

# Fluktuációs jelenségek a tőzsdén

Ph.D. téziszfüzet

Eisler Zoltán

Témavezető:  
**Prof. Kertész János**

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Elméleti Fizika Tanszék  
(2007)



## 1. A kutatások előzménye

Az utóbbi évtizedben könyvek tucatjait és tudományos cikkek ezreit publikálták a pénzügyek területén fizikusok. Ez az új trend – mint sok másik is – a statisztikus fizika a 70-es években kezdődő látványos fejlődéséből fakad. Ebben az időszakban számos új koncepció és modell született, mint például a fraktál és multifraktál skálázás, a frusztrált rendezetlen rendszerek, vagy az erősen nem-egyensúlyi jelenségek és a leírásukhoz szükséges eszközök.

Az ezek által inspirált, "gazdaságfizikai" tanulmányok lehetséges analógiákra koncentrálnak, de a pénzügyi és fizikai rendszerek között a megértés szintjében jelenleg óriási a különbség. Például egy másodrendű fázisátalakuláson átmenő fizikai rendszerben a skálázás feltételezése és univerzális exponensek meghatározása jól motivált. Pénzügyi piacok viselkedésében erre nincsen hasonló alap, és hatványfüggvény szerinti eloszlások feltételezése csak egy lehetőség a sok közül az empirikus adatok leírására. A fizikai rendszerekben meglévő univerzalitás szintén sokkal erősebb tulajdonság, mint az ú.n. stilizált tények léte, a tőzsdei adatok kvalitatív hasonlósága különböző részvényekre és piacokon.

Az általános tőzsdei megfigyelések közé tartozik a hozamok (az ár logaritmusának megváltozása) széles, nem-normális eloszlása, a lineáris autokorrelációk eltűnése a hozamokban és a volatilitás (a hozamok időfüggő szórása) hosszú memóriája. A részvények kereskedett mennyisége (értékben vagy a részvények számában mérve egyaránt) szintén széles eloszlást és erős időbeli

korrelációkat mutat.

Bár ezen jelenségek fenomenologikusan jól ismertek, pontos leírásuk és eredetük továbbra is fontos kutatási terület. Érdekeségük legkézenfekvőbb oka természetesen az, hogy alkalmas árazási modellek és kereskedési stratégiák kidolgozásával jelentős spekulatív profit érhető el a pénzügyi piacokon. Befektetési cégek előszeretettel alkalmaznak fizikusokat az ehhez kapcsolódó területeken.

Vannak azonban ezen túlmutató okok is. A piac felfogható önadaptív komplex rendszerként, amely működését együttesen határozzák meg a külső hatások és egy összetett belső struktúra. Előbbit a hírek, gazdasági változások, utóbbit a számtalan, egymással kapcsolatban, "kölsönhatásban" lévő cég, bank, bróker alkotják. A piaci befektetési döntések dinamikájának megértésével egyúttal lehetőség nyílna arra is, hogy a tőzsde szerkezetét és a jogszabályokat a jobb működés érdekében megváltoztassuk. Így például csökkenthetők lennének a fluktuációk és a buborékok hatásai, amelyek súlyos esetben tőzsdei összeomlásokat és jelentős gazdasági károkat is okozhatnak.

## 2. Célkitűzések

Kutatásom legfontosabb célja a tőzsdei kereskedés dinamikájára vonatkozó stilizált tények felülvizsgálata, majd a jelenségek skálátörvényekkel és véletlen modellekkel történő leírása volt. Emellett kiemelt hangsúlyt kapott a komplex rendszerek elmélete és a tőzsdei jellemzők leírása közötti kapcsolat szorosabbá tétele. Ezt a fluktuáció skálázás jelenségén és egy egységes skálaelmélet

kidolgozásán keresztül értem el. A kutatás során kidolgozott elmélet és az empirikus eredmények szükségessé tették az irodalomban fellelhető számos korábbi állítás felülvizsgálatát is.

A tőzsdei fluktuációk kérdéskörének empirikus szempontból kétféle megközelítése lehetséges. Az egyik a teljes tőzsde kereskedési aktivitását jellemző tranzakciós adatokon alapul. Ehhez a vizsgálathoz rendelkezésre állt a New York Stock Exchange-en és a NASDAQ-on az 1993-2003 közötti időszakban történt tranzakciókat tartalmazó TAQ adatbázis. A másik megközelítés a kereskedők egyes vételi és eladási ajánlatait tartalmazó ún. ajánlati könyv vizsgálata. Az ajánlati könyv a kereskedés résztvevői számára rendelkezésre álló lehető legteljesebb információforrás. Csak ennek segítségével lehetséges az árképzés, a kereskedési folyamat és a piaci mikrostruktúra részletesebb elemzése. Céлом az ajánlati könyv dinamikája fő vonásainak azonosítása volt különböző időskálákon. Ezek alapján lehetővé vált az egyes tranzakciók végrehajtásának statisztikai elemzése és megértése, valamint az eredmények modell szintű leírása. Ehhez a kutatáshoz a London Stock Exchange-en a 2002-es év ajánlati könyvének adatai álltak rendelkezésre.

### **3. Vizsgálati módszerek**

Munkámhoz hozzátartozott az említett adatbázisok feldolgozása és szűrése, az adatok statisztikai kiértékelése és összehasonlítása Monte Carlo szimulációkkal. Emellett az eredmények értelmezéséhez elengedhetetlen volt modellek megalkotása, elemzése és szimulációja. A feladatok megoldásához döntő részben a C prog-

ramozási nyelvet használtam. Elméleti számításaim valószínűségi számítási eszközökön, a véletlen bolyongások elméletén és egy fenomenologikus skálaelméleten alapultak.

## 4. Új tudományos eredmények

1. Számos komplex rendszer  $i$  elemeire jellemző a fluktuáció skálázási reláció, azaz hogy egy pozitív, additív, időfüggő  $f_i(t)$  mennyiség szórása és várható értéke a

$$\sigma_i \propto \langle f_i \rangle^\alpha$$

relációval kapcsolható össze. Megmutattam, hogy  $f_i(t)$ -t a tőzsdén az  $i$ . részvény  $[t, t + \Delta t)$  időszakban kereskedett értékének választva igaz a fenti skálatörvény, és  $\alpha$  erősen függ a  $\Delta t$  ablakmérettől. [1]

2. Kidolgoztam a hatványfüggvény szerinti időbeli autokorrelációk és a fluktuáció skálázás közös skálaelméletét. Ennek keretében megmutattam, hogy az  $\alpha(\Delta t \rightarrow 0)$  határeset viselkedését a kereskedések számának és nagyságának összefüggése magyarázza. Megmutattam továbbá, hogy  $\alpha$  időablak függése ekvivalens azzal, hogy részvények kereskedése rövid időkre korrelálatlan, hosszabb időkre pedig a  $H_i = H_* + \gamma \log \langle f_i \rangle$  Hurst exponenssel jellemezhető. Mivel  $\langle f \rangle$  lényegében a likviditást jellemzi, ez a logaritmikus összefüggés bizonyítéka annak, hogy a korrelációk erőssége szisztematikus nem-univerzalitást mutat. [2, 3, 5–7]

3. A fluktuáció skálázást és a hozzá tartozó skálaelméletet ki-

terjesztettem a magasabb momentumok vizsálatára. Az általánosított, multiskálázást leíró alakban

$$\langle |f_i - \langle f_i \rangle|^q \rangle \propto \langle f_i \rangle^{\alpha(q)}.$$

Megmutattam, hogy ez a kifejezés alkalmazható a tőzsdei kereskedett érték eloszlására. Emellett megmutattam, hogy  $f$  korrelációs tulajdonságai szintén multiskálázást mutatnak, és hogy a  $\tau(q)$  skálafüggvény valamint a multifraktál spektrum is likviditásfüggő. [1, 8]

4. Különböző illesztési módszerek alkalmazásával megmutattam, hogy az  $f$  kereskedett érték eloszlásának a korábbi irodalmi állításokkal ellentétben létezik véges szórása, tehát a Hurst exponensek jól definiáltak. Megállapítottam, hogy a kereskedett érték korrelációi két forrásra vezethetők vissza: az egymást követő tranzakciók  $V$  értéke közötti és az adott intervallumban kötött tranzakciók  $N$  számában jelentkező korrelációkra.  $V$  és  $N$  időfüggése egyaránt nem-univerzális Hurst exponensekkel jellemezhető, és mindkettő járuléka jelentős  $f$  korrelációihoz. [4, 8, 9]
5. Megmutattam, hogy az ajánlati könyv szintű adatok különböző időskálákon eltérő kvalitatív viselkedést mutatnak. Az ajánlatok teljesítési (time to fill) és törlési idejének (time to cancel) statisztikája aszimptotikusan hatványfüggvény eloszlású, azonos,  $\lambda_{\text{TTF}} \approx \lambda_{\text{TTC}} \approx 2$  körüli exponenssel. Ez az érték nagyobb az ár első áthaladási idejét (first passage time) jellemző  $\lambda_{\text{FPT}} \approx 1.5$  exponensnél. Véletlen bolyongáson alapuló modell segítségével megmutattam, hogy

az ajánlatok élettartamát (order lifetime) aszimptotikusan jellemző  $\lambda_{LT}$  exponens kifejezhető a  $\lambda_{LT} = \lambda_{TTF} - \lambda_{FPT} + 1$  alakban. Ez a reláció felhasználható, hogy valódi adatokból is kiszámítsuk a közvetlen módon nem mérhető  $\lambda_{LT}$  exponenst. Megvizsgáltam a fenti folyamatok viselkedését a legjobb ártól mért  $\Delta$  távolság függvényében. Szimulációk segítségével megmutattam, hogy a modell eredményei nem változnak az egyszerűsítő feltevések elhagyása esetén. [10, 11]

## 5. A tézispontokhoz kapcsolódó tudományos közlemények

- [1] Z. Eisler, J. Kertész, S.-H. Yook, A.-L. Barabási: Multiscaling and non-universality in fluctuations of driven complex systems, *Europhys. Lett.* **69**, 664-670 (2005)
- [2] Z. Eisler, J. Kertész: Random walks on complex networks with inhomogeneous impact, *Phys. Rev. E* **71**, 057104 (2005)
- [3] J. Kertész, Z. Eisler: Non-trivial scaling of fluctuations in the trading activity of NYSE, *Proc. III-rd Nikkei Econophysics Symposium* (Hideki Takayasu, ed.), 19-23 (2005)
- [4] Z. Eisler, J. Kertész: Size matters: some stylized facts of the market revisited, *Eur. Phys. J. B* **51**, 145-154 (2006)
- [5] Z. Eisler, J. Kertész: Scaling theory of temporal correlations and size dependent fluctuations in the traded value of stocks, *Phys. Rev. E* **73**, 046109 (2006)
- [6] J. Kertész, Z. Eisler: Limitations of scaling and universality in stock market data, in *Proc. International Conference for the Management of Risk in Economically Relevant Human Activities*, physics/0512193 (2005)
- [7] Z. Eisler, J. Kertész: Why do Hurst exponents of traded value increase as the logarithm of company size, *Econophysics of Stock and Other Markets, Proceedings of the Econophysics-Kolkata II*, Arnab Chatterjee, Bikas K. Chakrabarti (Eds.),

49-58 (2006), vagy: physics/0603098

- [8] Z. Eisler, J. Kertész: Liquidity and the multiscaling properties of the volume traded on the stock market, *Europhys. Lett.* **77**, 28001 (2007)
- [9] Z. Eisler, J. Kertész: The dynamics of traded value revisited, *Physica A* **382**, 66-72 (2007)
- [10] Z. Eisler, J. Kertész, F. Lillo, R. N. Mantegna: Diffusive behavior and the modeling of characteristic times in limit order executions, physics/0701335 (2007), benyújtva: *Quant. Fin.*
- [11] Z. Eisler, J. Kertész, F. Lillo: The limit order book on different time scales, *Proc. SPIE* **6601**, 66010G (2007)

## 6. További tudományos közlemények

- [12] Z. Eisler, J. Kertész: Multifractal model of asset returns with leverage effect, *Physica A* **343**, 603-622 (2004)
- [13] Z. Eisler, J. Perelló, J. Masoliver: Volatility: A hidden Markov process in financial time series, physics/0612084 (2006), elfogadva: *Phys. Rev. E*
- [14] Z. Eisler, J. Kertész: Fluctuation scaling versus gap scaling, physics/0703128 (2007)
- [15] Z. Eisler, I. Bartos, J. Kertész: Fluctuation scaling in complex systems: Taylor's law and beyond, arXiv:0708.2053, benyújtva: *Adv. Phys.* (2007)