BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS
GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Fermionic Entanglement Theory and the Black Hole/Qubit Correspondence

PHD TÉZISFÜZET

Szerző:
SÁROSI Gábor

Témavezető:
Dr. LÉVAY Péter

Elméleti Fizika Tanszék
Fizika Intézet
Természet Tudományi Kar

Budapest
2016

MŰEGYETEM 1782

A kutatások előzménye

Az egyik legfontosabb különbség a klasszikus és a kvantummechanika között a részrendszerek kvantum összefonódásának lehetősége. Ez a nem lokális korreláció áll a mikrovilág számos fizikai jelensége mögött. Ezen felül az összefonódottság kulcsfontosságú erőforrás a kvantum számítógépek és kvantum algoritmusok területén, ahol a klasszikus algoritmusok futási idejéhez képest exponenciális gyorsulásra ad lehetőget bizonyos feladatok esetében. Újabb eredmények azt mutatják, hogy a klasszikus térídőt is kvantum összefonódottság ragasztja össze. Látjuk tehát, hogy a különböző kvantumállapotokban található összefonódottság típusának és mennyiségének meghatározása kulcsfontosságú kérdés.

Az összefonódottság a fekete lyukak fizikájában is fontos szerepet játszik. Például, a fekete lyuk információ paradoxon precíz megfogalmazása bizonyos összefonódottsági mértékekre vonatkozó monogámia egyenlőtlenségeken keresztül lehetséges. A disszertációmban bemutatott kutatás előzménye a fekete lyukak és a kvantumösszefonódottság elméletének összekapcsolására tett korai kísérletek egyike. Ez a kísérlet Michael Duff megfigyelésén alapul, mely szerint a négy dimenziós $\mathcal{N} = 2$ szupergravitáció egy bizonyos variánsának töltött, szuperszimmetrikus fekete lyuk megoldásainak Bekenstein-Hawking entrópiája egyezik egy jól ismert három qubit összefonódottsági mérték négyzetgyökével [Duff, 2007]. A szóban forgó három qubit állapot a fekete lyuk töltéseinek függvénye. A későbbiek során kiderült, hogy ennek a megfigyelésnek nem sok köze van a fekete lyuk kvantum szabadsági fokainak összefonódottságához, ennek ellenére az analógia kiterjeszthető más rendszerekre is és hasznosnak bizonyult mind a húrelméleti fekete lyukak és bizonyos egyszerű kvantum rendszerek klasszifikációja esetén is.

Célkitűzések

A doktori kutatásom célja ezen fekete lyuk/qubit megfelelés további megértése és a két terület eredményeinek egymásra való alkalmazása új következtetések levonásának érdeklében.

A megfelelés mögött álló legfontosabb matematikai fogalom egy vektortéren vett csoporthatás *prehomogenitása*. Ez egyszerű összefonódott kvantumrendszerek egy közös tulajdonsága, míg fontossága a szuperszimmetrikus fekete lyukak világában egy bizonyos geometriai konstrukció, a Hitchin funkcionál révén érthető meg, ahol a prehomogenitás szükséges feltétele az alapállapotot meghatározó variációs probléma jól definiáltságának.

Az általánosított Hitchin funkcionálok egy fontos összetevőjét alkotja a magasabb dimenziós spinorok és a rajtuk ható Clifford csoport elmélete. A fekete lyuk/qubit megfelelés fényében természetes

a kérdés, hogy a Clifford csoportnak lehet-e szerepe az összefonódottság elméletében. Kiderült, hogy ez valóban így van, a Clifford csoport lehetőséget ad a fermionikus összefonódottsági klasszifikáció problémájának természetes általánosítására nem definit részecskeszámú állapotok esetére. Ez a megfigyelés több új eredményhez vezetett a fermionok közötti összefonódottság elméletében.

Az összefonódottság elméletében használt technikák, mint a qubitek fermionikus beágyazással történő leírása, gyümölcsözőek lehetnek a szupergravitáció elméletében is. Erre példa az $\mathcal{N} = 2$ szupergravitáció nem extremális fekete lyuk megoldásainak entrópia formulájának megkonstruálása dualitás invariánsok segítségével. Ez egy kicsi, de kulcsfontosságú lépés a nem extremális fekete lyukak mikroszkópikus leírása felé vezető hosszú úton.

Új tudományos eredmények

Ebben a pontban ismertetjük a szerző saját eredményeit, tézispontokba foglalva. A kapcsolódó publikációkat a tézispontok végén jelezzük.

1. Megfigyeltük, hogy a páros Clifford csoport hatása spinorokon egy természetes általánosítását adja a SLOCC[1] csoport fix számú fermionikus részecskén való hatásának. A páros Clifford csoport extra transzformációit Bogoliubov transzformációkként interpretálhatjuk. Megmutattuk, hogy a matematikában spinorok klasszifikációjaként ismert probléma természetes általánosítása a SLOCC alapú fermionikus összefonódottsági klasszifikációs problémának. A legegyszerűbb spinor orbit, a pure spinorok orbitja általánosítja a szeparálható (Slater determináns) állapotok osztályát. Megfigyeltük, hogy a spinor invariánsok lehetséges összefonódási mértékeket adnak és megmutattuk bizonyos jól ismert összefonódási mértékekről, mint a két qubit concurrence és a három qubit 3-tangle, hogyan jönnek ki mint ismert spinor invariánsok speciális esetei. A kapcsolódó publikáció: [P.2].

2. Bevezettünk egy kanonikus valós struktúrát a fermionikus Fock téren, melyet arra használtunk, hogy az összefonódottsági osztályok szétválasztására alkalmazott SLOCC kovariánsok, és a részrendszerek leírására használt redukált sűrűségmártixok elemei között kapcsolatot teremtsünk. Ezt a kapcsolatot a spinorok elméletéből ismert Fierz identitások biztosítják. Megmutattuk, hogy a három qubit összefonódottságra vonatkozó monogámia egyenletek is egy ilyen Fierz identitás következményei. Ezek tulajdonképpen a hat egyrészecske állapotú három

[1]SLOCC: Sztohasztikus lokális operációk és klasszikus kommunikáció.

fermion rendszerre vonatkozó új monogámia egyenletek speciális esetei. Következésképp azt is megerősítettük, hogy az erre a rendszerre [Lévay and Vrana, 2008]-ben bevezetett kvadratikus SLOCC invariáns valóban három fermion összefonódottságot mér. Definiáltuk a fermionikus concurrenciát, ami a két fermion összefonódottságot méri. A kapcsolódó publikáció: [P.4].

3. Vizsgáltuk a SLOCC és általánosított SLOCC klasszifikációs problémát bizonyos alacsony dimenziós fermion rendszerek esetén, ahol a megoldás kinyerhető a matematikai irodalomból. Kiemelt hangsúlyt adtunk a három fermion rendszereknek, egészen kilenc egyrészecske állapotig. A kapcsolódó invariánsokat és kovariánsokat egységes spinor nyelven prezentáltuk. Megadtuk nem folytonos invariánsok egy teljes rendszerét három fermionra hat, hét, és nyolc egyrészecske állapottal, melyekkel a különböző SLOCC osztályok szétválaszthatóak. A kilenc módusú esetben a négy független folytonos invariáns olyan új kombinációit adtuk meg, melyek szétválasztják a Vinberg és Elashvili féle félegyszerű orbit családokat. Vizsgáltuk a három qutrit rendszer beágyazásának lehetőségét ebbe a fermionikus rendszerbe, és megadtuk hogyan jönnek ki az ismert qutrit invariánsok a fermionikus invariánsokból. Következésképp a három qutrit családokat szétválasztó invariáns kombinációkat is megkaptuk. Megfigyeltük, hogy ez a beágyazás injektív a családok között, ami egy olyan tulajdonság, amit az irodalomban korábban vizsgált három qubit és négy qubit beágyazások is teljesítenek. Hangsúlyoztuk a hat és hét módusú három fermion összefonódottsági klasszifikáció kapcsolatát az $SU(3)$ és G_2 speciális holonomiájú sokaságok elméletével a Hitchin funkcionálos leíráson keresztül. A kapcsolódó publikációk: [P.1, P.3].

4. Azonosítottuk a hiányzó U-dualitás invariánst, mely az újonnan [Chow and Compère, 2014]-ban talált legáltalánosabb stacionárius, négy dimenziós, aszimptotikusan Minkowski, nem extremális STU fekete lyuk Bekenstein-Hawking entrópiájának felírásához szükséges. Ez először ad lehetőséget az általános nem extremális entrópia formula teljes egészében aszimptotikus töltésekkel való felírására. A kifejezés tartalmazza a fekete lyuk skalár töltéseit, melyeket elvben ki lehet fejezni a dionikus töltésekkel és a tömeggel. Diszkutáltuk hogyan adja vissza a formulánk az ismert speciális eseteket, mint a Klauza-Klein fekete lyuk és Cvetič és Larsen ritka gáz limitje, továbbá hogy a skalár moduli hajtól való függést hogyan lehet U-dualitásokkal eltávolítani. Vizsgáltuk a fekete lyuk töltéseinek megfeleltetését egy négy qubit állapottal és megmutattuk, hogy a [Chow and Compère, 2014]-ben talált nem extremális fekete lyukak mind egyetlen félegyszerű négy qubit SLOCC osztályon belül vannak, ellentétben a nilpotens osztályok és extremális fekete lyukak közötti

[Borsten et al., 2010]-ben kidolgozott megfeleltetéssel, amely lényegében egy-egy értelmű. A kapcsolódó publikáció: [P.5].

Tézispontokhoz kapcsolódó tudományos közlemények

[P.1] Péter Lévay and Gábor Sárosi. "Hitchin functionals are related to measures of entanglement". In: *Phys. Rev.* D86 (2012), p. 105038. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.105038. arXiv: 1206.5066 [hep-th].

[P.2] Gábor Sárosi and Péter Lévay. "Entanglement in fermionic Fock space". In: *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 47.11 (2014), p. 115304. DOI: 10.1088/1751-8113/47/11/115304. arXiv: 1309.4300 [quant-ph].

[P.3] Gábor Sárosi and Péter Lévay. "Entanglement classification of three fermions with up to nine single-particle states". In: *Physical Review A* 89.4 (2014), p. 042310. DOI: 10.1103/PhysRevA.89.042310. arXiv: 1312.2786 [quant-ph].

[P.4] Gábor Sárosi and Péter Lévay. "Coffman-Kundu-Wootters inequality for fermions". In: *Physical Review A* 90.5 (2014), p. 052303. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.052303. arXiv: 1408.6735 [quant-ph].

[P.5] Gábor Sárosi. "Entropy of nonextremal STU black holes: The F-invariant unveiled". In: *Phys. Rev.* D93.2 (2016), p. 024036. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.024036. arXiv: 1508.06667 [hep-th].

A szerző további tudományos közleményei

[O.6] Péter Lévay et al. "The coupled cluster method and entanglement". In: (2015). arXiv: 1506.06914 [quant-ph].

[O.7] Alejandra Castro, Diego M. Hofman, and Gábor Sárosi. "Warped Weyl fermion partition functions". In: *JHEP* 11 (2015), p. 129. DOI: 10.1007/JHEP11(2015)129. arXiv: 1508.06302 [hep-th].

[O.8] Gábor Sárosi and Tomonori Ugajin. "Relative entropy of excited states in two dimensional conformal field theories". In: (2016). arXiv: 1603.03057 [hep-th].

Hivatkozások

Michael J Duff. "String triality, black hole entropy, and Cayley?s hyperdeterminant". In: *Physical Review D* 76.2 (2007), p. 025017. DOI: 10.1103/PhysRevD.76.025017. arXiv: hep-th/0601134 [hep-th].

Péter Lévay and Péter Vrana. "Three fermions with six single-particle states can be entangled in two inequivalent ways". In: *Physical Review A* 78.2 (2008), p. 022329. DOI: 10.1103/PhysRevA.78.022329. arXiv: 0806.4076 [quant-ph].

David DK Chow and Geoffrey Compère. "Black holes in N= 8 supergravity from SO (4, 4) hidden symmetries". In: *Physical Review D* 90.2 (2014), p. 025029. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.025029. arXiv: 1404.2602 [hep-th].

Leron Borsten et al. "Four-qubit entanglement classification from string theory". In: *Physical review letters* 105.10 (2010), p. 100507. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.100507. arXiv: 1005.4915 [hep-th].