



PhD Tézisfüzet

Kvantuminformációs protokollok spin qubitekkel: a kettős kvantumdotoktól a skálázható implementációkig

Pataki Dávid

Témavezető: Pályi András

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2025

A kutatások előzménye

A kvantumbitekkel (vagy qubitekkel) működő kvantumszámítógépek képesek lehetnek megoldani a klasszikus számítógépek számára kihívást jelentő problémákat is, de a kvantumrendszereket érő környezeti zajok ezt jelenleg akadályozzák. Kézenfekvő megoldást kínál erre a problémára a komplex szilárdtestfizikai rendszerek sajátos tulajdonsága, a topológikus védelem. Egy ilyen rendszer degenerált alapállapotában kódolt qubit védett a lokális rendezetlenségekkel és zajokkal szemben [1, 2]. A legegyszerűbb példa erre a Kitaev-lánc [3], amely egy egydimenziós topológikus szupravezetőt ír le. A kvantuminformáció robusztus módon tárolható a lánc végeire lokalizált Majorana zérómódusokban, és manipulálható is ezen gerjesztések térbeli felcserélésével [4]. Ilyen és ehhez hasonló topológikus rendszerek kísérleti megvalósítása rendkívül nehéz feladatnak bizonyult.

A kvantumos hibajavítás egy alternatív megoldást kínál azért, hogy néhány logikai qubitet redundáns módon több fizikai qubitbe kódoljunk. Az egyik legismertebb kvantumos hibajavító kód a felületi kód [5], amely egyetlen logikai qubitet kódol egy kétdimenziós qubit-rácsban, és csak szomszédos qubitek közötti csatolást igényel. A felületi kód küszöbviselkedést mutat, ami azt jelenti, hogy ha a fizikai hibák gyakorisága egy adott küszöb alatt van, akkor a kód teljesítménye a kód méretének (azaz a logikai kódoláshoz használt fizikai qubitek számának) növelésével egyre jobb lesz. A felületi kód hibaküszöbe körülbelül 1% realisztikus (áramkörü szintű) zaj esetén, ami elérhető a legmodernebb szilárdtestalapú chipekkel, pl. szupravezető qubitekkel [6].

Az elmúlt években a félvezető spin qubitek ígéretes platformként jelentek meg a jövő kvantumszámítógépei számára. Egy félvezető kvantumdotba becsapdázott elektron (vagy lyuk) jellemzően kis méretekkkel rendelkezik (10–100 nm) [7], ami jelentősen kisebb pl. egy szupravezető qubit méretéhez (100 mikron) képest [8]. Emellett a spin qubiteken végrehajtható egy- és két-qubites műveletek pontossága magas (meghaladja a 99,5%-ot) [9], működésük egy kelvin fölötti hőmérsékleten is lehetséges [10], gyártásuk pedig kihasználja a félvezetőipar rendkívül fejlett technológia háttérét [11]. Az első hibajavító kísérletek félvezető spin qubitek segítségével a fázisvesztés ellen védelmet nyújtó ismétlési kódot valósították meg [12, 13], egyetlen mérési ciklussal és visszacsatolás nélkül. Fázis- és bitflip hibákat egyidejűleg javítani képes, kvantumos hibajavító kód (pl. a felületi kód) kísérleti megvalósítása spin qubitekkel még nem történt meg.

Számos architektúrát javasoltak a félvezető spin qubit platformok felskálázására. Az egyik fő kihívás, hogy pl. több ezer qubit vezérlése egyetlen chipen rendkívül sok vezérlőelektródát igényel, ha ezek száma lineárisan nő a qubitek számával. Ennek a problémának a megoldására egy megosztott vezérlésű ún. crossbar spin qubit architektúrát javasoltak, amelyben a vezérlőelektródák száma csak a qubitek számának négyzetgyökével arányosan növekszik [14], lehetőséget nyitva ezzel nagyméretű kvantumszámítógépek megvalósítására. Ezen az architektúrán a qubitek egy kétdimenziós kvantumdot rácsba vannak rendezve, és egy kvantumdotból a szomszédosra átalagutazhatnak. Ez lehetővé teszi akár egymástól távoli qubitek csatolását is, ugyanakkor kihívást jelent a kvantum hibajavító kódok fizikai megvalósítása során, mivel a különböző qubitkonfigurációk között megfelelő "útvonalak" keresése szükséges.

A kísérleti megvalósítás mellett egy fontos kutatási irány a kvantum hibajavító kódok szimulációja is, mivel ez lehetővé teszi a jövőbeli teljesítményük előrejelzését. A Pauli-hibák hatása a kvantum hibajavításra, a hatékony szimulálhatóságuknak köszönhetően, jól ismert [15, 16]. Ugyanakkor realiztikusabb hibamodellek hatásának vizsgálata általában kihívást jelent. Egy új szimulációs eljárásnak köszönhetően nemrég a koherens hibák numerikus szimulációja sok qubites rendszerekre is elérhetővé vált [17]. Ezt a módszert eredetileg a négyzetrácson definiált felületi kódban fellépő homogén koherens hibák hatásának vizsgálatára alkalmazták, majd későbbi munkák kiterjesztették tetszőleges síkbeli gráfstruktúrákra [18], valamint kiolvasási hibák jelenlétére is [19]. Ezek a tanulmányok numerikus úton igazolták a felületi kód küszöbviselkedését koherens hibák jelenlétében, feltételezve, hogy ezek az adatqubiteken azonos szögelfordulással jelentkeznek.

Célkitűzések

PhD-kutatásom célja hozzájárulni egy jól működő kvantumszámítógép kifejlesztéséhez, elsősorban a félvezető spin qubit alapú platformokra összpontosítva. Ehhez kapcsolódóan három kutatási projektet végeztem, melyek mindegyike elméleti alapokat fektet le kvantuminformációs protokollok megvalósításához.

A Kitaev-lánc megvalósítására irányuló legújabb javaslatok kvantumdot–szupravezető hibrid struktúrákon alapulnak, és kísérleti realizációra alkalmasak [20, 21]. Ezen implementáció felé tett első lépésként egy hagyományos s -hullámú Josephson-átmenetet vizsgáltam, amelyben a gyenge csatolást egy kettős kvantumdot biztosítja. Kísérleti együttműködő partnereim mérései kimutatták, hogy a kritikus áram előjele ún. paritás-effektust mutat, és a nagysága jelentősen lecsökken a kettős kvantumdot triplet spin konfigurációja esetén. E két izgalmas jelenséget numerikus szimulációkkal és perturbációszámítás segítségével vizsgáltam, a szupravezető elektródákra nulla-sáv szélességű közelítést alkalmazva.

A doktori munka következő szakaszában kvantumos hibajavító kódokat vizsgáltam. A szilárdtestfizikai rendszerekre jellemző $1/f$ zaj által motivált, új koherens zajmodellt vezettem be a fáziscsillapítás leírására. Ebben a modellben a qubiteken véletlen szögű koherens forgatások történnek, a Larmor-frekvenciák időbeli ingadozásaiból adódóan. Ez a modell nemcsak a félvezető spin qubitek esetében releváns, hanem minden olyan szilárdtestalapú platformra, ahol a domináns információvesztési mechanizmus a fázisvesztés. Az ilyen hibákat általában fázisátfordulási hibákkal modellezzük, ezért természetes lépés az új modell összehasonlítása a jól ismert, független, egy-qubites Pauli fázisflip hibák modelljével. A kvantumos hibajavító kódok teljesítményének kiértékelése ezen új koherens zajmodell jelenlétében szintén kulcsfontosságú.

Végül azon dolgoztam, hogy a kvantumos hibajavítást spin qubitek segítségével egy lépéssel közelebb hozzam a fizikai megvalósításhoz. Bármely algoritmus digitális kvantumszámítógépen történő futtatásához a megfelelő kvantumáramköröket le kell fordítani az adott processzor natív kapukészletére. Mivel a felületi kód elrendezése kompatibilis a crossbar-architektúrával, a célom az volt, hogy a felületi kód megvalósítását ezen architektúrán vizsgáljam: a hibadetektáláshoz szükséges kvantumáramkörök felbontását a spin qubit-architektúra natív kapuival, egy útvonalkereső és műveletütemező protokoll kidolgozását, valamint egy konkrét pulzusszekvenciát, amely ezt megvalósítja.

Új tudományos eredmények

A disszertációmban ismertetett új tudományos eredmények az alábbi tézispontokban összegezhetők:

1. Egy hagyományos s -hullámú Josephson-átmenetet vizsgáltam, amelyben a gyenge csatolást egy kettős kvantumdot valósítja meg. Numerikus szimulációkra és a perturbatív tartományban végzett analitikus eredményekre alapozva előrevetítettem, hogy az egyensúlyi kritikus áram betöltési szám függése páros-páratlan mintázatot követ. A mintázat oka az alapállapot fermionparitásának változása. Megmutattam, hogy a szuperáram előjelét a perturbációs számítás vezető rendjéig egyértelműen az alapállapot fermionparitása határozza meg. Az $(1, 1)$ töltésszektorban a kettős kvantumdoton mágneseesen indukált szinglet-triplet átmenet jelentős hatással van a szuperáramra: nagy mágneses térnél a triplet állapot Josephson-árama jelentősen alacsonyabb, mint a szinglet alapállapoté alacsony térben. Perturbációs számítás keretein belül magyarázatot adtam az erős triplet-blokádra két határesetben: nagy szupravezető gap ($\Delta \gg U$) és erős Coulomb-taszítás ($U \gg \Delta$) esetén. Ugyancsak perturbációs számítás segítségével le számoltam a triplet és szinglet állapotokhoz hozzájáruló folyamatokat, ami az átmeneti tartományban ($\Delta \approx U$) részleges triplet-blokádhoz vezet. A paritás-effektust és a triplet-blokádot kísérleti eredmények is megerősítették – részt vettem a mérések értelmezésében és a modellparaméterek illesztésében. Végül javaslatot tettem arra, hogy a triplet-blokád spin-qubitek kiolvasására és szupravezető qubitekhez való csatolására hogyan használható fel.

Kapcsolódó publikációk: I. and II.

2. A több ciklusú kvantum hibajavítás kontextusában bevezettem a kvázisztatikus fáziscsillapítás hibamodelljét, amely egy egyszerűsített leírás az $1/f$ zaj okozta Larmor-frekvencia ingadozásokról. Ezen frekvencia-ingadozások nemkívánatos koherens forgatásokat eredményeznek, melyek tengelye azonos, de a forgatási szögük a qubitregiszterben véletlenszerű. Igazoltam, hogy egyetlen hibadetektálási vagy hibajavítási ciklus esetén a kvázisztatikus fáziscsillapítás ekvivalens a független, egyqubit Pauli fázisflip hibák modelljével. Több hibajavító ciklusra vizsgálva azonban már különbözik a két modell. Numerikus szimulációkat végeztem a felületi kód, mint kvantummemória teljesítményének kiértékelésére, kvázisztatikus fáziscsillapítás és (fenomenológikus) kiolvasási hibák jelenlétében. Nagyskálájú numerikus kísérletekkel meghatároztam a felületi kód hibaküszöbét minimális súlyú kapcsolódások elvén működő dekódolóval (minimum-weight perfect matching decoder): $p_{th} = 2,85\%$. Ez közel áll a független fázisflip és kiolvasási hibákra vonatkozó hibaküszöbhez. A hibaküszöbnél a kvázisztatikus fáziscsillapítás és kiolvasási hibák esetén kapott logikai hibaráta 7% körül van, míg a fázisflip és kiolvasási hibák esetén ez kissé magasabb, kb. $8,5\%$. Emellett megvizsgáltam, hogy a hármas kódtávolságú felületi kód a fizikai és a kiolvasási hibarátaik függvényében mely tartományban teljesít jobban, mint egyetlen fizikai qubit.

Kapcsolódó publikáció: III.

3. A felületi kód stabilizátorainak méréseihez szükséges áramköröket a crossbar spin-qubit architektúra natív egy- és kétqubitos kapuival felbontottam. Leírtam egy útvonalkereső és műveletütemező protokollt a stabilizátormérési ciklus megvalósításához, és meghatároztam az absztrakt pulzusszekvenciát, amely ezt a protokollt a crossbar architektúrán végrehajtja. Emellett kidolgoztam és implementáltam egy verifikációs algoritmust, amely ellenőrzi, hogy az absztrakt pulzusszekvenciában szereplő kapufeszültség-változások valóban a kívánt elektronkonfigurációkat eredményezik a kvantumdot-rácsban. Az absztrakt pulzusszekvenciát fizikai pulzusszekvenciává alakítottam, majd adtam egy becslést a logikai hibaaarárára, figyelembe véve a várakozó ("tétlen") qubitek hibáit is. Megadtam egy konkrét, realiztikus paraméterkészletet, ami lehetővé teszi a felületi kód hibaküszöb alatti működését.

Kapcsolódó publikáció: IV.

A tézispontokhoz kapcsolódó publikációk

- I. D. Pataki, and A. Pályi, Even-odd effect and triplet blockade in a double quantum dot Josephson junction. Proceedings of the PhD workshop of Physics Doctoral School at the Faculty of Natural Sciences, Budapest University of Technology and Economics (2020).
- II. D. Bouman, R. J. J. van Gulik, G. Steffensen, D. Pataki, P. Boross, P. Krogstrup, J. Nygård, J. Paaske, A. Pályi, and A. Geresdi, Triplet-blockaded Josephson supercurrent in double quantum dots. *Physical Review B* **102**(22), 220505(R) (2020).
- III. D. Pataki, Á. Márton, J. K. Asbóth, and A. Pályi, Coherent errors in stabilizer codes caused by quasistatic phase damping. *Physical Review A* **110**(1), 012417 (2024).
- IV. D. Pataki, and A. Pályi, Compiling the surface code to crossbar spin qubit architectures. *Physical Review B* **111**(11), 115307 (2025).

Hivatkozások

- [1] A. Kitaev, Fault-tolerant quantum computation by anyons, *Annals of Physics* **303**, 2–30 (2003).
- [2] A. Kitaev, Anyons in an exactly solved model and beyond, *Annals of Physics* **321**, 2–111 (2006).
- [3] A. Y. Kitaev, Unpaired Majorana fermions in quantum wires, *Physics-Uspekhi* **44**, 131–136 (2001).
- [4] C. W. J. Beenakker, Search for non-Abelian Majorana braiding statistics in superconductors, *SciPost Phys. Lect. Notes* , 15 (2020).
- [5] A. G. Fowler, M. Mariantoni, J. M. Martinis, and A. N. Cleland, Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation, *Phys. Rev. A* **86**, 032324 (2012).
- [6] Google Quantum AI and Collaborators, Quantum error correction below the surface code threshold, *Nature* **638**, 920–926 (2024).
- [7] G. Burkard, T. D. Ladd, A. Pan, J. M. Nichol, and J. R. Petta, Semiconductor spin qubits, *Rev. Mod. Phys.* **95**, 025003 (2023).
- [8] M. Kjaergaard, M. E. Schwartz, J. Braumüller, P. Krantz, J. I.-J. Wang, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, Superconducting qubits: Current state of play, *Annual Review of Condensed Matter Physics* **11**, 369–395 (2020).
- [9] A. Noiri, K. Takeda, T. Nakajima, T. Kobayashi, A. Sammak, G. Scappucci, and S. Tarucha, Fast universal quantum gate above the fault-tolerance threshold in silicon, *Nature* **601**, 338–342 (2022).
- [10] J. Y. Huang, R. Y. Su, W. H. Lim, *et al.*, High-fidelity spin qubit operation and algorithmic initialization above 1 K, *Nature* **627**, 772–777 (2024).
- [11] S. Neyens, O. K. Zietz, T. F. Watson, *et al.*, Probing single electrons across 300-mm spin qubit wafers, *Nature* **629**, 80–85 (2024).
- [12] K. Takeda, A. Noiri, T. Nakajima, T. Kobayashi, and S. Tarucha, Quantum error correction with silicon spin qubits, *Nature* **608**, 682–686 (2022).

- [13] F. van Riggelen, W. I. L. Lawrie, M. Russ, N. W. Hendrickx, A. Sammak, M. Rispler, B. M. Terhal, G. Scappucci, and M. Veldhorst, Phase flip code with semiconductor spin qubits, *npj Quantum Information* **8**, 124 (2022).
- [14] R. Li, Ruoyu Li, L. Petit, D. P. Franke, *et al.*, A crossbar network for silicon quantum dot qubits, *Science Advances* **4**, eaar3960 (2018).
- [15] C. Wang, J. Harrington, and J. Preskill, Confinement-Higgs transition in a disordered gauge theory and the accuracy threshold for quantum memory, *Annals of Physics* **303**, 31–58 (2003).
- [16] S. Aaronson and D. Gottesman, Improved simulation of stabilizer circuits, *Phys. Rev. A* **70**, 052328 (2004).
- [17] S. Bravyi, M. Englbrecht, R. König, and N. Peard, Correcting coherent errors with surface codes, *npj Quantum Information* **4**, 55 (2018).
- [18] F. Venn and B. Béri, Error-correction and noise-decoherence thresholds for coherent errors in planar-graph surface codes, *Phys. Rev. Res.* **2**, 043412 (2020).
- [19] Á. Márton and J. K. Asbóth, Coherent errors and readout errors in the surface code, *Quantum* **7**, 1116 (2023).
- [20] J. D. Sau and S. Das Sarma, Realizing a robust practical Majorana chain in a quantum-dot-superconductor linear array, *Nature Communications* **3**, 964 (2012).
- [21] W. Samuelson, V. Svensson, and M. Leijnse, Minimal quantum dot based Kitaev chain with only local superconducting proximity effect, *Phys. Rev. B* **109**, 035415 (2024).

