

Plazmafluktuációk és turbulens áramlások statisztikus  
vizsgálata fúziós plazmában  
**PhD értekezés**

Bencze Attila  
Témavezető: Dr. Zoletnik Sándor

2007

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>3</b>
1.1. Elméleti áttekintés . . . . .	5
1.1.1. Klasszikus Kolmogorov elmélet . . . . .	7
1.1.2. Hasegawa-Mima modell . . . . .	11
1.1.3. Bevezetés a zonális áramlások fizikájába . . . . .	16
1.1.4. A Diamond-Kim modell . . . . .	19
1.2. Kísérleti eredmények áttekintése . . . . .	21
<b>2. Eszközök</b>	<b>26</b>
2.1. Diagnosztikák . . . . .	26
2.1.1. Li-nyaláb diagnosztika . . . . .	26
2.1.2. Langmuir szondák . . . . .	28
2.2. Adatfeldolgozás . . . . .	34
2.2.1. Statisztikai alapmenyiségek . . . . .	35
2.2.2. Trendvonal-levonás és digitális szűrés . . . . .	37
2.2.3. Korrelációs függvények . . . . .	39
2.2.4. Teljesítményspektrum . . . . .	41
<b>3. Eredmények</b>	<b>44</b>
3.1. Fluktuációk vizsgálata a W7-AS sztellarátoron . . . . .	44
3.1.1. Mágneses geometria, leképezés . . . . .	46
3.1.2. Tér-időbeli korrelációk . . . . .	49
3.1.3. Erősen nyírt áramlás hatása a fényfluktuációk korrelációs függvényeire . . . . .	51
3.2. Az autokorrelációs függvény statisztikája . . . . .	53
3.2.1. Sebességfluktuációk meghatározásának lehetősége korrelációs függvények segítségével . . . . .	53
3.2.2. Az autokorrelációs függvény hibája . . . . .	56
3.2.3. Gauss-események . . . . .	59
3.2.4. A fotonstatisztikára vonatkozó megfontolások . . . . .	61
3.2.5. Paraméterek becslése a mért jelekből . . . . .	63
3.2.6. Esemény-és fotonstatisztika a W7-AS sztellarátorban . . . . .	64

3.3. Random sebességfluktuációk a CASTOR tokamakban . . . . .	66
3.3.1. Az ACF-szélesség módszer . . . . .	67
3.3.2. Az ACFWM érzékenységi görbéje . . . . .	68
3.3.3. Kísérleti elrendezés . . . . .	72
3.3.4. Mérési adatok feldolgozása . . . . .	74
3.3.5. A mikroturbulens háttér jellemzése . . . . .	75
3.3.6. A $W_{acf}(t)$ jel korrelációs analízise . . . . .	78
3.3.7. A Zonális áramlás mérés összefoglalása . . . . .	83
<b>4. Összefoglalás, köszönetnyilvánítás</b>	<b>85</b>
<b>5. Tézispontok</b>	<b>86</b>

# 1. fejezet

## Bevezetés

Az utóbbi két évtized intenzív kutatásainak köszönhetően a fúziós plazmafizika és technológia eljutott arra a szintre, hogy egy fúziós reaktor releváns berendezés mérnöki tervei elkészüljenek. A tervezett berendezés az ITER (**I**nternational **T**hermonuclear **E**xperimental **R**eactor), amely széles nemzetközi együttműködésben fog felépülni a franciaországi Cadarache-ban 2016-ig. Ahhoz, hogy a fúziós közösség idáig eljuthasson, több mint fél évszazados, folyamatos kutatómunkára volt szükség, amely munka nemzetközi együttműködések sokaságát foglalja magában. A fúziós erőmű megvalósításának nehézségei nagyon komolyak, sokrétűek és nem voltak előreláthatóak. Az egyik ilyen jelentős probléma az anomális transzport kérdésköre. Röviden szólva, a probléma lényege abban áll, hogy a fúziós berendezésekben a mágneses térre merőleges transzport túlságosan nagy, ezért nem érhető el a fúzió fenntartásához szükséges hőmérséklettartomány. A transzportot anomálisnak mondják, mert nem érhető meg pusztán a Coulomb-ütközéseken alapuló klasszikus diffúzióval [1]. Ma már tudjuk, hogy az anomális transzport oka, a plazmában állandóan jelen lévő instabil fluktuációk keltette turbulens mozgás.

1982-ben F. Wagner és munkatársai meglepő felfedezést tettek az ASDEX tokamakokon. A kísérlet során, a plazma fűtési teljesítményét változtatva, ugrásszerű változást figyeltek meg az energiaösszetartási időben – az energiaösszetartás megnövekedett. Arra a következtetésre jutottak, hogy a jelenség, melyet L-H átmenetnek (*Low to High confinement mode transition*) neveznek, kiváltója a plazma szélén felépülő transzportgát (ETB, *Edge Transport Barrier*), mely meredek sűrűség-és nyomáseloszlást okoz a plazma szélén. Később megfigyelték, hogy a megnövekedett energiaösszetartással együtt járt a plazmafluktuációk amplitúdójának drasztikus csökkenése a plazma szélén. Intenzív elméleti és kísérleti kutatások indultak meg a transzportgátak vizsgálatára. Mára már széles körben elfogadott az a nézet, hogy a transzportgátak kialakulásáért, elsősorban a plazmában felépülő nyírt áramlási rétegek felelnek. Ezek a nyírt áramlások szétszakítják a turbulens örvényeket, ezzel csökkentik a transzportot.

Tokamak plazmák számítógépes szimulációkkal való vizsgálata során, a kilencvenes években kiderült, hogy az anomális transzport önszabályozásának lényeges szereplői a plazma egyensúlyi áramlásai fölötti nagyon lassú modulációk, melyeket éppen a mikroturbulencia gerjeszt nemlineárisan. Ezen áramlási sebesség modulációkat, melyeket *zonális áramlásoknak* (zonal

flows, ZF) nevezünk, mára már több nagyteljesítményű szuperszámítógépeken futó párhuzamos szimulációkban megfigyelték. Ezzel párhuzamosan az analitikus elméleti modellek sokasága látott napvilágot, a gerjesztő instabilitások széles tárházát vonultatva fel (ITG, ETG, PGM, stb.<sup>1</sup>). Mindezen elméleti munkákhoz képest a zonális áramlások kísérleti megfigyelése még gyerekcipőben jár. Az utóbi egy-két évben ezen a területen is felgyorsulni látszanak az események.

Doktori munkám célkitűzései a következő pontokban fogalmazhatók meg:

- Célul tűztem ki azon kérdés vizsgálatát, hogy az általam a Wendelstein 7-AS sztellarátorban mért korrelációs függvények alakja függ-e a poloidális áramlási sebesség radiális nyírásától, illetve annak vizsgálata, hogy a Li-atomnyaláb diagnosztikai mérésekben kapott korrelációs függvényeket befolyásolják-e, és ha igen, akkor hogyan az atomfizikai effektusok.
- A radiálisan nyírt áramlási sebesség modulációk kulcsszerepet töltenek be az anomális plazmatranszport szabályozásában. Célul tűztem ki azon kérdés vizsgálatát, hogy lehetséges-e és milyen feltételek mellett egy pont korrelációs technika alkalmazása sebességmodulációk kimutatására fúziós berendezésekben.
- Korrelációs technikák alkalmazásának egyik fontos korlátja, hogy a mért idősor véges hosszúságú, ezért csak véges számú eseményt detektálhatunk. Ez a körülmény ún. eseménystatisztikus zajként jelenik meg az autokorrelációs függvényeinkben. Céлом egy analitikus számításokkal indokolható összefüggés levezetése, mely könnyen alkalmazható becslést ad az autokorrelációs függvény eseménystatisztikus zajából származó relatív szórására.
- Céлом továbbá, valós plazmafizikai berendezésben (CASTOR tokamak, Prága), a zonális áramlások kimutatása és jellemzése alkalmazva az általam kidolgozott autokorrelációs-szélesség technikát.

Jelen doktori disszertációban, a turbulens fluktuációk és nyírt áramlások területén végzett kutatási eredményeimet foglaltam össze [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Az előzményeket és a vizsgálati módszereket összefoglaló első két fejezetet követően, az eredményekről szóló haramadik fejezet három alfejezetből áll, ezen alfejezetekben a fizika három különböző metodológiáját alkalmazom: először a számítógépes szimulációval vizsgálom a nyírt áramlások hatását a W7-AS sztellarátorban mért fény-és sűrűségfluktuációk korrelációs függvényeire, majd a második részben analitikus eszközökkel kiszámítom az autokorrelációs függvény eseménystatisztikából származó relatív szórását, végül a harmadik részben egy általam tervezett mérésben, új adatfeldolgozási módszert kidolgozva kimutatom, hogy a prágai CASTOR tokamak plazmájában, az elméleti várakozásokkal egyező fizikai tulajdonságú nyírt zonális áramlások vannak jelen.

---

<sup>1</sup>A tokamakokban fellépő instabilitások tárgyalása nem tartozik ezen doktori disszertáció tárgyához, ezért itt csak annyit jegyzünk meg, hogy az instabilitások elnevezése általában az azokat „tápláló” gradiensekre utal. Ilyen például a fenti felsorolásban az ITG (*Ion Temperature Gradient*), az ETG (*Electron Temperature Gradient*) vagy a PGM (*Pressure Gradient Mode*).

## 1.1. Elméleti áttekintés

A plazmák elméleti leírásának hagyományosan három szitje van [9, 10]: az egyrészcseke kép, a kinetikus elmélet és a magnetohidrodinamika. Az egyrészcseke kép során az egyes töltött részecskék trajektóriáit követjük külső elektromos és mágneses terekben a mozgásegyenletek integrálása révén. Ebben az esetben a rendszer Hamilton-függvénye meghatározza a teljes dinamikát, ám az egyenletrendszert a Maxwell-egyenletekkel kell kiegészítenünk, majd ezek segítségével, önkonzisztens módon kell meghatározni az elektromágneses tereket, melyekben  $10^{23}$  nagyságrendű részecske mozog. Természetesen ez a program a gyakorlatban nem valósítható meg<sup>2</sup>, tehát ugyanúgy ahogyan a semleges gázok elméleti leírásánál, statisztikus fizikai módszerekhez kell folyamodnunk.

Ahelyett, hogy az egyes részecskék konfigurációs térbeli trajektóriáit követnénk, az  $N$ -részcsekés eloszlásfüggvény időfejlődését követjük a  $6N$  dimenziós fázistérben, vagy az egyrészcseke eloszlásfüggvényt határozzuk meg a 6 dimenziós fázistérben az ún. kinetikus egyenlet segítségével. A plazmák kinetikus elmélete esetén is fennál az elektrodinamikával való önkonzisztens csatolás, valamint további nehézséget okoz a kinetikus egyenletben fellépő ütközési integrál értelmezése Coulomb-rendszerek esetén – a Coulomb-potenciál  $\propto 1/x$ -es jellege okán fellépő divergens integrálok regularizálása külön vizsgálatot igényel. Az eloszlásfüggvény ismeretében elvben minden releváns, makroszkopikusan mérhető plazmadinamikai paraméter (plazmasűrűség, nyomás, hőmérséklet, elektromos és mágneses terek, stb.) és azok fluktuációi kiszámíthatóak. A kinetikus egyenlet megoldása még nagyon egyszerű esetekben is óriási matematikai, numerikus matematikai feladat<sup>3</sup>.

További egyszerűsítést jelent az ún. magnetohidrodinamikai leírás. Ebben a modellben a plazma állapotát nem a fázistérben definiált eloszlásfüggvénnyel adjuk meg, hanem az eloszlásfüggvény momentumai segítségével<sup>4</sup>. Ezen leírási mód előnye, hogy a 6 dimenziós fázistérben definiált függvények helyett a 3 dimenziós konfigurációs térben definiált skalár-, vektor- és tenzormezőkkel van dolgunk. Amennyiben a momentumok végtelen halmazát tekintjük, a mikroszkopikus elmélettel ekvivalens leírást kapunk. A gyakorlatban csak egy véges (néhány momentumot figyelembe vevő) halmazzal tudunk dolgozni, ekkor azonban egy megkerülhetetlen problémával kell szembenéznünk. A probléma – melyet lezárási problémának szoktak nevezni – lényege, hogy a momentumok időfejlődését leíró egyenleteknek *hierarchikus struktúrája* van, ami azt jelenti, hogy az  $n$ -edik momentumot meghatározó egyenlet tartalmazza az  $n + 1$ -edik momentumot. Az egyenletek hierarchiájának csonkolása szükségképpen az elmélet nem-teljességéhez vezet – ez a gyakorlatban például abban nyilvánul meg, hogy vannak

<sup>2</sup>Mindazonáltal az egyrészcseke kép mégis hasznos lehet abban az esetben, amikor kívülről adott (nem önkonzisztens) elektromos és mágneses terekben az egyedi töltött részecske mozgásáról, driftekről, szeretnénk képet alkotni.

<sup>3</sup>Megjegyezzük, hogy ma már léteznek realiztikusnak mondható globális kinetikus plazmaszámolások, melyek a világ legnagyobb számítógépein futnak.

<sup>4</sup>Az eloszlás  $n$ -edik momentuma:  $M_n^\alpha(\mathbf{x}, t) = \int |\mathbf{v} - \mathbf{u}^\alpha|^n f^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}$ . Itt az  $\alpha$  index jelöli a különböző típusú részecskéket (elektronokat ill. ionokat), az  $f^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  az egyrészcseke-eloszlásfüggvény, mely eleget tesz a kinetikus egyenletnek.

olyan jelenségek (pl. a plazmahullámok Landau csillapodása), melyek a hidrodinamikai elmélet keretei között nem értelmezhetők. A legáltalánosabban használt lezárási séma szerint 5 plazmadinamikai momentumot tekintünk minden egyes részecske típusra (mi most csak két-féle részecskével, elektronokkal és ionokkal foglalkozunk). Ezek a következők: az  $\alpha$  típusú ( $\alpha = \{i, e\}$ ) részecske részecskeszám-sűrűsége  $n_\alpha(\mathbf{x}, t)$ , a lokális sebességmező három komponense  $u_r^\alpha(\mathbf{x}, t)$ , ahol  $r = \{x, y, z\}$ , végül a belsőenergia-sűrűség, mely a nyomással kapcsolatos  $\frac{3}{2}p_\alpha$ . Ezen mennyiségek időfejlődését mérlegegyenletek határozzák meg:

$$\partial_t n_\alpha = -\nabla n_\alpha \mathbf{u}^\alpha, \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \partial_t m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}^\alpha &= -\nabla (m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}^\alpha \circ \mathbf{u}^\alpha + \Pi^\alpha) - \nabla p_\alpha \\ &+ e_\alpha n_\alpha (-\nabla \phi + \mathbf{u}^\alpha \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}^{ie}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\partial_t p_\alpha = -(\mathbf{u}^\alpha \cdot \nabla) p_\alpha - \gamma p_\alpha (\nabla \mathbf{u}^\alpha) - \frac{2}{3} (\Pi^\alpha \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}^\alpha - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{q}^\alpha. \quad (1.3)$$

Az (1.1-1.3) egyenletrendszer az ún. *kétfolyadékos MHD*<sup>5</sup>, ahol a  $\Pi_{ij}^\alpha$  a nyomástenzor viszkozitással kapcsolatos, disszipatív része, az  $\mathbf{R}^\alpha$  az elektron-ion ütközésekből származó sűrűlási erő, mely arányos az áramsűrűséggel,  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$  a fajhőarány, míg  $\mathbf{q}^\alpha$  a hőfluxus. A fenti egyenleteket ki kell egészítenünk az elektromos és mágneses tereket leíró Maxwell-egyenletekkel:

$$\nabla \mathbf{E} = \sigma / \varepsilon_0, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (1.5)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad (1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \partial_t \mathbf{E}. \quad (1.7)$$

Ezek szerint a fenti modellben a plazma makroszkopikus leírása  $2 \times 5 + 8$  egyenletet megoldását jelenti, amihez további összefüggések (állapotegyenlet, transzport egyenletek) kapcsolódnak, melyek az elmélet lezárását jelentik. A plazmadinamikai paraméterek közötti kapcsolatot az állapotegyenlet adja meg. Általánosan elfogadott közelítés a fúziós plazmák elméletében, hogy állapotegyenletként az ideális gázok állapotegyenletét tekintjük<sup>6</sup>:

$$p_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_\alpha(\mathbf{x}, t) k_B T_\alpha(\mathbf{x}, t). \quad (1.8)$$

<sup>5</sup>Az ilyen módon felírt egyenletrendszer nem tartalmaz külső forrástagokat és nyelőket, amelyek a valós fúziós plazmafizikai berendezésekben fontos szerepet játszanak. Gondolhatunk itt például a nagy energiájú fűtőnyalábokra, amelyek egyszerre jelentenek részecske-, impulzus- és energiaforrást.

<sup>6</sup>A plazmafizikában a hőmérsékletet energia egységekben (eV) szokták megadni, ezért általában az állapotegyenletben nem szerepel explicit a Boltzmann-állandó. A dolgozat során, a további képletekben a hőmérséklet elektronvolt egységekben szerepel.

A teljes (1.1-1.8) rendszer megoldása 3 dimenziós toroidális geometriában nagyon komoly kihívást jelent, még napjaink szuperszámítógépei számára is, ezért a plazmafizika különböző problémáihoz igazodó közelítésekkel a fenti egyenletrendszert jelentős mértékben le szokás egyszerűsíteni. Jelen disszertáció tárgya a turbulens plazma által keltett plazmafluktuációk és fluktuáló áramlások vizsgálata inhomogén mágnesezett plazmákban. A továbbiakban egy kvalitatív képet adunk a turbulens állapot leírására. Röviden ismertetjük a klasszikus Kolmogorov elméletet, illetve a hozzá tartozó skálatörvényeket. Ezek után visszatérünk a (1.1-1.8) modellhez és részletesen megadjuk azokat a közelítéseket, melyek segítségével az ún. drifthullám-turbulencia legegyszerűbb modellje származtatható. Ezt követően áttérve a konkrét *drifthullám-turbulencia – zonális áramlás* problémakörre levezetjük azt a legegyszerűbb dinamikai rendszert, mely képes számot adni a kísérletekben tapasztalt jelenségekről, legalábbis kvalitatív szinten.

### 1.1.1. Klasszikus Kolmogorov elmélet

A háromdimenziós turbulens mozgást, az áramló, összenyomhatatlan folyadékok esetén, a Navier-Stokes egyenlet [11] írja le:

$$\begin{aligned}\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \\ \nabla \mathbf{u} &= 0,\end{aligned}\tag{1.9}$$

ahol a  $\nu$  a folyadék kinematikus viszkozitása. Az áramló folyadék állapotának változása leírható egy dimenziótlan paraméter, a Reynolds-szám segítségével:

$$Re = \frac{VL}{\nu},\tag{1.10}$$

ahol  $V$  az áramlás karakterisztikus, makroszkópikus sebessége,  $L$  az áramlás jellemző térbeli dimenziója az áramlási sebességre merőlegesen. Kis Reynolds-számok ( $Re < 1$ ) esetén az áramlás lamináris, majd az egyre növekvő Reynolds-számok felé haladva az áramlási kép teljesen megváltozik: az  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  függvény egyes komponensei az áramlási tér pontjaiban véletlen fluktuációkat végeznek, ezen fluktuáló módusok<sup>7</sup> kezdetben – az időfejlődés lineáris szakaszában – függetlennek tekinthetők, ám amplitúdóik gyorsan növekednek a Reynolds-szám további növelésével. Ez a folyamat elvezet az áramlás egy új, nemlineáris egyensúlyi állapotához, az ún. *teljesen kifejlődött turbulenciához*. A fluktuáló módusok egy ilyen nemlineáris közegben már nem tekinthetők függetleneknek, azaz egymással kölcsönhatásba lépnek. A köztük felépülő bonyolult nemlineáris kölcsönhatások következtében, többé-kevésbé korrelált (koherensnek is

<sup>7</sup>Módusok alatt, mindig adott  $\{\omega, \mathbf{k}\}$ -val jellemzett Fourier-komponenseket értünk, azaz adott skalár-vagy vektorteret (jelen esetben az áramlási sebességtér komponenseinek Fourier-összetevőiről van szó) módusokra bontjuk, melyekről azt gondoljuk, hogy elegendően kis amplitúdójúak – legalábbis az időfejlődés lineáris szakaszában –, ahhoz, hogy függetleneknek tekinthessük őket.

mondott) struktúrák, örvények alakulnak ki. A nemlineáris kölcsönhatás fontos következménye egy axiális vektormező, az ún. *vorticitás*, keletkezése. A vorticitás, éppen az örvénylő mozgás „erősségét” írja le, tehát kulcsszereplő a kifejlődött turbulenciák elméletében (maga a „turbulens” elnevezés is vorticitás jelenlétere utal). A vorticitás definíciója:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}. \quad (1.11)$$

Most megmutatjuk, hogy a Navier-Stokes egyenletben fellépő nemlinearitás hogyan vezet a vorticitás generálásához. Ehhez először írjuk át a (1.9) egyenletet dimenziótlan alakba:

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1.12)$$

ahol az új dimenziótlan paramétereket meghatározó leképezések (régire  $\rightarrow$  új) a következők:  $t \mapsto (L/V)t$ ,  $\mathbf{u} \mapsto V\mathbf{u}$  és  $p \mapsto V^2 p$ . A jelölések egyszerűsítése miatt nem használtunk új jelölést a dimenziótlan paraméterekre. Az átalakítás következtében explicite látható, hogy nagy Reynolds-számok esetén az (1.12) egyenlet jobb oldalán az utolsó tag elhanyagolhatóvá válik. Bontsuk két részre a plazmadinamikai változókat egy egyensúlyi és egy fluktuáló részre:  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}$  és  $p = p_0 + \delta p$ . Ezt a felbontást alkalmazva az (1.12) egyenletre, kapjuk:

$$\partial_t (\mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}) + [(\mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}) \nabla] (\mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla (p_0 + \delta p). \quad (1.13)$$

Az  $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$  tag (ezt a tagot szokták *konvektív nemlinearitás*nak is nevezni) tartalmaz a perturbációban lineáris tagokat és egy a  $\delta \mathbf{u}$ -ban kvadratikus tagot is. Amint azt már korábban említettük, nagy Reynolds-számok esetén a nemlineáris tagok dominálnak a lineáris tagok felett. Tehát a közelítő dinamikai egyenlet:

$$\partial_t \delta \mathbf{u} + (\delta \mathbf{u}) \nabla \delta \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \delta p. \quad (1.14)$$

Képezve az előbbi egyenlet rotációját, egy dinamikai egyenletet kapunk a perturbáció által indukált vorticitásra:

$$\partial_t \underbrace{\nabla \times \delta \mathbf{u}}_{\vec{\omega}} = \underbrace{-\nabla \times (\delta \mathbf{u}) \nabla \delta \mathbf{u}}_{(*)} - \underbrace{\nabla \times \frac{1}{\rho} \nabla \delta p}_{(**)}. \quad (1.15)$$

A (\*) és a (\*\*) tagok kiértékeléséhez a következő három vektoranalitikai azonosságot használjuk az alábbi sorrendben:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\psi \mathbf{A}) &= \psi \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{A} \times \nabla \psi, \\ (\delta \mathbf{u} \nabla) \delta \mathbf{u} &= \frac{1}{2} \nabla \delta \mathbf{u}^2 - \delta \mathbf{u} \times \nabla \times \delta \mathbf{u}, \\ \nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= \mathbf{A} (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B} (\nabla \cdot \mathbf{A}) + (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{A} - (\mathbf{A} \nabla) \mathbf{B}. \end{aligned}$$

Az  $\mathbf{A} = \nabla\delta p$  és a  $\psi = 1/\rho$  helyettesítésekkel élve a (\*\*) kifejezés a következő alakra hozható:

$$\nabla \times \frac{1}{\rho} \nabla \delta p = \frac{1}{\rho} \nabla \times \nabla \delta p - \nabla \delta p \times \nabla \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla \delta p. \quad (1.16)$$

A (\*) tag kiértékelése kissé hosszabb, de csak elemi számítást igényel. Felhasználva a fentebb idézett két utolsó vektorazonosságot, továbbá emlékezve arra, hogy egy skalártér gradiensek rotációja azonosan zérus, nyerjük:

$$\begin{aligned} -\nabla \times (\delta \mathbf{u}) \nabla \delta \mathbf{u} &= -\nabla \times \frac{1}{2} \nabla \delta \mathbf{u}^2 + \nabla \times \delta \mathbf{u} \times \nabla \times \delta \mathbf{u} \\ &= 0 + \nabla \times (\delta \mathbf{u} \times \vec{\omega}) \\ &= \delta \mathbf{u} (\nabla \vec{\omega}) - \vec{\omega} (\nabla \delta \mathbf{u}) + (\vec{\omega} \nabla) \delta \mathbf{u} - (\delta \mathbf{u} \nabla) \vec{\omega} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Felhasználva a (1.17,1.16) eredményeket és kihasználva, hogy összenyomhatatlan folyadékról van szó, azaz  $\nabla \delta \mathbf{u} = 0$ , továbbá  $\nabla \vec{\omega} \equiv 0$ , a vorticitás időfejlődését leíró (1.15) egyenlet:

$$(\partial_t + \delta \mathbf{u} \nabla) \vec{\omega} = (\vec{\omega} \nabla) \delta \mathbf{u} + \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla \delta p. \quad (1.18)$$

A fenti egyenlet jobb oldalán lévő két tag írja le a folyadék forgásának (vorticitásának) gerjesztési folyamatait. A jobb oldal első tagja a vorticitásvektor irányába eső változásokkal kapcsolatos, azaz az örvény megnyúlását írja le az  $\vec{\omega}$  irányában, aminek hatására „felpörög” (többlet vorticitást kelt) az áramlás. Itt máris nyilvánvaló, hogy ilyen mechanizmus csak három dimenziós turbulenciában fordulhat elő, két dimenzióban más mechanizmusok okozzák az örvények keletkezését. Ilyen effektust ír le az egyenlet jobb oldalának második tagja: amennyiben a folyadék sűrűség-gradiense nem pontosan párhuzamos a nyomásperturbáció-gradiensével, vorticitás keletkezhet. Ezen a ponton nem folytatjuk a tárgyalást, csupán megjegyezzük, hogy az előbbieken vázolt mechanizmusnak messzemenő következményei vannak a mágnesezett plazmák ún. kicserélődési instabilitására, az ilyen instabilitás hatására kialakuló SOL<sup>8</sup> (*Scrape-off Layer*) turbulencia (*Interchange Turbulence*) és konvektív transzport elméletére [13].

Visszatérve a turbulenciáról alkotott kvalitatív képünkre [14], azt mondhatjuk, hogy a turbulens közeg (áramlás) leírható, mint egymással kölcsönhatásban lévő, különböző térbeli és időbeli skálákon létező örvények statisztikus sokasága. Az ilyen áramlás véletlenszerű (random), hiszen az örvények kölcsönhatása, energiacseréje következtében az örvények konfigurációja állandóan változik. Ezen átrendeződésnek van egy jellemző időskálája, mégpedig az az idő,

<sup>8</sup>A toroidális fúziós berendezések (tokamakok, sztellarátorok) plazmája több részre osztható: (a) központi forró magplazma (*Core Plasma*), vagy összetartott tartomány, melyben a mágneses indukció-vonalak zárt mágneses felületeket hálózhatnak be; (b) szélplazma (*Edge Plasma*) alatt az utolsó zárt mágneses felületet (LCFS, szeparátrix) tartalmazó keskeny 1-2 cm-es réteget értjük; (c) a plazmát határoló réteg, az ún. SOL-plazma, melyben a mágneses erővonalak szilárd felületeken (divertor(ok)on, limiter(ek)en) végződnek. A SOL fizikai tulajdonságai jelentős mértékben eltérnek a core és az edge plazma tulajdonságaitól, ezért ennek vizsgálata külön tudományterület a plazmafizikán belül [12]

ameddig egy adott örvényhez tartozó folyadékcellák korreláltak maradnak. Ezt szokás az örvénylő struktúrák (röviden, struktúrák) élettartamának (*eddy turnover time*) nevezni. Nagyságrendjét jól lehet becsülni a vorticitás abszolútértékének inverzeként:  $\tau_{\text{lfe}} = |\vec{\omega}|^{-1}$ . Az 1941-ben publikált Kolmogorov-modell szerint [15], az  $L$  skálahosszal jelezett nagy térbeli skálákon (*integral range*) a rendszerbe betáplált energia mintegy „lecsorog” az egyre rövidebb skálahosszakkal jellemzett tartományokon keresztül, mígnem az  $l_0$ -al jellemzett ún. Kolmogorov-skálán (*dissipative range*) az energia molekuláris szintű hőmozgássá disszipálódik. Ez a folyamat a *direkt energiakaszád*.

Itt jegyezzük meg, hogy 2 dimenziós turbulencia esetén létezik ennek a folyamatnak a fordítottja, amikor is az energia a kisebb térbeli skálák felől áramlik a nagyobb skálák felé [16], amit *inverz energiakaszádnak* neveznek.

Gondolatban az egyes skálahosszakhoz, másképpen fogalmazva, az adott méretű örvényekhez, rendelhetünk egy-egy  $Re = lV/\nu$  Reynolds-számot, amely ebben az összefüggésben valójában nem egy szám, hanem a skálahossz folytonos függvénye, azaz  $Re = Re(l) \propto l$ . Most gondolatban elindulva  $L$ -től, csökkentjük az  $l$ -et egészen az  $l_0$ -ig. Mindaddig, amíg  $Re(l)$  elegendően nagy érték, a rendszer (pontosabban szólva az aktuális skálatartomány) mentes a disszipációtól, ezt a tartományt nevezik köztes skálatartománynak (*inertial range*). Tovább csökkentve az  $l$ -et (haladva a kisebb örvények régiója felé), az effektív Reynolds-szám is csökken, ami azt jelenti, hogy a relatíve egyre fontosabbá válik a viszkozitás okozta disszipáció. A disszipatív skálatartományba ( $lV/\nu \leq 1$ ) érve, az alacsony Reynolds-számú közegekre jellemző, sűrűlódó, ám örvénymentes mozgásformák dominálnak. Ezt úgy is felfoghatjuk, hogy a viszkozitás stabilizálja a korábban instabil, nemlineárisan kölcsönható módusokat. A természetben, vagy a különböző laboratóriumi kísérletekben fellépő turbulens mozgások szabadenergia forrása (az az energia, ami aztán a kaszkádfolyamatban vesz részt), az instabilitások hajtóereje, a közeget jellemző fizikai paraméterek (sűrűség, hőmérséklet, stb.) gradienseiben keresendő.

Tegyük fel, hogy a köztes skálatartományban az örvények átlagos sebessége  $\Delta v$ , az örvények jellemző mérete  $r$ . Tételezzük fel továbbá, hogy az örvények élettartama jól becsülhető a  $\tau_{\text{lfe}} \sim r/\Delta v$  kifejezéssel (A „ $\sim$ ” jelölés a dimenzióanalízisben használt becslő egyenlőség, azaz a képletek dimenzióhelyesek), valamint az örvények tömegegységre jutó átlagos kinetikus energiája  $\epsilon_{\text{kin}} \sim (\Delta v)^2$ . Ekkor az időegység alatt az egyik skálatartományból a másik skálatartományba átáramló energia:

$$\dot{\epsilon}_{\text{kin}} \sim \frac{(\Delta v)^2}{r/\Delta v}. \quad (1.19)$$

Amennyiben feltesszük, hogy a köztes skálatartományban sehol nem történik energiafelhalmozódás, a fenti energiáttranszfer-sebességnek meg kell egyeznie a Kolmogorov skálán való,  $\dot{\epsilon}_{\text{diss}}$ , disszipációs rátával. Ezek alapján képet alkothatunk a kinetikus energia ill. a spektrális energiasűrűség skálatulajdonságairól. A kinetikus energiasűrűség:

$$\epsilon_{\text{kin}} \sim (\Delta v)^2 \sim \dot{\epsilon}_{\text{kin}} \cdot \frac{r}{\Delta v} \underset{\Delta v \sim (r\dot{\epsilon}_{\text{kin}})^{1/3}}{\sim} (r\dot{\epsilon}_{\text{kin}})^{2/3} \sim (r\dot{\epsilon}_{\text{diss}})^{2/3}. \quad (1.20)$$

A spektrális enrgiasűrűség:  $E(k) \sim \epsilon_{\text{kin}}/k$ , ahol  $k \sim 1/r$ , a hullámszám, amely a Fourier-térbeli skálaparaméter szerepét játssza. Felhasználva az (1.20) összefüggést, kapjuk:

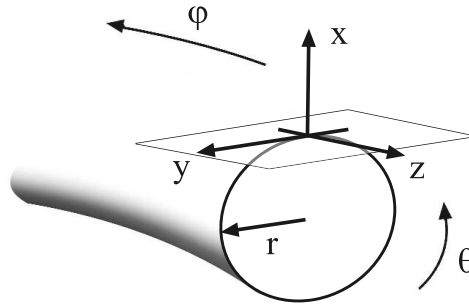
$$E(k) \sim r \cdot (r\dot{\epsilon}_{\text{diss}})^{2/3} \sim \dot{\epsilon}_{\text{diss}}^{2/3} k^{-5/3}. \quad (1.21)$$

Ezzel megkaptuk a nevezetes Kolmogorov-féle „ $-5/3$ ”-os skálatörvényt [15].

### 1.1.2. Hasegawa-Mima modell

Ezek után térjünk vissza a (1.1-1.8) makroszkopikus plazmadinamikai egyenletek vizsgálatához. Mint azt már korábban említettük, a teljes egyenletrendszer jelentősen egyszerűsíthető amennyiben a vizsgálandó probléma természetének megfelelő közelítéseket vezetünk be. A továbbiakban a plazmaturbulencia irodalmában leggyakrabban alkalmazott közelítő feltételeket tárgyaljuk, majd az ebből levezethető dinamikai egyenletet írjuk fel [17, 10].

1. *Lokális, nyírásmentes hasáb*: a toroidális plazma mágneses geometriáját lokálisan egy Descartes-koordináta-rendszerben  $\{x, y, z\}$  írjuk le, melyben az egyensúlyi mágneses tér időben állandó és homogén, azaz:  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ . A toroidális rendszerekben szokásos koordinátáknak  $\{r, \theta, \varphi\}$  sorrendben, lokálisan az  $\{x, y, z\}$  koordináták felelnek meg. Ebben a közelítésben a mágneses nyírás és görbület okozta hatásokat nem vesszük figyelembe.



1.1. ábra. Toroidális koordináták és nyírásmentes hasáb (*shearless slab*) koordináták szemléltetése.

2. *Profil-szimmetria*: az egyensúlyi profilok (a plazmadinamikai egyenletek  $\partial_t \dots = 0$  megoldásai) időfüggetlenek és csak az  $x$ -koordináta (ez a toroidális rendszerben a radiális koordinátának felel meg) függvényei, azaz:  $p_\alpha = p_\alpha(x)$ ,  $n_\alpha = n_\alpha(x)$ ,  $\mathbf{u}^\alpha = \mathbf{u}^\alpha(x)$ ,  $T_\alpha = T_\alpha(x)$ .

3. *Elektrosztatikus közelítés:* amikor a (1.1-1.8) rendszer stabilitását vizsgáljuk csak elektrosztatikus perturbációkat tekintünk, azaz:  $\phi_0 = 0$ ,  $\delta\phi \neq 0$ ,  $\mathbf{E}_0 = 0$ ,  $\mathbf{E} = \delta\mathbf{E} = -\nabla\delta\phi$ ,  $\mathbf{A}_0 \neq 0$ ,  $\delta\mathbf{A} = 0$ , ahol  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  definiálja a vektorpotenciált. Ebben a közelítésben az egyetlen releváns Maxwell-egyenlet a Poisson-egyenlet:

$$\nabla^2\phi = -e(n_i - n_e)/\varepsilon_0. \quad (1.22)$$

4. *Ütközésmentes plazma:* az ütközési frekvencia a hőmérséklet növelésével csökken, ezért a magas hőmérsékletű plazmák (főleg a tokamak magjában, összeartott tartományában) esetén az ütközésmentesség jó közelítés. Ennek következtében a továbbiakban a nyomástenzor viszkozitással kapcsolatos részét elhanyagoljuk, továbbá a vezetőképesség tenzornak jó közelítéssel csak  $\mathbf{e}_z$ -irányú komponense van, azaz:  $\mathbf{R}^{ei} = R_{\parallel}\mathbf{e}_z$ , ahol  $R_{\parallel} = \sigma_{\parallel}(n_{i0}u_{0z}^i - n_{e0}u_{0z}^e)$ .

A fenti közelítéseket alkalmazva, kereshetjük a plazmadinamikai egyenletek stacioner megoldásait olyan próbafüggvények alakjában, melyek csak az  $x$ -koordináta függvényei. A megoldásból kiderül, hogy az inhomogén egyensúlyi állapot nem „mozgásmentes”, azaz:

$$n_{\alpha 0} = n_{\alpha 0}(x), \quad (1.23)$$

$$u_{0x}^{\alpha} = u_{0z}^{\alpha} = 0, \quad (1.24)$$

$$u_{0y}^{\alpha}(x) = \frac{1}{\Omega_{\alpha}} \frac{p_{\alpha 0}(x)}{m_{\alpha} n_{\alpha 0}} \frac{d}{dx} \ln p_{\alpha 0}, \quad (1.25)$$

$$p_{\alpha 0} = p_{\alpha 0}(x), \quad (1.26)$$

Megállapíthatjuk tehát, hogy a fenti szimmetriájú profilokat feltételezve az egyensúlyi állapotban van egy tisztán  $y$ -irányú (poloidális) áramlás, melyet *diamágneses driftnek* nevezünk és iránya töltésfüggő, hiszen tartalmazza az  $\Omega_{\alpha} = e_{\alpha}B/m_{\alpha}$  ciklotron frekvenciát (az  $e_{\alpha}$  elektronokra  $e_e = -|e|$ , ionokra pedig  $e_i = |e|$ , ahol  $|e|$  az elemi töltés nagysága).

A plazmainstabilitások elméletében szokásos bevezetni az ún. gradiens-hosszt, amely egy adott  $A_0 = A_0(x)$  egyensúlyi profillal bíró plazmaparaméter térbeli változásának karakterisztikus mértékét adja meg:

$$\frac{1}{L_A} = -\frac{d \ln A_0}{dx} = -\frac{1}{A_0} \frac{dA_0}{dx}. \quad (1.27)$$

Felhasználva a  $p_{\alpha 0} = n_{\alpha 0}T_{\alpha 0}$  állapotegyenletet az (1.25) egyenletet a következő ismertebb alakra hozhatjuk:

$$\begin{aligned}
u_{0y}^\alpha(x) &= \frac{1}{\Omega_\alpha} \frac{p_{\alpha 0}(x)}{m_\alpha n_{\alpha 0}} \frac{1}{p_{\alpha 0}(x)} \frac{d}{dx} p_{\alpha 0} \\
&= \frac{1}{\Omega_\alpha} \frac{1}{m_\alpha n_{\alpha 0}} \frac{d}{dx} n_{\alpha 0} T_{\alpha 0} \\
&= -\frac{T_{\alpha 0}}{\Omega_\alpha m_\alpha L_n} \frac{1}{L_n} \left( 1 + \frac{d \ln T_{\alpha 0}/dx}{d \ln n_{\alpha 0}/dx} \right) \\
&= V_{d\alpha} (1 + \eta_\alpha),
\end{aligned} \tag{1.28}$$

ahol az  $\eta_\alpha = L_n/L_T$  paraméter fontos kontrollparaméterként szerepel a drifthullám-instabilitások elméletében, a sűrűség és hőmérséklet profilok meredekségének arányát jellemzi. A  $V_{d\alpha} = -\frac{T_{\alpha 0}}{\Omega_\alpha m_\alpha L_n}$  az  $\alpha$  típusú részecskékből álló plazmakomponens (a kétfolyadék modell keretei között) diamágneses driftsebessége, mely tömegfüggetlen, ám töltésfüggő, tisztán makroszkopikus poloidális áramlás<sup>9</sup>. Nagyon fontos frekvencia jellegű mennyiséget kapunk, amennyiben a diamágneses driftsebességet szorozzuk a poloidális irányú hullámszámmal:

$$\omega_{*k}^e = k_y V_{de}. \tag{1.29}$$

Ezt a mennyiséget nevezik *drifthullám-frekvenciának*.

A mágneses fúziós berendezések esetében az erős toroidális irányú mágneses tér, anizotróppá teszi a rendszert, ami egyben azt is jelenti, hogy a mágneses térre lokálisan merőleges sík kitüntetett szerepet játszik, főleg az alacsonyfrekvenciás ( $\omega \ll \Omega_\alpha$ ) drift-jelenségek körében. A mágneses térre merőleges  $\mathbf{u}_\perp$  hidrodinamikai sebességet könnyen megkaphatjuk, amennyiben az (1.2) mozgásegyenletet (impulzus mérleget) vektoriálisan balról szorozzuk a  $\mathbf{B}/B$  egységvektorral. Kihasználva az  $\mathbf{u}_\perp = \mathbf{B}/B \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}/B)$  definíciót, kapjuk:

$$\mathbf{u}_\perp^\alpha = \delta \mathbf{u}^E + \mathbf{u}_d^\alpha + \delta \mathbf{u}_p^\alpha. \tag{1.30}$$

A levezetés során elhanyagoljuk a disszipatív tagokat az (1.2) egyenletben. Az egyes tagokat explicit módon kiírva:

$$\delta \mathbf{u}^E = \frac{1}{B^2} (\mathbf{B} \times \nabla \delta \phi). \tag{1.31}$$

Ezt nevezzük  $E \times B$ -driftnek, amely töltésfüggetlen és az elektrosztatikus turbulenciák és zonális áramlások elméletének főszereplője. A második tag:

$$\mathbf{u}_d^\alpha = \frac{1}{e_\alpha n_0 B^2} (\mathbf{B} \times \nabla p_\alpha). \tag{1.32}$$

---

<sup>9</sup>Megjegyezzük, hogy az elektron és az ion folyadékok diamágneses driftsebessége közötti kapcsolat:  $V_{de} = -\frac{T_{e0}}{T_{i0}} V_{di}$ .

Ez a már ismert diamágneses tag, mely tartalmazza az egyensúlyi és a perturbált nyomást egyaránt. Végül a harmadik tag, az ún. polarizációs drift, amely a mozgásegyenlet  $d/dt = \partial_t + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}$  alakú (tehetetlenségi) tagjából származik és csak perturbatív módon adható meg:

$$\delta\mathbf{u}_p^\alpha = \frac{1}{\Omega_\alpha} \frac{\mathbf{B}}{B} \times (\partial_t + (\mathbf{u}^\alpha\nabla)) \mathbf{u}^\alpha \approx \frac{1}{\Omega_\alpha} \frac{\mathbf{B}}{B} \times (\partial_t + (\delta\mathbf{u}^E\nabla)) \delta\mathbf{u}^E. \quad (1.33)$$

Látható, hogy ez csak másodrendű korrekciót ad az  $E \times B$ -driftben, ezért sok esetben elhanyagolható.

A Hasegawa-Mima (HM) modell a mágneses térben mozgó plazma turbulens állapotát leíró, legegyszerűbb nemtriviális modell. Lényegében nem más, mint egy nemlineáris parciális differenciálegyenlet a  $\delta\phi(\mathbf{x}, t)$  skalármezőre.

A levezetés során csak a fontosabb lépéseket – főképpen azok logikáját – és az alkalmazott közelítéseket ismertetjük. A HM-modell származtatása két lépésben történik:

1. Hasegawa-Wakatani modell származtatása a plazmadinamikai egyenletek egyszerűsítése révén. Ez a modell már csak két skalártér-ismeretlent tartalmaz: a  $\delta n_e(\mathbf{x}, t)$  elektronsűrűség-fluktuációkat és a  $\delta\phi(\mathbf{x}, t)$  potenciálfluktuációkat.
2. A Hasegawa-Wakatani egyenleteket tovább egyszerűsítjük az adiabatikus elektron közelítést alkalmazva, ezáltal kiküszöböljük a sűrűségfluktuációkat.

*Hasegawa-Wakatani egyenletek.*

Az (1.1-1.3) plazmadinamikai egyenletrendszerből az alábbi egyenleteket tekintjük:

- (a) elektronok kontinuitási egyenlete,
- (b) elektronok mozgásegyenlete (impulzusról),
- (c) elektronok és ionok tömegközéppontjának mozgásegyenlete.

A fenti három egyenletben a következő, további közelítéseket alkalmazzuk:

- (i)  $T_e = T_{e0} = \text{állandó}$  és  $T_i \approx 0$  (hideg ionok). Ez a közelítés váltja ki az (1.3) belsőenergia (nyomás, hőmérséklet) mérleget. A hideg ionok következtében az ionok diamágneses driftsebessége zérus.
- (ii)  $m_e \ll m_i \implies$  a tömegközéppont mozgását az ionok szabják meg. Továbbá az elektron mozgásegyenletben a tehetetlenségi tag, és ezért a polarizációs drift is, elhanyagolható.
- (iii)  $u_z^i \approx 0$ : a párhuzamos elektronsebesség sokkal nagyobb, mint a párhuzamos ionsebesség. A párhuzamos áramsűrűséget az elektronok áramlása határozza meg:  $j_z \approx -en_e u_z^e$ .
- (iv) A párhuzamos áramsűrűségre érvényes az Ohm-törvény [18]:  
 $j_z = \sigma_{\parallel} [E_z + (en_e)^{-1} \nabla_z(n_e T_e)]$ , ahol  $\sigma_{\parallel}$  a klasszikus elektromos vezetőképesség.

A Hasegawa-Wakatani (HW) modell két egyenletből tevődik össze. A HW-modell első egyenlete lényegében az elektronokra vonatkozó kontinuitási egyenlet. Ezen egyenletben szerepel az  $n_e \mathbf{u}^e$ -tag, amit két részre bontunk: a mágneses térre merőleges rész ( $n_e \mathbf{u}_\perp^e$ ) és a mágneses térrel párhuzamos  $n_e u_z^e$  részre. A mágneses térre merőleges komponens az elektronokra vonatkozó mozgásegyenletből számítható ki a polarizációs tagot elhanyagolva (ld. az (1.30) egyenletet) és tudva, hogy  $\nabla_\perp \delta \mathbf{u}^E = 0$ , illetve  $\nabla_\perp (n_e \mathbf{u}_d^e) = 0$ . A mágneses térrel párhuzamos összetevőt, a fentebb említett klasszikus Ohm-törvényből határozzuk meg. Ezen ismereteinket kombinálva két ismeretlen marad, ezeket dimenziótlan alakba írva:

$$\tilde{n}_e = \delta n_e / n_0, \quad \tilde{\phi} = e \delta \phi / T_{e0}, \quad \delta \mathbf{u}^E = -\frac{1}{B^2} [\nabla \delta \phi \times \mathbf{B}] = -\frac{c T_{e0}}{e B^2} [\nabla \tilde{\phi} \times \mathbf{B}] \quad (1.34)$$

A HW-modell első egyenlete (elektronok kontinuitási egyenlete):

$$\partial_t \tilde{n}_e + \delta \mathbf{u}^E \nabla_\perp (\ln n_0 + \tilde{n}_e) = -\frac{T_{e0}}{e^2 n_0} \sigma_\parallel \nabla_z^2 (\tilde{\phi} - \tilde{n}_e). \quad (1.35)$$

A HW-modell második egyenletét a tömegközépponti mozgásegyenletből határozhatjuk meg. Ebben az egyenletben megtartjuk az ionviszkozitást leíró tagot<sup>10</sup> (a feszültségtenzor nyomnélküli részét), illetve az ionok polarizációs driftjét. Hosszas átalakításokat követően kapjuk a következő egyenletet:

$$(\partial_t + \delta \mathbf{u}^E \nabla_\perp) \rho_s^2 \nabla_\perp^2 \tilde{\phi} = \mu \rho_s^2 \nabla_\perp^4 \tilde{\phi} + \frac{T_{e0}}{e^2 n_0} \sigma_\parallel \nabla_z^2 (\tilde{\phi} - \tilde{n}_e), \quad (1.36)$$

ahol a  $\rho_s = c_s / \Omega_i$ , a  $c_s = \sqrt{T_{e0} / m_i}$ , továbbá  $\mu$  az ionok kinematikus viszkozitása. Ez az egyenlet írja le a  $\nabla_\perp^2 \tilde{\phi}$  vorticitás időbeli változását<sup>11</sup>.

Az (1.35,1.36) egyenletekből álló rendszer, zárt nemlineáris egyenletrendszer alkot a szóban forgó két skalártér a  $\tilde{\phi}$  és az  $\tilde{n}_e$  meghatározásához. Ez az egyenletrendszer tartalmazza a háttérsűrűség ( $n_0$ ) gradiensét. Ezáltal lehetőség nyílik instabilitások növekedésére, melyek a sűrűségprofilból, mint szabadenergia forrásból táplálkoznak. Az ilyen instabilitásokat sűrűséggradiens drifthullám instabilitásnak (*Density-Gradient Drift Wave Instability*) nevezzük.

*Hasegawa-Mima egyenlet.*

Tokamakok belsejében az elektronhőmérséklet elegendően magas ahhoz, hogy a plazma ütközésmentesnek legyen tekinthető. Ebben az esetben, az elektronok párhuzamos vezetőképessége nagyon nagy lehet. Matematikailag ez azt jelenti, hogy  $\sigma_\parallel \rightarrow \infty$ . Másrésztől feltesszük, hogy a párhuzamos viszkozitás elhanyagolható, azaz  $\mu \approx 0$ . Ezen feltételek mellett a

<sup>10</sup>Az ionfolyadék viszkozitása sokkal nagyobb az elektronfolyadék viszkozitásánál, a kettő hányadosa arányos  $(m_e / m_i)^{1/2}$ -vel.

<sup>11</sup>Számítsuk ki az  $E \times B$ -drifthez csatlakozó vorticitás  $z$ -irányú komponensét:

$$\omega_z = [\nabla \times \mathbf{u}^E]_z = \partial_x u_y^E - \partial_y u_x^E = \frac{1}{B} [\partial_x^2 \phi + \partial_y^2 \phi] = \frac{1}{B} \nabla_\perp^2 \phi,$$

ahol felhasználtuk, hogy  $u_x^E = \frac{1}{B^2} [-\nabla \phi \times \mathbf{B}]_x = -\frac{1}{B} \partial_y \phi$  és hasonlóképpen  $u_y^E = \frac{1}{B} \partial_x \phi$ .

HW-modell első (1.35) egyenlete, az elektronok mágneses tér menti *adiabatikus* mozgását írja le. Ez azt jelenti, hogy a sűrűségperturbációt a potenciálperturbáció késedelem nélkül (fáziskülönbség nélkül) követi. Ebben az esetben érvényes a

$$\tilde{\phi} = \tilde{n}_e \quad (1.37)$$

összefüggés. A HW-modellből ezen feltételek mellett (ütközésmentesség, adiabatikus elektronválasz), a két (1.35, 1.36) egyenletet kivonva egymásból, kapjuk a Hasegawa-Mima egyenletet:

$$\partial_t(\tilde{\phi} - \rho_s^2 \nabla_\perp^2 \tilde{\phi}) = -V_{ds} \partial_y \tilde{\phi} + \frac{c_s^2}{\Omega_i} [\tilde{\phi}, \rho_s^2 \nabla_\perp^2 \tilde{\phi}], \quad (1.38)$$

ahol az egyenlet jobb oldalának utolsó tagját a Poisson-zárójel segítségével írtuk fel. Ez az írásmód eléggé elterjedt a turbulencia szakirodalmában és általában a konvektív nemlinearitás jelenlétére utal. Ennek oka egyszerűen látható a következő módon:

$$\mathbf{u}^E \cdot \nabla_\perp \dots = u_x \partial_x \dots + u_y \partial_y \dots = -\frac{1}{B} \partial_y \phi \partial_x \dots + \frac{1}{B} \partial_x \phi \partial_y \dots = \frac{1}{B} [\phi, \dots], \quad (1.39)$$

tehát amennyiben a Poisson-zárójel kipontozott részén olyan mennyiség áll amely tartalmazza a potenciálfluktuációkat, ilyen például a  $\nabla_\perp^2 \tilde{\phi}$  vorticitás, akkor ez egy nemlineáris tagot jelent az egyenletben. Ez az egyenlet a mágnesezett plazmákban fellépő elektrosztatikus turbulenciát írja le. Az ilyen turbulencia hajtóereje a sűrűséggradiensben tárolt szabadenergia – az  $L_n(x)$ -et tartalmazó tag destabilizáló hatású.

**PÉLDA:** Az (1.38) egyenlet linearizált változata egyszerű hullámmozgást ír le az  $y$ -irányban (ez a poloidális iránynak felel meg egy tóruszban). Ezen hullámokat drifthullámoknak nevezzük (*drift waves*). Számítsuk ki a lineáris drifthullámok diszperziós relációját. Ehhez az (1.38) egyenlet linearizált változatát Fourier-transzformáljuk:

$$-i\Omega(1 + \rho_s^2 k_\perp^2) \tilde{\phi}_k = -ik_y V_{ds} \tilde{\phi}_k. \quad (1.40)$$

Ebből a diszperziós reláció:

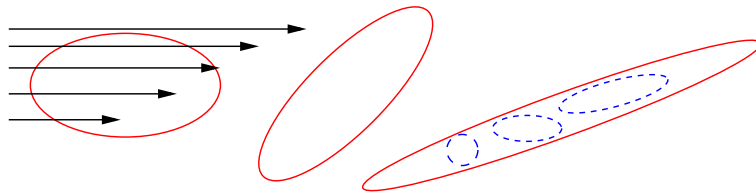
$$\Omega_k = \frac{k_y V_{ds}}{1 + \rho_s^2 k_\perp^2} \equiv \frac{\omega_{*k}^e}{1 + \rho_s^2 k_\perp^2}. \quad (1.41)$$

A fenti kifejezésből az is kitűnik, hogy az így kapott valós frekvenciájú, stabil módus (hullám) diszperzív, hiszen az  $\Omega/k_y$  fázissebesség hullámszámfüggő.

### 1.1.3. Bevezetés a zonális áramlások fizikájába

A most következő részben áttekintő, kvalitatív képet adunk a zonális áramlások (ZF, *zonal flows*) fizikájának fontosabb elméleti sajátosságairól. Ezt követően a zonális áramlások matematikai alapjait tárgyaljuk a fentebb bemutatott Hasegawa-Mima modellből kiindulva.

Tekintsünk most gondolatban, egy kifejlődött drifthullám (DW) turbulencia állapotában lévő plazmát. Az elektrosztatikus turbulencia látképe (szimulációk tanúsága szerint) potenciál hegyekből és völgyekből áll, melyek alakja térben és időben gyorsan változik. Tegyük fel, hogy a plazma valamely részén egy szisztematikus, nyírt áramlás van jelen, melyet először tekintsünk stacionérnak. Ez a nyírt áramlás magával ragadja a drifthullám struktúrákat, ám ezen struktúrák különböző részeire különbözőképpen hat. Ezáltal deformálja ezeket a struktúrákat, majd a nyírás következtében az eredeti struktúra széteshet kisebb struktúrákra. Ezt a folyamatot szemlélteti sematikus az 1.2 ábra. Ez azt jelenti, hogy az eredeti struktúra különböző ré-



1.2. ábra. A DW potenciál struktúrák deformációja és fragmentációja, stacionér nyírt plazma-áramlásban.

szei közötti korrelációk megszűnnek a nyírás hatására. Ezt a hatást úgy is tekinthetjük, mintha a struktúrák áramlásra merőleges hullámszáma növekedne az időben. Megmutatható, hogy ez egy diffúzió-jellegű változás a hullámszám térben [19]. Az olyan valós rendszerekben, mint egy fúziós berendezés, a helyzet lényegesen bonyolultabb. Megmutatható, hogy bizonyos körülmények között [20] a drifthullám turbulencia spontán módon képes poloidális nyírt áramlásokat létrehozni. Az ilyen módon gerjesztett áramlás szintén véletlen jellegű, ám poloidális korrelációs hossza sokkal nagyobb, mint az őt létrehozó drifthullám struktúráké [21, 22]. Az ilyen poloidálisan hosszú hullámhosszú potenciálstruktúrákhoz kapcsolódó, radiálisan nyírt áramlásokat nevezzük *zonális áramlásoknak* (ZF). Az ilyen típusú áramlások nem a fúziós plazmák kizárólagos sajátosságai, hanem számos helyen jelen vannak a természetben. Példaként említhetjük a Jupiter öveit [23], vagy a Vénusz, a bolygónál gyorsabban forgó atmoszférájának [24, 25] áramlásait.

A zonális áramlások fizikáját három részre szokás bontani. Mindegyik rész intenzív kutatások tárgyát képezi:

1. A zonális áramlás keletkezési mechanizmusai [20, 26, 21, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36].
2. A zonális áramlás kölcsönhatása a drifthullám turbulenciával (háttérturbulenciával). ZF-k hatása a turbulens transzportra [37, 38, 39, 40, 22, 27, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52].
3. A zonális áramlás csillapodási mechanizmusai [42, 53, 54, 55, 56].

A fenti felsorolás mellé írt irodalmi hivatkozások számából nagyjából kitűnik az egyes területek feldolgozottságának mértéke is. Látható, hogy a legtöbb tennivaló – a kísérleti megfigyeléseken túl – az elmélet számára, a ZF csillapítási mechanizmusainak kidolgozása. Természetesen a legkutatottabb terület a DW-ZF önszabályozó rendszer. Ez magában foglalja a transzportgáták elméletét, a transzportregulációt és az L-H átmenetek fizikáját is. Ezen problémakörök kiemelkedő fontossággal bírnak a jövőbeni fúziós erőművek működési tartományai tekintetében. A tokamakokban fellépő zonális áramlások iránti érdeklődést éppen a turbulencia szabályozásában betöltött szerepük keltette fel. A zonális áramlások, melyek poloidális és toroidális módusszáma is egyaránt nulla ( $m = n = 0$ ), kitüntetett szerepet játszanak a többi kis poloidális és toroidális hullámszámú drifthullám módus között. Ez a ZF-ra jellemző három tulajdonságban nyilvánul meg:

- A zonális áramlások minimális „tehetetlenségű” módusok. Mivel a  $k_{\parallel} = 0$ , a perturbációt nem árnyékolják le adiabatikus elektronok. A drifthullámokkal szemben a módus vorticitása nem  $(1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2) \phi_k$  (ld. (1.40)-es egyenletet), hanem csupán  $q_r^2 \rho_s^2 \phi_q$ .
- A zonális áramlások minimális Landau csillapítású módusok. Ez azt jelenti, hogy a ZF-módusok egyetlen lineáris csillapítási mechanizmusa az ütközéses disszipáció. Ismételten megjegyezzük, hogy a nemlineáris csillapítási mechanizmusok tekintetében nincs konszenzus a szakirodalomban. Ez egyben azt is jelenti, hogy az ütközésmentesnek tekinthető plazmák esetén a zonális áramlásoknak nincs lineáris csillapítása.
- A zonális áramlások minimális transzportú módusok. Mivel a ZF-k szimmetrikus poloidális-toroidális potenciálperturbációk, ezért nem képesek radiális  $E \times B$ -konvektív transzportot hajtani, tehát nem képesek közvetlenül „lecsapolni” a radiális gradiensekben felhalmozódó energiát. ZF instabilitás növekedése tisztán nemlineáris folyamat, mely a drifthullám-turbulencia közreműködésével nyeri az energiát a profil gradiensekből.

Mielőtt a drifthullám-zonális áramlás (DW-ZF) kölcsönható rendszer állapotának egyszerű matematikai modelljét tárgyalnánk, bemutatunk egy rövid érvelést arra nézvést, hogy a zonális áramlások, a drifthullám spektrum változtatásán (modulációján) keresztül hogyan destabilizálják saját magukat.

Tekintsük egy drifthullámokból álló hullámcsomag terjedését véletlenszerűen, megjelenő, ám stacionér ( $\Omega_{ZF} \ll \omega_{dw}$ ) nyírt áramlási zónák között. A hullámcsomag által észlelt térben komplex nyírt áramlási struktúra hatására a drifthullámok  $k_r$  radiális hullámszáma elkezd növekedni, azaz egyre kisebb struktúrák jönnek létre. Ezt a jelenséget le lehet írni, mint a  $k_r$ -térben való diffúziót. Mint láttuk a drifthullámok frekvenciája, a legegyszerűbb esetben:  $\omega_{dw}(k) = \omega_{*k}^e / (1 + \rho_s^2 k_{\perp}^2)$ , tehát ez is növekszik. Ahogyan a későbbiekben látni fogjuk, bevezethető egy olyan mennyiség, amit *drifthullám hatássűrűségnek* (*drift wave action density*) nevezünk, ami a DW-ZF dinamikai rendszer megmaradó mennyisége. Definíciója:  $N_k = E_{dw}(k) / \omega_{dw}(k)$ . Mivel a rendszer  $E = E_{dw} + E_{ZF}$  teljes energiája szintén megmarad, viszont az  $E_{dw}$ -nek csökkenie kell, ezért a zonális áramlási módusok energiája növekedni fog, ami még erőteljesebb nyírásban (k-spektrum eltolásban) nyilvánul meg, ami még tovább növeli

a ZF-energiát. Tehát egy instabilitással állunk szemben, melyet ütközések és/vagy nemlineáris mechanizmusok korlátoznak.

### 1.1.4. A Diamond-Kim modell

A kísérletileg megfigyelt poloidális áramlások keletkezését - különösen az L-H átmenet során - a kilencvenes évek elejéig neoklasszikus effektusok [57] segítségével magyarázták ("orbit loss"). Diamond és Kim úttörő munkájában [20] vetette fel először annak lehetőségét, hogy a kis térbeli skálákon működő mikroinstabilitások képesek makroszkopikus plazmaáramlásokat létrehozni.

A továbbiakban visszatérünk a makroszkopikus plazmadinamikai egyenletek szintjére, abból a célból, hogy az eddigieket alkalmazzuk a drifthullámok és zonális áramlások alkotta dinamikai rendszerre. Ebben a részben sem követjük a levezetések összes lépését, csupán érzékelteni szeretnénk a számítások jellegét, illetve megadni azon támpontokat, melyek segítségével a levezetések elvégezhetők [10].

Mindenek előtt kiemeljük, hogy az (1.38) egyenlet tartalmazza a DW-ZF rendszer összes lényeges tulajdonságát. Ez azért lehetséges, mert mind a drifthullám módusok, mind pedig a zonális áramlás módusok ugyanazon fizikai mennyiség, a fluktuáló elektrosztatikus potenciál, különböző térbeli és időbeli, vagy ha tetszik különböző spektrális összetevői. Az, hogy ezen rendszer matematikailag többé-kevésbé kezelhető, annak köszönhető, hogy a drifthullámokat jellemző spektrális csúcs ill. a zonális áramlásokat jellemző spektrális csúcs között eléggé széles spektrális „gap” található. A fluktuáló potenciált ezért két részre bontjuk: egy hosszúhullámú (ZF) és egy rövidhullámú (DW) összetevőre.

$$\delta\phi = \delta\phi_{ZF} + \delta\phi_{DW}. \quad (1.42)$$

Ezen felbontással az  $E \times B$ -drift:

$$\delta\mathbf{u}^E = \mathbf{V}_{ZF} + \mathbf{V}_{DW} = \frac{1}{B^2} \mathbf{B} \times \nabla(\delta\phi_{ZF} + \delta\phi_{DW}). \quad (1.43)$$

A fluktuáló potenciál két komponensére vonatkozó egyenleteket szeretnénk kapni. Ebben az esetben nélkülözhetetlenné válik egy szűrő használata, mely kiátlagol a rövidhullámú összetevőkre. Ezt formálisan megtehetjük, a következő nyilvánvaló definíciókkal:

$$\delta\phi_{ZF} = \langle \delta\phi \rangle, \quad \langle \delta\phi_{DW} \rangle = 0, \quad \langle \delta\phi_{ZF} \rangle = \delta\phi_{ZF}. \quad (1.44)$$

Emlékezzünk vissza, hogy a Hasegawa-Mima modellt úgy kaptuk a Hasegawa-Wakatani modelltől, hogy feltettük, hogy az elektronok adiabatikusan mozognak a mágneses térrel párhuzamos irányban. Ám a mostani esetben ez a feltevés csupán a drifthullám komponensre igaz, hiszen a ZF-módus toroidálisan szimmetrikus. Elvégezzük, tehát az (1.35) egyenletben a skálák szétválasztását, majd alkalmazzuk az adiabatikus elektron közelítést a DW-komponensre.

Az (1.36) egyenletet változatlanul hagyva kivonjuk az (1.35) egyenletből. A kapott egyenlet a következő:

$$\begin{aligned} & (\partial_t + \mathbf{V}_{ZF} \nabla_{\perp}) \frac{e\delta\phi_{DW}}{T_e} + V_{ds} \partial_y \frac{e\delta\phi_{DW}}{T_e} - \\ & - \rho_s^2 (\partial_t + \mathbf{V}_{ZF} \nabla_{\perp} + \mathbf{V}_{DW} \nabla_{\perp}) \cdot \nabla_{\perp}^2 \left( \frac{e\delta\phi_{DW}}{T_e} + \frac{e\delta\phi_{ZF}}{T_e} \right) = 0. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Már csupán az maradt hátra, hogy képezzük a fenti egyenlet parciális átlagát, azaz átlagoljuk ki a rövidhullámú összetevőket. Természetesen azon tagok melyekben a DW-komponensek lineárisan szerepelnek kiesnek, illetve azon tag is amely másodiknál magasabb rendű deriváltat tartalmaz a térben lassan változó ZF-összetevőre. Az átlagolás után kapjuk:

$$\partial_t (\nabla_{\perp}^2 \delta\phi_{ZF}) = - \langle (\mathbf{V}_{DW} \nabla_{\perp}) \nabla_{\perp}^2 \delta\phi_{DW} \rangle. \quad (1.46)$$

A fenti egyenlet azt mutatja, hogy a ZF-vorticitás időbeli változását drifthullámok fluktuációi hajtják nemlineáris módon. Megjegyezzük, hogy bár a zonális áramlás módusok spektrálisan távol vannak a drifthullám módusoktól, ám a nemlineáris kölcsönhatások révén csatolódnak. Azt is mondhatnánk, hogy a DW-ZF fizika lényegileg, természeténél fogva nemlineáris fizika kell legyen.

Miután meghatároztuk a hosszúhullámú összetevő időfejlődését, még hátravan a rövidhullámú, DW-összetevőre vonatkozó időfejlődési egyenlet felírása. Ezt célszerű Fourier-térben végezni. Mint ahogyan a ZF-módusok esetében, itt is a vorticitásra fogunk egyenletet felírni, ezért kezdjük a DW-módusok vorticitásának Fourier-transzformáltjának felírásával:

$$\phi_{DW}(\mathbf{k}) = (1 + \rho_s^2 k^2) \delta\phi_{DW}(\mathbf{k}).$$

Az (1.45) egyenletet Fourier-transzformálva, elhanyagolva a hosszúhullámú tagokat és a fenti definíciót alkalmazva:

$$\partial_t \phi_{DW}(\mathbf{k}) + i\Omega_k \phi_{DW}(\mathbf{k}) + \frac{1}{B} \int d\mathbf{q} \delta\phi_{ZF}(\mathbf{q}) (\mathbf{e}_z \times i\mathbf{q}) i\mathbf{k} \phi_{DW}(\mathbf{k}) = 0, \quad (1.47)$$

ahol  $\Omega_k$  a már korábban definiált drifthullám frekvencia. Megjegyezzük, hogy a parciális átlagolás következtében, a makroszkopikusan releváns mennyiségekben a drifthullám potenciál mindig kvadratikusan jelenik meg. Az a kérdés merülhet fel, hogy létezik-e olyan kvadratikus funkcionálja a  $\phi_{DW}(\mathbf{k})$ -nak, amely megmaradó mennyiséget ír le. Tudjuk, hogy a DW-energia kvadratikus funkcionál, de nem marad meg önmagában, hanem csak a ZF-energiával együtt. Ilyen funkcionál található, neve drifthullám hatássűrűség, definíciója [40]:

$$N(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t) = \int d\mathbf{p} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} \langle \phi_{DW}(\mathbf{k}) \phi_{DW}(\mathbf{p} - \mathbf{k}) \rangle. \quad (1.48)$$

Ezen megmaradó mennyiség segítségével az (1.40) egyenlet átírható olyan alakban, amelyből jól látszik az  $N(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)$  Hamiltoni, megmaradó mennyiséget kifejező jellege [10]:

$$\partial_t N = \{\partial_x [\Omega_k + \mathbf{kV}_{ZF}]\} \partial_k N - \{\partial_k [\Omega_k + \mathbf{kV}_{ZF}]\} \partial_x N. \quad (1.49)$$

Ezt az egyenletet szokták hullámkinetikus egyenletnek (*Wave Kinetic Equation*) nevezni, ám inkább hasonlít egy Liouville-egyenletre, melynek Hamilton függvénye időben nagyon lassan – ZF-skálán – változik:  $H(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t) = \Omega_k + \mathbf{kV}_{ZF}$ . Tehát az (1.49) egy adiabatikus invariánst határoz meg. Ezáltal megkaptuk azon két egyenletet (1.46, 1.49), amely elektrosztatikus turbulencia esetén képes leírni a drifthullámok és zonális áramlások csatolt rendszerét, a Hasegawa-Mima modell feltételei mellett.

## 1.2. Kísérleti eredmények áttekintése

Ebben a részben igyekszünk képet adni azokról a kísérleti erőfeszítésekről, amelyek kapcsolatba hozhatók a fúziós plazmák zonális áramlásaival. Rögtön az elején meg kell jegyeznünk, hogy a kísérleti eredmények, mind számosságuk, mind pedig részletességük tekintetében messze elmaradnak az analitikus/numerikus elméleti munkáktól. Ennek legfőbb oka, hogy egyidőben kell hosszú korrelációs hosszakat mérni toroidális és poloidális irányban ( $n = m = 0$ ), valamint gyors radiális változásokat az összetartott tartományban. Mindezen méréseket megfelelő idő- és térbeli felbontással kell végezni a plazmapotenciálra (radiális elektromos térre) vonatkozóan. Tehát a zonális áramlások kimutatása, önmagában is komoly kihívás. Ezen kívül, a ZF-fizika részleteinek kiderítése, kauzális kapcsolatok keresése a profilváltozásokkal, transzporttal, drifthullám turbulenciával, talán az előbbinél is nehezebb feladat. Ez a feladat napjainkban még távolról sincsen megoldva.

	Stacioner zonális áramlások	GAM módusok
fluktuációk struktúrája	$m = n = 0, \delta\phi/\bar{\phi}$ -re $\delta n/\bar{n} \ll \delta\phi/\bar{\phi}$	$m = n = 0$ $m = 1, n = 0, \delta n/\bar{n}$ -re $ \delta n/\bar{n}  = \sqrt{2} q_r \rho_s  e\delta\phi/T_e $
frekvencia	$\omega_{ZF} \simeq 0$	$\omega_{GAM} \simeq v_{Ti}/R$
autokorrelációs idő	$\varepsilon \nu_{ii}^{-1}$	$\nu_{ii}^{-1}$
radiális hullámszám	$a\rho_i > q_r^{-2} > \rho_i^2, (q_r \rho_i \sim 0.1)$	← u.a.
radiális korrelációs hossz	néhányszor $10\rho_i \sim 10\sqrt{a\rho_i}$	← u.a.
amplitúdó	$V_{ZF} \sim 0.01 v_{Ti}$	

1.1. táblázat. A zonális áramlások elméletileg jószolt jellemző paraméterei tokamak magplazmára készült numerikus szimulációkból [58]. Itt  $\varepsilon = r/R$  az inverz sugárány (*inverse aspect ratio*), a  $\nu_{ii}$  az ion-ion ütközési frekvencia, a  $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$  az ionok termikus sebessége.

A továbbiakban a kísérletek tárgyalása során nem ragaszkodunk a kronologikus sorrendhez, hanem inkább a jelenség logikájához illeszkedő tárgyalást választunk: először ismerttet-

jük azokat a kísérleti erőfeszítéseket melyek a zonális áramlások kimutatása és tulajdonságaik meghatározása irányába mutatnak, másodsor röviden bemutatjuk azokat a munkákat, melyek a zonális áramlások és az alapturbulencia kölcsönhatására irányulnak. Az 1.1 táblázatban összefoglaltuk a zonális áramlások mindkét ágának azon, elméletileg jóslott jellemzőit, melyek relevánsak lehetnek a kísérleti megfigyelések számára<sup>12</sup>.

A zonális áramlások legközvetlenebb detektálása két úton lehetséges:

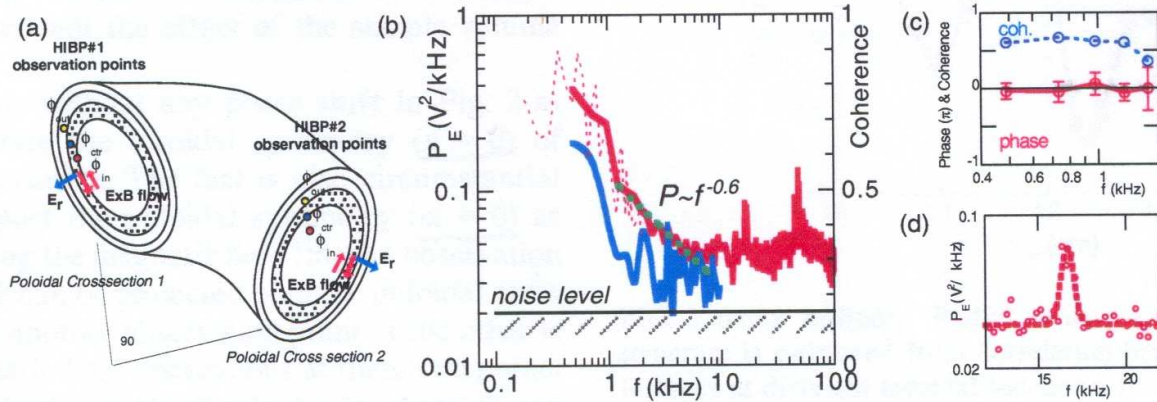
- az  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  áramlás, alacsonyfrekvenciás,  $V_{ZF}$  sebességmodulációinak meghatározása.
- Az radiális elektromos tér  $E_r$ , meghatározása a plazmapotenciál mérésével.

A 90-es évek második felére világossá vált, hogy a plazma nyírt áramlásainak fontos szerepe van a plazmaösszetartás minőségének kialakításában (ld. L-H átmenet) [59, 60]. Ezen fejlemény jelentős mértékben motiválta a következő években az ezirányú vizsgálatokra szolgáló diagnosztikák fejlesztését. Ilyen például a radiális elektromos tér mérésére szolgáló nehézion nyaláb diagnosztika (HIBP, *Heavy Ion Beam Probe*) [61, 62]. Továbbá meg kell említeni még a szennyező szénionok  $V_\theta$ , poloidális sebességének meghatározását töltéscsere-lődési spektroszkópia útján (CHERS, *Charge Exchange Recombination Spectroscopy*) – a  $V_\theta$  ismeretében az  $E_r$  kiszámítható a radiális erőegyensúlyi feltételből [63]. Végül, de nem utolsó sorban, mint a ZF-mérésekben egyre fontosabb szerepet játszó diagnosztikát, megemlíjtük a semleges nyalábok spektroszkópiáját (BES, *Beam Emission Spectroscopy*), mely a sűrűségperturbációkat követi a mágneses térre merőleges, az atomnyaláb által meghatározott, 2 dimenziós síkban [64]. A nehézion nyaláb diagnosztika (HIBP) az egyik legbonyolultabb és legközvetlenebb eszköz a plazmapotenciál és annak fluktuációinak mérésére toroidális plazmákban. A módszer lényege abban áll, hogy egyszeresen töltött nehéz ionokat (pl.  $\text{Cs}^+$ ) gyorsítanak fel egy, az adott tokamagnál általában nagyobb, részecskegyorsítóval több száz keV-es energiára. Az ionnyaláb a plazma elektronjaival való ütközések során tovább ionizálódik, ezáltal egy kétszeresen ionizált szekundér nyaláb keletkezik, amely nyalábot a berendezésen kívül elhelyezett elektrosztatikus energia analizátorral detektálják.

A detektált szekundér nyaláb és a primér nyaláb energiájának különbsége megfelel az ionizációs pontban érvényes plazmapotenciálnak.

A zonális áramlások jelenlétére, toroidális plazma magjában, az első meggyőző kísérleti bizonyítékot éppen egy HIBP-os mérés szolgáltatotta [65]. A mérést a japán CHS sztellarátoron végezték két, toroidálisan  $90^\circ$ -ra elhelyezett nehézion nyaláb segítségével (ld. az 1.3 ábra (a) részét). A toroidálisan felbontott mérés lehetőséget ad a toroidális szimmetria ( $n = 0$ ) kimutatására. Az egyik nyaláb mintavételi térfogatát radiálisan mozgatva, lehetőség van a zonális áramlás radiális struktúrájának vizsgálatára. Az 1.3 ábra (b) részén látható a mérés eredménye,

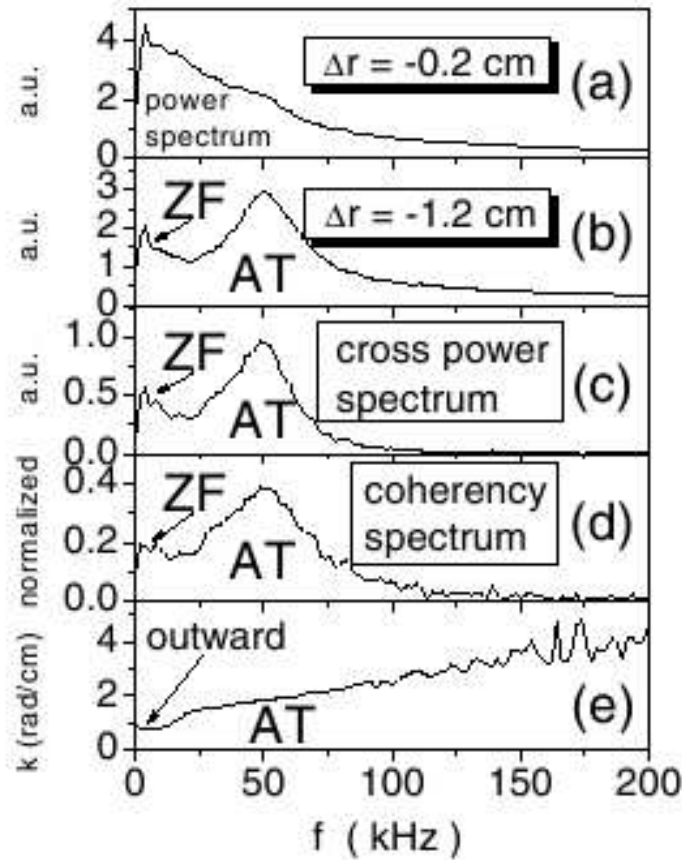
<sup>12</sup>A zonális áramlás jellegű sebességmodulációknak toroidális geometriában két jellemző ága különböztethető meg: a stacioner zonális áramlások (ebben az értekezésben ezekről van szó) és a GAM módusok (*Geodesic Acoustic Modes*). Ezen utóbbiakra szintén jellemző a toroidális és poloidális szimmetria, ám a stacioner zonális áramlásokkal ellentétben hozzájuk csatolódik egy  $m=1$ -es poloidális módusszámmal jellemezhető sűrűségperturbáció. A GAM-rezgésekre jellemző egy jól meghatározott 10-20 kHz nagyságrendbe eső frekvencia, ami jellemzően egy nagyságrenddel nagyobb, mint a stacioner zonális áramlások „frekvenciája”.



1.3. ábra. Fujisawa és munkatársai által végzett fluktuáció mérés a CHS sztellarátoron, kettős-HIBP diagnosztika segítségével [65].

a potenciálfluktuációk teljesítményspektruma. A spektrumban legalább három féle struktúra figyelhető meg. A néhányszor 10 kHz-es tartományban szélesávú spektrummal bíró alapturbulencia figyelhető meg. E fölött világosan láthatók éles csúcsok a GAM-frekvencia közelében (ld. 1.3 ábra (d) része). Számunkra a legérdekesebb rész az alacsony frekvenciák tartományában megnövekedett teljesítmény. Ugyanezen az ábrán látható, hogy az egymástól toroidálisan távoli pontok közötti koherenciaérték, az  $\omega \approx 0$  tartományban, megnövekedett (ld. 1.3 ábra (c) része). A kísérlet következtetései szerint, a CHS sztellarátorban radiálisan 1-2 cm hullámhosszal jellemezhető, toroidálisan szimmetrikus potenciál perturbációk vannak jelen. Ezen zonális radiális elektromos terek erőssége  $100 V m^{-1}$  nagyságrendben van, élettartamuk (korrelációs idejük) a berendezés energiaösszetartási idejének nagyságrendjébe esik ( $\Delta\omega_{ZF} \approx 2\pi \times 10^3 s^{-1}$ ). A mérési térfogattal való radiális pásztázás azt mutatja, hogy ezen zonális áramlások széles radiális tartományban jelen vannak.

A következő megemlíthető kísérletet Xu és munkatársai végezték a kínai HT-7 tokamakon [66]. A méréseket Langmuir-szondák segítségével végezték. Két egymástól poloidálisan 3 cm-re lévő szondafajra három-három Langmuir-szondát szereltek. A mérés célja a szélplazmában fellépő alacsonyfrekvenciás potenciál modulációk kimutatása és jellemzése volt. Az 1.4 ábrán látható néhány fontos eredmény: az 'AT'-vel jelölt rész a háttérturbulencia szélesávú spektruma. Az (a) és (b) ábrák két, radiálisan különböző helyen mutatják a potenciálfluktuációk autospektrumát (teljesítménysűrűség spektrum). Látható, hogy az utolsó zárt mágneses felületen belül, mélyebben a plazmában ( $\Delta r = -1.2 cm$ ) a spektrum struktúrája jelentősen megváltozik; egyrészt megjelenik egy, az alapturbulenciára jellemző, magasfrekvenciás széles csúcs, másrészt az alacsonyfrekvenciák tartományában szintén megnövekedett a spektrális teljesítmény, mely a szerzők szerint a zonális áramlások meglétére utal. Ugyanezen alacsonyfrekvenciás struktúra megjelenik az egymástól 3 cm-es poloidális távolságban lévő szondák közötti kereszt-spektrumban (kereszt-teljesítménysűrűség spektrum) és koherenciaspektrumban is. Az ered-



1.4. ábra. A Xu és munkatársai által végzett Langmuir szondás kísérlet eredményei a HT-7 tokamakon [66]. Az ábrák a potenciálfluktuációk spektrumait (autospektrum (a,b), keresztspektrum (c), koherenciaspektrum (d), ill. a poloidális hullámszám-spektrum (e)) szemléltetik. Az utolsó zárt mágneses felület helyzete:  $\Delta r = 0$ , a  $\Delta r > 0$  tartomány az ún. scrape-off layer (SOL), ahol az erővonalak szilárd felületeken végződnek, míg a  $\Delta r < 0$  az összetartott tartomány.

mények szerint, az alacsonyfrekvenciás modulációk amplitúdója  $V_{ZF}/v_{Ti} \simeq 0.5 - 0.9\%$ , míg a radiális hullámszám  $q_r \rho_i \simeq 0.06 - 0.1$ . Ezen mérés nem ad számot a toroidális szimmetriáról és a poloidális szimmetria sem tekinthető bizonyított ténynek a mérésben (0.2-es koherencia a ZF tartományban, poloidálisan nem túl távoli szondák között).

A következőkben megemlítünk néhány olyan kísérleti munkát, amely a zonális áramlások egy másik ágának, az ún. GAM-oszcillációk, kimutatására irányultak. A Braginskii-egyenletek (kétfolyadékos MHD egyenletek) 3 dimenziós szimulációi során az  $n = m = 0$  módusok kvázi-koherens oszcillációit figyelték meg, melyeket a zonális áramlások GAM-módusainak tekintettek [41]. Az imént idézett elméleti munkában megjósolt GAM-okat először a DIII-D tokamakon sikerült kimutatni a Jakubowski, Fonck és McKee által végzett kísérletekben [64, 67]. Kísérleti eredményeiket, semleges fűtőnyalábon végzett, atomnyaláb spektroszkópia (BES) segítségével

érték el [68]. A módszer lényege, hogy a fűtőnyaláb – elektronütközések által indukált – fluoreszcens fényének fluktuációit detektáljuk, amit a lokális elektronsűrűség-fluktuációkkal tekintünk arányosnak. A mérés egyik nehézsége, hogy igen speciális (erővonalak menti) detektálási irányt követel meg, a megfelelő térbeli lokalizáció elérése érdekében. A mérési adatok kiértékelése keresztkorrelációs technikán (TDE, *Time-delay Estimation*) alapult. A módszer lényege, hogy a sebességmodulációkat a keresztkorrelációs függvény (CCF) maximumhelyének eltolódásával jellemezzük. A kísérlet során alacsonyfrekvenciás ( $\approx 15\text{kHz}$ ), kvázi-koherens (azaz a vizsgált spektrális csúcs szélessége a módusfrekvencia mintegy 5%-a, azaz  $\approx 750\text{Hz}$ ) csúcsot figyeltek meg a sűrűségfluktuációk teljesítményspektrumában. Ezen kvázi-koherens modulációk radiálisan 1-2 cm-en lecsengtek, míg a poloidális korrelációs hossz biztosan nagyobb volt, mint a 2.5 cm-es vizsgálati tartomány. Az előbbieken ismertetett kísérletet több ilyen irányú vizsgálat követte: a CHS sztellarátoron [65, 69, 70], az ASDEX-U tokamakon [71], a JFT-2M tokamakon [72, 70], a T-10 tokamakon [73] valamint a H-1 heliotronon [74, 75].

## 2. fejezet

### Eszközök

#### 2.1. Diagnosztikák

##### 2.1.1. Li-nyaláb diagnosztika

A *Li-nyaláb diagnosztika* egy tágabb család, az atomnyaláb spektroszkópia (**B**eam **E**mission **S**pectroscopy) része. A módszer lényege abban foglalható össze, hogy megfigyeljük (spektroszkópia) egy a plazmába bejuttatott, adott atomokból álló sokaság kölcsönhatását a plazma részecskéivel. Általában a plazma elektronjai és ionjai által gerjesztett atomi átmenetek során emittált fotonokat detektáljuk. A diagnosztikai nyalábok lehetnek termikusak és elektromos térrel gyorsítottak. Az általunk használt diagnosztika az utóbbi csoportba sorolható. A nyaláb diagnosztika során azt használjuk ki, hogy az emittált fény tulajdonságai szoros kapcsolatban állnak a plazmaparaméterekkel (elektronsűrűség és hőmérséklet). Bizonyos fajta atomok esetén (pl. Na, Li) a fényemisszió csak gyengén függ az elektronhőmérséklettől, az ilyen esetekben tehát az emittált fényintenzitás eloszlását elsősorban az elektronsűrűség profil határozza meg. Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy amennyiben rendelkezünk egy olyan atomfizikai modellel amely leírja a nyalábatomok és a plazma kölcsönhatását, kezünkben van egy eszköz a plazma sűrűségprofiljának meghatározására. A BES diagnosztikai módszer legfőbb előnye abban áll, hogy a plazma perturbációja nélkül képes egyszerre térben és időben jól felbontott adatokat szolgáltatni a forró plazmáról.

Plazmafluktuációk nyalábdiaosztikai vizsgálatára először széles hidrogén fűtőnyalábokat kezdtek alkalmazni a '90-es évek elején (TFTR). Ezek a nyalábok elegendő fényt szolgáltatnak, így lehetséges volt jó időfelbontással vizsgálni a turbulenciát a radiális-poloidális síkban. A fűtőnyalábok alkalmazásának van azonban egy jelentős hátránya: a megfelelő térbeli felbontás elérése érdekében nagyon speciális irányból (a mágneses fluxus felületekre tangenciálisan, a mágneses erővonalak mentén) kell megfigyelni a nyalábot. Ez sok esetben geometriai-technikai okok miatt nem lehetséges. A továbbiakban még két további nehézséget említünk, melyek általánosan fellépnek a BES diagnosztika esetén:

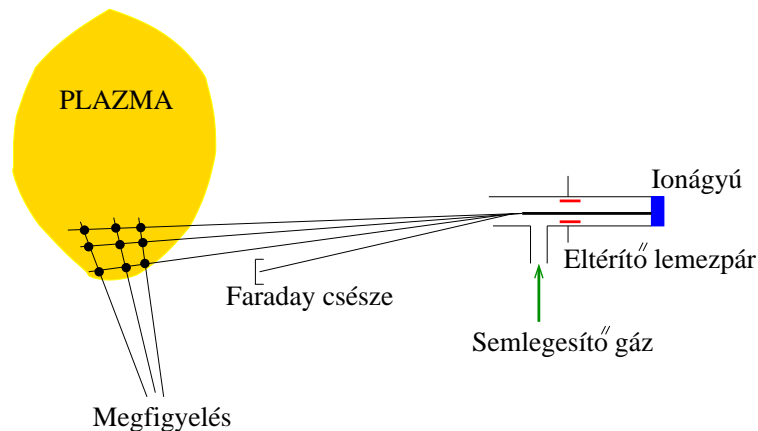
- A detektált fotonok véges száma miatti fotonstatisztika (erről a továbbiakban részletesen

szólunk) erősen korlátozza a detektálható fluktuációk amplitúdóját.

- A gerjesztett állapotok véges élettartama miatti "elkenési" effektus, mely nehezé teszi a mérések interpretációját (ennek vizsgálata a doktori értekezés egyik tárgyát képezi).

A detektorrendszer tekintetében talán a legfontosabb követelmény a jó kvantumhatásfok. Mivel a fotonok kvantumok objektumok, létezik egy inherens  $n^{-1/2}$ -del arányos fluktuáció a fényintenzitásban, ahol  $n$  a másodpercenkénti fotonbeütések száma. A leggyakrabban használt detektortípusok a PMT (photomultiplier tube), az APD (avalanche photodiode) és a PPD (photoconductive photodiode); ez a sorrend egyben a növekvő kvantumhatásfokot is jelenti.

A Wendelstein 7-AS sztellarátorban sikeres sűrűségfluktuáció méréseket végeztek 1 dimenziós, gyorsított Li-nyaláb segítségével [76]. Ezen mérések során részletes képet kaphattunk a turbulens struktúrák radiális (pontosabban nyalábmenti) és időbeli korrelációról. A mérés információkat szolgáltat a SOL (scrape-of layer - a plazma vákuumkamra falával érintkező, nem összetartott része), az LCFS (last closed flux surface - az utolsó zárt mágneses felület) illetve a plazma belsejének egy részéről [77]. A kapott eredmények interpretációját nehezé teszi, hogy a mérés nem mond semmit a poloidális korrelációkról. Ezen nehézség kiküszöbölésére, az eredeti egy dimenziós Li-nyaláb technikát kiterjesztették kétdimenzióssá. Ezzel lehetőség nyílt a poloidális korrelációs hossz illetve az áramlási sebesség irányának meghatározására. A továbbiakban ezen 2 dimenziós Li-nyaláb felépítését és működését ismertetjük.



2.1. ábra. Sematikus ábra a W7-AS sztellarátor 2 dimenziós gyorsított Li-nyaláb diagnosztikájáról.

A 2.1. ábrán látható a Wendelstein 7-AS sztellarátor 30-66 keV-os Li-nyalábjának egyszerűsített sémája. Az ionágyú alapvetően két részből áll (az ábrán nincs külön jelölve): az emitter, ami egy fűtőszállal fűtött szilárdtest (eukriptid alapú) ionforrás, a másik fontos rész az ionoptika amely biztosítja a nyaláb megfelelő gyorsítását, fókuszálását és kollimálását. A következő rész az eltérítő lemezpár, melyre különböző feszültséget kapcsolva, a nyalábot a radialis-poloidális

síkban lehet mozgatni. Az eltérítő lemezpárok után a lehető legkisebb távolságban kell elhelyezni az ún. semlegesítő cellát, amely megfelelő nyomású Na gőzzel van megtöltve. Közben az ionnyaláb keresztülhalad a semlegesítő cellán, *töltéskicserélődés* révén semlegesítődik. Innen az atomnyaláb egyenes vonalú pályán haladva éri el a plazmát. Az ún. Faraday csésze (Faraday cup) kettős célt szolgál. Egyrészt lehetővé teszi a nyaláb áramának mérését, másrészt a mérés során periodikusan a Faraday csészébe vezetve a nyalábot, a plazma háttérsugárzását mérhetjük, amivel a mérési eredményeinket korrigálni tudjuk. Ez különösen fontos lehet a magas sűrűségű kisülések diagnosztizálása során.

A megfigyelő rendszer a nyalábot keresztelő 28 látóiránynak megfelelő mérőcsatornából áll, melynek segítségével, egy szélessávú interferencia szűrőn keresztül mérjük a semleges Li atomok által emittált  $670,8\text{ nm}$ -es  $2p - 2s$  rezonáns átmenetnek megfelelő sugárzást. Minden egyes látóirány nyílásszögének elegendően szélesnek kell lennie, hogy a nyaláb teljes szélességét detektálni lehessen (1,5 - 2 cm), ugyanakkor a látószög a nyaláb mentén lehetőleg minél kisebb legyen, hogy a mérés radiálisan jól lokalizált legyen. A módszer lényege abban áll, hogy az egyes mérőcsatornában detektált fény a csatornához tartozó látóirány és a Li-nyaláb metszéspontjából származik. Ennek megfelelően, a nyaláb eltérítését változtatva, lényegében a mérési pontok helyzetét változtatjuk egy *nem négyzetrácsos hálón* [6].

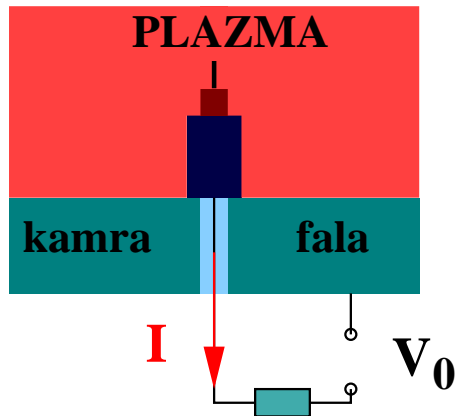
A kétdimenziós sűrűségprofil időfelbontását az az időtartam határozza meg, amely egy nyalábmenti teljes sűrűségprofil előállításához szükséges, ez kb.  $200\mu\text{s}$ . Itt meg kell jegyeznünk, hogy a nyaláb egyik pozícióból a másikba való mozgatásához kb. 100 ns időre van szükség, amit a jelen mérésben pillanatszerűnek tekinthetünk. A térbeli felbontásról, az atomi nívók véges élettartamának áramlási sebesség mérésekre vonatkozó konzekvenciáiról, illetve a {fényprofil  $\rightarrow$  sűrűség profil} leképezés nehézségeiről az eredményekről szóló fejezetben szólunk részletesebben.

### 2.1.2. Langmuir szondák

A LANGMUIR szonda [78] a plazma diagnosztikájának talán legegyszerűbb eszköze amely néhány fontos plazmaparaméter (elektronsűrűség, elektronhőmérséklet, plazmapotenciál) lokális mérésére, pontosabban szólva becslésére szolgál. A Langmuir szonda lényegében egy szigetelő testre szerelt vékony (mm-es) fém tűske (ld. 2.2. ábra). Mielőtt a szondák általános működési elvét tárgyalnánk, megemlítyük az eszköz legfontosabb előnyeit és hátrányait:

- Előnyök:
  1. Egyszerű felépítés és elektronika
  2. A plazma paraméterek lokális értékét szolgáltatja
  3. Jó detektálási határfok (árammérés)
  4. Szemben a nyalábos méréssel, nem kell a fotonzajjal számolni
- Hátrányok:

1. Sokszor nehéz a mérések interpretációja
2. A szonda egy bizonyos fokú perturbációt jelent a plazma számára
3. Nagyobb berendezésekben csak a plazma szélén lehet alkalmazni a hőterhelés miatt



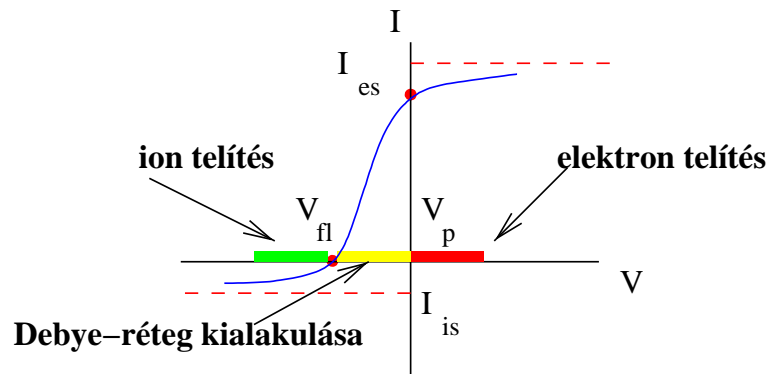
2.2. ábra. Sematikus ábra szigetelő karra szerelt Langmuir-szondáról.

Általánosan megállapíthatjuk, hogy amennyiben egy termikus egyensúlyban lévő, kvázineutrálisnak tekintett plazmába ( $T_e \approx T_i$ ,  $n_e \approx n_i$ ) bármilyen testet helyezünk, az elektronok ionoknál lényegesen nagyobb mobilitásuk miatt negatív töltésre töltik azt. A szonda előtt egy potenciálgát alakul ki amely taszító erőt fejt ki az elektronokra és vonzza az ionokat (2.4 ábra). Ennek a rétegnek a vastagsága a  $\lambda_D$ , Debye-hossz nagyságrendjébe esik<sup>1</sup>. Ezen ún. Debye-réteg (*Debye sheath*) kialakulása miatt a kezdetben plazmapotenciálon (a környező plazma potenciálja) lévő szonda potenciálja mindaddig esik, míg az elektronáramot az ionáram teljesen ki nem kompenzálja. Ekkor azt mondjuk, hogy a szonda lebegő potenciálon van.

A továbbiakban tekintsük azt az esetet, amikor a szondára valamilyen feszültséget kapcsolunk és mérjük a rajta folyó elektromos áramot. Ekkor megkapjuk a Langmuir-szonda áramfeszültség (I-V) karakterisztikáját. A 2.3 ábra sematikusán mutatja egy Langmuir szonda karakterisztikájának fontosabb jellemzőit. A kvalitatív értelmezéshez induljunk ki abból, hogy a szondára a plazmapotenciálnak megfelelő feszültséget kapcsolunk ( $V_p$ ). Ekkor a szonda főleg elektronokat fog gyűjteni, melyek szabad (perturbálatlan) diffúzióval érkeznek a szonda felületéhez  $\Gamma_e = \frac{1}{4}n_e \cdot \langle v_e \rangle$  fluxussal<sup>2</sup>. A szondára kapcsolt potenciált a plazmapotenciál fölé növelve a szonda árama nem növekszik minden határon túl - hiszen a lehetséges összes

<sup>1</sup>Amennyiben egy kvázineutrális, homogén plazmába többlettöltést helyezünk, az általa keltett elektromos teret a háttérplazma leárnyékolja. A jellemző árnyékolási hossz a Debye-hossz:  $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T_e}{e^2 n_\infty}}$ , ahol  $n_\infty$  a plazma perturbálatlan sűrűsége

<sup>2</sup>A  $\langle \dots \rangle$ , az elektronok egyensúlyi Maxwell-eloszlására való átlagolást jelenti. Megjegyezzük továbbá, hogy a kinetikus gázelmélet alapján kapott fenti fluxust megszorozva az elemi töltéssel és a szonda  $A_s$  felületével kapjuk az áramerősséget.



2.3. ábra. Langmuir szonda feszültség-áram karakterisztikájának jellemző tartományai. A feszültség-origó a  $V_p$  plazmapotenciálnak felel meg.

elektront begyűjtjük a felület- és időegység alatt -, hanem telítésbe megy. Ezt az áramot nevezik *elektron telítési áramnak* ( $I_{es}$ ). Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a gyakorlati életben a szondákat nem szokás az elektron telítési áramnak megfelelő feszültséggel meghajtani, mert ez rendszerint túl nagy hőterhelést jelent a szonda anyagának. A mérések szempontjából érdekesebb az a tartomány, ahol a meghajtó potenciál kisebb, mint a környező plazma  $V_p$  potenciálja. Ebben az esetben az elektronok számára egy taszító potenciálgát épül fel, melynek hatására a szondán mérhető áram rohamosan csökken, míg nem az ionok és az elektronok árama nullára kompenzálja egymást. Az ehhez a ponthoz tartozó potenciált nevezik *lebegő potenciálnak* ( $V_{fl}$ ). Tovább csökkentve a plazmapotenciálhoz képest a meghajtó potenciált az áram negatívvá válik, ami arra utal, hogy most már az ionok árama dominál. Természetesen ez az áram is telítésbe megy, ám egy abszolút értékben sokkal kisebb árammal (az ionok kisebb mozgékonyasága miatt), amit *ion telítési áramnak* ( $I_{is}$ ) nevezünk. Az ion telítési áram teljes általánosságban való meghatározása a Poisson-egyenlet és a mozgásegyenlet egyidejű, önkonzisztens megoldását követeli meg. Közelítő, ám minden gyakorlati szempontból kielégítő megoldást kaphatunk az alábbi feltételezésekkel élve:

1. A szonda potenciálja ( $V_0$ ) elegendően negatív a plazmapotenciálhoz képest, ezért főleg az ionokat gyűjti:

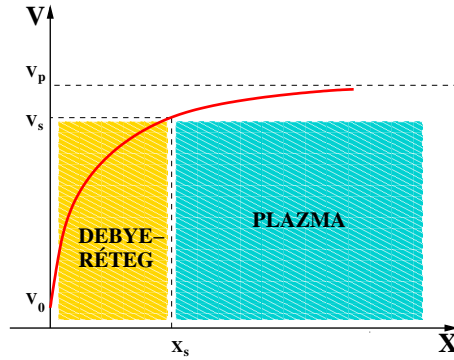
$$V_0 < V_p.$$

2. A szonda körül a plazma ütközésmentes, azaz

$$l \gg a \gg \lambda_D,$$

ahol  $l$  a szabad úthossz<sup>3</sup>,  $a$  a szonda jellemző mérete (pl. a tűske görbületes sugara) és  $\lambda_D$  a Debye-hossz.

<sup>3</sup>Teljesen ionizált plazmákban  $l \sim (n\lambda_D^3)\lambda_D$ -ként becsülhető [78].



2.4. ábra. A potenciál helyfüggése a szonda  $V_0$  potenciáljától a háttérplazma  $V_p$  potenciáljáig.

3. A Debye-réteg vastagsága ( $x_s$ ) sokkal kisebb, mint  $a$ :

$$a \gg x_s.$$

4. A perturbálatlan plazmában az ionok hőmérséklete sokkal kisebb az elektronok hőmérsékleténél:

$$T_i \ll T_e.$$

Célunk a továbbiakban egy kifejezés levezetése, mely leírja a szonda áramát az ion telítési szakaszban, a fenti közelítésekkel élve. Ennek érdekében a következő mennyiségeket kell meghatározni: az elektronok sűrűségét és átlagos sebességét a Debye-réteg közelében, illetve az ionok sűrűségét és sebességét. Az elektronokra vonatkozó mennyiségeket abból a felismerésből származtathatjuk, hogy a szondától valamilyen  $x$  távolságban lényegében egy teljes Maxwell eloszlásunk<sup>4</sup> van, hiszen csak azok az elektronok vesznek el az eloszlásból, melyeknek elegendő energiájuk van, hogy a potenciálgátat leküzdjék - emlékezzünk arra a tényre, hogy ilyen elektron kevés van az 1. feltételezésünk értelmében. Ekkor az elektronok perturbált sűrűségét lényegében egy Boltzmann-faktossal adhatjuk meg:  $n_e(x) = n_\infty \exp \frac{eV(x)}{T_e}$ . A Debye-rétegen belüli potenciál-eloszlást a Poisson-egyenlet megoldása szolgáltatja:

$$\nabla^2 V = -\rho/\epsilon_0 = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) = -\frac{e}{\epsilon_0} \left( n_i - n_\infty \exp \frac{eV(x)}{T_e} \right).$$

<sup>4</sup>Tulajdonképpen egy Maxwell-Boltzmann eloszlásunk van, hiszen a külső potenciál miatt a térbeli eloszlás nem lesz egyenletes:  $f_{MB}(x, v) \propto \exp \left( -\frac{\frac{1}{2}m_e v^2 + U_{pot}(x)}{T_e} \right)$ . Az ebből számított elektronsűrűség:

$$n_e(x) = \int_{-\infty}^{v_c} f_{MB} dv \approx n_\infty e^{\frac{eV(x)}{T_e}},$$

ahol  $v_c \gg 1$  jelöli azt a sebességet amelynél nagyobb sebességű elektronok "elvesznek" (a szondára jutnak) az eloszlásból, az  $n_\infty$  a sűrűség a perturbálatlan plazmában.

A fenti egyenlet megoldása, még közelítések alkalmazása esetén is, numerikusan történik. Most nem célunk a potenciál-eloszlás önkonzisztens meghatározása, hanem csupán az áramfeszültség karakterisztikát kívánjuk közelítőleg kiszámítani az ion telítési szakaszban, azaz a plazmapotenciálhoz képest negatív szondapotenciál esetén. Az ionáram  $I_i = eAn_i v_i$  kifejezésében az ionok átlagsebességét, ütközésmentes esetben, a Debye-réteg egy adott helyén ( $x$ ) a munkatételből számíthatjuk ki:

$$0 = \frac{m_i v_i^2}{2} + e(V(x) - V_p),$$

ahol feltételeztük, hogy a háttérplazmában az ionok nulla sebességűek. A továbbiakban rögzítjük a referencia potenciált:  $V_p = 0$ .

$$|v_i| = \left( -\frac{2eV}{m_i} \right)^{1/2}.$$

Amennyiben a Debye-réteg vastagsága sokkal kisebb, mint a szonda jellemző mérete, alkalmazható az ún. sík-közelítés (a szonda felületét síkkal közelítjük), ezzel csak a síkra merőleges dimenziót ( $x$ ) tekintjük. Tegyük fel, hogy a Debye-réteg vastagsága  $x_s$ . Ekkor a Debye-rétegben az  $x$  helyen az ionfluxus megegyezik az  $x_s$  helyen lévő ionfluxussal:

$$\Gamma_i(x) = \Gamma_i(x_s).$$

Ez az egyenlőség kapcsolatot teremt az  $x$  helyen érvényes ionsűrűség és potenciál között:

$$n_i(x) = n_i(x_s) \sqrt{\frac{V(x_s)}{V(x)}}. \quad (2.1)$$

A kvázineutralitás miatt,  $x_s$ -nél:  $n_i(x_s) = n_e(x_s) = n_\infty \exp \frac{eV(x_s)}{T_e}$ . Ezt kombinálva a (2.1) egyenlettel, kapjuk:

$$n_i(x) = \left( \frac{V(x_s)}{V(x)} \right)^{1/2} n_\infty \exp \frac{eV(x_s)}{T_e}.$$

A Poisson-egyenlet ekkor a következő alakot ölti:

$$\nabla^2 V = -\frac{en(x_s)}{\epsilon_0} \left[ \left( \frac{V(x_s)}{V(x)} \right)^{1/2} - \exp \frac{e[V(x) - V(x_s)]}{T_e} \right]. \quad (2.2)$$

Az egyenlet jobb oldalát linearizálva  $x_s$  körül, kapjuk:

$$\nabla^2 V = -\frac{en(x_s)}{\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{2V(x_s)} - \frac{e}{T_e} \right] [V(x) - V(x_s)]. \quad (2.3)$$

Megmutatható, hogy a (2.3) egyenletnek akkor van a Debye-réteg és a háttérplazma közötti folytonos átmenetet biztosító megoldása, ha fennáll a :

$$V(x_s) = -T_e/2e$$

összefüggés. Ez az összefüggés arra világít rá, hogy amennyiben a szonda potenciálja nem eléggé negatív, azaz ha  $V(0) > -T_e/2e$ , a Debye-réteg nem fog kialakulni, mondhatnánk úgy is, hogy a plazmapotenciálra töltött szonda felületénél is a plazma kvázineutrálisnak tekinthető, szemben azzal az esettel, amikor a szonda iontelítési szakaszban működik, ahol a szonda felületénél a kvázineutralitás sérül. Összefoglalva az eddigieket: a  $V_0 < V_p$  potenciálra feltöltött szonda árama:

$$I = I_i + I_e, \quad (2.4)$$

ahol az ionáramot (ion telítési áram) az ún. Bohm-formula határozza meg:

$$I_i = -Aen_\infty e^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{m_i}},$$

az elektronok árama pedig nem más, mint a perturbálatlan áram módosítva a potenciálnak megfelelő Boltzmann-faktorral:

$$I_e = \frac{1}{4}Aen_\infty \langle v_e \rangle e^{\frac{eV_0}{T_e}} = \frac{1}{4}Aen_\infty \left[ 2\sqrt{\frac{2T_e}{\pi m_e}} \right] e^{\frac{eV_0}{T_e}},$$

ahol az átlagolást az egyensúlyi Maxwell-eloszlásra kell kiszámítani. A szonda karakterisztikáját a két áram összege adja:

$$I(V) = -Aen_\infty e^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{m_i}} \left[ 1 - \left( \frac{m_i}{2\pi m_e} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{eV}{T_e} + \frac{1}{2}\right) \right].$$

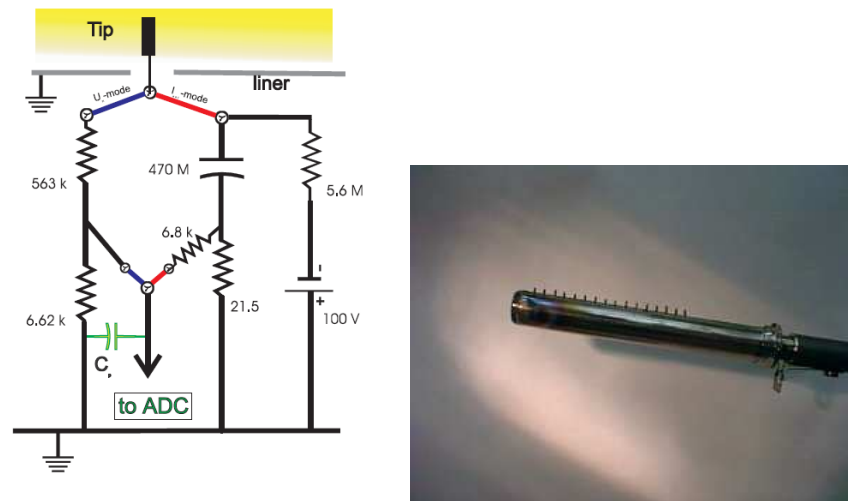
A nulla áramhoz tartozó potenciált nevezzük lebegő potenciálnak, azaz  $I(V_f) = 0$  feltételből következik, hogy:

$$\left( \frac{m_i}{2\pi m_e} \right)^{1/2} = e^{-1/2 - \frac{eV_f}{T_e}}.$$

Beírva ezt az összefüggést a karakterisztikát leíró egyenlőségbe, kapjuk:

$$I(V) = I_{sat} \left[ 1 - e^{\frac{e(V-V_f)}{T_e}} \right]. \quad (2.5)$$

A fenti egyenlet képezi a Langmuir-szonda diagnosztika alapját. A szonda karakterisztikája kísérleti úton egyszerűen meghatározható (ún. swept measurement). Amennyiben sikerül a (2.5) képlettel megadott görbét illeszteni, meghatározhatóvá válnak fontos plazmaparaméterek, mint az  $I_{sat} \propto n_\infty$ ,  $T_e$  és a  $V_f \propto V_p$ .



2.5. ábra. A mérsek során alkalmazott Langmuir-szondák kapcsolási sémája (bal oldali ábra). A jobb oldali ábrán látható a zonális áramlások kimutatására és vizsgálatára szolgáló Langmuir-szondákból álló szondasor (*rake probe*).

## 2.2. Adatfeldolgozás

Jelen doktori értekezés eredményeinek jelentős része kísérleti plazmafizikai jellegű, azon belül is a plazma különböző paramétereinek véletlen fluktuációival foglalkozik, mint ilyen szükségképpen alkalmazza a statisztikus jelfeldolgozás eszköztárát [79]. Tapasztalatunk szerint, a szakirodalomban sokszor előfordul, hogy bizonyos mennyiségeket vagy különbözőképpen neveznek, vagy különbözőképpen definiálnak. A félreértések elkerülése okán, ebben a fejezetben összefoglalom azon mennyiségek definícióit, amelyeket a későbbiekben pontosan az itt leírt értelemben alkalmazok.

Jelen disszertációban fluktuációkkal foglalkozunk, ami alatt véletlen (random) időbeli adatsorokat értünk, pontosítva, arról van szó, hogy a turbulens plazma állapotát jellemző mennyiségek (áramlási sebesség, sűrűség, hőmérséklet, elektromos tér stb.) időben sztochasztikusan változnak. Fontos kiemelni, hogy a „fluktuációk” és a „turbulencia” szavak nem ugyanazt jelentik (az irodalomban és a köznapi szakmai életben gyakran keverednek!); turbulens fizikai rendszerről beszélünk (hidrodinamikai képben), amikor a plazmafolyadék elemi térfogatának pályái kaotikussá válnak valamilyen instabilitás (hőmérséklet gradiens (ITG, ETG), nyomás gradiens PDG, stb.) hatására. Ezen turbulens állapot nyilvánul meg a mért plazmaparaméterek véletlen fluktuációiban. Általánosságban megjegyezzük, hogy a vizsgált mérési adatsorokkal kapcsolatban néhány apriori feltételezéssel szükséges élnünk, annak érdekében, hogy az alábbiakban definiált mennyiségeket és módszereket matematikailag is megalapozottnak lehessen tekinteni. A vizsgált jeleket *ergodikusnak* és *stacionáriusnak* gondoljuk. Az ún. ergodikus hipotézis, a kísérleti adatok feldolgozásánál használt legfontosabb feltétel, melyre az egész jeldiagnosztikai

apparátus épül. Röviden szólva, ez a hipotézis teszi lehetővé, hogy egy sztochasztikus folyamatot jellemző statisztikus sokaság helyett, a sokaságot egyetlen időbeni adatsorral jellemezzük – úgy is lehet fogalmazni, hogy a sokaságra vett átlagokat időátlagokkal helyettesíthetjük. A mért adatsorok stacionér jellege – a különböző statisztikus momentumok időbeli állandósága – természetesen nem áll fenn a kisülés teljes időtartama alatt; különböző tranziensek, állapotátmenetek, bifurkációk fellépésével is számolni kell, nem beszélve a globális plazmaparaméterek, a plazma oszlop térbeli helyének és alakjának változásairól.

### 2.2.1. Statisztikai alapmennyiségek

A méréseink során, a detektor által regisztrált jel lehet eleve digitális (pl. neutron-detektálás) vagy analóg (pl. feszültség-ingadozás). Mivel a jelen munkában kizárólag digitális (számítógépes) jelfeldolgozást használtam, az eredetileg analóg jeleket A/D konverter segítségével digitalizáltam. Ennek következtében a továbbiakban csak véges számú mintából álló diszkrét adatsorokról lesz szó.

Tehát, legyen a sztochasztikus folyamatot jellemző sokaság egy eleme a következő adatsor:

$$x_n = x(t_0 + n\Delta t), \quad \text{ahol } n = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (2.6)$$

ahol  $N$  az adatsor hossza, a  $t_0$  tetszőleges kezdeti időpont, mely a továbbiakban nem játszik szerepet, amennyiben stacioner folyamatról van szó<sup>5</sup>. A  $\Delta t$  a jel időfelbontása, tehát a detektálható legnagyobb frekvenciát a  $f_N = \frac{1}{2\Delta t}$  képlet adja meg.

Mielőtt rátérnénk az összetettebb jellemzők (korrelációs függvények, spektrumok) tárgyalására, érdemes a jel néhány alapvető sajátosságát szemügyre venni. Egy  $x_n$  adatsor *átlagértéke* alatt a következő számot értjük:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n.$$

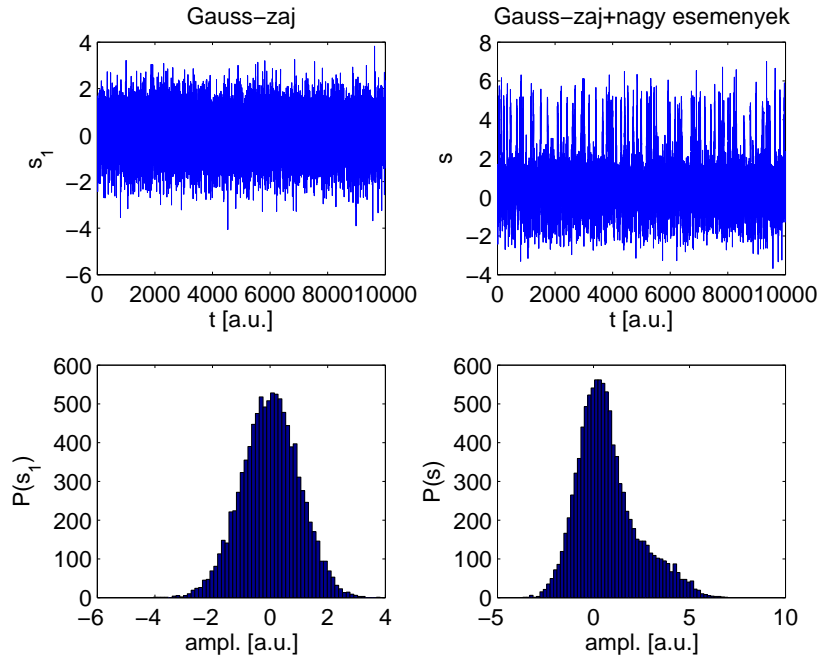
Megjegyezzük, hogy stacionér ergodikus jelekre az  $\bar{x}$  az  $x$  várható értékének torzítatlan becslését adja. A továbbiakban bennünket az átlagértéktől való eltérések érdekelnek, ezért célszerű az alábbi transzformációt elvégezni:

$$s_n = s(t_0 + n\Delta t) = x_n - \bar{x}, \quad \text{ahol } n = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (2.7)$$

ahol  $\bar{s} = 0$ . A következő fogalom a mért adatsor *amplitúdó eloszlása*:

$$P(s) = \frac{N_s}{NW}, \quad (2.8)$$

ahol  $W$  egy keskeny, szimmetrikus intervallum az  $s$ -pont körül, melybe  $N_s$  számú minta esik az  $N$ -ből.  $P(s)$ -t tekinthetjük a az eredeti sztochasztikus folyamat valószínűségi sűrűségfüggvénye egy becslésének. A fenti becslés nem egyértelmű, mivel függ az amplitúdóintervallumok



2.6. ábra. Szimulált adatsor amplitúdóeloszlása. Gauss statisztikájú zaj (bal oldali ábra), illetve a normáleloszlású zajhoz hozzáadott hosszú korelációs idejű eseményekből álló jel (jobb oldali ábra).

számától és az egyes intervallumok hosszától. A 2.6 ábrán látható két szimulált adatsor, az első (bal oldalon) normál eloszlású ún. Gauss-zaj, míg a második (jobb oldalon) esetében a Gauss-zajhoz hozzáadtunk hosszú korelációs idejű, többszörös amplitúdójú struktúrákat (az angol nyelvű szakirodalomban ezeket „burst”-öknek nevezik), amelyeket matematikailag időbeni Gauss-függvények állítanak elő. Az amplitúdó eloszlás deformációja mutatja ezen nagy amplitúdójú burst-ök jelenlétét. Hogyan tudnánk ezt a különbséget számszerűsíteni? Erre szolgálhatnak az eloszlásfüggvény momentumai. Az első momentum a fentebb már definiált várható érték. A második momentumot szokás *standard négyzetes eltérésnek* (röviden *szórásnak*) nevezni<sup>6</sup>:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N s_n^2}. \quad (2.9)$$

Ezen mennyiség négyzetét nevezzük *varianciának*. A  $\sigma/\bar{x}$  jellemzi a rendszerben jelen lévő fluktuációk relatív nagyságát. A harmadik momentumot *skewnessnak* szokás nevezni és a fluk-

<sup>5</sup>Sok esetben a mérések során nem stacionér folyamat stacionérnek feltételezett szakaszáról van szó.

<sup>6</sup>Gyakran szokás ezt a mennyiséget elosztani a jel várható értékével, ekkor kapjuk a relatív fluktuációs amplitúdót. Gyakran használják az relatív RMS amplitúdó elnevezést is.

	átlag	standard szórás	skewness	kurtosis
gauss	0.0152	0.9920	0.0533	3.0346
„bursty”	0.7033	1.2237	1.6401	4.2079

2.1. táblázat. A 2.6 ábrán látható szimulált véletlen fluktuációk első néhány momentuma.

tuációk asszimetriáját írja le (szimmetrikus Gauss-zaj esetében a skewness zérus):

$$sk = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n^3}{\sigma^3}. \quad (2.10)$$

A negyedik momentum az ún. *kurtosis* az eloszlás „lapultságát” ill. „hegyességét” jellemzi az alábbi definíció szerint:

$$k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n^4}{\sigma^4}. \quad (2.11)$$

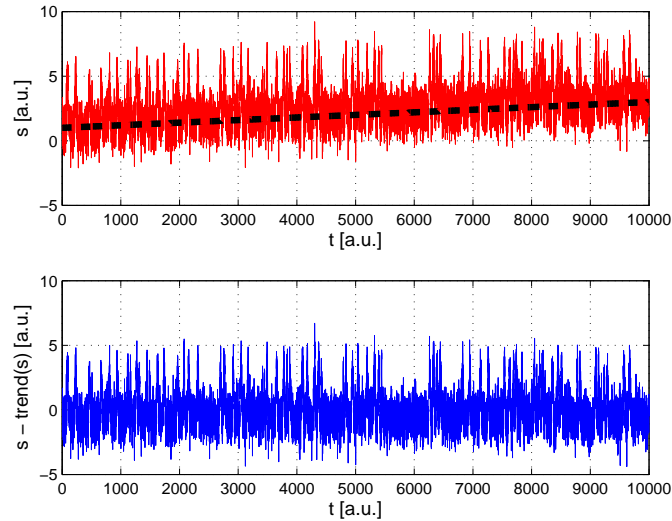
Megjegyezzük, hogy Gauss-zajra  $k = 3$ . A 2.1 táblázatban összefoglaltuk a példajeleink (ld. 2.6. ábra) statisztikus jellemzőinek számszerű értékeit. Látszik, hogy a burst-ök hatása egyértelműen megmutatkozik ezen jellemzők értékeiben.

### 2.2.2. Trendvonal-levonás és digitális szűrés

Már említettük, hogy a mérési adatok feldolgozásának matematikai elmélete megköveteli a vizsgált idősorok stacionaritását. A különböző diagnosztikai eszközökkel mért nyers fluktuáló jelek (Litium-nyalábból származó fényfluktuációk, Langmuir-szonák elektromos áramának fluktuációi stb.), tartalmazhatnak különböző hosszútávú trendeket, azaz olyan változásokat, amelyek periódusideje, vagy hullámhossza meghaladja a vizsgált időbeli és/vagy térbeli intervallumokat. Ebben az esetben szükségessé válhat ezen trendek kiküszöbölése; az eljárást trendlevonásnak, vagy *detrend*nek nevezzük. A detrend lényege (a legegyszerűbb esetben<sup>7</sup>), hogy a mért idősorra, a legkisebb négyzetek módszerével, egy  $n$ -ed fokú polinomot illesztünk, majd ezt a polinomot levonjuk az eredeti idősorból. Az általunk is alkalmazott lineáris detrendre mutat példát a 2.7 ábra.

Sok esetben, mielőtt még a mért adatsorok részletes analízisébe fognánk, vagy éppen az analízis folyamán felmerülő tudományos kérdések okán, célszerű lehet a nyers adatok szűrése. Szűrés (*filtering*) alatt, a vizsgált jelek frekvencia és/vagy hullámszám spektrumának bizonyos összetevőinek kiválasztását, értjük. Ez történhet olyan célból, hogy nemkívánatos periodikus összetevőket izoláljunk, majd ezeket a jelből eltávolítsuk, vagy éppen ezeket vessük további vizsgálatok alá. Az is előfordulhat, hogy az adatsorunkat decimálni (ritkítani) szeretnénk, ezzel az időfelbontást mesterségesen lerontjuk (erre szükségünk lehet akkor, ha például az adott

<sup>7</sup>Természetesen vannak matematikailag sokkal kifinomultabb eljárások is, ilyen például a Hilbert-Huang transzformáció alapuló módszer. Ezen eljárások ismertetése nem célja a jelen disszertációnak.



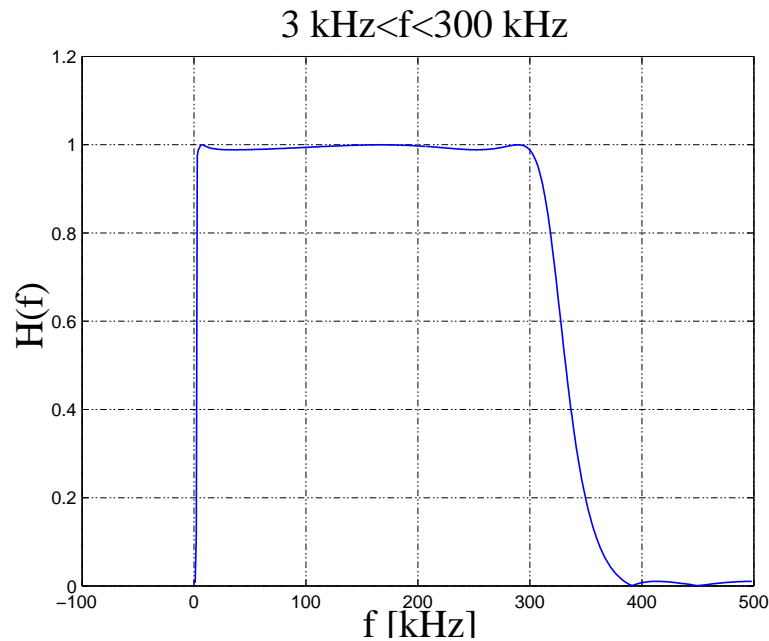
2.7. ábra. Példa lineáris regresszó segítségével végzett trendlevonásra.

mérésünket egy eleve rosszabb időfelbontású méréssel szeretnénk összehasonlítani), aminek következménye lehet a hamis frekvenciák betükröződéses megjelenése a decimált jel spektrumában (*aliasing*). Ilyenkor a decimálás elvégzése előtt, a jelet le kell szűrni egy aluláteresztő szűrő segítségével, mely nem engedi át a decimált jelnek megfelelő Nyquist-frekvencia feletti összetevőket.

A szűrést, mint matematikai műveletet felfoghatjuk úgy is, mint egy lineáris rendszert, amely a bemenő  $x_n$  idősorhoz hozzárendeli a kimenő  $y_n$  idősort. Az ilyen lineáris rendszer jellemezhető az ún. impulzusválasz függvényvel, ennek ismeretében kiszámítható a kimenet:

$$y_i = \sum_{k=0}^M h_k x_{i-k}. \quad (2.12)$$

Ez tulajdonképpen a szokásos konvolúciós integrál digitális megfelelője. Tehát, azt mondhatjuk, hogy az általunk használni kívánt szűrő sajátosságait a digitális szűrő  $h_k$  impulzusválasz függvénye szabja meg. A digitális szűrőket két nagyobb csoportra szokás felosztani: az egyik a (2.12) egyenlet által definiált nemrekurzív szűrő (*finite impulse response, FIR*). Ezen szűrők közé tartoznak a különböző mozgó átlagolások, interpolációk, extrapolációk, differenciálások és integrálások. A másik nagy csoport az ún. rekurzív szűrők csoportja (*infinite impulse response, IIR*), mely szűrők esetén a kimenetet nem csupán a bemenet véges összege határozza meg, hanem rekurzív módon a kimenetet meghatározó összegben megjelenik az előzőekben



2.8. ábra. A dolgozatban alkalmazott sáváteresztő digitális szűrő frekvenciaválasz függvénye.

már kiszámított kimenet is. Egy ilyen egyszerű IIR filtert definiál a következő egyenlőség is:

$$y_n = cx_n + \sum_{k=1}^M h_k y_{n-k}, \quad (2.13)$$

ahol az  $y_n$  kiszámításánál felhasználjuk az előző  $M$  db kimenetet és csupán az  $n$ -edik bemenetet. A különböző digitális filtereket a gyakorlati problémának megfelelően szokták kialakítani, oly módon, hogy meghatározzák az impulzusválasz függvény paramétereit (pl. azt, hogy milyen frekvencián és milyen meredek legyen a levágása). A disszertációban fellépő digitális szűréseket a 8-ad rendű elliptikus IIR szűrővel végeztük (MATLAB magasszintű programnyelvben implementált szűrő), a következő paraméterekkel: 0.1 dB amplitúdójú modulációval az áteresztett tartományban, 40 dB-es elnyomás mellett a levágási frekvenciánál. Az alkalmazott sáváteresztő szűrő átviteli függvénye látható a 2.8 ábrán.

### 2.2.3. Korrelációs függvények

Tekintsünk két stacionér, véletlen valószínűségi változót – pl. valamely általunk mért fluktuáló idősorokat –, melyeket a trendvonal levonása után jelölje rendre,  $s^1(t)$  és  $s^2(t)$ , ahol  $0 \leq t \leq T$ . Definiáljuk a következő *kovariancia függvényeket*:

$$C_{ij}(\tau) = \langle s^i(t) s^j(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s^i(t) s^j(t + \tau) dt, \quad i, j = 1, 2. \quad (2.14)$$

A fent definiált függvények elnevezése:

$i = j$  autokovariancia függvény.

$i \neq j$  kereszkovariancia függvény.

Mivel méréseink digitális formában állnak rendelkezésre, a  $[0, T]$  intervallumban csak véges számú mintánk van. Jelöljük  $n = 1, 2, \dots, N$  a mintavételezett értékek számát (feltesszük, hogy a mintavételezés ekvidisztans). A (2.14) definíciót diszkrét jelekre explicitté téve:

$$C_{ij}(k\Delta t) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=1}^{N-k} s_n^i s_{n+k}^j, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m, \quad (2.15)$$

$$C_{ij}(k\Delta t) = \frac{1}{N-|k|} \sum_{n=1}^{N-|k|} s_{n-k}^i s_n^j, \quad k = 0, -1, -2, \dots, -m, \quad (2.16)$$

ahol  $\tau = k\Delta t$ , az időeltolás,  $\Delta t$  az időfelbontás és  $m$  a maximális időeltolások száma. Rögzített  $k$  mellett az összegben lévő szorzatok száma  $N - k$ , tehát ezt a számot kell a definícióban normáló tényezőként alkalmazni, amennyiben a kovariancia függvény torzítatlan becslését szeretnénk megkapni. Meg kell jegyeznünk, hogy a fenti definícióval számított kovariancia függvény műveletigénye:  $N \cdot m$ . A definíció szerinti direkt számítás helyett, lehetséges a kovariancia függvény kiszámítása a teljesítményspektrum inverz gyors Fourier-transzformációjával. Erre még visszatérünk a következő részben.

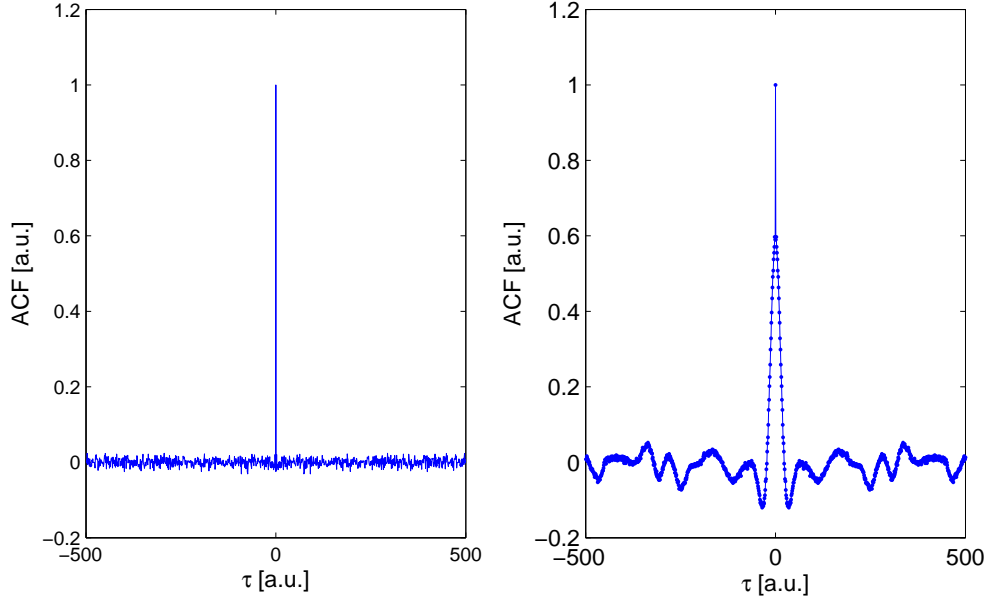
Korrelációs függvényekről beszélünk, amikor a kovariancia függvényeket a  $\tau = 0$ -nál felvett értékekkel normáljuk<sup>8</sup>, azaz:

$$C_{ij}^N(\tau) = \frac{C_{ij}(\tau)}{\sqrt{C_{ii}(0)C_{jj}(0)}}. \quad (2.17)$$

$C_{ij}^N$ -et,  $i = j$  esetén autokorrelációs függvénynek (ACF) nevezzük, míg  $i \neq j$  esetén kereszkorrelációs függvényről (CCF) beszélünk.

Példaképpen a 2.9 ábrán bemutatjuk egy szimulált idősor autokorrelációs függvényét. A szimulált jel  $10\mu s$ -os korrelációs idejű „burst”-öket és egy korrelálatlan szélessávú, normál eloszlású komponens tartalmaz. Az ábrán  $\tau = 0$ -nál látható egy erős, Dirac- $\delta$  szerű, zajcsúcs, mely képes elnyomni a bennünket érdeklő események korrelációit. A későbbiekben még találkozzunk ezzel a problémával, a kísérleti eredményeket leíró fejezetben, akkor egy extrapolációs technikával távolítjuk majd el ezt a nagyfrekvenciás, statisztikus zajból származó korrelációs csúcsot.

<sup>8</sup>Amennyiben a mért jel, a vizsgálni kívánt, véges korrelációs idejű eseményeken túl korrelálatlan zajt is tartalmaz, ez, az autokorrelációs függvényben éles csúcsként jelentkezik  $\tau = 0$ -nál. Ebben az esetben gondosan kell eljárni, nem lehet közvetlenül a fenti normálást alkalmazni (ld. 3.3.6 fejezet 3.25 ábra).



2.9. ábra. Szélessávú korrelálatlan, normális eloszlású zaj autokorrelációs függvénye (bal oldali ábra). Gauss-zajhoz hozzáadott nagy amplitúdójú, véges élettartamú ( $10\mu s$ ) Gauss-függvény alakú események autokorrelációs függvénye (jobb oldali ábra).

#### 2.2.4. Teljesítményspektrum

Az 1967-es esztendő előzően a teljesítményspektrumok számításánál, általában a kovariancia függvény (2.14)-beli definícióját használták. Először kiszámították a kovariancia függvényt, majd azt Fourier-transzformálva jutottak el a teljesítményspektrumhoz. A FFT algoritmus 1965-ös publikálása után, ill. az első számítógépek megjelenésével a teljesítményspektrumok számítása sokkal gyorsabbá vált. A doktori disszertációban fellépő spektrumokat, az FFT-t alkalmazó, a MATLAB programcsomagba implementált Welch-technikával számoltam. A módszer lényege a következőképpen foglalható össze [79]:

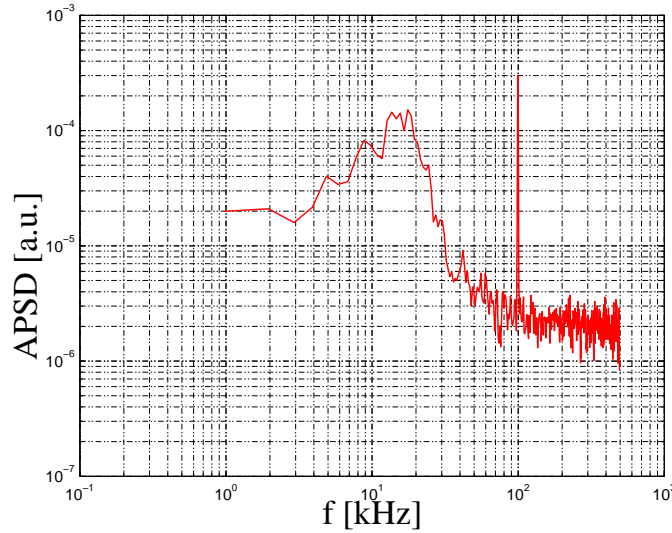
Tekintsük ismételten a  $T$  hosszúságú, detrendnek alávetett,  $s^x(t)$  stacioner adatsort. Osszuk fel az adatsort  $n_d$  db,  $\Delta T$  hosszúságú szakaszokra. Az  $j$ -edik szakaszon az idősort jelöljük  $s_j(t)$ -vel, ahol  $(j-1)\Delta T \leq j\Delta T$  és  $j = 1, 2, \dots, n_d$ . Definiáljuk a teljesítmény sűrűség spektrumokat az így képezett sokaságra vonatkozó átlagként:

$$P_{xy}(f) = \frac{1}{n_d \Delta T} \sum_{j=1}^{n_d} X_j^x(f, \Delta T) X_j^{y*}(f, \Delta T), \quad (2.18)$$

ahol

$$\begin{aligned} X_j^x(f, \Delta T) &= \int_{j\Delta T}^{(j+1)\Delta T} s_j^x(t) e^{-i2\pi ft} dt, \\ X_j^{y*}(f, \Delta T) &= \int_{j\Delta T}^{(j+1)\Delta T} s_j^y(t) e^{i2\pi ft} dt. \end{aligned} \quad (2.19)$$

A  $P_{xx}(f)$  függvényt nevezzük autospektrumnak (APSD, *Auto Power Spectral Density*), míg a  $P_{xy}$  függvény neve keresztspektrum (CPSD, *Cross Power Spectral Density*). Meg kell jegyeznünk továbbá, hogy a valós jelek autospektruma, amint az a definícióból is kitűnik, valós, míg a keresztspektrum komplex szám, ezért értelmezhető az ún. keresztfázis, mely a két jel adott frekvenciájú összetevői közötti fáziskapcsolatot írja le. Áttérve a diszkrét reprezentáció-



2.10. ábra. Szimulált idősor teljesítményspektruma. A szimulált jel három részből áll: 1.) egységnyi amplitúdójú, 100 kHz-es koherens rezgés, 2.) 4x-es amplitúdójú, véges élettartamú korrelált események („burst”-ök) és 3.) egységnyi amplitúdójú, korrelálatlan, normálosztású zaj.

óra, tegyük most fel, hogy minden egyes  $\Delta T$  hosszúságú intervallumban van  $N$  db, egyenletes időközlel mintavételezett adatunk, jelöljük ezeket  $s_{jn}^x$ -nel, ahol  $n = 0, 1, \dots, N - 1$  az egyes intervallumokon belül az adatpont sorszáma,  $j = 1, 2, \dots, n_d$  az intervallum sorszáma. A Fourier-transzformáció során a transzformált értékeket a következő diszkrét frekvenciáknál kapjuk:

$$f_k = \frac{k}{\Delta T} = \frac{k}{N\Delta t}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.20)$$

Ezek után, az  $i$ -edik intervallumban az  $f_k$  frekvenciájú Fourier-komponenst a következő sor állítja elő:

$$X_j^x(f_k) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} s_{jn}^x \exp\left(-\frac{i2\pi kn}{N}\right). \quad (2.21)$$

Végül a teljesítmény sűrűség spektrum becslése:

$$P_{xy}(f_k) = \frac{1}{n_d N \Delta t} \sum_{j=1}^{n_d} X_j^x(f_k) X_j^{y*}(f_k). \quad (2.22)$$

Megjegyezzük, hogy a Welch-módszer szerint az egyes intervallumokban az FFT-t  $N$  db adatból számítjuk ki. Ezt, az egyes intervallumok hosszát megadó számot nevezzük blokk méretnek, és kulcsszerepet játszik a frekvenciafelbontás kiszámításában:

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta T} = \frac{1}{N \Delta t}, \quad (2.23)$$

ahol  $\Delta t$  az eredeti mérés időfelbontása.

A 2.10 ábrán egy példát látunk Welch-technikával számolt autospektrumra (APSD). A jel amelyre a technikát alkalmaztuk egy  $T = 10\text{ms}$  hosszú,  $\Delta t = 1\mu\text{s}$  időfelbontású összetett struktúrájú jel. Három részből áll: egy korrelálatlan Gauss-zajból, egy 100kHz frekvenciájú szinuszos rezgésből és végül 1000 db véges élettartamú ( $10\mu\text{s}$ ), a többi összetevőhöz képest  $4\times$ -es amplitúdójú eseményekből. Az autospektrum számolásához  $N = 1000$  (1ms) méretű blokkokat használtunk, az átlagolásokat 50%-os átlapolás mellett végeztük el. Az ábrán világosan kiténik a jelben eredetileg meglévő mindhárom komponens.

## 3. fejezet

# Eredmények

### 3.1. Fluktuációk vizsgálata a W7-AS sztellarátoron

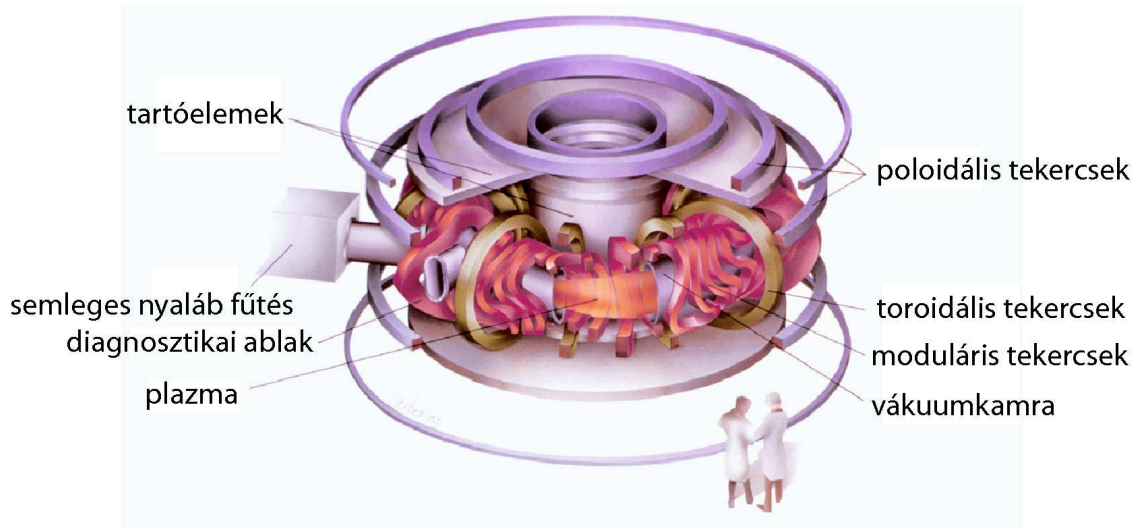
A jelen disszertációban összefoglalt kutatási eredmények egy része a németországi (Garching) Max Planck Institut für Plasmaphysik Wendelstein 7-AS sztellarátorán (ld. a 3.1 ábra) végzet kísérleti és szimulációs munka eredménye [2, 6, 7, 5]. Mielőtt az eredmények tárgyalására térnénk, az alábbiakban röviden összefoglaljuk a berendezés főbb jellemzőit.

A Wendelstein 7-AS sztellarátor egy ötös szimmetriával rendelkező ún. moduláris berendezés. A tokamakokkal szemben a az ilyen sztellarátorokban általában nem hajtanak plazmaáramot. Moduláris és toroidális tekercsek (összesen 45 db.) állítják elő mind a toroidális, mind pedig a poloidális mágneses teret (a tokamakoknál csak a toroidális teret állítják elő külső tekercsekkel). A bonyolult mágneses struktúrát előállító tekercseket úgy tervezték meg, hogy a neoklasszikus veszteségeket minimalizálják. A maximális mágneses tér a mágneses tengelyen  $B_0 = 2,5T$ . A fluxusfelületek alakja a  $\psi$  toroidális szöggel változik, ami azt jelenti, hogy a W7-AS nem axiálszimmetrikus berendezés. Minden egyes modul közepén ( $\psi = \psi_0$ ) a fluxusfelületek háromszög alakúak, míg a modulok szélén ( $\psi = \psi_0 \pm 36^\circ$ ) inkább elliptikusak. A berendezés nagysugara (toroidális szögre átlagolva)  $R_0 = 2m$ , míg a kissugár  $a \leq 18cm$ . A plazma fűtésére elektron ciklotron rezonancia (4 db. 140 GHz-es, összesen 2.1 MW teljesítményű girotron), ion ciklotron rezonancia (35-110 MHz-es, 1.2 MW teljesítményű antenna) és semleges nyaláb (8 db. injektor, összesen 4 MW-os teljesítmény) fűtést használnak. A W7-AS plazmakisülés tipikus hossza 0.5-1 sec. közötti.

Mint ahogyan ezt már hangsúlyoztuk az elméleti bevezető során, a turbulens állapotban lévő fúziós plazma számítógépes szimulációja során megfigyelhető volt mezoszkopikus struktúrák (zonal flow-k) keletkezése. A jelenlegi ismereteink szerint, az ilyen struktúrák döntően befolyásolják a mágneses térre merőleges anomális transzportot. Ezen struktúrák magplazmában való kísérleti megfigyelése nagy berendezéseken nagyon nehéz feladat<sup>1</sup>, ugyanis a mérést egyaránt

---

<sup>1</sup>Eddig egyetlen közvetlen ilyen mérési eredményt ismerünk 2005-ből a CHS japán sztellarátoron végzett nehézion nyaláb technika alkalmazásával. Jelen doktori disszertáció talán legfőbb eredménye éppen egy ilyen kísérlet sikeres elvégzése tokamakon (CASTOR).



3.1. ábra. A Wendelstein 7-AS sztellarátor berendezés. Németországban (IPP-Garching) működött 2002 őszéig.

jó térbeli és időbeli felbontással kell elvégezni. A legtöbb releváns fluktuációs diagnosztika (kollektív lézer szórás, elektron ciklotron emisszió diagnosztika, atomnyaláb spektroszkópia, reflektometria), térben és/vagy időben integrált méréseket szolgáltat. Ennél fogva szükségesnek tűnik ezen diagnosztikák együttes alkalmazása, ám ebben az esetben is az interpretáció és az összehasonlítás nehézségekbe ütközik, mivel valamilyen apriori ismerettel kell rendelkezünk a turbulens struktúrák tér- és időbeli sajátosságairól. Ezen felül, a sztellarátorok, mint amilyen a W7-AS is, esetében az is bonyolítja a helyzetet, hogy a mágneses tér alacsonyabb rendű szimmetriával rendelkezik, mint a tokamakok esetében, tehát a teljes 3 dimenziós geometriát figyelembe kell venni. A jelen doktori munka részeként számítógépes szimulációt végeztem a fenti probléma vizsgálatára. A problémát megfordítva: induljunk ki abból, hogy adottak a plazmadiagnosztika által megszabott mérési körülmények (a mérések geometriája, érzékenysége, térbeli és időbeli felbontása stb.), továbbá írjuk elő a turbulens struktúrák tér és időbeli sajátosságait (térbeli és időbeli eloszlás, korrelációs idő, korrelációs hosszak, amplitúdó), valamint az áramlási mezőt a megfelelő 3 dimenziós geometria figyelembevételével. Ezek után a kérdés az, hogy ezen fentebb felsorolt sajátosságok miként tükröződnek a konkrét diagnosztikák által mért jelekben. A jelen szimuláció konkrétan a W7-AS sztellarátor egy-és kétdimenziós Li-nyaláb diagnosztika által mért fluktuációs jeleit szimulálja [76, 77]. A szimulációk célja a nyírt áramlások hatásának vizsgálata két szempontból:

1. Milyen hatása van a nyírt poloidális áramlásnak a sűrűségfluktuációk tér-idő korrelációira az egydimenziós mérésekben [2]?
2. Hogyan nyilvánul meg a sebességnyírás hatása a poloidális korrelációs függvényre (két-

dimenziós mérésben), amennyiben figyelembe vesszük az atomfizikai hatásokat [7]?

### 3.1.1. Mágneses geometria, leképezés

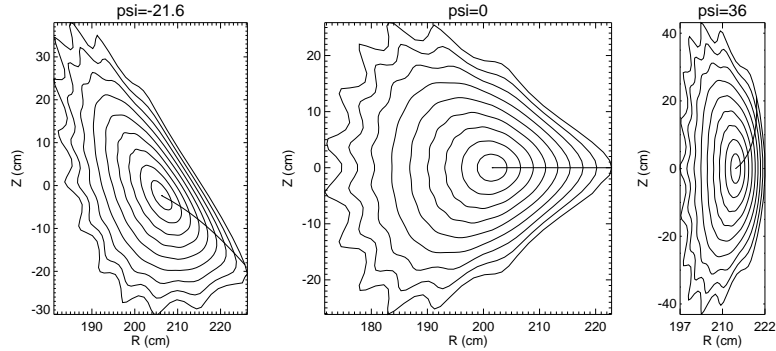
A különböző fúziós berendezéseken végzett kísérletek azt mutatják, hogy a turbulens struktúrák esetén fennáll a  $k_{\parallel} \approx 0$  összefüggés, tehát a perturbációk elnyúltak a mágneses erővonalak mentén (akár több méteres korrelációs hosszak is megfigyelhetők voltak). Ezen sajátosság folytán adódik, hogy a szimulációk számára a természetes koordináta-rendszer az ún. *fluxus koordináták* segítségével adható meg. Mint tudjuk, a toroidális fúziós berendezések egyensúlyi mágneses konfigurációja ún. fluxusfelületekből áll, melyeket ergodikusan hálóznak be a helikálisan tekeredő mágneses indukció vonalak. Toroidális plazmák általános mechanikai egyensúlyának feltétele:

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p. \quad (3.1)$$

A fenti egyenletből világos, hogy  $\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0$  és  $\mathbf{j} \cdot \nabla p = 0$  fennáll, ami azt jelenti, hogy a mágneses fluxusfelületen a nyomás konstans, illetve, hogy az áramsűrűség vektor teljes egészében a fluxusfelületbe esik, mivel a nyomás gradiens merőleges a mágneses felületre. Poincaré híres tétele szerint az ilyen tulajdonságú vektormezők, topológiai értelemben tórusz felületeket határoznak meg, ám ez korántsem jelenti azt, hogy szabályos körkeresztmetszetűek és koncentrikusak lennének - sztellarátorok esetében ezek a felületek lehetnek igen bonyolultak is. Ezért célszerű a hengerkoordináta rendszer radiális ( $r$ ) koordinátájának egy olyan effektív radiális koordinátát ( $R_{eff}$ ) megfeleltetni, amely minden egyes mágneses fluxusfelülethez egyetlen számot rendel. Ez természetesen többféleképpen is megtehető - az egyik szokásos definíció szerint tekintsük az adott fluxusfelület egy poloidális keresztmetszetén áthaladó toroidális mágneses tér mágneses fluxusát. Természetesen az ilyen fluxus tetszőleges függvénye is tekinthető effektív radiális koordinátának. A sztellarátorok esetében szokás úgy választani az  $R_{eff}$ -et, hogy az legyen egyenlő a kérdéses fluxusfelület keresztmetszetének területével azonos területű kör sugarával. Jelen szimulációban is az utóbbi definícióval adtuk meg az effektív radiális koordinátát.

A toroidális koordináta,  $\psi$  egyszerűen a tórusz mentén (a hosszabb körülfutás irányában) mért szög. A harmadik koordináta az ún. poloidális szög,  $\varphi$  melyet a rövidebb körülfutás irányában mérünk a tórusz mentén. A  $\psi = 0$  toroidális szöget a W7-AS sztellarátorban a háromszög alakú keresztmetszetenél jelölik ki. Ezen keresztmetszetben a mágneses tengelytől a plazma széléhez húzott vízszintes félegyenes jelöli ki a  $\varphi = 0$  szöget (ld. a 3.2. ábrát), természetesen ez a vonal az erővonalak csavarodása miatt metszetről metszetre változik a toroidális irány mentén. Megjegyezzük továbbá, hogy a  $\varphi$  skáláját úgy kell megválasztani, hogy a mágneses fluxus egy  $d\varphi \times R_{eff}$  cellában állandó legyen.

A perturbációk hatását a „valós” ( $R, Z, \psi$ ) hengerkoordináta rendszerben szeretnénk megkapni, míg magukat a perturbációkat a ( $R_{eff}, \varphi, \psi$ ) fluxuskoordinátákban szimuláljuk, szükséges tehát a két rendszer közötti leképezés megadása - lényegében ez képezi a szimuláció numerikus lényegét.



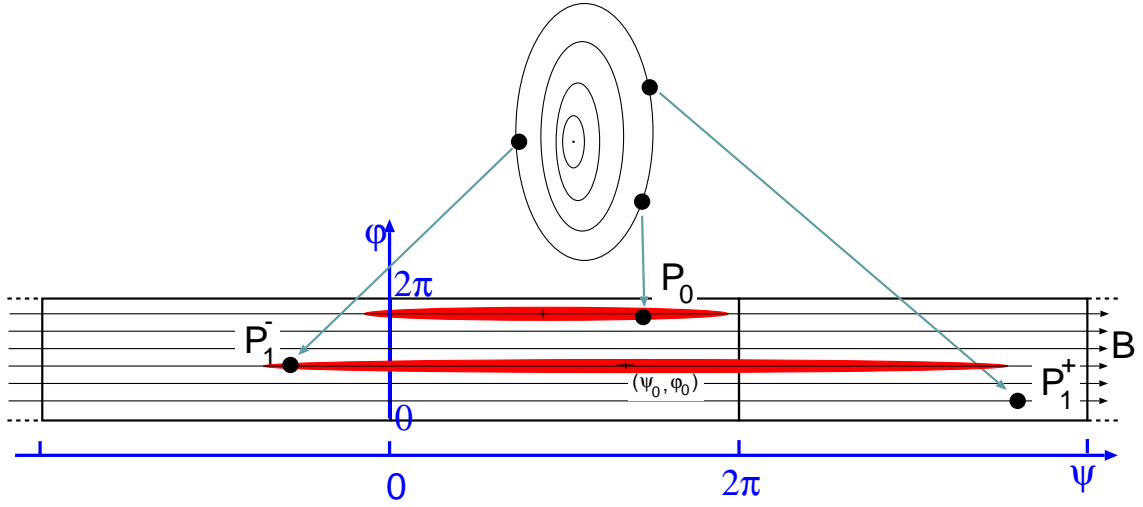
3.2. ábra. A W7-AS plazma néhány tipikus poloidális keresztmetszete. A vízszintes vonal a  $\varphi = 0$  poloidális szögnek felel meg a  $\psi = 0$  keresztmetszetben ill. ennek a vonalnak a leképezései láthatók a különböző toroidális szögeknek megfelelő metszetekben.

A Wendelstein 7-AS sztellarátor esetében - mint ahogyan más nagy berendezések esetében is - minden egyes plazmakisüléshez készül egy egyensúlyi mágneses tér számítás<sup>2</sup>. A 3.2. ábrán egy ilyen számítás eredményeként láthatóak a mágneses felületek egy-egy poloidális keresztmetszetben. A szimuláció során ezeket - a TRANS nevű kód segítségével számolt - fluxusfelületeket használtuk fel az  $(R, Z, \psi) \longleftrightarrow (R_{eff}, \varphi, \psi)$  leképezések numerikus előállítására. Adott  $P(R, Z, \psi)$  térbeli pont esetén az  $R_{eff}$ -et a lokális fluxus kontúrok segítségével (rögzített  $\psi$  mellett) állítottuk elő lineárisan interpolálva a TRANS által megadott kontúrok között, míg a  $\varphi$  poloidális szöget úgy lehet meghatározni, hogy az erővonalak mentén leképezzük a  $P$  pontot a  $\psi = 0$  metszetre és ott meghatározzuk vízszinteshez képesti szöget.

Az így, numerikusan elkészített  $(R, Z, \psi) \longrightarrow (R_{eff}, \varphi, \psi)$  transzformáció nem egyértékű a  $\varphi$  koordinátában. Ez annak felel meg, hogy a  $P$  pontot leképezve az erővonalak mentén, egyrésztől pozitív és negatív  $\psi$  irányba is indulhatunk, másrésztől amennyiben nem csak egyszer járjuk körül a leképezés során a tóruszt más más azimutális helyre érkezünk a  $\psi = 0$  keresztmetszetbe. Ez a többszörös körüljárás adott esetben indokolt lehet, hiszen a mágneses tér mentén a turbulens struktúrák elnyúltak, akár többször is körbeérhetnek a tóruszban ( $k_{\parallel} \approx 0$ ). A szimuláció során természetesen csak véges számú körülfordulást engedünk meg a megfelelő  $\psi = \psi \pm n \cdot 2\pi$ , ( $n = 0, 1, \dots$ ) toroidális szögeknek megfelelő  $P_0^{\pm}, P_1^{\pm}, \dots, P_i^{\pm}$  képpontokkal (ld. a 3.3. ábrát).

A leképezés ismertetése után rátérünk a szimulált sűrűségperturbációk ismertetésére. A sűrűségperturbációkat fluxuskoordináta-térben Gauss függvényekkel reprezentáljuk, melyek közepeit térben és időben egyenletes eloszlású véletlen változókkal adtuk meg:  $\psi_0, \varphi_0 \in [0, 2\pi]$ ,  $R_{eff}^0 \in [0, a_{eff}]$ ,  $t_0 \in [0, T]$ , ahol  $a_{eff}$  az effektív kis sugár,  $T$  pedig a mérés teljes ideje. A

<sup>2</sup>A fentebbi 3.1. egyenlet fluxuskoordinátákban megadva képezi az alapját az egyensúlyi mágneses tér számításoknak. Ezt az egyenlet szokás Grad-Shafranov egyenletnek nevezni, segítségével a mágneses fluxusfelületek alakja és a mágneses tengely eltolódása egyaránt meghatározható.



3.3. ábra. Szimulált sűrűségperturbáció egy adott fluxusfelületen.

perturbációk funkcionális alakját a következő kifejezés írja le:

$$A(R_{eff}, \varphi, \psi, t) = A_0 \exp \left\{ -\frac{(R_{eff} - R_{eff}^0)^2}{2w_R^2} - \frac{(\varphi + v_\varphi(R_{eff})t - \varphi_0)^2}{2w_\varphi^2} \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{(\psi - \psi_0)^2}{2w_\psi^2} - \frac{(t - t_0)^2}{2w_t^2} \right\}. \quad (3.2)$$

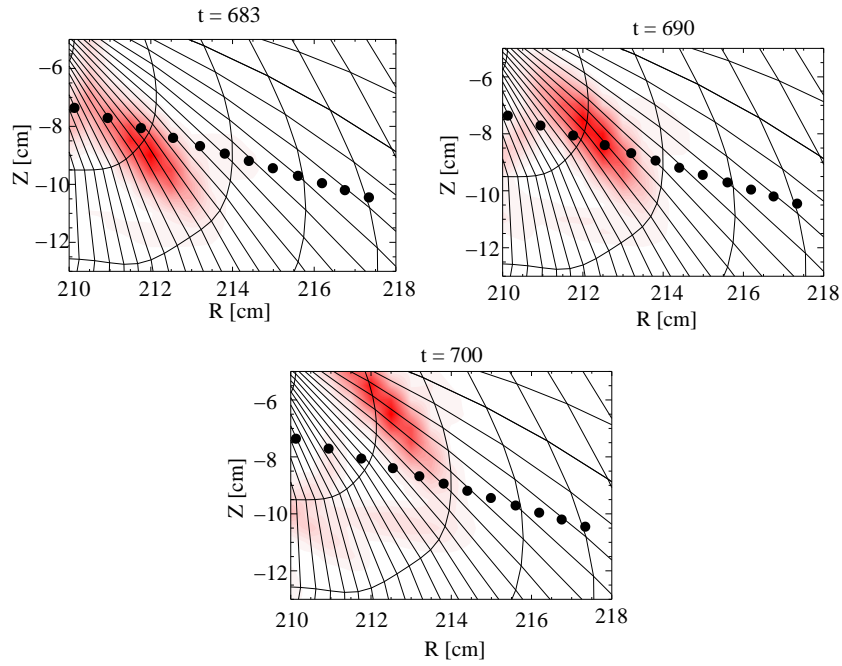
A véletlen struktúrák tér és időbeli méreteit a  $w_R$ ,  $w_\varphi$ ,  $w_\psi$  és  $w_t$  paraméterek határozzák meg, pontosabban ezek eloszlása. Jelen esetben ezen paramétereket rögzítjük, mintegy várhatóértéknek tekintve ezeket, azaz minden struktúra azonos tér és időbeli sajátosságokkal bír. Ez a korlátozás nem jelent jelentős megszorítást a mi esetünkben, mivel az adatfeldolgozás során korrelációs függvényeket számolunk és ezekben a fenti paraméterek várhatóértékei jelennek csak meg. A továbbiakban azt is feltételezzük, hogy a kisülés során ezen paraméterek nem változnak a energiaösszetartási idő skáláján. Fontos megjegyeznünk, hogy a szimulált perturbációkat fluxuskoordinátákban adtuk meg és ebben a koordinátarendszerben tekinthetők csak egyformáknak, a leképezés során természetesen alakjuk attól függ, hogy a valós térben éppen hol található az adott időpillanatban.

A struktúrák időfejlődését két tényező határozza meg a 3.2. kifejezésben. Egyrésztől van egy véges  $w_t$  élettartama (dekorrelációs idő) a perturbációknak, továbbá adott  $v_p(R)$  poloidális sebességtér hatása alatt mozognak. Mint látható 3.2.-ben  $v_p(R)$  helyett  $v_\varphi(R_{eff})$  szerepel. A poloidális sebességet a  $\psi, \varphi = 0$  által meghatározott félegyenes mentén írjuk elő, mint az  $R$  függvényét. Ezek után a sebesség transzformációja:

$$v_\varphi = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) \cdot v_p(R). \quad (3.3)$$

### 3.1.2. Tér-időbeli korrelációk

Az előzőekben leírt szimuláció megvalósítása MATLAB magasszintű programozási nyelven történt, a futtatásokat asztali PC-n (1.5GHz Intel Pentium processzor) végeztem. A szimuláció során  $2 \cdot 10^4$  turbulens struktúrát generáltam, rögzített amplitúdóval, egyaránt 2 cm-es radiális és poloidális mérettel. A perturbációk toroidális mérete a tórusz kerületének 1/4-ét tette ki, továbbá az élettartamot  $w_t = 10\mu s$ -nak választottam.



3.4. ábra. Szimulált sűrűségperturbáció mozgása az 1D-os Li-nyaláb mérési pontjain keresztül, adott fluxusfelületen.

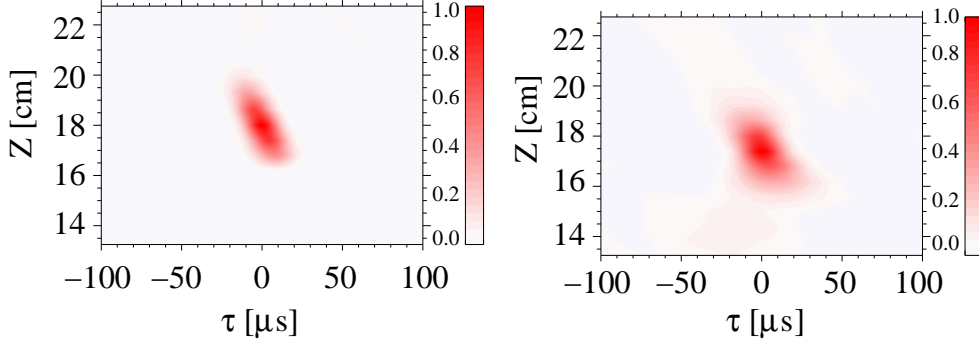
A mérési pontok, a valós Li-nyaláb diagnosztikának megfelelő poloidális keresztmetszetben, a nyaláb mentén voltak elhelyezve. A 3.4. ábrán egy szimulált perturbáció (vortex) mozgását figyelhetjük meg, amint áthalad a mérési pontjainkon, ahol  $1\mu s$ -os időfelbontással mintát veszünk (a teljes szimulált jel hossza  $T = 10ms$ ).

Jelölje az  $i$ -edik mérési pontban a nyaláb mentén a sűrűség értékét  $n(Z_i, t) = n_0(Z_i) + \tilde{n}(Z_i, t)$ . A sűrűségfluktuációk auto-és keresztkovariancia függvényeit az alábbiak szerint definiáljuk:

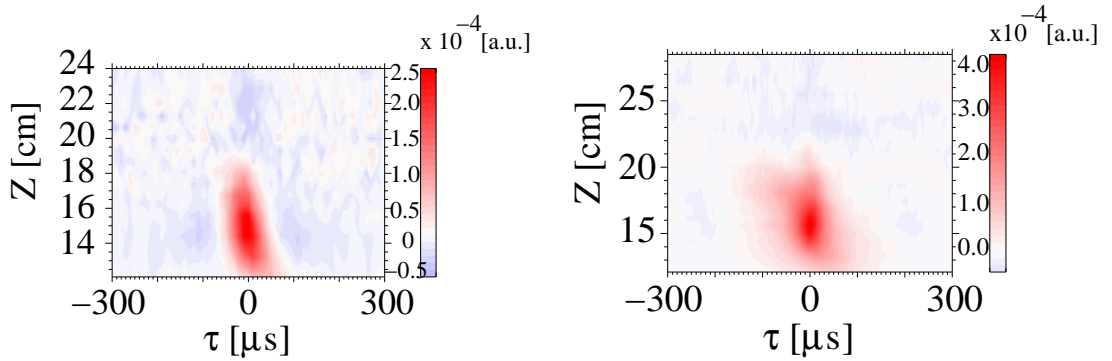
$$C(Z_i, Z_i, \tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{n}(Z_i, t) \tilde{n}(Z_i, t + \tau) dt, \quad (3.4)$$

$$C(Z_i, Z_j, \tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{n}(Z_i, t) \tilde{n}(Z_j, t + \tau) dt. \quad (3.5)$$

Amennyiben a fenti függvényeket normáljuk a  $C(Z_i, Z_i, \tau = 0)$ -val, kapjuk az autokorrelációs ill. keresztkorrelációs függvényeket.



3.5. ábra. Szimulált sűrűségfluktuációs jelek tér-időbeli korrelációs függvényei valós, háromdimenziós geometriában (W7-AS, SOL).  $v_p(R) = \text{állandó}$  (bal oldali ábra), lineáris sebességprofil (jobb oldali ábra).



3.6. ábra. Mért tér-idő korrelációs függvények a Wendelstein 7-AS SOL-ban. (bal oldali: #52127, jobb oldali: #43990)

A számításokat két különböző  $v_p(R)$  sebességprofillal végeztük. Az első esetben a sebesség a valós térben konstans értéket vett fel:

$$v_p(R, \varphi = 0, \psi = 0) = 1 \text{ km/s.}$$

A második esetben állandó nyírást tételeztünk fel, azaz

$$v_p(R, \varphi = 0, \psi = 0) = \frac{v_p(a_{eff}) - v_p(0)}{a_{eff}} R + v_p(0).$$

A nyírt sebesség profil olyan, hogy a plazmán keresztül a sebesség nagysága egy hármas faktorttal változik meg (a plazma közepén nagyobb).

A szimuláció eredményeként kapott korrelációs függvények láthatók a 3.5. ábrán. Az első dolog, amit az ábrából észrevehetünk, hogy a korrelációs függvények a  $Z - \tau$  síkon „dőltek”, azaz olyan, mintha a struktúrák radiálisan terjednének a plazma közepe felől a plazma széle felé. Ez azonban nincs így, hiszen az előírt sebesség iránya tisztán poloidális. A jelenség oka, hogy a turbulens struktúrák valamilyen szögben érik el és keresztelik a nyalábot (a nyaláb nem tisztán radiálisan hatol a plazmába), tehát a dőlési szögtől függően kaphatunk mindkét irányú virtuális terjedést.

A második fontos megfigyelés, hogy nyírt sebesség esetén a korrelációs függvény „komplexebb” alakú - elkentebb. Ilyen alakú struktúrák a valós mérésekben is megfigyelhettünk, ld. 3.6. ábra. Ezek megjelenése magyarázható azzal, hogy a kapott korrelációs függvény különböző dőlésszögű vortexek hatásának szuperpozícióját jellemzi. Ezen örvények más és más poloidális helyen keletkeznek, ezért a véges élettartam miatt a mérési pozícióban más és más amplitúdóval érkeznek. A távolabb keletkező struktúrák - természetesen azon része, amely eléri a mérési pontokat - hosszabb ideig van kitéve a sebességnyírás hatásának, ezért jobban is deformálódik, ugyanakkor kisebb is lesz az amplitúdója.

### 3.1.3. Erősen nyírt áramlás hatása a fényfluktuációk korrelációs függvényeire

A következőkben áttérünk a kvázi kétdimenziós Li-nyaláb diagnosztika jeleinek szimulációjára. Ebben az esetben arra voltunk kíváncsiak, hogy milyen hatásra számíthatunk a korrelációs függvények alakjában - erősen nyírt áramlásban -, ha figyelembe vesszük az atomfizikát is? Azaz közvetlenül az  $\tilde{n}(Z, t)$  sűrűségfluktuációk korrelációs függvényei helyett, az  $\tilde{S}(Z, t)$  fényfluktuációk korrelációs függvényeit vizsgáljuk. Ahogyan azt korábban már említettük egy atomfizikai modell [80] írja le a kapcsolatot a sűrűség profil és a fényintenzitás profil között.

$$S(Z, t) = \mathcal{F}\{n_e(Z', t)\} \quad 0 \leq Z' \leq Z \quad (3.6)$$

A sűrűségprofil perturbációja és a fényprofil perturbációja közötti kapcsolatot lineárisnak, de nem lokálisnak tételezzük fel (ld [76]), ami azt jelenti, hogy adott helyről jövő fényintenzitást nem csak az adott helyen uralkodó sűrűség határozza meg, hanem a plazma szélétől az adott pontig a teljes nyalábmenti sűrűség. A nyalábban lévő gerjesztett atomok a gerjesztett állapotok véges élettartama miatt a nyaláb egyik pontjából a másikba információt visznek, ezzel rontva a térbeli felbontást annál jobban minél nagyobb energiájú a nyaláb annál jobban. A sűrűséget a szokásos módon felbontva:

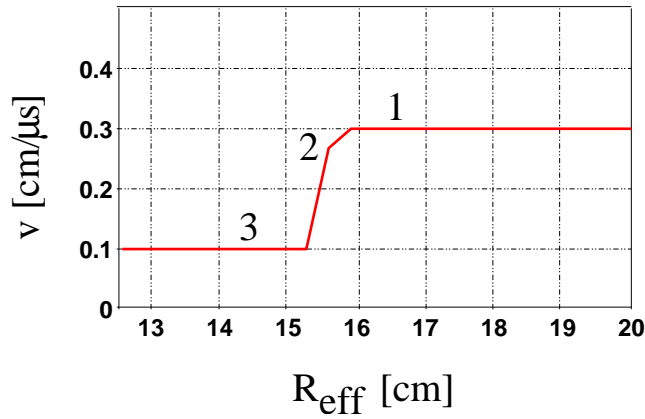
$$n(Z, t) = n_0(Z) + \tilde{n}(Z, t), \quad (3.7)$$

kis relatív sűrűségperturbációk esetén (kísérletekben  $\tilde{n}/n_0 < 0, 1$ ) az  $\mathcal{F}\{\}$  transzformációt linearizálva:

$$\begin{aligned}
S(Z, t) &= S_0(Z) + \tilde{S}(Z, t), \text{ ahol } S_0(Z) = \mathcal{F}\{n_0\}, \\
\tilde{S}(Z, t) &\approx \int_0^Z \tilde{n}(Z, t) g(Z, Z') dZ'.
\end{aligned}
\tag{3.8}$$

A  $g(Z, Z')$  magfüggvény írja le a  $Z'$ -beli kis sűrűségperturbációk hatását a fényprofilra a  $Z$  helyen. A transzformáció függ a teljes átlag sűrűségeloszlástól<sup>3</sup>.

Azt várjuk, hogy a nyaláb sebességének poloidális komponense miatt a sűrűség struktúráknak megfelelő fényintenzitás perturbációk poloidális korrelációiban is megnyilvánul az atomfizika hatása. Továbbá érdemes megvizsgálni, hogy a poloidális sebességben fellépő nyíró hatás hogyan módosítja a korrelációs függvényeket.

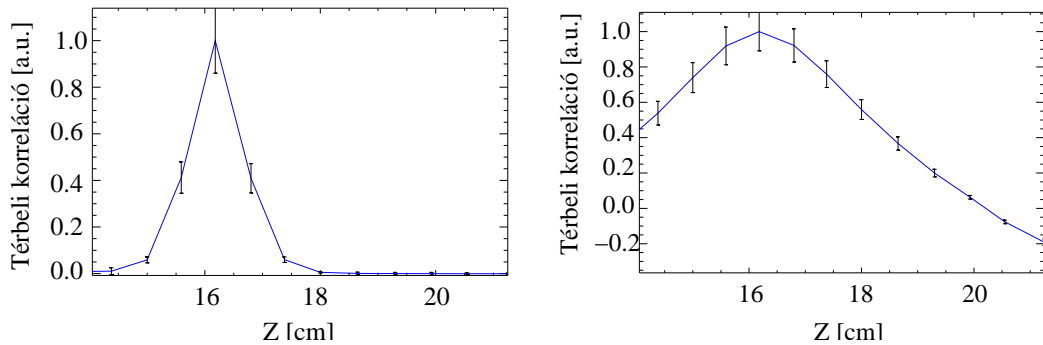


3.7. ábra. A kvázi kétdimenziós Li-nyaláb szimulációban használt lépcsőszerű sebességprofil.

Mint ahogyan azt a 3.7. ábra is mutatja, jelen szimulációban egy lépcső függvény-szerű, erősen nyírt sebességprofil tételztünk fel. Az atomfizika hatása világosan látható a 3.8. ábrán: a gerjesztett állapotok véges élettartama miatt, a plazma állapotáról szóló információ a nyaláb mentén terjed a plazma belseje felé néhány cm-es távolságra. Az ábrán a sűrűségfluktuációk radiális korrelációs függvényének világos és lényeges mértékű kiszélesedése figyelhető meg.

A 3.9. ábrán láthatóak a tér-időbeli korrelációs függvények a fluxusfelületek mentén, különböző radiális pozíciókban véve a referencia pontot. Annak érdekében, hogy a kétdimenziós mérés szimulációjából nyert korrelációs függvényeket a fluxusfelületek mentén kapjuk meg, lineáris interpolációt alkalmazunk az eredeti értékek között. Az ábrán látható kétdimenziós korrelációs függvények inklinációja a  $\tau - \varphi$  síkon adja meg a terjedés irányát, míg a korrelációs függvény maximumának eltolódása a terjedési időt határozza meg.

<sup>3</sup>Megjegyezzük, hogy az itt alkalmazott lineáris közelítés kis fluktuációs amplitúdók esetében (kísérletekben tipikusan  $< 10\%$ ), ill. alacsony sűrűségű ( $n_e \leq 3 \times 10^{19} m^{-3}$ ) kisüléseknél -ahol a nyalábgyengülés nem számottevő - alkalmazható.



3.8. ábra. Normált korrelációs amplitúdó eloszlás a nyaláb mentén: szimulált sűrűségfluktuációk (bal oldalon) és fényfluktuációk (jobb oldalon). A referencia csatorna  $Z = 16$  cm a plazma szélétől mérve.

Az ábra bal oldalán a szimulált sűrűségfluktuációk korrelációs függvényei láthatók, míg a jobb oldalon az ebből - az atomfizikai modell felhasználásával - számolt fényintenzitás-fluktuációk korrelációi. A következőket figyelhetjük meg az ábrákon:

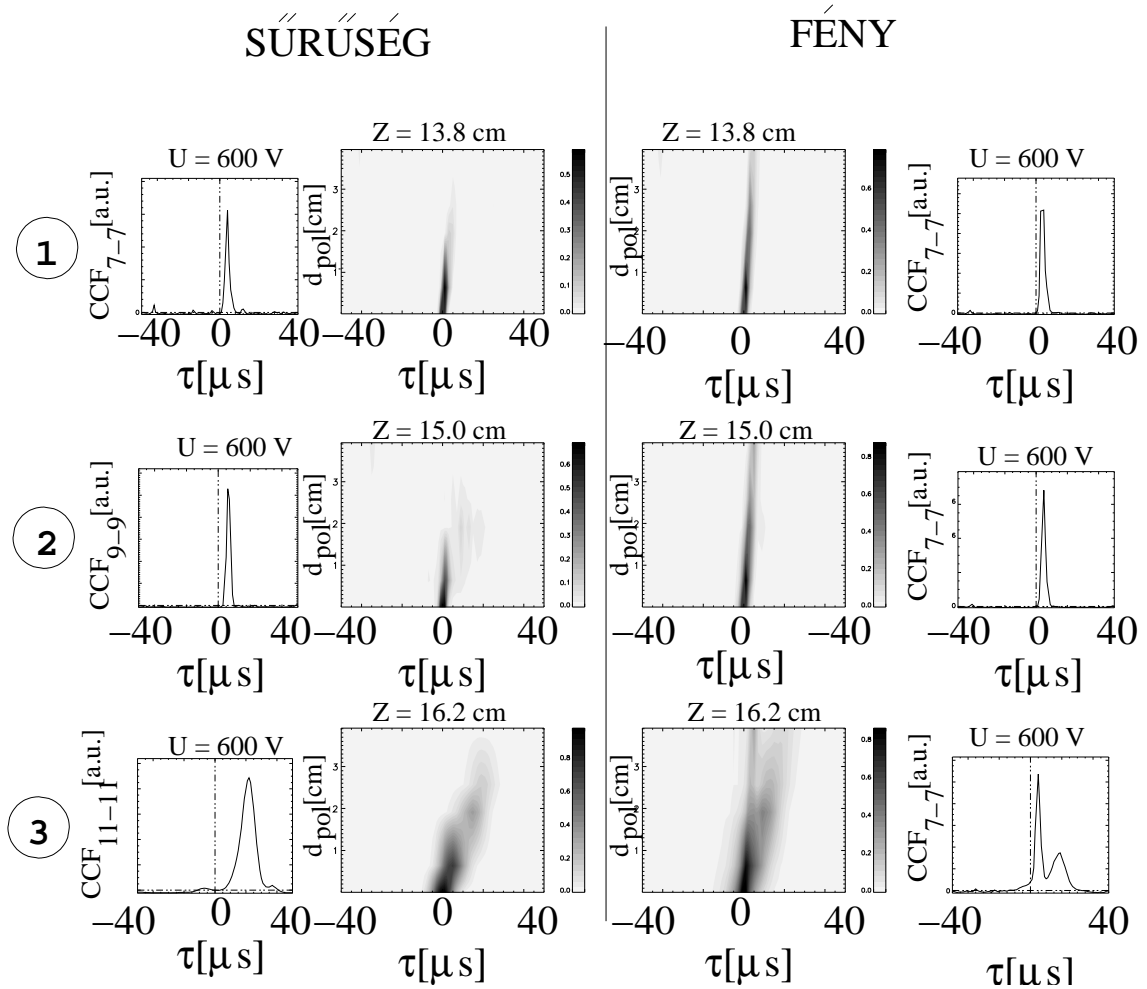
- A poloidális korrelációs hosszak megváltoznak, nőnek az atomfizikai hatások miatt.
- Az időbeli struktúra az ábra első két sorában nem nagyon tér el a sűrűség- ill. a fényfluktuációk esetén. Itt csak annyi látható, hogy két különböző sebességnek felel meg az időeltolódás (ld. 3.7. ábrán az 1. és 2. helyzeteket). A harmadik sor esetén az időbeli alak drámaian megváltozik, megjelenik egy második csúcs a korrelációs függvényben, ami a különböző sebességeknek felel meg.

Természetesen egy valós mérésben ritkán fordul elő az áramlási sebesség ilyen ugrásszerű változása, de nem is lehetetlen (ld. pl. a transzportgátak keletkezése). Mindazonáltal azt a következtetést kell levonnunk, hogy a nyalábos (BES) mérések interpretációjánál - mind a radiális és poloidális korrelációk számításánál, mind pedig az áramlási sebesség meghatározásánál - komolyan figyelembe kell venni és a konkrét mérési szituációra szimulálni kell az atomfizikai hatásokat, amennyiben a sűrűségfluktuációkról szeretnénk kvalitatíve és kvantitatíve helyes kijelentéseket tenni.

## 3.2. Az autokorrelációs függvény statisztikája

### 3.2.1. Sebességfluktuációk meghatározásának lehetősége korrelációs függvények segítségével

Ahogy az eddigiek során is láttuk, a korrelációs függvények segítségével részletes képet kaphatunk a plazmaturbulencia tér-időbeli szerkezetéről. Mivel a jelen disszertáció hátralévő



3.9. ábra. Fluxusfelületek mentén számolt sűrűségfluktuációk keresztkorrelációs függvényei (bal oldali oszlop), illetve a hozzá tartozó nyalábfény fluktuációk korrelációs függvényei. Az egyes sorok a radiálisan különböző helyeken (ld. 3.7. ábra) lévő referencia pontoknak felelnek meg.

részében feladatunknak tekintjük a plazmában fellépő sebességmodulációk vizsgálatát, szükséges rendelkezniük egy képpel a turbulens struktúrák mozgásáról. Kísérletekben, Doppler reflektometria segítségével lehetőség van a turbulens struktúrák csoportsebességének meghatározására egy adott poloidális metszetben. Az találták [81], hogy  $v_{\perp} = v_{E \times B} + v_{turb}$ , ahol  $v_{E \times B}$  a háttér plazma áramlási sebessége, míg a  $v_{turb}$  a turbulenciát keltő drifthullám módusok, fázis-sebessége - amelyről bebizonyosodott, hogy elhanyagolható az első taghoz képest. Tehát, abból a képből indulunk ki mely szerint a turbulens struktúrák - örvények - a háttérplazmán „úsznak”, azaz a háttérplazma sebességfluktuációinak tükrözniük kell a turbulens struktúrák mozgását.

A fluktuációk statisztikus tulajdonságait - korrelációs idő, korrelációs hosszak, terjedési sebességek - a korrelációs függvények jellemzik. Egy nagyon egyszerű modellt alkalmazva - poloidálisan mozgó, térben és időben Gauss-függvénnyel leírt perturbációk esetében - a korrelációs idő meghatározható, mint a  $\tau_{life}$  (struktúrák élettartama) és a sebességfüggő terjedési idő  $\tau_v$  függvénye:

$$\tau_{corr} = \frac{\tau_{life}\tau_v}{\sqrt{\tau_{life}^2 + \tau_v^2}}, \quad (3.9)$$

ahol  $\tau_v = w_\phi/v_\phi$ ,  $w_\phi$  a poloidális korrelációs hossz és  $v_\phi$  a poloidális áramlási sebesség. A fenti összefüggésből nyilvánvaló két határeset:

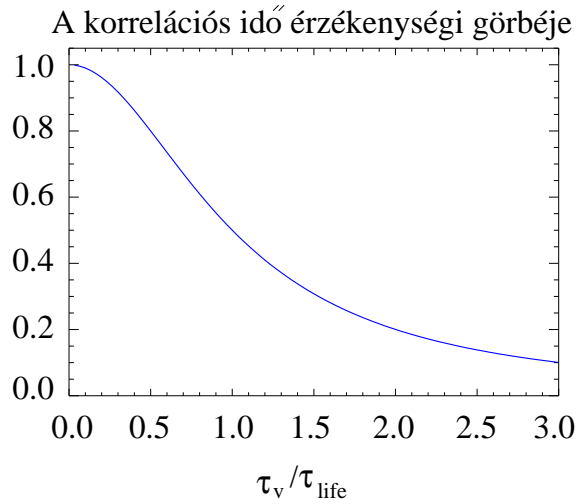
- $\tau_{life} \gg \tau_v$ : rögzített  $w_\phi$  korrelációs hossz mellett, a korrelációs idő lényegében  $v_\phi$  függvénye;  $\tau_{corr} \approx w_\phi/v_\phi$ . Ebben az esetben a korrelációs idő ismeretében meghatározható a  $v_\phi(t)$  és ennek spektruma.
- $\tau_{life} \ll \tau_v$ : Ebben az esetben a korrelációs idő az örvények élettartamát határozza meg és az áramlásról nem tudunk semmit sem mondani.

Természetesen a helyzet sokkal bonyolultabb, amennyiben a perturbációk élettartama azonos nagyságrendbe esik a  $\tau_v$ -vel. Ebben az esetben poloidálisan felbontott, vagy kétdimenziós mérésekre van szükségünk annak érdekében, hogy az áramlás és az élettartam hatásait meg tudjuk különböztetni egymástól. Mindazonáltal, amennyiben az élettartam független a sebességtől, a korrelációs idő modulációi mindenképpen tükrözni fogják az áramlási sebesség modulációit a  $\tau_v/\tau_{life}$  aránytól függő érzékenységgel. Ezt az érzékenységi görbét számítottuk ki a 3.10. ábrán az 3.9. egyenlet alapján.

Ebben a disszertációban bemutatásra kerülő ACF-szélesség módszer a  $\tau_{life} \gg \tau_v$  feltétel érvényessége esetén alkalmazható. Ezen módszer segítségével, *rövid időszakaszokból* meghatározott autokorrelációs függvényekből szeretnénk következtetni az áramlási mintázat tér-időbeli jellemzőire.

A módszer szempontjából talán az egyik leglényegesebb kérdés az, hogy mi az a minimális hosszúságú időintervallum, melyből a korrelációs függvényt tolerálható hibahatáron belül meg lehet határozni - ez fogja megszabni a mérés időbeli felbontását is. A kérdést úgy is meg lehet fogalmazni, hogy adott bizonytalanságot megengedve legalább mekkorára kell választani a minta (fluktuáló jel) hosszát. Hogy ezt a kérdést megválaszolhassuk az autokorrelációs függvény relatív szórását kell meghatározni. Ez a bizonytalanság alapvetően két forrásból származhat:

- egy véges időintervallumban véges számú turbulens struktúrát detektálhatunk, és a különböző struktúrák közötti véletlen átlapolások statisztikus bizonytalansággként jelennek meg a korrelációs függvényben. Ezt fogjuk *eseménystatisztikának* nevezni a továbbiakban.



3.10. ábra. A korrelációs idő sebességfüggésének ( $\tau_v$ ) érzékenységi görbéje.

- mért jelek esetében a detektálással kapcsolatos zajforrások, mint pl. a fotonzaj (véges számú foton detektálásából származik) a BES és ECE mérésekben. A továbbiakban ezt nevezzük majd *fotonstatisztikának*.

A sebességfluktuációk meghatározásának mikéntjére, annak részleteire a 3.3.1 fejezetben visszatérünk, előtte azonban megvizsgáljuk az autokorrelációs függvény statisztikájával kapcsolatos problémákat.

A továbbiakban, analitikusan meghatározzuk az autokorrelációs függvény relatív szórását, mely e két fentebb említett forrásból származik, illetve megvizsgáljuk, hogy a W7-AS sztella-rátor különböző radiális pozícióiban melyik hibaforrás adja a jelentősebb járulékot.

A számításokat két lépésben végezzük el. Az első részben a tendenciákat vezetjük le eléggé általános feltételekből kiindulva. Ezek után Gauss-alakú perturbációk esetében konkrét képletet adunk meg az autokorrelációs függvény relatív hibájára,  $\tau = 0$  időeltolásra.

### 3.2.2. Az autokorrelációs függvény hibája

Számításaink során feltételezzük, hogy a fluktuáló jel véletlen események összességéből áll, melyek fontos jellemzője, hogy időben lecsengenek, azaz véges élettartammal bírnak. Ezen túlmenően az események alakja tetszőleges. Minden egyes esemény időben propagál, és jellemzőit véletlen változók egy halmaza írja le - melyeket eloszlásfüggvényükkel adottnak tekintünk. Ilyen véletlen változó pl. a struktúrák amplitúdója, élettartama, keletkezésének időpontja stb. A számolásban használt várhatóértékekre kétféle jelölésmódot alkalmazunk. Az első, a szokásos időátlag:

$$\bar{S}(t) = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} S(t) dt \xrightarrow[\Delta T \gg w_t]{} \frac{1}{\Delta T} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) dt,$$

ahol  $S(t)$  a mért idősor és  $w_t$  a perturbációk élettartamának várhatóértéke. A második típusú jelölésmódot a perturbációkat leíró random paraméterek szerinti várhatóérték képzésre tartjuk fenn:

$$\langle S(t; \mu) \rangle_\mu = \int \mathcal{P}_\mu S(t; \mu) d\mu, \quad (3.10)$$

ahol  $\mu = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n\}$  a perturbációkat leíró valószínűségi változók halmaza a megfelelő eloszlásfüggvényekkel:  $\mathcal{P}_\mu = \{P(\xi_1), P(\xi_2), \dots, P(\xi_i), \dots, P(\xi_n)\}$ . A fenti formális definíció ennek megfelelően, a konkrét esetben szerepet játszó változók szerinti többszörös integrált jelent.

Adott  $S(t)$  idősor esetén az autokovariancia függvény (nem normált korrelációs függvény):

$$C_a(\tau) = \overline{(S(t) - \bar{S})(S(t + \tau) - \bar{S})}. \quad (3.11)$$

Az időjelünket  $N_s$  db. független esemény szuperpozíciójaként előállítva:

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N_s} s_j(t; \mu_j), \quad (3.12)$$

ahol  $\mu_j = \{A_j, t_{0j}, w_{tj} \dots\}$  jelöli a  $j$ -edik esemény random paramétereinek halmazát -  $A_j$  az amplitúdóját,  $t_{0j}$  a keletkezés időpontját,  $w_{tj}$  az élettartamát etc.

Az autokorrelációs függvény varianciáját a következő kifejezés adja meg:

$$\sigma^2 = \langle C_a^2 \rangle - \langle C_a \rangle^2. \quad (3.13)$$

A (3.11.) definíciót használva, kapjuk:

$$\sigma^2 = \langle \overline{S(t)S(t+\tau)}^2 \rangle - \langle \overline{S(t)S(t+\tau)} \rangle^2 + \langle \bar{S}^4 \rangle - \langle \bar{S}^2 \rangle^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2. \quad (3.14)$$

Alkalmazva a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \langle C_0^2 \rangle - \langle C_0 \rangle^2, \\ \sigma_2^2 &= \langle \bar{S}^4 \rangle - \langle \bar{S}^2 \rangle^2, \end{aligned} \quad (3.15)$$

ahol  $C_0$  az autokovariancia függvény az átlaglevonás előtt. A továbbiakban külön-külön kiszámítjuk ezeket a tagokat.

$$\begin{aligned}
\langle C_0 \rangle &= \left\langle \frac{1}{\Delta T} \int \sum_{j=1}^{N_s} s_j(t; \mu_j) \sum_{k=1}^{N_s} s_k(t + \tau; \mu_k) dt \right\rangle_{\mu} \\
&= \frac{1}{\Delta T} \sum_{j=1}^{N_s} \left\langle \int s_j(t; \mu_j) s_j(t + \tau; \mu_j) dt \right\rangle_{\mu_j} \\
&+ \frac{1}{\Delta T} \sum_{l \neq m} \left\langle \int s_l(t; \mu_l) s_m(t + \tau; \mu_m) dt \right\rangle_{\mu_l, \mu_m} \\
&= \frac{N_s}{\Delta T} \langle \tilde{c}_j(\tau; \mu_j) \rangle_{\mu_j} + \frac{N_s(N_s - 1)}{\Delta T} \langle \tilde{c}_{lm}(\tau; \mu_l, \mu_m) \rangle_{\mu_l, \mu_m}, \tag{3.16}
\end{aligned}$$

ahol

$$\tilde{c}_j(\tau; \mu_j) = \int s_j(t; \mu_j) s_j(t + \tau; \mu_j) dt \tag{3.17}$$

egyetlen esemény autokovariancia függvénye, továbbá

$$\tilde{c}_{lm}(\tau; \mu_l, \mu_m) = \int s_l(t; \mu_l) s_m(t + \tau; \mu_m) dt \tag{3.18}$$

két különböző esemény párkovariancia függvénye. Itt  $\tilde{c}_j$  és  $\tilde{c}_{lm}$  jelölik a szokásos kovariancia függvényeket szorozva  $\Delta T$ -vel. Lényegében  $\tilde{c}_{lm}$  határozza meg a korrelációs függvény varianciáját. Feltételezzük, hogy a különböző események statisztikusan függetlenek, továbbá, hogy a  $\mathcal{P}_{\mu_j}$  eloszlásfüggvények azonosak az összes eseményre, azaz az események statisztikus értelemben azonosak. Ekkor megmutatható, hogy:

$$\langle \tilde{c}_{lm}(\tau; \mu_l, \mu_m) \rangle_{\mu_l, \mu_m} = \Delta T \langle \bar{s}_j \rangle_{\mu_j}^2. \tag{3.19}$$

$\bar{s}_j$  a  $j$ -edik esemény időátlaga.

Felhasználva a fenti eredményt, algebrai átalakítások után, a következő kifejezéseket nyerjük  $\sigma_1$ -re és  $\sigma_2$ -re:

$$\begin{aligned}
\sigma_1^2 &= \frac{N_s}{(\Delta T)^2} \left[ \langle \tilde{c}_j^2 \rangle_{\mu_j} - \langle \tilde{c}_j \rangle_{\mu_j}^2 \right] + \frac{N_s(N_s - 1)}{(\Delta T)^2} \left[ \langle \tilde{c}_{lm}^2 \rangle_{\mu_l, \mu_m} - \langle \tilde{c}_{lm} \rangle_{\mu_l, \mu_m}^2 \right] \tag{3.20} \\
\sigma_2^2 &= \left[ N_s \langle \bar{s}_j^4 \rangle_{\mu_j} + 2N_s(N_s - 1) \langle \bar{s}_j^2 \rangle_{\mu_j}^2 - N_s(N_s - 1) \langle \bar{s}_j \rangle_{\mu_j}^4 - N_s^2 \langle \bar{s}_j^2 \rangle_{\mu_j}^2 \right].
\end{aligned}$$

Annak érdekében, hogy megkaphassuk a  $\sigma / \langle C_a \rangle$ -ra vonatkozó kifejezést szükségünk van még a  $C_a(\tau)$  várhatóértékére.

$$\begin{aligned}
\langle C_a(\tau) \rangle &= \langle \overline{S(t)S(t + \tau)} \rangle - \langle \bar{S}^2 \rangle \tag{3.21} \\
&= \frac{N_s}{\Delta T} \langle \tilde{c}_j(\tau; \mu_j) \rangle_{\mu_j} + \frac{N_s(N_s - 1)}{\Delta T} \langle \tilde{c}_{lm}(\tau; \mu_l, \mu_m) \rangle_{\mu_l, \mu_m} - \frac{N_s^2}{(\Delta T)^2} \langle \bar{s}_j \rangle_{\mu_j}^2,
\end{aligned}$$

ahol  $\tilde{s}_j = \int s_j(t; \mu_j) dt$ .

Figyelembe véve, hogy  $N_s \gg 1$  és felhasználva (3.19.) összefüggést, a fenti kifejezés utolsó két tagja kiejti egymást.

Felhasználva a (3.20.) és a (3.21.) egyenleteket, közvetlenül megkapjuk a  $\sigma / \langle C_a \rangle$  arányt. Ezen kifejezés általánosan tekintve elég bonyolult, jelen esetben megelégszünk a  $\Delta T$ -re és  $N_s$ -re vonatkozó tendenciák levezetésével.

Tekintsük először a (3.17.) és a (3.18.) integrál kifejezéseket. Ezek  $\tau > w$  ( $w$  az események várható élettartama) esetén nem adnak járulékot. A  $\tilde{c}_{lm}$  pár kovariancia függvény szintén eltűnik, ha  $|t_{0l} - t_{0m}| > w$  fennáll a  $l$ -edik és  $m$ -edik események  $t_0$  keletkezési ideje között. Amennyiben ez nem áll fenn,  $D(\mathcal{P}_\mu)A^2w$  kifejezéssel közelíthető, ahol  $A$  az átlagos amplitúdó és a  $D$  konstans ad számot a valószínűségi eloszlásokról. Amikor ezt a kifejezést átlagoljuk, feltételezve, hogy az időbeli kezdőpontok egyenletesen vannak elosztva a  $\Delta T$  intervallumban, maga az  $e$  szerint a változó szerinti átlagolás egy  $w/\Delta T$  szorzót eredményez, míg a többi valószínűségi változó szerint kiátlagolva egy  $N_s$ -től és  $\Delta T$ -től független konstansot kapunk. A fentiek alapján,  $\tau = 0$ -nál kapjuk:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{c}_j \rangle &\propto A^2 w, & \langle \tilde{c}_j^2 \rangle &\propto A^4 w^2, & \langle \tilde{c}_{lm}^2 \rangle &\propto A^4 w^2 \frac{w}{\Delta T}, & \langle \tilde{c}_{lm} \rangle &\propto A^2 w \frac{w}{\Delta T}, \\ \langle \bar{s}_j \rangle &\propto A \frac{w}{\Delta T}, & \langle \bar{s}_j^2 \rangle &\propto A^2 \frac{w^2}{(\Delta T)^2}, & \langle \bar{s}_j^4 \rangle &\propto A^4 \frac{w^4}{(\Delta T)^4}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Kihhasználva az  $N_s \gg 1$  feltételt és a (3.13.), (3.20.), (3.21.) és (3.22.) kifejezéseket kapjuk:

$$\frac{\sigma^2}{\langle C_a^2 \rangle} \approx D_1 \left( \frac{w}{\Delta T} \right) + D_2 \left( \frac{w}{\Delta T} \right)^2. \quad (3.23)$$

A  $D_1$  és  $D_2$  konstansokat a  $\mathcal{P}_\mu$  valószínűségi eloszlások határozzák meg. Amennyiben feltesszük, hogy  $w/\Delta T \ll 1$ , csak a vezető rendű tagot ( $w/\Delta T$ ) megtartva, végső eredményül kapjuk:

$$\frac{\sigma}{\langle C_a \rangle} \propto \sqrt{\frac{w}{\Delta T}}. \quad (3.24)$$

A fenti eredmény kissé meglepő lehet, hiszen úgy tűnik, hogy a relatív szórás nem függ az  $n_s = N_s/\Delta T$  eseményfluxustól. Ez azért meglepő, mert azt gondolhatjuk, hogy nagyobb eseményfluxussal csökkenteni lehet a mérés bizonytalanságát. Ez azért nincsen így, mert a mi esetünkben a bizonytalanság forrása az események véletlen átlapolása, ez arányos  $n_s$ -el, ám az átlagkorreláció értéke is arányos  $n_s$ -el, így a relatív szórás ettől független lesz. Másrészt viszont, amennyiben a  $\Delta T$  időintervallumot növeljük rögzített  $n_s$  mellett, az eseményszám is növekedni fog és a relatív hiba csökken.

### 3.2.3. Gauss-események

A továbbiakban, az előző részben elért eredményeket alkalmazzuk, arra az egyszerű modellre, amikor a pertubációkat időben Gauss alakúnak, azonos amplitúdójúnak és élettartamúnak téte-

lezzük fel, továbbá a  $\Delta T$  időintervallumban egyenletesen oszlanak el a  $t_{0j}$  kezdőpontok.

$$s_j(t; \mu_j) = e^{-\frac{(t-t_{0j})^2}{2w_t^2}}, \quad \mu_j = \{t_{0j}\}.$$

Behelyettesítve ezt az alakot a (3.17.) és a (3.18.) kifejezésekbe, kapjuk:

$$\tilde{s}_j(\mu_j) = \int s_j(\mu_j) dt = \sqrt{2\pi} w_t \quad (3.25)$$

$$\tilde{c}_j(\tau; \mu_j) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_j(t; \mu_j) s_j(t + \tau; \mu_j) dt = \sqrt{\pi} w_t e^{-\frac{\tau^2}{4w_t^2}}. \quad (3.26)$$

$$\tilde{c}_{lm}(\tau; \mu_l, \mu_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_l(t; \mu_l) s_m(t + \tau; \mu_m) dt = \sqrt{\pi} w_t e^{-\frac{(t_{0l}-t_{0m}+\tau)^2}{4w_t^2}}. \quad (3.27)$$

Ezekől nyilvánvalóan következnek:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{c}_j^2 \rangle_{\mu_j} - \langle \tilde{c}_j \rangle_{\mu_j}^2 &= 0, \\ \langle \tilde{c}_{lm} \rangle_{\mu_l, \mu_m} &= \sqrt{\pi} w_t \frac{1}{(\Delta T)^2} \int \int e^{-\frac{(t_{0l}-t_{0m}+\tau)^2}{4w_t^2}} dt_{0l} dt_{0m} = \frac{2\pi w_t^2}{\Delta T}, \\ \langle \tilde{c}_{lm}^2 \rangle_{\mu_l, \mu_m} &= \pi w_t^2 \frac{1}{(\Delta T)^2} \int \int e^{-\frac{(t_{0l}-t_{0m}+\tau)^2}{2w_t^2}} dt_{0l} dt_{0m} = \frac{\sqrt{2}\pi^{3/2} w_t^3}{\Delta T}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Esetünkben  $\sigma_2^2$  azonosan egyenlő nullával és  $\sigma$  nem függ  $\tau$ -tól:

$$\sigma^2 = N_s(N_s - 1) \left[ \sqrt{2}\pi^{3/2} \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^3 - 4\pi^2 \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^4 \right]. \quad (3.29)$$

A (3.21.) egyenlőség alapján az átlagos korrelációt a következőképpen határozhatjuk meg:

$$\langle C_a \rangle = N_s \sqrt{\pi} \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right) e^{-\tau^2/4w_t^2} + N_s(N_s - 1) 2\pi \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^2 + N_s^2 2\pi \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^2. \quad (3.30)$$

Összegyűjtve a különböző tagokat, a korrelációs függvény relatív hibájára a  $\tau = 0$ -nál a következő kifejezés adódik:

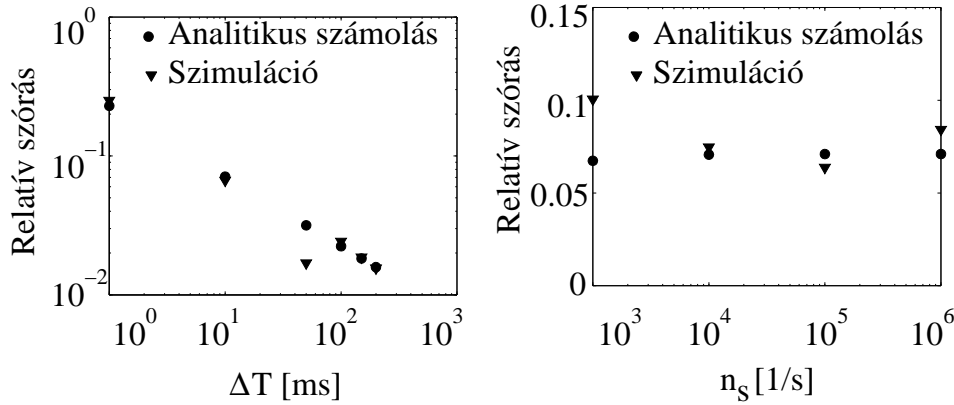
$$\frac{\sigma}{\langle C_a \rangle} = \frac{\sqrt{(N_s^2 - N_s) \left[ \sqrt{2}\pi^{3/2} \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^3 - 4\pi^2 \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^4 \right]}}{N_s \left[ \sqrt{\pi} \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right) e^{-\frac{\tau^2}{4w_t^2}} - 2\pi \left( \frac{w_t}{\Delta T} \right)^2 \right]}. \quad (3.31)$$

Ezek után alkalmazhatjuk a szokásos közelítéseinket, azaz:  $\frac{w_t}{\Delta T} \ll 1$ , ezért a számlálóban elhanyagoljuk a negyedrendű tagot, míg a nevezőben a négyzetes tagot. A másik közelítésünk a

$N_s(N_s-1) \approx N_s^2$ , azaz nagy számú eseményt tekintünk. Ezeket alkalmazva a relatív varianciára egy rendkívül egyszerű formulát kapunk:

$$\frac{\sigma}{\langle C_a \rangle} \approx \frac{N_s \sqrt{\sqrt{2\pi}^{3/2} \left(\frac{w_t}{\Delta T}\right)^3}}{N_s \sqrt{\pi} \left(\frac{w_t}{\Delta T}\right)} = \sqrt{(2\pi)^{1/2} \frac{w_t}{\Delta T}}. \quad (3.32)$$

Annak érdekében, hogy numerikusan teszteljük az eredményeinket, időben egyenletesen elosztott Gauss-eseményekből álló idősort szimuláltunk. Adott eseményfluxus és  $\Delta T$  mellett, 20 mintából álló statisztikus sokaságot képeztünk. Ebből kiszámítottuk a korrelációs függvény relatív szórását, majd ezt megismételtük különböző  $n_s$  és  $\Delta T$ -re. A numerikus eredményeket és az összehasonlítást az analitikus képlettel a 3.11. ábra mutatja.



3.11. ábra. A levezetett analitikus formula segítségével kapott relatív szórás, különböző paraméterektől való függésének összehasonlítása, véges számú jelből álló, szimulált jelsokaságból számolttal.

Végül, szeretnénk kiemelni a (3.32.) képlet egyszerűségén túl azt a rendkívül előnyös tulajdonságát, hogy csak olyan mennyiségeket tartalmaz ( $\Delta T$  és  $w_t$ ) amelyek a kísérletben közvetlenül meghatározhatóak. Az eddigi tapasztalataink során - mint azt a későbbiekben a CASTOR ill. W7-AS adatok esetében is látni fogjuk - ez a formula széleskörűen alkalmazható a valós fluktuációs mérésekben.

### 3.2.4. A fotonstatisztikára vonatkozó megfontolások

A fúziós plazmadiagnosztikák alkalmazása során (BES, ECE stb.), a mért jelek jelentős mértékben lehetnek zajjal terheltek - itt elsősorban a detektorzajokra ill. a fotonstatisztikus zajokra gondolunk. Természetesen az eseménystatisztikus zaj mellett ezen típusú zajok is megjelennek az autokorrelációs függvény relatív szórásában. A eseménystatisztika hatása  $w_t$  szélességű impulzusokban nyilvánul meg, ezzel szemben pl. a fotonzaj időállandóját a detektor rendszer

erősítőjének inverz sávszélessége határozza meg. Ettől eltekintve ugyanolyan módon kezelhető és számítható, mint az eseménystatisztika.

Tegyük fel, hogy a mért idősor Gauss alakú átlapoló fényimpulzusokból áll. A plazmában lévő fluktuációk modulálni fogják a fotonfluxust és ezzel együtt a fotonstatisztikát is. A plazmafluktuáció-diagnosztikákkal általában kis relatív amplitúdójú (1-10%) fluktuációkat vizsgálunk, lassan változó jelek tetején. Mivel ezen kis relatív amplitúdójú fluktuációk csak kevésbé változtatják meg a fotonstatisztikát, a mért jelünket felbonthatjuk két részre: tisztán az eseményeket tartalmazó  $\tilde{S}_E$  jel, illetve a fotonstatisztikus zaj  $\tilde{S}_{ph}$ :

$$\tilde{S}(t) = \tilde{S}_E(t) + \tilde{S}_{ph}(t). \quad (3.33)$$

Az így felbontott jel két része nem korrelált. Feltéve, hogy a fenti két komponensből legalább az egyik nulla várhatóértékű:

$$\begin{aligned} C_a(\tau) &= \langle [S_E(t) + S_{ph}(t)] [S_E(t + \tau) + S_{ph}(t + \tau)] \rangle \\ &= \langle S_E(t)S_E(t + \tau) \rangle + \langle S_{ph}(t)S_{ph}(t + \tau) \rangle \\ &+ \langle S_{ph}(t)S_E(t + \tau) \rangle + \langle S_E(t)S_{ph}(t + \tau) \rangle \\ &= C_a^E + C_a^{ph}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ez az eredmény mutatja, hogy a korrelációs függvények additívak. Tehát amennyiben az autokorrelációs függvény négyzetes varianciáját szeretnénk felírni, nem kell mást tennünk, mint összegezni a két független komponens négyzetes varianciáját.

Most szeretnénk meghatározni a két komponens relatív hibájának arányát. Kissé máshogyan írva a (3.32.) összefüggés:

$$\begin{aligned} \sigma_{C_a} &= \sqrt{(2\pi)^{1/2} \frac{w_t}{\Delta T}} \cdot \langle C_a(\tau = 0) \rangle \\ &= \sqrt{(2\pi)^{1/2} \frac{w_t}{\Delta T}} \cdot A_{rms}^2, \end{aligned} \quad (3.35)$$

ahol  $\langle C_a(\tau = 0) \rangle$  nem más, mint a fluktuáló jel RMS amplitúdó négyzete, amit  $A_{rms}$ -el jelölünk. Gauss alakú impulzusok esetén  $A_{rms}$  kifejezhető (3.30.)-ből is az  $n$  eseményfluxus, az  $A$  amplitúdó és a  $w$  szélesség segítségével, mint:  $A_{rms}^2 = \sqrt{\pi} w n A^2$ . Ezen kifejezéseket felhasználva, az eseménystatisztikából származó varianciát az RMS fluktuációs amplitúdóval ( $A_{E,rms}$ ), míg a fotonstatisztikából származó varianciát a fotonimpulzus amplitúdóval ( $A_{ph}$ ) kifejezve:

$$\sigma_{C_a}^E = \sqrt{(2\pi)^{1/2} \frac{w_t}{\Delta T}} A_{E,rms}^2, \quad (3.36)$$

$$\sigma_{C_a}^{ph} = \sqrt{(2\pi)^{1/2} \frac{w_{ph}}{\Delta T}} \cdot \sqrt{\pi} w_{ph} n_{ph} A_{ph}^2. \quad (3.37)$$

Az  $n_{ph}$  az egységnyi idő alatt detektált fotonok száma (fotonfluxus), a  $w_{ph}$  a detektált fotonimpulzus időbeli szélessége (az erősítő/detektor időállandója). Ezen paramétereket összekapcsolhatjuk a fényjel dc amplitúdójával ( $A_{dc}$ ) is:

$$A_{dc} = \sqrt{\pi} \cdot A_{ph} \cdot w_{ph} \cdot n_{ph}. \quad (3.38)$$

Kihasználva a (3.38.) összefüggést a két komponens varianciájának arányára kapjuk a következő összefüggést:

$$\frac{\sigma_{C_a}^{ph}}{\sigma_{C_a}^E} = \sqrt{\frac{w_{ph}}{w_t}} \left( \frac{A_{dc}}{A_{E,rms}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi w_{ph} n_{ph}}}. \quad (3.39)$$

Ebből láthatjuk, hogy a két zajforrás erősségének arányát a relatív fluktuációs amplitúdó  $1/R \equiv \left( \frac{A_{dc}}{A_{E,rms}} \right)$ , az erősítő időállandója alatt megfigyelt fotonszám  $w_{ph} n_{ph}$  és az erősítő időállandójának a korrelációs időhöz való arány határozza meg. Mindezen paraméterek a kísérletek során adottak, vagy közvetlenül meghatározhatóak.

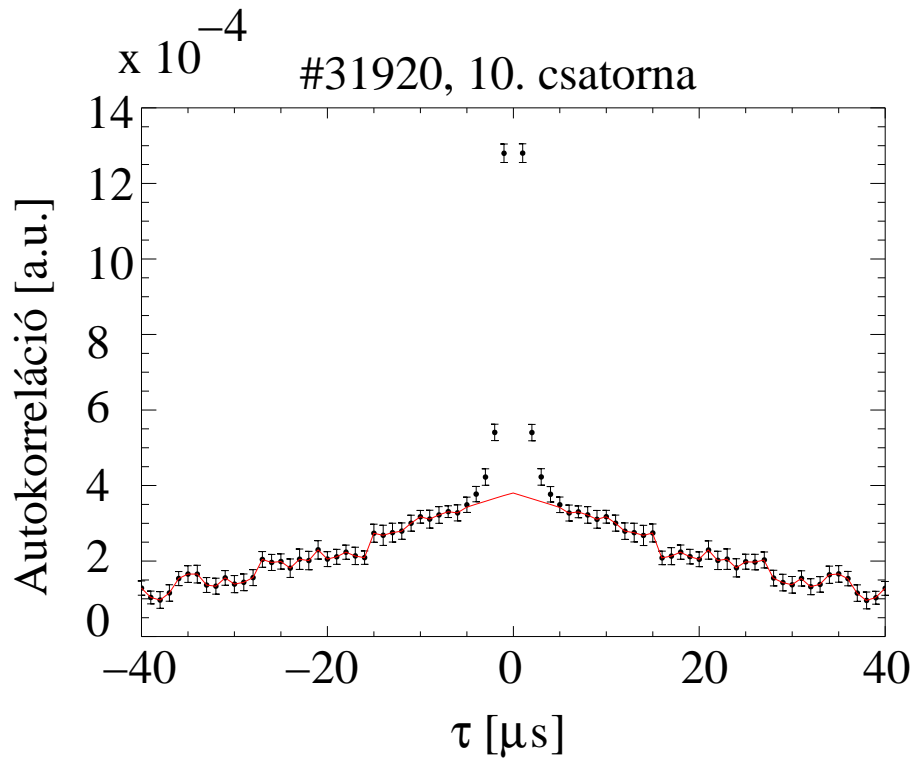
### 3.2.5. Paraméterek becslése a mért jelekből

Ebben a részben megbecsüljük a (3.39.) kifejezésben szereplő paraméterek értékét a Wendelstein 7-AS sztellarátoron végzett Li-nyalábos méréseink alapján.

A  $w_{ph}$ -t legegyszerűbben úgy lehet meghatározni, hogy egy ismert, időben állandó fényforrást használunk fényjelként a BES mérésben. Az ebből kapott fényjel autokorrelációs csúcsának szélességét az erősítő sávszélessége határozza meg azaz a  $w_{ph}^{-1}$ . A valós Li-nyalábos fluktuációs mérésekben az autokorrelációs függvény alapvetően két részből tevődik össze: a plazmafluktuációk okozta változás (ez jellemzően a mikroturbulencia időskáláján ( $10 - 100 \mu s$ ) megy végbe), melyre mintegy ráül a rövidebb időskálákat domináló ún. fotoncsúcs.

Itt meg kell jegyeznünk, hogy az egész BES fluktuációdiaagnosztika azon az alapfeltevésen nyugszik, hogy az említett két időskála a mérésekben jól szétválasztható. Amennyiben a plazmafluktuációkkal kapcsolatos fényfluktuációk RMS amplitúdóját szeretnénk meghatározni - ami nem más, mint a fluktuációk autokorrelációs értékének négyzetgyöke a nulla időeltolásnál -, a fotoncsúccsal korrigálni kell, azaz meg kell becsülni a maximum korrelációt fotoncsúcs hiányában. Amennyiben az időskálák jól szétválaszthatók, ez egyszerű  $\tau \approx 0$  körüli lineáris extrapolációval megoldható (ld. 3.12. ábra). Természetesen egy alternatív megoldás lehet a jelek frekvenciatérbeli szétválasztása. Az  $A_{dc}$ , egyszerűen a jel dc komponense (átlaga), míg a korrelációs idő leolvasható az autokorrelációs függvény félérték szélességeként. Az egyetlen paraméter, amiről eddig nem szóltunk az az  $n_{ph}$  fotonfluxus, melynek meghatározási módját a következőkben tárgyaljuk.

A fotonfluxus meghatározásának alapötletét szemlélteti a 3.13. ábra egy szimulált fluktuáló adatsoron. A szimulált jel  $10 \mu s$  élettartamú eseményekből áll, amelyet szélessávú korrelálatlan

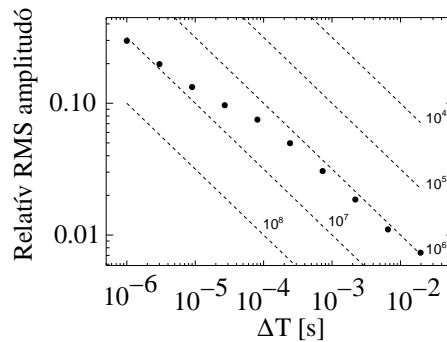


3.12. ábra. Valós fluktuáció-mérésben (W7-AS) megjelenő fotoncsúcs kiküszöbölése.

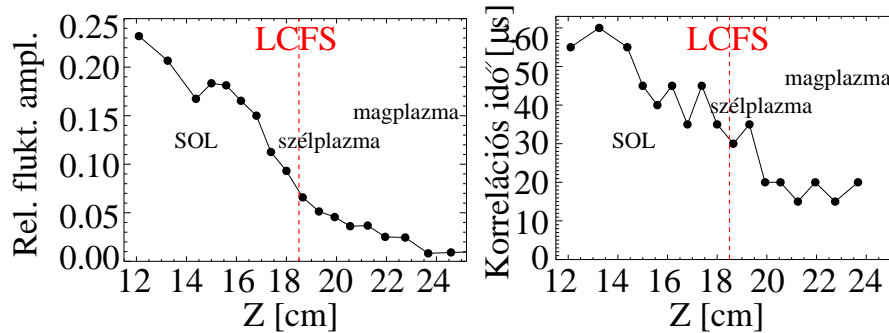
zaj („fotonzaj”) terhel. Az ábrán a relatív RMS fluktuációs amplitúdó van ábrázolva a jelen végzett átlagolások (simítás) hosszának függvényében. A különböző hosszúságú simítások lényegében annak felelnek meg, hogy változtatjuk az időskálát, melyen a jelenségeket vizsgáljuk. Amennyiben a vizsgált időskálán a jel független események összességének tekinthető, a relatív RMS amplitúdó  $(n\Delta t)^{-1/2}$ -ként skálázódik (ehhez az is szükséges még, hogy a  $\Delta t$  sokkal nagyobb legyen, mint az események hossza). Az ábrán lévő szaggatott ferde vonalak ezt a függést mutatják logaritmikus skálán, különböző fotonfluxusok esetében. A szimulált jeleket a sötét pontok ábrázolják. Amennyiben feltesszük, hogy a rövid időskálákon a fotonstatisztika dominál, úgy meghatározható az ehhez tartozó ferde vonal és így a fotonfluxus is. Érdekes azt is megjegyezni, hogy azon az időskálán ahol a mért görbe eltér (elhajlik) a ferde egyenesek irányától korrelált struktúrák jelennek meg. Az ábrán ez néhány tíz mikroszekundumnál következik be, amiből azt a következtetést lehet levonni, hogy a rövid időskálán domináns,  $10^7$  foton/s fluxusú fotonzaj mellett megjelennek korrelált struktúrák  $\approx 30\mu s$  korrelációs idővel.

### 3.2.6. Esemény-és fotonstatisztika a W7-AS sztelátorban

A fenti modellt alkalmazva kvantitatív kijelentéseket tehetünk a W7-AS sztelátor Li-nyaláb diagnosztikával mért plazmafluktuációk statisztikus tulajdonságaira, illetve összehasonlíthatjuk



3.13. ábra. Fotonszám meghatározása a relatív RMS amplitúdó alapján.



3.14. ábra. A W7-AS sztellátorban, Li-nyaláb diagnosztika segítségével kísérletileg meghatározott nyalábmenti relatív fluktuációs amplitúdó profil (bal oldali ábra) és autokorrelációs idő profil (jobb oldali ábra).

a plazma különböző részeiben detektált fluktuációkat. A 3.14. ábrán valós mérésekből nyert profilok láthatók. Három különböző radiális pozíciót vizsgáltunk:

- Határréteg plazma (SOL, Scrape-off layer): ez az utolsó zárt mágneses felületen (LCFS) kívüli réteg, melyben az erővonalak a limiteren vagy a divertoron végződnek.
- Szélplazma: 1-2 cm-rel az LCFS-en belül.
- Magplazma: 5-6 cm-rel az LCFS-en belül.

A megfelelő adatokat a 3.1. táblázat tartalmazza.

A táblázatból jól látható, hogy a SOL-ban és a szélplazmában a korrelációs függvény hibájához dominánsan az eseménystatisztika járul hozzá. Néhány cm-rel beljebb a plazma közepe felé, a helyzet teljesen megváltozik. Ennek oka a 3.14. ábrán látható relatív fluktuációs amplitúdó csökkenés, hiszen ez a mennyiség meghatározó jelentőségű a (3.39.) összefüggésben (négyzetesen szerepel).

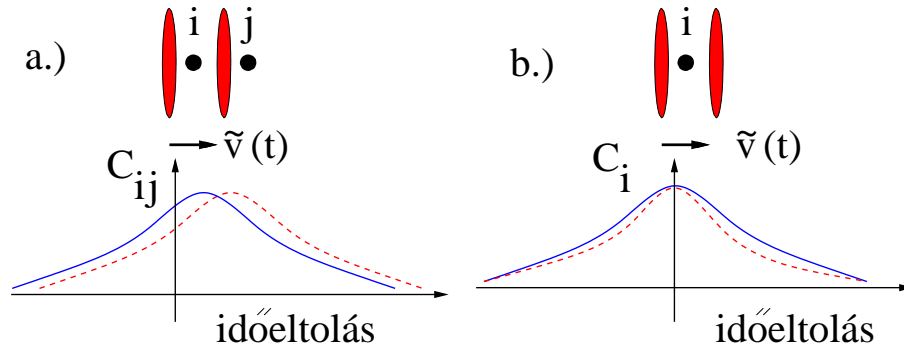
plazma tartomány	$w_t$	$w_{ph}$	$A_{dc}/A_{E,rms}$	$n_{ph}$	$\sigma_{C_a}^{ph}/\sigma_{C_a}^E$
<b>Határréteg plazma (SOL)</b>	$50\mu s$	$2\mu s$	5	$10^7 s^{-1}$	0.14
<b>Szélplazma</b>	$20\mu s$	$2\mu s$	20	$10^8 s^{-1}$	0.35
<b>Magplazma</b>	$10\mu s$	$2\mu s$	50	$10^8 s^{-1}$	3.15

3.1. táblázat. A kísérletekből meghatározott paraméterek, és az ezekből számított autokorrelációs függvény szórás-arányok a W7-AS sztellarátor különböző részeiben.

Röviden összefoglalva, ebben a fejezetben az autokorrelációs függvények statisztikus tulajdonságait vizsgáltuk elméleti-analitikus eszközökkel. Levezettünk egy formulát az autokorrelációs függvény relatív szórására, amelyet sikerrel alkalmaztunk a W7-AS sztellarátorban mért autokorrelációs függvényekre.

### 3.3. Random sebességfluktuációk a CASTOR tokamakban

A 3.2.1. fejezetben felvetettük annak lehetőségét, hogy korrelációs függvények segítségével a plazma poloidális áramlásában fellépő modulációkat vizsgáljuk. Ebben a fejezetben egy általunk kidolgozott módszert, és annak kísérleti alkalmazását mutatjuk be, mellyel sikerült a CASTOR tokamakban nyírt zonális áramlásokat (*zonal flows*) és azok tér-időbeli sajátosságait kimutatnunk.



3.15. ábra. Sebességfluktuációk mérése. a.) kétpont korrelációs technikával, b.) egy pont (autokorrelációs-szélesség) korrelációs technikával.

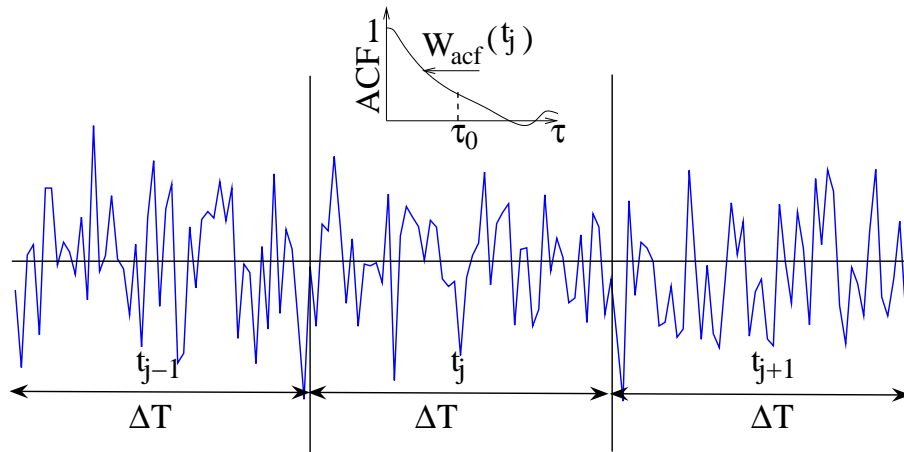
Amennyiben korrelációs függvényeket szeretnénk alkalmazni sebességmodulációk meghatározásához, elvben két úton is elindulhatunk [3]: az első, és közvetlenebb út a kétpont mérések esete, amikor poloidálisan egymástól  $d$  távolságban van két mérési pontunk. Ekkor a két pontban detektált idősorok között kiszámítva a keresztkorrelációs függvényt (CCF), a maximumhely nullától való eltolódása megadja a terjedési időt, így  $d$  ismeretében a terjedési sebességet meg lehet határozni. A másik út - ezt nevezzük ACF-szélesség módszernek - közvetettebb és csupán

egyetlen mérési pontra van szükség. Az ACF-szélesség módszer alapja az, hogy feltevésünk szerint az autokorrelációs függvény (ACF) szélességét (korrelációs időt) alapvetően a sebesség határozza meg - ezen feltétel részletesebb tárgyalását ld. 3.2.1. fejezetben. A fentebb vázolt két lehetőséget szemlélteti a 3.15. ábra.

### 3.3.1. Az ACF-szélesség módszer

A továbbiakban részletesen kifejtjük, hogy az egy pont-mérések kiértékelése során miként nyerhetünk információkat a plazmasebességben fellépő, térben és időben korrelált modulációkról. Az adatfeldolgozás ezen módszerét nevezzük *autokorreláció szélesség módszernek* (**Auto-Correlation Function Width Method, ACFWM**).

Az ACFWM általános sémája a következő lépésekben foglalható össze (ld. 3.16. ábra):



3.16. ábra. Az ACFWM általános sémájának szemléltetése.

1. A  $T$  hosszúságú mért időjelet leszűrjük oly módon, hogy abban csak a mikroturbulencia időskálája ( $3kHz < f < 300kHz$ ) maradjon. Ez lényeges, mert a plazmaparaméterek globális, lassú változásai meghamisíthatják a mérést.
2. Az ilyen módon preparált idősort felbontjuk  $\Delta T$  hosszúságú szakaszokra. A  $\Delta T$  fogja meghatározni a sebességfluktuáció-mérés időfelbontását, illetve a mérés eseményzaját.
3. Minden egyes  $\Delta T$ -hez kiszámítjuk az autokorrelációs függvényt (ACF).
4. Meghatározzuk az ACF szélességét valamilyen előre rögzített definíció alapján. Az így kapott szélesség jelet  $W_{acf}(t)$  - melynek dinamikája megegyezik a sebességfluktuációk dinamikájával -  $\Delta T$  időfelbontással ismerjük.

5. A  $W_{acf}(t)$ -t analizáljuk valamilyen jelfeldolgozó módszer segítségével (pl. teljesítményspektrum vagy korrelációs technika).

A fentebb leírt módszer tesztelésére 1+1 dimenziós (1 tér és egy idő dimenzió) szimulációt végeztünk, melynek során rögzített élettartamú és amplitúdójú, Gauss-függvény alakú struktúrákat generáltunk. Ezen struktúrák adott (100 Hz-es szinuszos) időfejlődésű áramlási térben „úsztak”. Áthaladván a mérési ponton, azok amplitúdóját regisztráltuk az idő függvényében, ilyen módon előáll a vizsgálni kívánt fluktuáló idősor. Ezek után végrehajtjuk a ACFWM lépéseit, amelyeket a 3.17. ábrán követhetünk nyomon. Az a.) grafikon magát a szimulált jelet mutatja. A b.) grafikonon, egymást követő 775  $\mu s$  hosszú időintervallumokból számolt autokorrelációs függvények időbeni változása látható. Jól megfigyelhető a szélesség harmonikus modulációja. A c.) grafikonon az autokorrelációs függvény félértékszélessége látható az idő függvényében, majd a d.) grafikon ezen szélességjel teljesítménysűrűség spektrumát mutatja különböző relatív modulációs amplitúdók mellett. Az e.) grafikonon 1 kHz-es sebességmoduláció spektruma látható, mely sokkal zajosabb, mint a 100 kHz-es spektrum, mivel az egyes autokorrelációs függvényeket csak sokkal kevesebb pontból számítottuk ki mint a 100 Hz-es moduláció esetében.

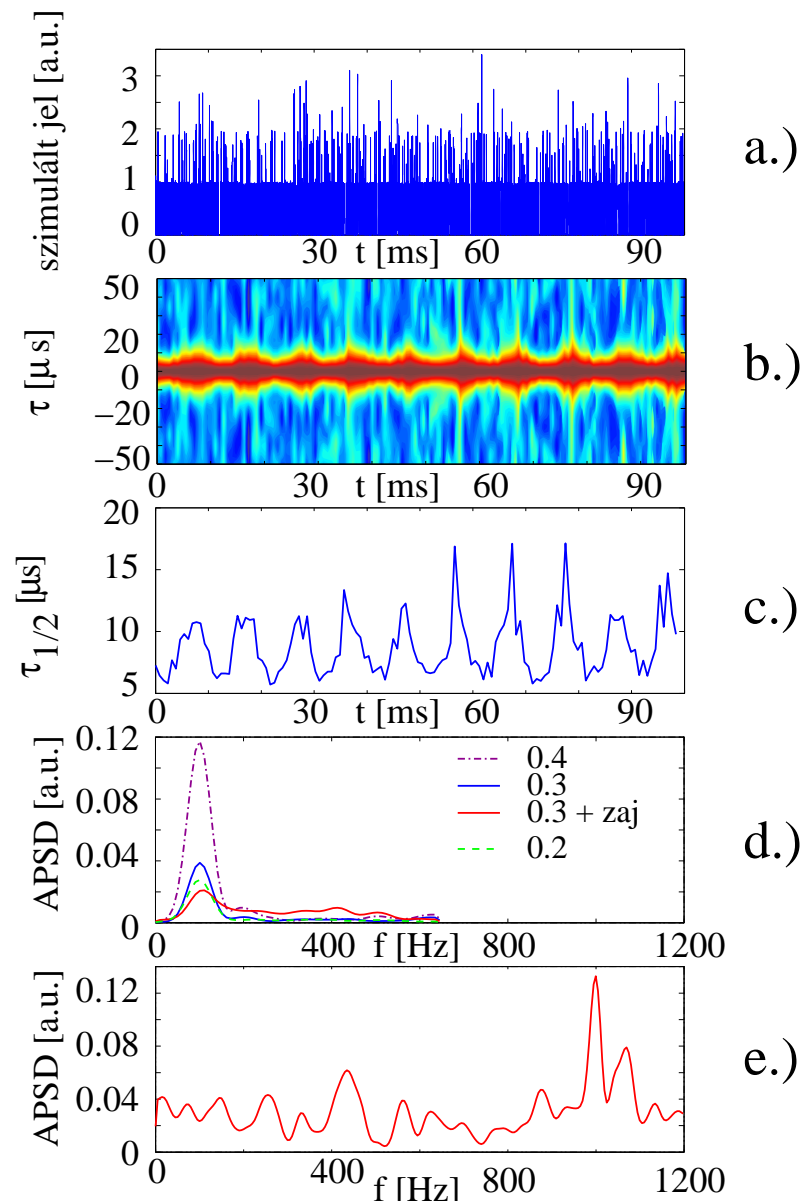
### 3.3.2. Az ACFWM érzékenységi görbéje

Fontos kérdés az ACFWM-mel kapcsolatban, hogy a módszer mennyire érzékeny az áramlási sebességben fellépő fluktuációk nagyságára. A kérdés a gyakorlatban úgy vetődik fel, hogy mekkora az a minimális amplitúdójú moduláció, amit az ACFWM még ki tud mutatni? A módszer érzékenységét az autokorrelációs függvény statisztikus szórása határozza meg. Ez a bizonytalanság származhat abból, hogy csak véges számú eseményt detektálunk, illetve származhat más, külső (detektor) zajforrásokból. A 3.2.3 részben levezettünk egy analitikus kifejezést az autokorrelációs függvény relatív szórására. A levezetés azon a feltételezésen alapult, hogy a mért fluktuáló jel statisztikusan független, egymással átlapoló, időben véges (lecsengő) korrelációs idejű eseményekből építhető fel. Ezen események tulajdonságait adott eloszlású, véletlen valószínűségi változók határozzák meg (pl. amplitúdó, élettartam, időbeli maximum hely). Az ilyen módon felépített jel autokovariancia függvénye az ismert módon definiálható:

$$C_a(\tau) = \overline{[S(t) - \bar{S}] \cdot [S(t + \tau) - \bar{S}]}, \quad (3.40)$$

ahol  $S(t)$ -vel jelöltük a fentebb említett sajátosságokkal bíró fluktuáló idősort. A felülvonás itt is az időátlagot jelöli.

Kimutatható [7], hogy a jelet felépítő események véletlen átlapolásai miatt a  $C_a(\tau)$  értéke egy adott  $\tau$  mellett valószínűségi változó, melynek varianciája független  $\tau$ -tól. A 3.2.3 fejezetben leírt feltételek között, egyszerű tendencia vezethető le a kovariancia függvény relatív szórására:



3.17. ábra. 1+1 dimenziós szimulációs eredmény az ACFWM szemléltetésére. Az áramlási sebességet szinuszosan moduláltuk (100 Hz ill. 1 kHz frekvenciával). Az ábrán fentről lefelé haladva: (a) azonos amplitúdójú Gauss-eseményekből álló szimulált, „nyers” jel, (b) az autokorrelációs függvény időbeli változása (jól látható a harmonikus moduláció), (c) az előbbi ábra  $\tau = 0$ -nál vett metszete, (d) a szélesség-jel spektruma különböző sebességmodulációs amplitúdók mellett, (e) 20 %-os sebességmoduláció spektruma magasabb (1 kHz) frekvencián.

$$\frac{\sigma}{\langle C_a(0) \rangle} = D \cdot \sqrt{\frac{w_t}{\Delta T}}. \quad (3.41)$$

A fenti kifejezés bal oldala az ACF relatív szórását tartalmazza a nulla időeltolásnál, mely a kifejezés szerint egyszerű összefüggésben áll a  $\Delta T$  feldolgozási idővel, azaz jó statisztikát akkor érhetünk el, ha elegendően hosszú időablakban tudjuk kiszámítani az autokorrelációs függvényt. Éppen ezen megállapítás fogja korlátozni az ACFWM segítségével kimutatható maximális frekvenciát, ami nem lesz más, mint  $1/2\Delta T$ , ahol a  $\Delta T$  rögzítésével lényegében a megengedhető bizonytalanságot rögzítettük. A fenti képlet jobb oldalán álló  $D$  paraméter, adott valószínűségi eloszlások mellett egy számfaktor (pl. Gauss-alakú eseményekre  $D = (2\pi)^{1/4}$ ).

Miután a WACFM szerint a teljes mért fluktuáló jelünket felosztottuk  $\Delta T$  hosszúságú szakaszokra és minden egyes szakaszon kiszámítottuk az autokorrelációs függvényt, felvetődik annak kérdése, hogy miként kellene definiálni az autokorrelációs függvény „szélességét”. Mivel minket csak az ACF szélesség időbeli viselkedése érdekel és nem annak abszolút nagysága, viszonylagosan nagy szabadságunk van a definíció megválasztásában.

Az első gondolatunk alapján mondhatnánk azt, hogy legyen az ACF szélessége az a  $\tau$  érték melynél a korreláció az  $e$ -ad részére esik. Ezzel a meghatározással az lehet a probléma, hogy amennyiben  $\Delta T$ -t viszonylag rövidre választjuk annak érdekében, hogy a sebessémodulációt jó időfelbontással meghatározhassuk, a korrelációs függvény hibája jelentős (20% – 50%) lehet és ez nagyon bizonytalaná teszi a szélesség meghatározását. Ezért célszerűbb egy olyan definíciót választani, mely kevésbé érzékeny a zajokra, például egy integrális mennyiséget:

$$W_{acf}(t) = \frac{\int_0^{\tau_0} \tau \cdot C_a(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_0} C_a(\tau) d\tau}. \quad (3.42)$$

Mivel az ACF szimmetrikus, elegendő csak a  $\tau \geq 0$  részt tekinteni. A fenti definíció alapján lényegében a  $C_a(\tau \geq 0)$  „súlypontját” határozzuk meg és ezek után ezt fogjuk ACF szélességnek nevezni és  $W_{acf}(t)$ -vel jelölni. A (3.42) definíciós egyenletben meghatározatlan paraméterként fellép a  $\tau_0$ , mint az integrál felső határa. Először vizsgáljuk meg azt a határesetet, amikor a (3.42)-beli integrálok felső határa a végtelenhez tart. Tegyük fel, az analitikus kezelhetőség kedvéért, hogy az autokorrelációs függvény Gauss-alakú:  $C_a(\tau) \sim \exp\left\{-\frac{\tau^2}{2w_t^2(t)}\right\}$ . Ekkor:

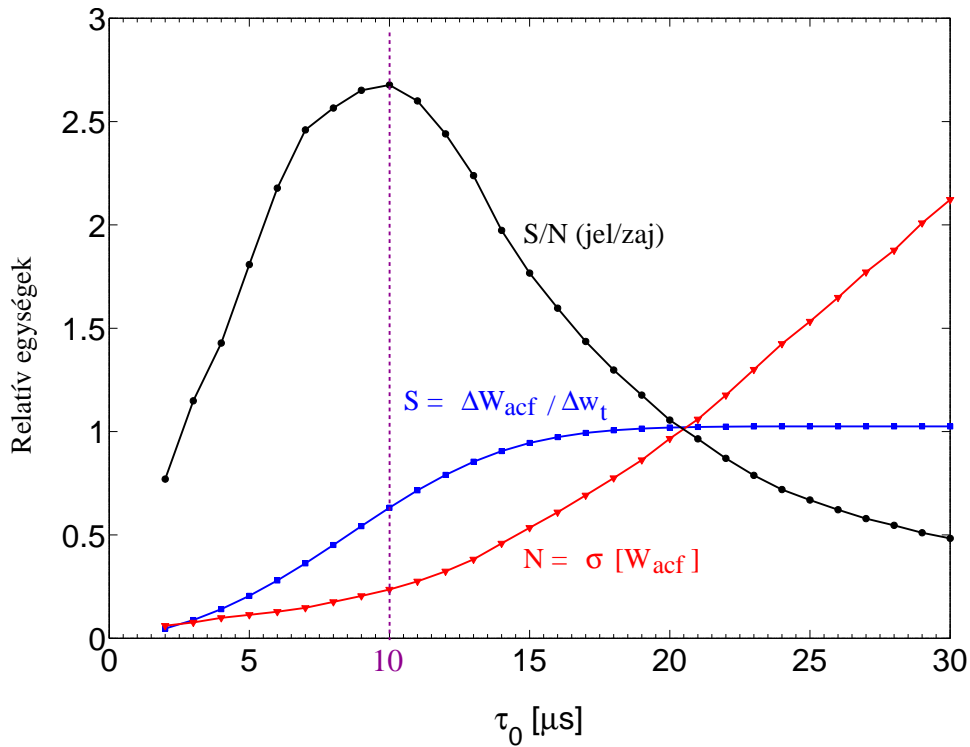
$$W_{acf}(t) = \frac{\int_0^{\tau_0} \tau \cdot \exp\left\{-\frac{\tau^2}{2w_t^2(t)}\right\} d\tau}{\int_0^{\tau_0} \exp\left\{-\frac{\tau^2}{2w_t^2(t)}\right\} d\tau}. \quad (3.43)$$

Bevezetve a  $\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{2}w_t}$  egyszerű helyettesítést kapjuk:

$$W_{acf}(t) = w_t(t) \frac{\int_0^{\frac{\tau_0}{\sqrt{2}w_t}} \tau' \cdot \exp\{-\tau'^2\} d\tau'}{\int_0^{\frac{\tau_0}{\sqrt{2}w_t}} \exp\{-\tau'^2\} d\tau'} = w_t(t) \cdot A(w_t, \tau_0). \quad (3.44)$$

Véve a  $\tau_0 \rightarrow \infty$  határértéket, az  $A(w_t, \tau_0)$  függetlenné válik  $w_t$ -től, így

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} W_{acf} \sim w_t.$$



3.18. ábra. Az ACFWM érzékenysége a  $\tau_0$  integrálási határ függvényében.

Ez valóban azt jelenti, hogy a  $w_t$ -beni relatív változás ugyanolyan mértékű relatív változást okoz  $W_{acf}(t)$ -ben is. Természetesen valós adatfeldolgozási problémák esetén a  $\tau_0$  nem lehet végtelen, ami maga után vonja a WACFM érzékenységének csökkenését az  $A(w_t, \tau_0)$  tényezőnek megfelelően. Ezen tényező numerikusan határozható meg, amint az a 3.18 ábrán látható. Az ábrán látható  $S$ -sel jelölt görbe nem más, mint a (3.44) egyenlet segítségével numerikusan számított  $\Delta W_{acf} / \Delta w_t$  érzékenység. Amennyiben csak ezt a görbét tekintenénk, arra a helytelen következtetésre jutnánk, hogy lehetőleg nagy  $\tau_0$  értékeket kell választani integrálási határnak, hiszen ekkor javul a módszer érzékenysége. Azonban nem hagyhatjuk figyelmen kívül a mérések során, szükségképpen fellépő különböző zajokat sem, melyek hatásai megjelennek az általunk vizsgált autokorrelációs függvényekben is. Amennyiben az autokorrelációs időnél ( $w_t$ ) sokkal hosszabb ideig integrálunk ( $\tau_0 \gg w_t$ ), a korrelációs függvény lecsengő „farkában” fellépő nagy relatív amplitúdójú zajt felerősítjük (integráljuk). Azt várjuk tehát, hogy a  $W_{acf}$  függvény bizonytalansága a  $\tau_0$  monoton növekvő függvénye. Az előbbi megállapítást szemlélteti a 3.18 ábra  $N$ -nel jelölt görbéje. Ezt a görbét úgy kaptuk, hogy Gauss-alakú im-

pulzusokból álló fluktuáló jeleket szimuláltunk, rögzített korrelációs idő ( $w_t = 5\mu s$ ) mellett, továbbá a jelekhez hozzáadtunk egy szélessávú, normál eloszlású zajt, melynek amplitúdója a jelamplitúdó 50%-a volt. A  $W_{acf}$  tapasztalati szórását számítottuk ki különböző  $\tau_0$  integrálási határokat feltételezve. Ezen számításokból arra a következtetésre juthatunk, hogy létezik egy optimális  $\tau_0$ , mely a maximális jel-zaj viszonyának felel meg. A mi esetünkben ez  $10\mu s$ -nak adódik. A további valós mérési jelek feldolgozásánál végig ezt az értéket használtuk.

### 3.3.3. Kísérleti elrendezés

Jelen doktori értekezés fluktuáló zonális áramlásokkal (*zonal flows*) kapcsolatos vizsgálatait a prágai plazmafizikai intézet CASTOR tokamakján végeztem kollégáimmal. A mérésekre egy általam kidolgozott mérési javaslat jóváhagyása után került sor 2005 folyamán. A mérési javaslat a fentebb bemutatott módszerek szisztematikus alkalmazását jelentette speciálisan kiválasztott plazmakisülésekben mért fluktuációkra. Mielőtt részletesen rátérnénk a mért adatok elemzésére, röviden ismertetjük a CASTOR tokamak főbb jellemzőit és a mérési elrendezést.

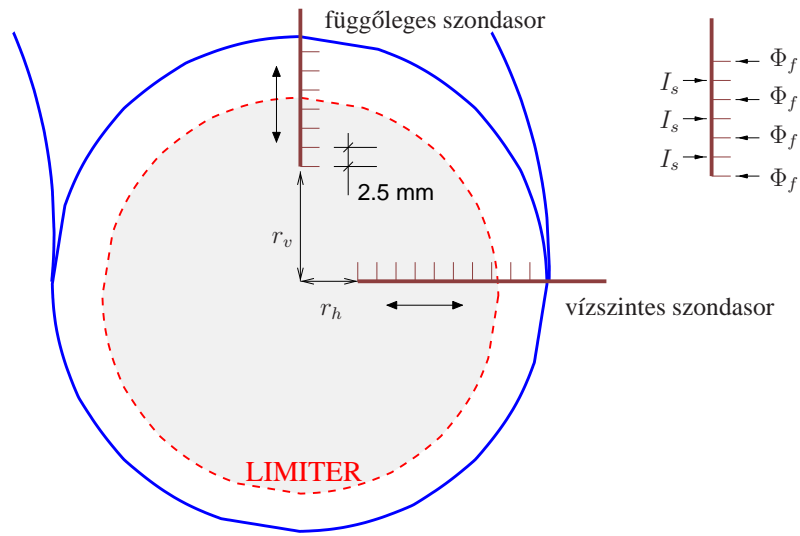
A CASTOR tokamak egy kis, flexibilis, toroidális plazmafizikai berendezés, melynek nagysugara  $R = 0.4$  m, kissugara  $a = 8.5$  cm, a toroidális mágneses tér értéke  $B_t \leq 1.5$  T, a plazmaáram  $I_p \leq 25$  kA, a kisülés hossza 30 – 50 ms. A plazma termodinamikai paramétereit tekintve, a vonalintegrált elektronsűrűség  $\bar{n}_e \leq (2 - 3) \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , míg a középponti elektronthőmérsékletet  $T_e(0) \sim 200$  eV-nak becsülik.

Méréseinket, a főbb plazmaparaméterek és plazmafluktuációk vizsgálatára széleskörűen alkalmazott Langmuir-szondákkal végeztük (ld.2.1.2 fejezet). A mérés céljainak megfelelően, két szondasort alkalmaztunk egyenként 16 darab Langmuir-szondával. A két szondasort egyazon poloidális metszetben helyeztük el, egymástól  $90^\circ$ -os ( $\approx 12\text{cm}$ ) poloidális szögben - az egyik szondasor a berendezés egyik felső ablakán keresztül, míg a másik szondasor a külső egyenlítői síkon lévő diagnosztikai nyíláson keresztül nyúlik be a vákuum kamrába (ld. 3.19 ábrát). A vízszintes ill. függőleges szondasor legbelső szondájának távolsága a vákuum kamra középpontjától  $r_h = 72\text{mm}$ , illetve  $r_v = 65\text{mm}$  volt. A szondasorokon az egyes Langmuir-szondák  $2.5\text{mm}$  távolságra voltak egymástól elhelyezve.

A függőleges szondasor legbelső szondájától kezdve a számozást, minden páratlan sorszámú szondán lebegő potenciál (*floating potential*) fluktuációkat ( $\Phi_{fl}$ ), míg a páros sorszámú szondákon ion telítési áram (*ion saturation current*) fluktuációkat ( $I_s$ ) mértünk.

A szondasoron mért paraméterek alternáló volta szorosan összefügg a mérés alapkonceptiójával, mely a következőképpen foglalható össze: elképzelésünk szerint – mint azt már korábban is kifejtettük –, a plazma domináns  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  poloidális áramlása magával ragadja a mikroinstabilitások miatt felépülő, koherens, örvénylő<sup>4</sup> sűrűségperturbációkat. Ezen örvénylő struktúrák koherensek, ami alatt azt értjük, hogy egy ilyen örvényen belül a plazmaparaméterek (sűrűség, elektrosztatikus potenciál) térben és időben korreláltak. Különböző belső folyamatok – leginkább ütközések – miatt azonban, idővel ez a korreláció megszűnik; ezt a jellemző időt nevezzük

<sup>4</sup>Az „örvénylő” szó ebben a kontextusban azt jelenti, hogy a fellépő instabil módusokhoz egyértelműen hozzárendelhető egy vorticitás a következő definícióval:  $\omega_E = \nabla \times v_E$ .



3.19. ábra. Mérési elrendezés zonális áramlások kimutatására a Castor tokamakon. Az ábrán látható a vízszintes és a függőleges, Langmuir-szondákból álló szondasor.

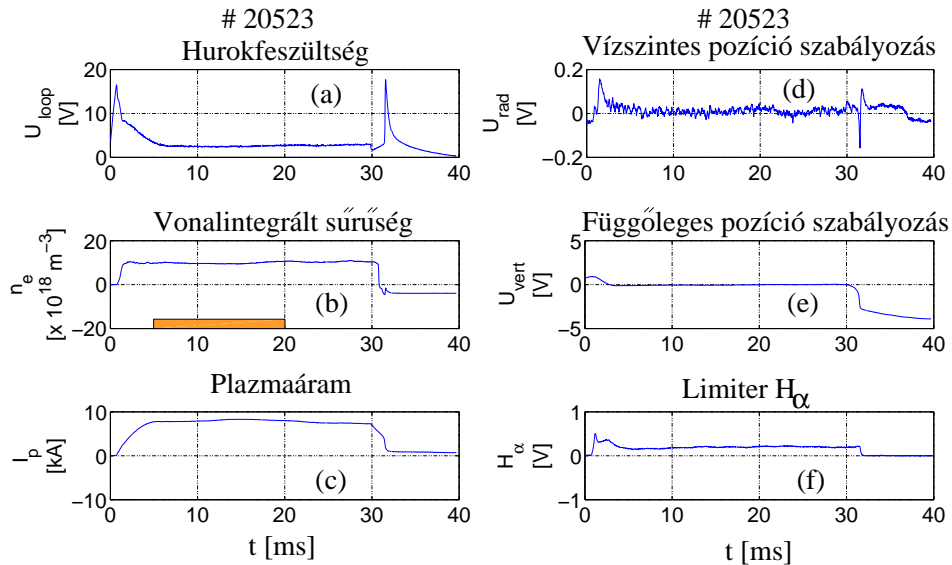
a struktúra élettartamának (*decorrelation time*). Fontos megjegyezni, hogy ez csak akkor egyezik meg az egy pontban mért korrelációs idővel, ha a struktúrák nem mozognak. Amennyiben ezen struktúrák mozognak a mérési ponthoz képest, egy tokamokban tipikusan ez a helyzet, az élettartam és a mozgásból származó áthaladási idő kombinációja határozza meg a mért korrelációs időt.

Feltéve, hogy a plazmaáramlás elegendően gyors (az örvények élettartamuk alatt a nagyságuk többszörösének megfelelő távolságot képesek megtenni), a korrelációs időt a plazma áramlási sebessége és a struktúra jellemző poloidális mérete határozza meg. Az előbbi kijelentés képezi az alapját a WACFM alkalmazásának a jelen kísérletben. A 3.19 ábra szerinti kísérleti elrendezés lehetővé teszi egyazon radiális helyen való  $\tilde{I}_s \propto \tilde{n}_e$ , elektronsűrűség és  $\tilde{E}_r(i) \propto \tilde{\Phi}_{fl}(i-1) - \tilde{\Phi}_{fl}(i+1)$ , radiális elektromos tér fluktuációinak meghatározását<sup>5</sup>. A radiális elektromos tér meghatározása egy alternatív módszert jelent az  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  konvekcióban fellépő alacsony frekvenciás modulációk meghatározására (ld. később).

Méréssorozatunkban 21 db. kisülést vizsgáltunk, melyekben a jellemző paraméterek a következők voltak: a plazmaáram  $I_p = 8kA$ , a toroidális mágneses tér  $B_T = 1.3T$ , ill. a plazma átmérőjére átlagolt elektronsűrűség  $\bar{n}_e \approx 7 \cdot 10^{18} m^{-3}$  (ld 3.20 ábra).

A CASTOR tokamak esetén közismert tény, hogy a plazmaoszlop nem szimmetrikusan he-

<sup>5</sup>Ezen a ponton egy fontos megjegyzést kell tennünk. A Langmuir szondák elméletéből tudjuk, hogy mind az ion telítési áram, mind pedig a lebegő potenciál függ a lokális  $T_e$  elektronhőmérséklettől. Tehát amennyiben az elektronsűrűség ill. plazmapotenciál fluktuációkra vonatkozó kijelentéseket szeretnénk tenni fel kell tételeznünk, hogy a hőmérsékletfluktuáció elhanyagolható. Ezzel a feltételezéssel élnek az összes általunk ismert Langmuir-szondás fluktuációmérés során. A fejezet végi diszkusszióban még visszatérünk a kérdésre, hiszen a CASTOR-on (sem) áll rendelkezésre mikroszekundumos időfelbontású hőmérsékletmérő diagnosztika.



3.20. ábra. A CASTOR tokamak egy standard kisülésének néhány fontosabb paramétere az idő függvényében. A jelölt (narancssárga) időablak megfelel a fluktuáció mérés során feldolgozott időablaknak.

lyezkedik el a vákuum kamra közepén, hanem el van tolódva a kamra aljának irányában. A plazma helyzetét aktív szabályozó tekercsekkel lehet befolyásolni. Méréseink során nagy gondot fordítottunk arra, hogy a plazma centrált legyen, azaz az utolsó zárt mágneses felület (*Last Closed Flux Surface*) sugara egyezzen meg a limiter sugárral. Ezt úgy lehet a gyakorlatban megvalósítani, hogy minden egyes lövést követően, a szondák adataiból kiszámítottuk a lebegő potenciál ( $\Phi_{fl}$ ) időátlagának radiális profilját. A profil maximumának helye megfelel az utolsó zárt mágneses felület helyének. Amennyiben a maximumhely eltolódását észleljük a limiterhez képest, a pozíció-szabályzó tekercsek áramát addig változtatjuk, míg a plazmaoszlop centrált nem lesz. Erre azért van szükség, mert a nyírt áramlási rétegek a mágneses felületek mentén helyezkednek el, és mi szeretnénk ezen áramlások fluktuációit korreláltatni a két, poloidálisan  $90^\circ$ -ra lévő szondasor között.

### 3.3.4. Mérési adatok feldolgoása

A fluktuáló zonális áramlások vizsgálatára, az  $1\mu\text{s}$ -mal mintavételezett ion telítési áram jeleket használtuk. Ezen jelekre alkalmaztuk az ACF-szélesség technikát. Mielőtt a 3.3.1 részben ismertetett adatfeldolgozási lépéseket végrehajtottuk volna, a nyers jelek egy előkészítési folyamaton mentek keresztül – egyrésztől kiválasztottunk a jel stacionernek tekinthető szakaszából egy 15ms hosszú időablakot, másrésztől ezt egy numerikus (elliptikus) sávszűrővel leszűrtük, úgy, hogy csak a jel 3 kHz és 300 kHz közötti összetevőit őriztük meg. Mivel alacsonyfrekvenc-

ciás modulációkat keresünk az áramlási sebességben, azaz a  $W_{acf}(t)$ -ben, ezért a globális plazmamozgások zavaró hatását szeretnénk kizárni a vizsgálatainkból. Ezen nemkívánatos hatások a Langmuir-szondák jeleinek alacsony frekvenciás összetevőin keresztül jelentkezhetnek, ezért végezzük a jelek szűrését. Elméleti várakozás szerint [82], a zonális áramlások nem keltenek a plazmában sűrűségfluktuációt, így méréseinket ez a szűrés semmiképpen sem befolyásolja.

A ACFWM során a 3.42 definíciót használtuk  $W_{acf}(t)$ -re,  $\tau_0 = 10\mu s$  felső integrálási határral, továbbá a feldolgozási időt  $\Delta T = 100\mu s$ -nak választottuk. A 3.18 ábrán a jelen helyzetre vonatkozóan egy realisztikus becslést találunk a jel-zaj viszonyra ill. az ACFWM érzékenységre, adott relatív sebességmoduláció esetén. Az ábrából szintén leolvasható, hogy a jelen feltételek mellett, a  $W_{acf}$  hozzávetőlegesen 40% korrelálatlan statisztikus zajjal terhelt. A véges integrálás miatt a  $W_{acf}$  válasza csupán 0.6-szorosa az eredeti relatív sebességmodulációnak. Ez azt jelenti, hogy egy 1%-os sebességmoduláció 0.6%-os  $W_{acf}$  modulációt indukál.

A statisztika javítása érdekében egy 21 kisülésből álló kísérletsorozatot választottunk ki. A kiválasztás szempontja az volt, hogy a globális paraméterek (integrált elektronsűrűség, plazmaáram, toroidális mágneses tér stb.) mellett, a Langmuir szonda lokális jeleinek statisztikus tulajdonságai (első néhány momentuma) is legyenek közel azonosak. A 3.2 táblázatban számszerűsítettük a feldolgozott kisülések statisztikus „hasonlóságát”. A táblázatból látható, hogy a fluktuációk jó közelítéssel Gauss-eloszlást követnek.

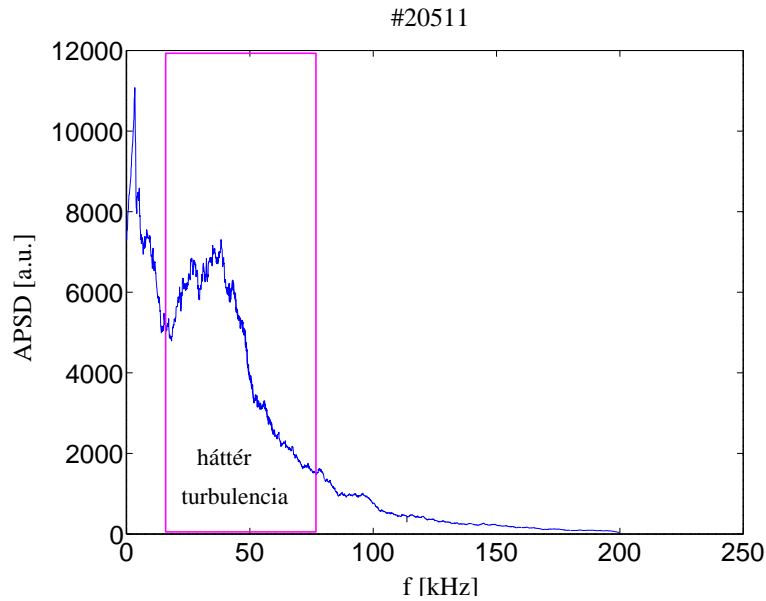
Standard szórás	Kurtosis	Skewness
$0.0102 \pm 0.0017$	$3.363 \pm 0.176$	$-0.0059 \pm 0.001$

3.2. táblázat. Az adatfeldolgozásba bevont 21 statisztikailag hasonló kisülés fluktuáló iontelítési áramának második, harmadik és negyedik momentumának várható értéke és szórása. A számítás a 21 kisülésből álló sokaságra vonatkozik.

### 3.3.5. A mikroturbulens háttér jellemzése

Mielőtt rátérnénk a ACFWM-mel nyert  $W_{acf}(t)$  idősorok statisztikus vizsgálatára, alkossunk képet arról a mikroturbulens hátról, amely a CASTOR tokamak plazmában szükségképpen jelen van, és amely az elméleti számítások szerint szoros ok-okozati kapcsolatban áll a zonális áramlásokkal (ezen kapcsolatok felderítése nem témája a jelen disszertációnak). Elsőként vizsgáljuk meg az ion telítési áram fluktuációk spektrumát, anélkül, hogy a fentebb említett spektrális szűrést elvégeznénk. Egy egyszerű lineáris trendlevonást követően, egy kiválasztott Langmuir-szonda jelének spektrumát láthatjuk a 3.21 ábrán. Két jól elkülöníthető időskála jelenik meg az ábrán: 30 – 100kHz-es sávban egy széles sávú spektrális tartományt figyelhetünk meg – ez felel meg mikroturbulens fluktuációknak (ez adja a mikroturbulens háttérrel) – és egy alacsony frekvenciás  $\sim 1$ kHz-es összetevő. Ezen utóbbi összetevő eredete egyelőre nem ismert. Az elméleti modelleket figyelembe véve nem várható, hogy a zonális áramlások jelentős

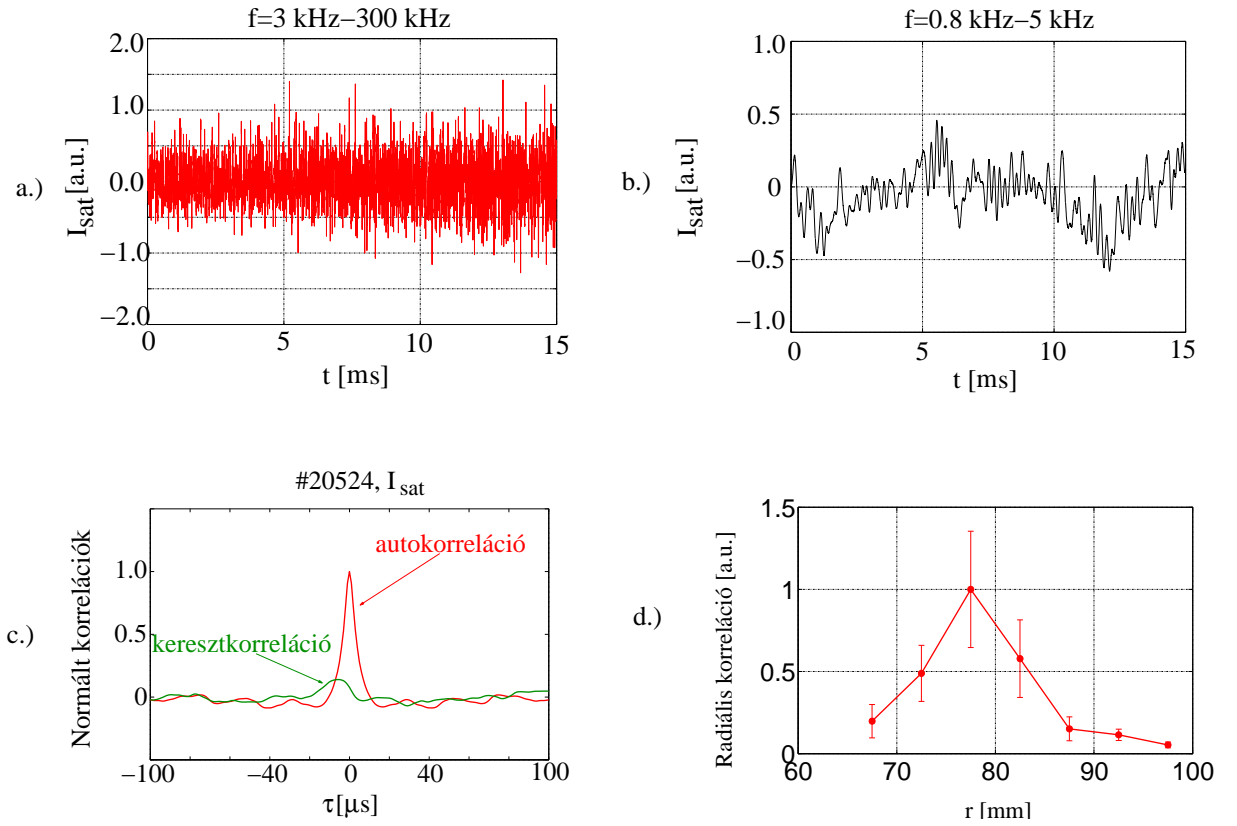
sűrűségválaszt, ezen keresztül pedig, ion telítési áram választ váltanának ki, mindazonáltal nem zárható ki annak lehetősége, hogy a zonális áramlások a részecsketranszport modulációján keresztül mégis képesek modulálni a sűrűséget. Ezen, kétségkívül érdekes és fontos, kérdéskör mélyreható vizsgálatára nem nyílt lehetőség a CASTOR tokamakon, részben idő hiányában, részben pedig a meglévő diagnosztikai hiányosságok miatt.



3.21. ábra. Az ion telítési áram fluktuációinak frekvencia-spektruma. Jól megkülönböztethető egy alacsony frekvenciás összetevő és egy magasabb frekvenciás szélessávú komponens.

Ezen bizonytalanságok miatt a nyers jelre, a vizsgálati 5 – 20ms időablakban, digitális sáv-szűrőt alkalmazunk. A szűrés utáni „gyors” komponensre mutatunk példát a 3.22 ábra a-val jelölt részén. Ezen jeleket vesszük alapul amikor a ACFWM lépéseit végrehajtjuk. A fluktuáló iontelítési áram ( $\tilde{I}_s$ ), ill. lebegőpotenciál-fluktuáció ( $\tilde{\Phi}_{fl}$ ) mérése alapján, a következő megállapításokat tehetjük (ld. 3.22/c-d ábra): a mikrofluktuációk időbeli korrelációi *lecsengenek* néhány mikroszekundumos időskálán, továbbá a fluktuációk *térben is korreláltak* cm-es skálán. Ezen eredmények teljesen konzisztensek a más fúziós plazmafizikai berendezésekben mért mikroturbulencia tér-és időbeni sajátosságaival. Megjegyezzük továbbá, hogy a 3.22/c ábrán fekete vonal jelöli a két, egymástól 90°-os szögben elhelyezett szondasor szondáin mért jelek közötti keresztkorrelációs függvényt (CCF); a korreláció nagyon alacsony, ami egyértelműen utal arra a tényre, hogy a két szondasor között nincs direkt – a mikroturbulencia szintjén – kapcsolat, azaz minden korreláció, amit észlelünk a két szondasor között a  $W_{acf}$ -ben, abból származik, hogy az áramlási sebesség korrelált módon változtatja a poloidálisan távol lévő pontokban, a turbulens struktúrák korrelációs idejét.

Mielőtt a sebességfluktuációk vizsgálatára rátérnénk, szükséges megvizsgálunk, hogy az ACFWM alkalmazhatóságának (3.9) egyenlet kapcsán tárgyalt feltétele – miszerint az autokor-



3.22. ábra. Mért iontelítési áram fluktuációk: a.)  $\tilde{I}_s(t)$  idősor nagyfrekvenciás komponense, b.) ugyanezen jel alacsonyfrekvenciás összetevője, c.) a gyors komponens ACF-je (piros), illetve a két szondator közötti CCF (zöld) és d.) a mikroturbulencia térbeli (radiális) korrelációja.

relációs időt a sebesség határozza meg, nem pedig az élettartam – teljesül-e a CASTOR-ban mért turbulens struktúrákra.

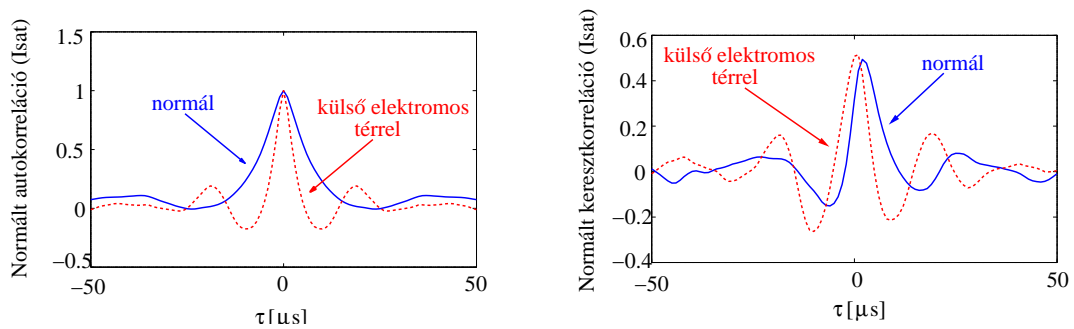
Az eddigi eredmények alapján (3.22/c ábra) is adhatunk egy becslést a (3.9) képletben szereplő  $\tau_v$ , áthaladási időre (az az átlagos idő amely alatt egy örvény megteszi a poloidális méretének megfelelő távolságot). Az ábráról leolvasható az autokorrelációs idő (piros görbe)  $\tau_{\text{corr}} \simeq 3 \mu\text{s}$ , a struktúrák élettartamára kaphatunk egy becslést, ha tekintetbe vesszük az ábrán fekete vonallal jelölt CCF maximumának eltolódását. Erről leolvashatjuk, hogy kb.  $10 \mu\text{s}$  alatt érnek el az örvények az egyik szondától a másikig, ezalatt a korreláció erősen lecsökken. Ebből azt állíthatjuk, hogy  $\tau_{\text{life}} \simeq 10 \mu\text{s}$ . Ezen adatokat behelyettesítve a (3.9) egyenletbe, kapjuk:

$$\tau_v = \frac{\tau_{\text{life}} \tau_{\text{corr}}}{\sqrt{\tau_{\text{life}}^2 - \tau_{\text{corr}}^2}} \simeq 3.1 \mu\text{s},$$

ez egyben azt is jelenti, hogy a korrelációs időt lényegében a  $\tau_v$  áthaladási idő, azaz a háttérplazma áramlási sebessége, határozza meg. Ezen számolás bizonytalanak tűnhet, hiszen a CCF

nagyon alacsony értéket mutat a két szondasor között. A bizonytalanságot kiküszöbölendő, hivatkoznunk kell egy általunk korábban elvégzett mérésre, amikor olyan szondapárt alkalmaztunk, melyek egymáshoz képest kis poloidális távolságban helyezkedtek el. A kísérlet során a plazma szélén, egy elektróda segítségével, külső elektromos teret alkalmaztunk (*edge plasma biasing*), melynek hatására az áramlási sebesség megnövekedett. Kiszámítva a két szonda közötti keresztkorrelációs függvényt külső elektromos tér jelenlétében és annak hiányában a 3.23 ábrán látható görbéket kapjuk.

Az ábrából leolvasható, hogy a CCF maximumának eltolódása lecsökken a külső elektromos tér hatására;  $\Delta\tau^{standard}/\Delta\tau^{bias} = 2.5$  – ez jelzi számunkra, hogy az áramlási sebesség több mint kétszeresére növekedett. Ugyanakkor az ACF szélessége ugyanolyan mértékben lecsökken, azaz  $w_t^{standard}/w_t^{bias} = 2.4$ . Ez egyértelműen bizonyítja, hogy az ACF szélességét ebben az esetben a plazma áramlási sebessége döntően meghatározza. Kijelenthetjük tehát, hogy módszerünk jelen esetben alkalmazható a CASTOR-ban jelenlévő fluktuációkra. Meg kell jegyeznünk, hogy a fentebb vizsgált feltétel teljesülése alapvető fontosságú a módszer szempontjából, ezért annak alkalmazása más esetekre és berendezésekre, mindig megköveteli egy a fentihez hasonló elemzés elvégzését.

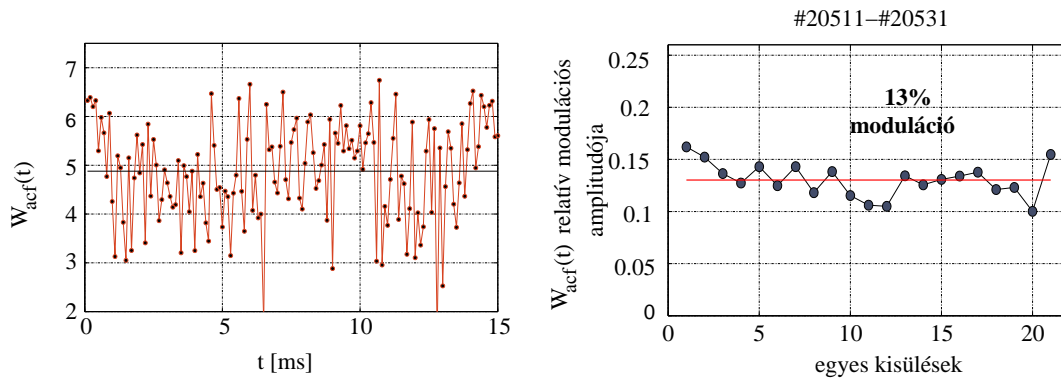


3.23. ábra. A bal oldali ábrán ion telítési áram fluktuációk autokorrelációs függvénye látható, külső elektromos térrel és anélkül. A jobb oldali ábrán a két poloidálisan elhelyezett szonda közötti keresztkorrelációs függvény az előbbi két esetben.

### 3.3.6. A $W_{acf}(t)$ jel korrelációs analízise

Most érkeztünk el arra a pontra, hogy az ACFWM lépései szerint származtatott  $W_{acf}(t)$  jel rendelkezésünkre áll (ld. 3.24 ábra).

Ahogy az várható volt, a jelet egy szélessávú zaj dominálja, ami természetesen megjelenik a jel autokorrelációs függvényében is, mint egy erős csúcs a  $\tau = 0$  időeltolásnál (ld. 3.25 ábra), azonban minket a jel alacsonyfrekvenciás viselkedése érdekel (ebben a spektrális tartományban várjuk a zonális áramlások megjelenését). A 21 kisülésből származó 21 db.  $W_{acf}$  jel autokorrelációs függvényeinek kiszámítása után, ezen autokorrelációs függvényeket összeátla-



3.24. ábra. A  $W_{acf}$  időfejlődése (bal oldali ábra) egy kiválasztott kisülésre. A szélessávú zajcsúcs eltávolítását követően, a  $W_{acf}$  relatív modulációs amplitúdója a vizsgált 21 kisülés mind-egyikére (jobb oldali ábra).

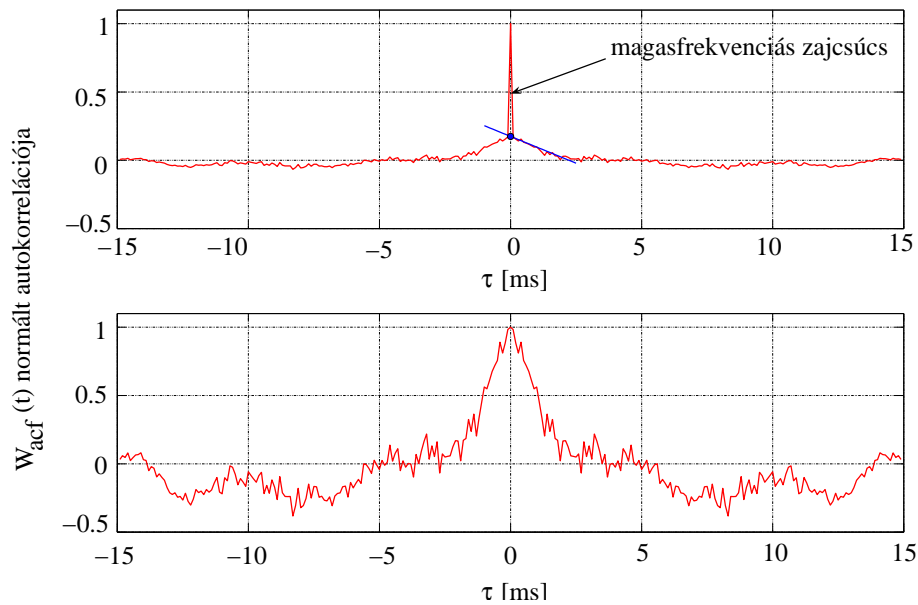
goltuk a statisztika javítása érdekében. Az átlagolás után, az előbbieken már említett zajcsúcs megmaradt. Feladatunk tehát ezen zajcsúcs kiküszöbölése, és a korrelációs függvény „valódi”  $\tau = 0$  értékének becslése. Az általunk alkalmazott eljárás szerint a korrelációs értékeket a  $\tau \in (0, 300\mu s]$  intervallumból lineárisan extrapoláltuk a  $\tau = 0$  pontra (ld. 3.25 ábra). A zajcsúcs eltávolítása után az extrapolált korrelációs értékkel, amit jelöljünk  $C_{a,i}(0)$ -val ( $i = 1, 2$ ), helyettesítettük és ezt az értéket használtuk a korrelációs függvények normálásához is, azaz:

$$C_{12}^N(\tau) = \frac{C_{12}(\tau)}{\sqrt{C_{a,1}(0)C_{a,2}(0)}}. \quad (3.45)$$

Itt a  $C_{12}^N(\tau)$  jelöli két tetszőleges  $W_{acf}$  jel normált korrelációs függvényét, míg a  $C_{12}(\tau)$  a kovariancia függvény. A fentebb leírt zajcsúcs-korrekción elvégzése után, az így kapott alacsony-frekvenciás szélességmoduláció ( $\sim$  áramlási sebességmoduláció) relatív RMS amplitúdóját a következőképpen számíthatjuk ki:

$$R = \frac{\sqrt{C_a(0)}}{\overline{W_{acf}(t)}}. \quad (3.46)$$

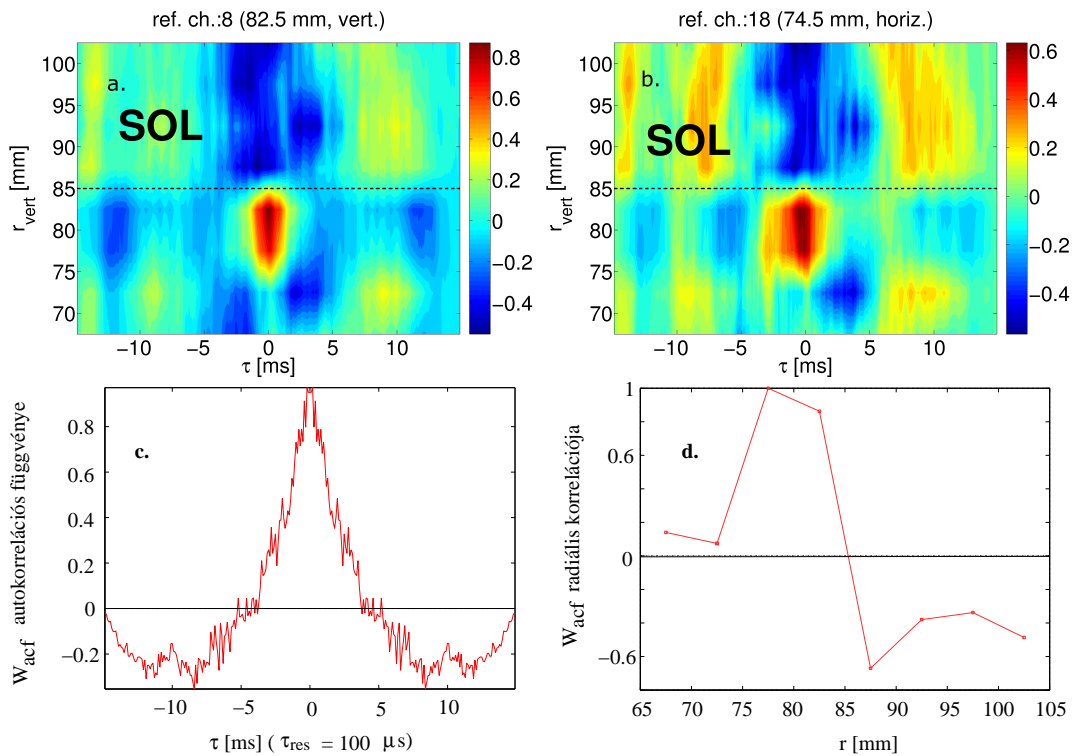
A fenti kifejezésben  $\overline{W_{acf}(t)}$  jelöli az ACF-szélesség jel időbeli átlagát,  $C_a(0)$  pedig a zajcsúcsra korigált autokorrelációs érték  $\tau = 0$ -nál. Az  $R$  értéke 10 – 15% körül ingadozik, jól reprodukálható módon az egyes kisülésekben, ezen értékek átlaga a 3.24 alsó ábrából látható módon 13%-nak adódik. Figyelembe véve a szimulációból származó információt a módszer érzékenységére vonatkozóan (ld. 3.18 ábra), kijelenthetjük, hogy 20% körüli relatív amplitúdójú áramlási sebesség modulációkat sikerült kimutatnunk a ACFWM segítségével. A továbbiakban vizsgáljuk meg ezen sebességmodulációk tér-és időbeli korrelációinak tulajdonságait.



3.25. ábra. A  $W_{acf}$  autokorrelációs függvényében fellépő zajcsúcs kiküszöbölése egyetlen ki-sülés esetében.

A korrelációs számítások eredményeit foglalja össze a 3.26 ábra. Az eredmények jelentősé-gére való tekintettel, pontokba szedve, sorra vesszük az egyes ábrákból leolvasható következte-téseket.

- a. A függőleges szondasor mentén mért  $W_{acf}(t)$  jelek tér-(radiális) és időbeli korrelációi. A függőleges szondasoron kiválasztjuk az egyik (ún. referencia) szonda (8-dik szonda, amely 8.25 cm-re helyezkedik el a plazma közepvonalától)  $W_{acf}(t)$  jelét, majd ezt kor-reláltattuk a szondasor többi – beleértve a referencia szondát is –  $W_{acf}(t)$  jelével. Az ábrából leolvasható, hogy a plazmában megjelenő sebességmodulációk radialisan korre-láltak, mégpedig centiméteres skálán.
- b. Most a referencia csatornát áthelyezzük a másik (vízszintes) szondasorra és képezzük a ke-resztkorrelációs függvényeket az összes függőleges szonda  $W_{acf}(t)$  jelével. Az ábrából látható, hogy jelentős mértékben ( $\sim 70\%$ ) korreláltak a sebességmodulációk az egymás-tól poloidálisan távol ( $\sim 12\text{cm}$ ) lévő pontok között.
- c. Az a. jelű ábra vízszintes metszete (rögzített radiális pozíció mentén), azaz a 8-dik csatorna autokorrelációs függvénye. Ebből leolvasható, a random (ún. stacioner) zonális áramlá-sok jellemző időskálája. Ez az időskáka a miliszekundumos (kHz-es) tartományba esik. Ebből az is érthető, hogy miért nevezik a zonális áramlások ezen ágát, szemben a geodézi-kus akusztikus rezgésekkel (GAM), stacionernek. Ez az időskála egybeesik a tokamakra jellemző  $\tau_E$  energiaösszetartási idővel.

3.26. ábra. A  $W_{acf}$  jelek tér-és időbeli korrelációi.

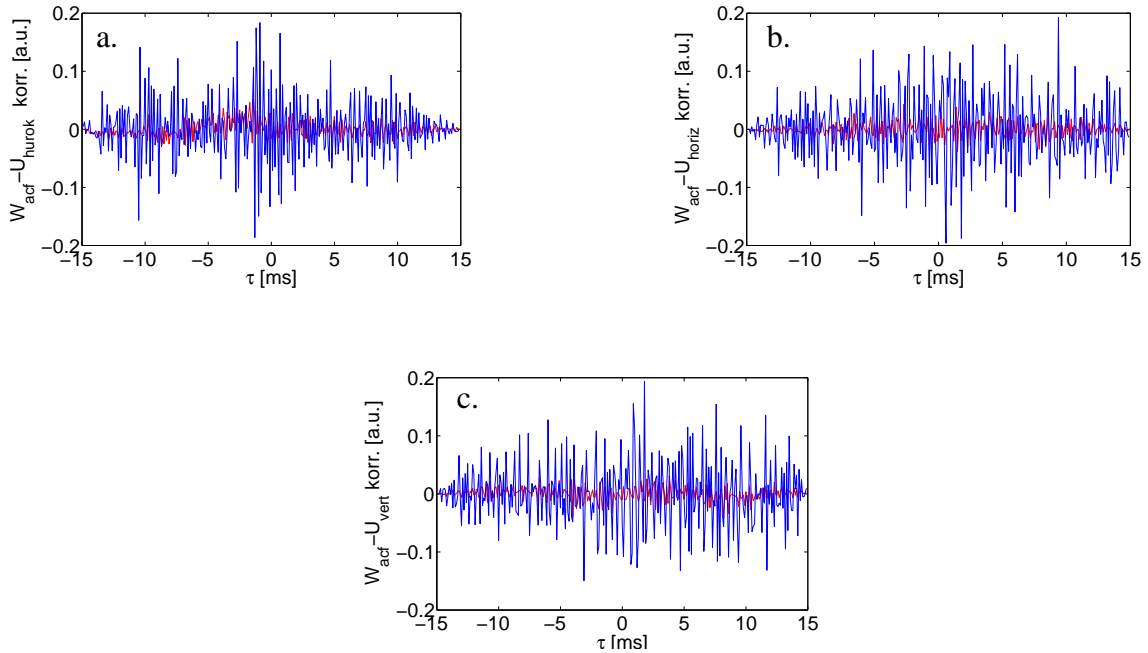
**d.** Az **a.** jelű ábra függőleges metszete a  $\tau = 0$  időeltolásnál. Ez az ábra mutatja zonális áramlás térbeli (radiális) struktúráját. Radiálisan jól lokalizált (1–2cm) struktúrát látunk, melynek amplitúdója radiális irányban változik, azaz nyírt struktúráról van szó.

Használva az általunk levezetett (3.41) képletet, becslést tehetünk az előbbieken kiszámított korrelációs függvények relatív statisztikus szórására. Természetesen eredményünk csak tájékoztató jellegű lehet, mert a korrelációs függvények alakja nem pontosan Gauss.

A random áramlás korrelációs ideje  $w_t \approx 1$ ms, továbbá a teljes mérési idő, figyelembe véve a 21 kisülést,  $\Delta T \approx 300$ ms. Ebből adódik a relatív szórásra:  $\sigma/C \approx 0.1$ , ami egybecseng a korrelációs függvény amplitúdójának  $\tau \gg w_t$  tartományban való relatív változásaival.

A fentiek során említettük, hogy a kísérleti megfigyeléseink szerint a zonális áramlások időskálája megegyezik a CASTOR-ra jellemző energiaösszetartási idő skálájával, ezért felmerülhet, hogy esetleg a megfigyelt modulációk, a plazma hosszúidejű globális viselkedésének (pl. a plazmaoszlop mozgása a vákuumkamrában) a következménye és nem egy, a lokális turbulencia által meghatározott jelenség. Ennek a gondolatnak némileg ellentmond az a kísérleti megfigyelés, miszerint ezen áramlási struktúrák radiálisan jól lokalizáltak a mikroturbulencia skálájának megfelelő tartományokra. Mindazonáltal, a teljes bizonyosság érdekében kiszámítottuk a  $W_{acf}$  jel keresztkorrelációját, más globális paraméterekkel (a 3.27 ábrán a hurokfe-

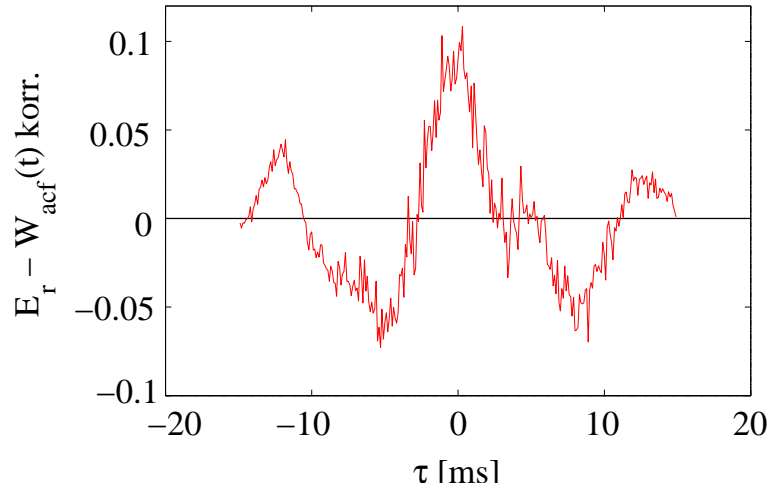
szültséggel, a vízszines és a függőleges pozíciót mérő tekercsek jelével vett keresztkorrelációk láthatóak). Megállapítható, hogy semmiféle korrelált változás ezen jelek között nem figyelhető meg.



3.27. ábra. A  $W_{acf}$  jel keresztkorrelációs függvénye a hurokjeszültség-jellel (a), a vízszintes pozíció-jellel (b) és a függőleges pozíció-jellel (c). Az erősen fluktuáló görbe (kék) egyetlen kisülésből, míg a „simább” (piros) görbe a 21 kisülés átlagolásából származik.

A mérési eredményeink ismertetésének zárásaként, megemlíjtjük, hogy a jelen kísérleti elrendezésben lehetőségünk volt – mint ahogyan arról korábban már szóltunk – az iontelítési áram mellett, a lebegőpotenciál fluktuációinak mérésére is (minden páratlan számú szonda a szondasoron lebegő potenciál módban üzemelt). Ennek következtében egyazon radiális helyen rendelkezésünkre áll a lebegőpotenciál különbségből számítható radiális elektromos tér ( $\tilde{E}_r(t)$ ) fluktuációk jele, ill. az iontelítési áramból meghatározott  $W_{acf}$  jel. Elvben mindkét jel azonos dinamikát ír le az alacsonyfrekvenciás (kHz-es) tartományokban, azaz korrelációt várunk a két jel között. Az  $\tilde{E}_r(t)$  és a  $W_{acf}(t)$  közötti, 21 kisülésre átlagolt, normált keresztkorrelációs függvény látható a 3.28 ábrán. A nulla időeltolásnál látható egy egyértelmű korrelációs csúcs, ám a normált korreláció értéke meglehetősen alacsony ( $\approx 10\%$ ), ami magyarázatra szorul. Egy lehetséges és valószínű magyarázat, abban a körülményben rejlik, hogy a lebegőpotenciál-fluktuációkhoz a plazmapotenciálon kívül hozzájárulnak a lokális elektronhőmérséklet fluktuációi. Amennyiben a hőmérséklet miliszekundumos skálán tartalmaz az áramlási sebességgel nem korrelált modulációkat, ez lecsökkenti a megfigyelt,  $\tilde{E}_r - W_{acf}$  közötti, keresztkorrelációs függvény amplitúdóját. Sajnálatos módon a CASTOR tokamaknál nem állt rendelkezésre meg-

felelő tér- és időfelbontással bíró hőmérséklet diagnosztika, mellyel a  $T_e$ -fluktuációkról számot tudnánk adni.



3.28. ábra. Az  $\tilde{E}_r$  radiális elektromos tér és a  $W_{acf}$ -jel közötti keresztkorrelációs függvény.

### 3.3.7. A Zonális áramlás mérés összefoglalása

A CASTOR tokamak standard, ohmikusán fűtött kisüléseiben részletesen vizsgáltuk az iontelítési áram és a lebegőpotenciál-fluktuációit. Mérési eszközünk, két, lineárisan elhelyezett Langmuir szondából álló, szondasor volt, melyeket azonos poloidális metszetben, egymástól  $90^\circ$ -os poloidális szögben helyeztünk a tokamak vákuumkamrájába. A megfigyelt mikroturbulens fluktuációk tér- és időbeli jellemzői összhangban álltak a más berendezésekben, korábban megfigyelt fluktuációk sajátosságaival: cm-es radiális méret, illetve néhány mikroszekundumos (néhányszor tíz kHz-es) korrelációs idő. A turbulens struktúrák poloidális áramlási sebességében fellépő korrelált modulációkat mutattunk ki, egy új, általunk kifejlesztett adatfeldolgozási technika (WACFM) segítségével. Ezen technika lényege abban áll, hogy időben követjük az egyetlen pontban mért fluktuációk autokorrelációs függvényének időfejlődését (pontosabban szólva, az ACF megfelelően definiált szélességét). WACFM segítségével kimutattuk, hogy a CASTOR tokamak plazmájának szélén  $\sim 20\%$ -os relatív amplitúdójú, korrelált, nyírt áramlási sebességmodulációk lépnek fel. Ezen áramlási sebességmodulációk radiális irányban lokalizáltak (radiális korrelációs hosszuk  $\sim 1\text{cm}$ ), míg poloidális irányban elnyúltak, szimmetrikusak. A korrelált struktúrák élettartama (korrelációs ideje), a mérések szerint  $\sim 1\text{ms}$ . Ez az eredmény egyedülálló abban a tekintetben is, hogy poloidálisan korrelált eddig nem mutattak ki más berendezésben.

Végezetül megjegyezzük, hogy a detektált fluktuáló áramlások fentebb említett összes sajátossága összhangban van azokkal a jellemzőkkel, melyek az elméletileg megjósolt zonális

áramlások (*zonal flows*) esetében várunk. Továbbá méréseink teljesen összhangban állnak a közelmúltban publikált, zonális áramlások kimutatására vonatkozó első eredményekkel.

## 4. fejezet

# Összefoglalás, köszönetnyilvánítás

Összefoglalva jelen doktori disszertáció alapját képező, az RMKI-ban és további két nemzetközi laboratóriumban (IPP-Garching, Németország és IPP-Prague, Cseh Köztársaság) végzett több éves munkát, azt lehet mondani, hogy kutatásaim alapvetően a véletlen folyamatok kísérleti, numerikus és analitikus elméleti vizsgálata köré lehet csoportosulnak. A szűkebb terület, a forró, mágnesezen összetartott plazmákban fellépő turbulens és nyírt áramlások detektálása, jellemző fizikai tulajdonságainak vizsgálata. Ezen vizsgálatok, napjaink fúziós plazmakutatásainak frontvonalába tartoznak, hiszen minden elméleti és numerikus munka azt támasztja alá, hogy ezen áramlások jelentős szerepet játszanak a mágnesezen téren keresztül történő anomális transzport szabályozásában. Az eddigi kísérleti erőfeszítések - beleértve a jelen PhD értekezés tudományos eredményeit is - a zonális áramlások kimutatására, és alapvető tér- és időbeli sajátosságainak fenomenologikus szintű leírására irányultak. A detektált folyamatok mögött meghúzódó bonyolult nemlineáris kölcsönhatások, Reynolds-nyírás, az áramlások, a profilok és a mikroturbulencia egymásrahatásának ok-okozati összefüggéseinek felderítése, nagyon komoly kihívást jelentenek a területen dolgozó kísérleti fizikusok számára. Új diagnosztikai eljárásokat, kifinomult adatfeldolgozási technikákat kell kidolgoznunk a továbblépés, a mélyebb megértés érdekében.

A dolgozat végén köszönetet mondok mindazoknak, akik elindítottak és segítettek azon az úton, mely ezzel a dolgozattal zárul. Szívből köszönöm témavezetőmnek Dr. Zoletnik Sándornak az útmutatást, az állandó szakmai és emberi támogatást és azt, hogy „kísérlet-közeli” fizikussá válhattam. Jelen munka minden jelentős szegletköve, megállapítása, magán viseli az ő gondolkodásának nyomát. Köszönöm barátomnak és állandó munkatársamnak Berta Miklós egyetemi adjunktusnak a közös munkát, a hosszú beszélgetéseket az élet minden területéről. Sokat tanultam tőle adatfeldolgozásból, a kísérleti tényeket tisztelő hozzáállásból és a prágai titkokról. Köszönöm továbbá, közvetlen doktorandusz-társaimnak Anda Gábornak, Dunai Dánielnek, Dr. Gál Kingának és Dr. Rácz Ervinnek, hogy a doktoranduszi évek vidám hangulatban teltek az RMKI-ban. Végül, de nem utolsó sorban családomnak köszönöm, hogy mindvégig mellettem álltak, és támogatják tudományos pályámat, nélkülük nem sikerült volna.

## 5. fejezet

### Tézispontok

- 1. Tézis:** Numerikus kódot készítettem a W7-AS sztellarátor Li-nyaláb diagnosztika jeleinek szimulációjára. A kód figyelembe veszi a W7-AS sztellarátor valós három dimenziós mágneses geometriáját [6].
- 2. Tézis:** Ezen kódot alkalmaztam az erősen nyírt poloidális plazmaáramlások, fényfluktuációk korrelációs függvényeire gyakorolt hatásának vizsgálatára. Megállapítottam, hogy a mérésekben gyakran megfigyelt komplex korrelációs struktúrák magyarázhatók a poloidálisan nyírt áramlások, turbulens örvényekre gyakorolt hatásával. Megállapítottam továbbá, hogy erősen nyírt poloidális áramlások esetén a fényfluktuációk tér- és időbeli korrelációs függvényeinek értelmezése során figyelembe kell venni atomfizikai hatásokat [6].
- 3. Tézis:** Plazmafluktuációkat leíró, random idősor egy egyszerű matematikai modelljéből kiindulva, analitikusan levezettem egy, a gyakorlati adatfeldolgozásban jól használható matematikai összefüggést az autokorrelációs függvény eseménystatisztikai zajból származó relatív szórására [7].
- 4. Tézis:** Li-nyalábos fluktuáció-méréseket végeztem a garchingi W7-AS sztellarátoron, melyekre alkalmaztam az autokorrelációs függvény relatív szórására levezetett összefüggést. Ennek segítségével megállapítottam, hogy a mért korrelációs függvények esetében a magplazmában a domináns zajforrás a fotonzaj, míg a scrape-off layer-ben az eseménystatisztika [7].
- 5. Tézis:** Új adatfeldolgozási eljárást dolgoztam ki, a plazmában fellépő áramlási sebességfluktuációk kimutatására, egy pont-mérésből származó autokorrelációs függvények segítségével (ACFW-technika). Meghatároztam a módszer érvényességi határait és érzékenységi görbét. A módszert egyszerű numerikus szimulációkban teszteltem [8].
- 6. Tézis:** Új mérést terveztem és végeztem el a prágai CASTOR tokamakokon, az elméletileg jóslott zonális áramlások közvetlen kimutatására. A Langmuir-szondákkal végzett

fluktuáció-mérésekre alkalmaztam az ACFW-technikát. Kimutattam, hogy a CASTOR tokamak összetartott plazmájában, radiálisan centiméteres tartományban lokalizált, poloidális irányban elnyúlt modulációk lépnek fel a plazma áramlási sebességében. Továbbá megállapítottam, hogy ezen nyírt sebességmodulációk relatív fluktuációs amplitúdója 10-20 % közötti, élettartama  $\approx 1$  ms. Ezen nyírt, fluktuáló áramlási rétegek megfelelnek az elméletek által leírt zonális áramlásoknak (zonal flows) [8].

# Irodalomjegyzék

- [1] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press Oxford, 1986.
- [2] S. Zoletnik, A. Bencze, M. Berta, and B. Kardon. Identifying turbulence phenomena in wendelstein 7-as stellarator. *29nd EPS Conference on Plasma Phys. Montreaux, 17-21 June 2002 ECA*, 26B:P-2.116, 2002.
- [3] A. Bencze and S. Zoletnik. Statistical method for analysing modulations in the poloidal flow velocity. *30nd EPS Conference on Plasma Phys. St. Petersburg, 7-11 July 2003 ECA*, 27A:P-3.8, 2003.
- [4] A. Bencze, M. Berta, S. Zoletnik, J. Stockel, J. Adamek, and M. Hron. Detection of radially localized and poloidally symmetric structures in the poloidal flow of tokamak plasmas. *32nd EPS Conference on Plasma Phys. Tarragona, 27 June-1 July 2005 ECA*, 29C:P-5.022, 2005.
- [5] S. Zoletnik, N.P. Basse, A. Bencze, D. Dunai, M. Hirsch, G. Pokol, and G. Por. Anomalous transport events in the core plasma of the wendelstein 7-as stellarator. *32nd EPS Conference on Plasma Phys. Tarragona, 27 June-1 July 2005 ECA*, 29C:P-5.023, 2005.
- [6] S. Zoletnik, G. Petravich, A. Bencze, M. Berta, S. Findler, K. McCormik, and J. Schweinzer. Two-dimensional density and density fluctuation diagnostic for the edge plasma in fusion devices. *Rev. Sci. Instrum.*, 76:073504, 2005.
- [7] A. Bencze and S. Zoletnik. Autocorrelation analysis and statistical consideration for the determination of velocity fluctuations in fusion plasmas. *Phys. Plasmas*, 12:052323, 2005.
- [8] A. Bencze, M. Berta, S. Zoletnik, J. Stockel, J. Adamek, and M. Hron. Observation of zonal flow-like structures using the autocorrelation-widt technique. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S137-S153, 2006.
- [9] Paul M. Bellan. *Fundamentals of Plasma Physics*. Cambridge University Press, 2006.
- [10] Radu Balescu. *Aspects of Anomalous Transport in Plasmas*. Institute of Physics Publishing, 2005.

- [11] L. D. Landau and E. M. Lifsic. *Elméleti fizika VI*. Tankönyvkiadó Budapest, 1986.
- [12] P. Stangeby. *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. IoP Publishing, 2000.
- [13] O. E. Garcia, N. H. Bian, V. Naulin, A. H. Nielsen, and J Juul Rasmussen. Two-dimensional convection and interchange motions in fluids and magnetized plasmas. *Physica Scripta*, T122:104, 2006.
- [14] P. A. Davidson. *Turbulence An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford University Press, 2004.
- [15] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Proc. R. Soc. Lond. A (Dokl. Akad. Nauk. SSSR,1941 )*, 434:9, 1991.
- [16] M.G. Shats, H. Xia, and H. Punzmann. Spectral condensation of turbulence in plasmas and fluids and its role in low-to-high phase transition in toroidal plasma. *Phys. Rev. E*, 71:046409, 2005.
- [17] A. Hasegawa and K. Mima. Stationary spectrum of strong turbulence in magnetized nonuniform plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 39:205, 1977.
- [18] Radu Balescu. *Transport Processes in Plasmas: Classical Transport*. North-Holland, 1988.
- [19] P.H. Diamond, K. Itoh, S.-I. Itoh, and T.S. Hahm. Overview of zonal flow physics. *20th IAEA Fusion Energy Conference, Vilamoura, Portugal*, IAEA-CN-116:OV 2–1, 2004.
- [20] P.H. Diamond and Y.-B. Kim. Theory of mean poloidal flow generation by turbulence. *Phys. Fluids B*, 3:1626, 1991.
- [21] A.I. Smolyakov, P.H. Diamond, and V.I. Shevchenko. Zonal flow generation by parametric instability in magnetized plasmas and geostrophic fluids. *Phys. Plasmas*, 7:1349, 2000.
- [22] Z. Lin, T.S. Hahm, J.A. Krommes, W.W. Lee, J. Lewandowski, H. Mynick, H. Qin, G. Rewoldt, W.M. Tang, and R. White. Role of zonal flow in turbulent transport scaling. *IAEA*, 2000.
- [23] F.H. Busse. Convection driven zonal flows and vortices in the major planets. *Chaos*, 4:123, 1994.
- [24] M. Takagi and Y. Matsuda. *Reports of RIAM*, S1, 2003.
- [25] R. Thompson. *Atmos. J. Sci.*, 27:1107, 1970.

- [26] M.N. Rosenbluth and F.L. Hinton. Poloidal flow driven by ion-temperature-gradient turbulence in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.*, 80:724, 1998.
- [27] G.R. Tynan, R.A. Moyer, M.J. Burin, and C. Holland. On the nonlinear turbulent dynamics of shear flow decorrelation and zonal flow generation. *Phys. Plasmas*, 8:2691, 2001.
- [28] P.N. Guzdar, R.G. Kleva, A. Das, and P.K. Kaw. Zonal flow and zonal magnetic field generation by finite beta drift waves: a theory for low to high transitions in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.*, 87:015001, 2001.
- [29] Z.N. Andrushchenko and V.P. Pavlenko. Turbulent generation of large-scale flows and nonlinear dynamics of flute modes. *Phys. Plasmas*, 9:4512, 2002.
- [30] J. Anderson, R. Singh H. Nordman, and J. Weiland. Zonal flow generation in ion temperature gradient mode turbulence. *Phys. Plasmas*, 9:4500, 2002.
- [31] K. Hallatschek and P.H. Diamond. Modulational instability of drift waves. *New J. Phys.*, 5:29.1, 2003.
- [32] M. Ramisch, U. Stroth, S. Niedner, and B. Scott. On the detection of reynolds stress as a driving and damping mechanism of geodesic acoustic modes and zonal flows. *New J. Phys.*, 5:12.1, 2003.
- [33] M. Wakatani, M. Sato, N. Miyato, and S. Hamaguchi. Shear flow generation due to electromagnetic instabilities. *Nucl. Fusion*, 43:63, 2003.
- [34] P.N. Guzdar, R.G. Kleva, and N. Chakrabarti. Zonal flow and field generation by finite beta drift waves: Finite ion temperature effects. *Phys. Plasmas*, 11:3324, 2004.
- [35] R. Moestam, D. Sheikh, and J. Weiland. Self-consistent theory of zonal flows in ion temperature gradient turbulence. *Phys. Plasmas*, 11:4801, 2004.
- [36] H. Sugama and T.-H. Watanabe. Dynamics of zonal flows in helical systems. *Phys. Rev. Lett.*, 94:115001, 2005.
- [37] T.S. Hahm, M.A. Beer, Z. Lin, G.W. Hammett, W.W. Lee, and W.M. Tang. Shearing rate of time-dependent  $e \times b$  flow. *Phys. Plasmas*, 6:922, 1999.
- [38] H. Biglari, P.H. Diamond, and P.W. Terry. Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence. *Phys. Fluids B*, 2:1, 1990.
- [39] P.H. Diamond, M.N. Rosenbluth, E. Sanchez, C. Hidalgo, B. Van Milligen, T. Estrada, B. Branas, M. Hirsch, H.J. Hartfuss, and B.A. Carreras. In search of the elusive zonal flow using cross-bicoherence analysis. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4842, 2000.

- [40] A.I. Smolyakov, P.H. Diamond, and M. Malkov. Coherent structure phenomena in drift wave–zonal flow turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 84:491, 2000.
- [41] K. Hallatschek and D. Biskamp. Transport control by coherent zonal flows in the core-edge transitional regime. *Phys. Rev. Lett.*, 86:1223, 2001.
- [42] M.A. Malkov, P.H. Diamond, and A. Smolyakov. On the stability of drift wave spectra with respect to zonal flow excitation. *Phys. Plasmas*, 8:1553, 2001.
- [43] M.A. Malkov, P.H. Diamond, and M.N. Rosenbluth. On the nature of bursting in transport and turbulence in drift wave–zonal flow systems. *Phys. Plasmas*, 8:5073, 2001.
- [44] P. Kaw, R. Singh, and P.H. Diamond. Coherent nonlinear structures of drift wave turbulence modulated by zonal flows. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 44:51, 2002.
- [45] S. Dastgeer, S. Mahajan, and J. Weiland. Zonal flow and transport in ion temperature gradient turbulence. *Phys. Plasmas*, 9:4911, 2002.
- [46] J. Li and Y. Kishimoto. Stabilization of ion temperature gradient mode by small-scale zonal flows. *Phys. Plasmas*, 10:683, 2003.
- [47] Eun jin Kim and P.H. Diamond. Effect of mean flow shear on cross phase and transport reconsidered. *Phys. Rev. Lett.*, 91:075001, 2003.
- [48] L. Chen, R.B. White, and F. Zonca. Zonal-flow dynamics and size scaling of anomalous transport. *Phys. Rev. Lett.*, 92:075004, 2004.
- [49] F. Zonca, R.B. White, and L. Chen. Nonlinear paradigm for drift wave-zonal flow interplay: Coherence, chaos, and turbulence. *Phys. Plasmas*, 11:2488, 2004.
- [50] Eun jin Kim, P.H. Diamond, and T.S. Hahm. Transport reduction by shear flows in dynamical models. *Phys. Plasmas*, 11:4554, 2004.
- [51] O.D. Gurcan and P.H. Diamond. Nonlinear elongation of two-dimensional structures in electron temperature gradient driven turbulence. *Phys. Plasmas*, 11:4973, 2004.
- [52] Eun jin Kim and P.H. Diamond. Random shearing by zonal flows and transport reduction. *Phys. Plasmas*, 11:L77, 2004.
- [53] Eun jin Kim and P.H. Diamond. Dynamics of zonal flow saturation in strong collisionless drift wave turbulence. *Phys. Plasmas*, 9:4530, 2002.
- [54] A. Smolyakov, P.H. Diamond, and Y. Kishimoto. Secondary instabilities of large scale flow and magnetic field in electromagnetic short wavelength drift-alfvén wave turbulence. *Phys. Plasmas*, 9:3826, 2002.

- [55] Eun jin Kim, C. Holland, and P.H. Diamond. Collisional damping of etg-mode-driven zonal flows. *Phys. Rev. Lett.*, 91:075003, 2003.
- [56] K. Hallatschek. Turbulent saturation of tokamak-core zonal flows. *Phys. Rev. Lett.*, 93:065001, 2004.
- [57] Radu Balescu. *Transport Processes in Plasmas: Neoclassical Transport*. North-Holland, 1988.
- [58] T.S. Hahm, K.H. Burrell, Z. Lin, R. Nazikian, and E. Synakowski. Zonal flow measurements concept i. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 42:A205, 2000.
- [59] K.H. Burrell. Effects of exb velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic confinement devices. *Phys. Plasmas*, 4:1499, 1997.
- [60] E.J. Synakowsky. Local transport barrier formation and relaxation in reverse-shear plasmas on the tokamak fusion test reactor. *Phys. Plasmas*, 4:1736, 1997.
- [61] Y. Hamada. *Fusion Eng. Des.*, 34-35:25, 1997.
- [62] A. Fujisawa. Experimental studies of structural bifurcation in stellarator plasmas. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 45:R1, 2003.
- [63] R.E. Bell *et al.* Poloidal rotation in tfr reversed shear plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1429, 1998.
- [64] M. Jakubowski, R.J. Fonk, and G.R. McKee. Observation of coherent sheared flows in the diii-d tokamak. *Phys. Rev. Lett.*, 89:265003, 2002.
- [65] A. Fujisawa, K. Itoh, H. Iguchi, K. Matsuoka, S. Okamura, A. Shimizu, T. Minami, Y. Yoshimura, K. Nagaoka, C. Takahashi, M. Kojima, H. Nakano, S. Ohsima, S. Nishimura, M. Isobe, C. Suzuki, T. Akiyama, K. Ida, K. Toi, S.-I. Itoh, and P.H. Diamond. Identification of zonal flows in a toroidal plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 93:165002, 2004.
- [66] G. S. Xu, B. N. Wan, M. Song, and J. Li. Direct measurement of poloidal long-wavelength e x b flows in the ht-7 tokamak. *Phys. Rev. Lett.*, 91:125001, 2003.
- [67] G.R. McKee, D.G. Gupta, R.J. Fonck, D.J. Schlossberg, M.W. Shafer, and P. Gohil. Structure and scaling properties of geodesic acoustic mode. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S123–S136, 2006.
- [68] G.R. McKee, R. Ashley, R. Durst, M. Jakubowski, R.J. Fonk, and K. Tritz. Observation of coherent sheared flows in the diii-d tokamak. *Phys. Rev. Lett.*, 89:265003, 2002.

- [69] A. Fujisawa, K. Itoh, A. Shimizu, H. Nakano, S. Oshima, H. Iguchi, K. Matsuoka, S. Okamura, S-I Itoh, and P.H. Diamond. Spectrograph of electric field fluctuation in toroidal helical plasma. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S31–S39, 2006.
- [70] Y. Nagashima, K. Itoh, S-I Itoh, A. Fujisawa, K. Hoshino, Y. Takase, M. Yagi, A. Ejiri, K. Ida, K. Shinohara, K. Uehara, Y. Kusama, and the JFT-2M group. Bispectral analysis applied to coherent floating potential fluctuations obtained in the edge plasmas on jft-2m. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S1–S15, 2006.
- [71] G D Conway, B Scott, J Schirmer, M Reich, A Kendl, and the ASDEX Upgrade Team. Direct measurement of zonal flows and geodesic acoustic mode oscillations in asdex upgrade using doppler reflectometry. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 47:1165, 2005.
- [72] T. Ido, Y. Miura, K. Kamiya, Y. Hamada, K. Hoshino, A. Fujisawa, K. Itoh, S-I Itoh, Y. Kusama, and the JFT-2M group. Geodesic-acoustic-mode in jft-2m tokamak plasmas. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S41–S50, 2006.
- [73] A.V. Melnikov, V.A. Vershkov, L.G. Eliseev, S.A. Grashin, A.V. Gudozhnik, L.I. Krupnik, S.E. Lysenko, V.A. Marvin, S.V. Perfilov, D.A. Shelukin, S.V. Soldatov, M.V. Ufimtsev, A.O. Urazbaev, G. Van Oost, and G.L. Zimeleva. Investigation of geodesic acoustic mode oscillations in t.10 tokamak. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S87–S110, 2006.
- [74] M.G. Shats, H. Xia, and H. Punzmann. Strong  $e \times b$  shear flows in the transport-barrier region in h-mode plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 97:255003, 2006.
- [75] M.G. Shats, H. Xia, and M. Yokoyama. Mean  $e \times b$  flows and gam-like oscillations in the h-1 heliac. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 48:S17–S29, 2006.
- [76] S Zoletnik, S Fiedler, G Kocsis, G K McCormick, J Schweinzer, and H P Winter. Determination of electron density fluctuation correlation functions via beam emission spectroscopy. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 40:1399, 1998.
- [77] S. Zoletnik, M. Anton, M. Endler, S. Fiedler, M. Hirsch, K. McCormick, and J. Schweinzer. Density fluctuation phenomena in the scrape-off layer and edge plasma of the wendelstein 7-as stellarator. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 6:4239, 1999.
- [78] I. H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*. Cambridge University Press, 2002.
- [79] Julius S. Bendat and Allan G. Piersol. *Random Data Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, INC, 2000.
- [80] J Schweinzer, E Wolfrum, F Aumayr, M Pockl, H Winter, R P Schorn, E Hintz, and A Unterreiter. Reconstruction of plasma edge density profiles from li i (2s-2p) emission profiles. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 34:1173, 1992.

- [81] J. Bleuel, G. Theimer, M. Endler, L. Giannone, H. Niedermeyer, ASDEX Team, and W7-AS Team. *23rd EPS Conference on Plasma Phys. Kiev, 7-11 July 2003 ECA*, 20C:727, 1996.
- [82] P.H. Diamond, S-I Itoh, and T.S. Hahm. Zonal flows in plasma. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 47:R35, 2005.