az OWSA algoritmus hatékonyabban oldja meg a tervezési feladatot, mint a jelenleg alkalmazott megoldások.

## 5. Az eredmények alkalmazhatósága

Az 1. tézisben ismertetett interferenciára érzéketlen hozzáférési hálózatok tervezésére szolgáló eljárásaim az Ericsson Kft. UMTS hálózattervező és analízáló eszközében kerültek felhasználásra.

A 2. tézisben bemutatott interferenciára érzékeny hozzáférési hálózatokkal kapcsolatos kutatásomat és a 4. tézisben ismertetett OSPF adminisztratív súlyok optimalizálásával kapcsolatos kutatásaimat az Ericsson vállalat üzleti egységeivel együttműködve az Ericsson kutatási szervezetének megbízásából felállított projektek részeként végeztem.

A 3. tézisben megfogalmazott elméleti- és gyakorlati eredményeim széles körben felhasználhatóak a hálózattervezés és a geometria-alapú optimalizálás területén.

## 6. Köszönetnyilvánítás

Először is szeretném megköszönni konzulensem Dr. Sallai Gyula folyamatos szakmai vezetését.

A folyamatos támogatásért hálás vagyok Dr. Boda Miklósnak, az Ericsson Magyarországi Kutatás és Fejlesztés Központja korábbi vezetőjének, és Dr. Hans Erikssonnak, az Ericsson Traffic Analysis and Network Performance Laboratóriuma korábbi vezetőjének. Szintén köszönetemet fejezem ki Dr. Henk Tamásnak, a Nagysebességű Hálózatok Laboratóriuma vezetőjének.

Köszönetemet fejezem ki kollégámnak, Dr. Magyar Gábornak értékes és folyamatos segítségéért, valamint hasznos ötleteiért és tanácsaiért. Külön köszönetet szeretnék mondani az Ericsson Traffic Laboratóriumban és a Nagysebességű Hálózatok Laboratóriumban dolgozó kollégáimnak: Harmatos Jánosnak, Jüttner Alpárnak, Dr. Hévízi Lászlónak, Szlovencsák Attilának, Dr. Szentesi Áronnak, Maricza Istvánnak, Dr. Király Zoltánnak, valamint Dr. Cinkler Tibornak.

Különösen szeretném megköszönni feleségem, kislányom, kisfiam, szüleim, testvérem és nagyszüleim, valamint az egész család folyamatos támogatását, segítségét.

## Hivatkozások

- [1] The UMTS-Forum. <http://www.umts-forum.org>
- [2] T. Ojanperä, R. Prasad: *Wideband CDMA for Third Generation Mobile Communication*, Artech House Publishers, 1998
- [3] S. Dravida, H. Jiang, M. Kodialam, B. Samadi, Y. Wang: *Narrowband and Broadband Infrastructure Design for Wireless Networks*, IEEE Communications Magazine, vol. 36, no. 5, pp. 72-78, May 1998
- [4] *OSPF Version 2.*, RFC2328.txt, [www.ietf.org/rfc/rfc2328.txt](http://www.ietf.org/rfc/rfc2328.txt), 1998
- [5] M. S. Daskin: *Network and Discrete Location*, Wiley, New York, 1995
- [6] Z. Drezner (ed): *Facility Location. A Survey of Applications and Methods*, Springer-Verlag, New York, 1995
- [7] R. Gupta: *Problems in Communication Network Design and Location Planning; New Solution Procedures*, PhD Thesis, The Ohio State University, 1996
- [8] P. M. Camerini, G. Galbiati, F. Maffioli: *On the Complexity of Finding Multi-constrained Spanning Trees*, Discrete Applied Mathematics, vol.5, pp. 39-50, 1983
- [9] C. C. Lo and A. Kershenbaum: *A two-phase algorithm and performance bounds for the star-star concentrator location problem*, IEEE Transactions on Communications, vol. 37, no. 11, pp. 1151-1163, 1989
- [10] S. Narasimhan and H. Pirkul: *Hierarchical concentrator location problem*, Computer Communications, vol. 15, no. 3, pp. 185-191, 1992
- [11] H. Pirkul and R. Gupta: *Topological design of centralized computer networks*, International Transactions in Operational Research, vol. 4, no. 1, pp. 75-83, 1997
- [12] G. M. Schneider and M. N. Zastrow: *An algorithm for the design of multilevel concentrator networks*, Computer Networks, vol. 6, no. 1, pp. 1-11, 1982

- [13] J. R. Soltys, M. J. Fischer and B. D. Roth: *Optimizing access to service based networks*, Telecommunication Systems, Modeling, Analysis, Design and Management, vol. 10, no. 3-4, pp. 269-290, 1998
- [14] A. Jain, R. Dubes: *Algorithms for clustering data*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey, 1988
- [15] J. M. Pena, J. A. Lozano and P. Larranaga: *An empirical comparison of four initialization methods for the k-means algorithm*, Pattern Recognition Letters, vol. 20, no. 10, pp. 1027-1040, 1999
- [16] J. G. Klincewicz: *Hub location in backbone/tributary network design: a review*, Location Science, vol. 6, no. 1, pp. 307-335, 1998
- [17] M. Minoux: *Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods and Applications*, Networks, vol. 19, pp. 313-360, 1989
- [18] D. Brittain: *Optimisation of the Telecommunications Access Network*, PhD Thesis, University of Bristol, 1999
- [19] P.L. Hammer, G. Anandalingam, T. L. Friesz (ed): *Special issue on hierarchical optimization*, Annals of Operations Research, vol. 34, 1992
- [20] Y. Eitan, S. C. Narula, J. M. Tien: *A generalized approach to modeling the hierarchical location-allocation problem*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 21, pp. 39-46, 1991
- [21] G. R. Mateus, F. R. B. Cruz, H. P. L. Luna: *An algorithm for hierarchical network design*, Location Science, vol. 2, no. 3, pp. 149-164, 1994
- [22] P. B. Mirchandani: *A generalized hierarchical facility location problem*, Transportation Science, vol. 21, pp. 123-125, 1987
- [23] D. Serra de la Figuera, C. S. ReVelle: *The PQ-Median Problem: Location and Districting of Hierarchical Facilities*, Location Science, vol. 1, no. 4, pp. 299-312, 1993
- [24] D. Serra de la Figuera, C. S. ReVelle: *The PQ-Median Problem: Location and Districting of Hierarchical Facilities, part II: Heuristic Solution Methods*, Location Science, vol. 2, no. 2, pp. 63-82, 1994
- [25] J. R. Weaver and R. L. Church: *The nested hierarchical median facility location model*, INFOR, vol. 29, no. 2, pp. 100-115, 1991
- [26] J. Harmatos, A. Jüttner, Á. Szentesi: *Cost-based UMTS Transport Network Topology Optimisation*, ICC '99 International Conference on Computer Communications, Tokyo, Japan, pp. 00111-1-8, 1999
- [27] P. Kallenberg: *Optimization of the Fixed Part of GSM Networks Using Simulated Annealing*, Networks '98, Sorrento, Italy, pp. 281-286, 1998
- [28] M. J. Kim, S. B. Kim, K. H. Ryu: *The capacitated hierarchical p-median problem for facility locations of PCS networks*, Fourth International Conference on Telecommunications Systems, Nashville, USA, pp. 223-229, 1996

- [29] E. H. L. Aarts, J. K. Lenstra: *Local Search in Combinatorial Optimization*, John Wiley and Sons, 1997
- [30] E. H. L. Aarts, P. J. M. van Laarhoven: *Simulated Annealing: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, USA, 1987
- [31] Á. Szentesi, G. Magyar, Z. Király: *Optimization of the Configuration of a Hierarchical Network*, UK Patent Application, GB, 2367970 A, 2002
- [32] A. Balakrishnan, K. Altinkemer: *Using a hop-constrained model to generate alternative communication network designs*, ORSA Journal on Computing, vol. 4, no. 2, pp. 192-205, 1992
- [33] B. Gavish: *Topological design of telecommunication networks - local access design methods*, Annals of Operations Research, vol. 33, pp. 17-71, 1991
- [34] B. Gavish: *Topological design of computer communication networks - the overall design problem*, European Journal of Operational Research, vol. 58, no. 2, pp. 149-172, 1992
- [35] A. A. R. Townsend: *Digital Line-of-Sight Radio Links - Handbook*, Prentice Hall, 1990
- [36] A. Caprara, M. Fischetti, P. Toth: *Algorithms for the Set Covering Problem*, Annals of Operations Research, vol. 98, pp. 353-371, 2000
- [37] M. Zachariasen, P. Winter: *Concatenation-Based Greedy Heuristics for the Euclidean Steiner Tree Problem*, Algorithmica, vol. 25, no. 4, pp. 418-437, 1999
- [38] I. M. Yaglom: *Geometric Transformations I.*, Random House, 1962
- [39] E. Molnár (ed): *Elemi matematika II.*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1967
- [40] M. Martelli: *Geometrical solution of weighted Fermat problem about triangles*, New Trends in Mathematical Programming, Kluwer Academic Publishers, pp. 171-180, 1998
- [41] G. Jalal, J. Krarup: *Geometrical solution to the Fermat problem with arbitrary weights*, Annals of Operations Research, vol. 123, pp. 67-104, 2003
- [42] E. Weiszfeld: *Sur le point pour lequel la somme des distances de  $n$  points donnés est minimum*, Tôhoku Mathematical Journal, vol. 43, pp. 355-386, 1937
- [43] J. Brimberg, R. Chen, and D. Chen: *Accelerating Convergence in the Fermat-Weber Location Problem*, Operations Research Letters, vol. 22, pp. 151-157, 1998
- [44] Y. Li: *A Newton Acceleration of the Weiszfeld Algorithm for Minimizing the Sum of Euclidean Distances*, Computational Optimization and Applications, vol. 10, no. 3, pp. 219-242, 1998
- [45] B. Fortz, M. Thorup: *Internet Traffic Engineering by Optimizing OSPF Weights*, INFOCOM 2000, Tel-Aviv, Israel, pp. 519-528, 2000
- [46] S. P. Fekete and W. Hochstättler and S. Kromberg and C. Moll: *The complexity of an inverse shortest path problem*, Contemporary Trends in Discrete Mathematics, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, vol. 49, pp. 113-127, 1999

- [47] G.B. Dantzig: *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1963
- [48] A. Schrijver: *Theory of Linear and Integer Programming*, Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1986
- [49] D. J. Pannell: *Introduction to Practical Linear Programming*, Wiley, New York, 1996
- [50] D. Burton and Ph. L. Toint: *On an instance of the inverse shortest paths problem*, Mathematical Programming, vol. 53, no. 1, pp. 45-62, 1992
- [51] D. Goldfarb and A. Idnani: *Numerically Stable Dual Method for Solving Strictly Convex Quadratic Programs*, Mathematical Programming, vol. 27, pp. 1-33, 1983.
- [52] A. Faragó, Á. Szentesi, B. Szviatovszki: *Inverse optimization in high-speed networks*, Discrete Applied Mathematics, vol. 129, no. 1, pp. 83-98, 2003
- [53] C. Heuberger: *Inverse Combinatorial Optimization: A Survey on Problems, Methods, and Results*, Journal of Combinatorial Optimization, vol. 8, pp. 329-361, 2004
- [54] R. K. Ahuja, Th. L. Magnanti, and J. B. Orlin: *Network Flows: Theory, algorithms, and applications*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1993
- [55] A. Schrijver: *Combinatorial Optimization - Polyhedra and Efficiency*, Springer, 2003
- [56] M. Pióro, Á. Szentesi, J. Harmatos, A. Jüttner, S. Kozdrowski: *On OSPF Related Networks Optimization Problems*, 8th IFIP Workshop on Performance Modelling Evaluation of ATM & IP Networks, Ilkley, UK, pp. 70/1-70/14, 2000
- [57] B. Hajek: *A Tutorial Survey of Theory and Applications of Simulated Annealing*, 24th Conference on Decision and Control, Fort Lauderdale, USA, pp. 755-760, 1985
- [58] B. Hajek: *Cooling Schedules for Optimal Annealing*, Mathematics of Operations Research, vol. 13, no.2, pp. 311-329, 1988
- [59] J. Laiho, A. Wacker, T. Novosad: *Radio Network Planning and Optimisation for UMTS*, John Wiley & Sons, 2002
- [60] M. Berkelaar, J. Dirks, *lp\_solve 2.2*, [ftp://ftp.es.ele.tue.nl/pub/lp\\_solve](ftp://ftp.es.ele.tue.nl/pub/lp_solve)

## Publikációk

### Folyóiratcikkek

- [J1] I. Gódor, J. Harmatos: *Az UMTS hozzáférési hálózatának tervezése*, Magyar Távközlés, vol. 11, no. 8, pp. 2-7, August 2000
- [J2] A. Szlovencsák, I. Gódor, J. Harmatos, T. Cinkler: *Planning Reliable UMTS Terrestrial Access Networks*, IEEE Communications Magazine, vol. 40, no. 1, pp. 66-72, January 2002
- [J3] I. Gódor: *Special Properties of the Fermat Problem Applied to Local Topology Optimization*, Periodica Polytechnica, Serial Electrical Engineering, vol. 48, no. 3-4, pp. 119-132, 2004

- [J4] I. Gódor, G. Magyar: *Cost-optimal topology planning of hierarchical access networks*, Computers and Operations Research, vol. 32, no. 1, pp. 59-86, January 2005
- [J5] I. Gódor, J. Harmatos, A. Jüttner: *Inverse Shortest Path Algorithms in Protected UMTS Access Networks*, Computer Communications, vol. 28, no. 7, pp. 765-772, May 2005

## Konferencia-előadások

- [C1] J. Harmatos, Á. Szentési, I. Gódor: *Planning of Tree-Topology UMTS Terrestrial Access Networks*, 11th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2000, London, UK, pp. 353-357, 18-21 September 2000
- [C2] A. Szlovencsák, I. Gódor, T. Cinkler, J. Harmatos: *Planning Reliable UMTS Terrestrial Access Networks*, 3th International Workshop on Design of Reliable Communication Networks, DRCN 2001, Budapest, Hungary, pp. 84-90, 7-10 October 2001
- [C3] I. Gódor, G. Magyar: *Cost-optimal planning of hierarchical mobile access networks by combining microwave and wirelined links*, XVIII. World Telecommunications Congress, Paris, France, pp. 1113/1-5, 22-27 September 2002
- [C4] I. Gódor, G. Magyar, L. Hévízi: *Planning fixed radio access networks with point-to-point and point-to-multipoint microwave links*, IST - Mobile & Wireless Communications Summit 2003, Aveiro, Portugal, pp. 783-787, 15-18 June 2003