

MÉRNÖKI TOVÁBBKÉPZŐ INTÉZET  
előadássorozatából: 4150

---

Emánuel László  
*okleveles gépészmérnök*

## A szeleprugók kifáradásra való méretezése

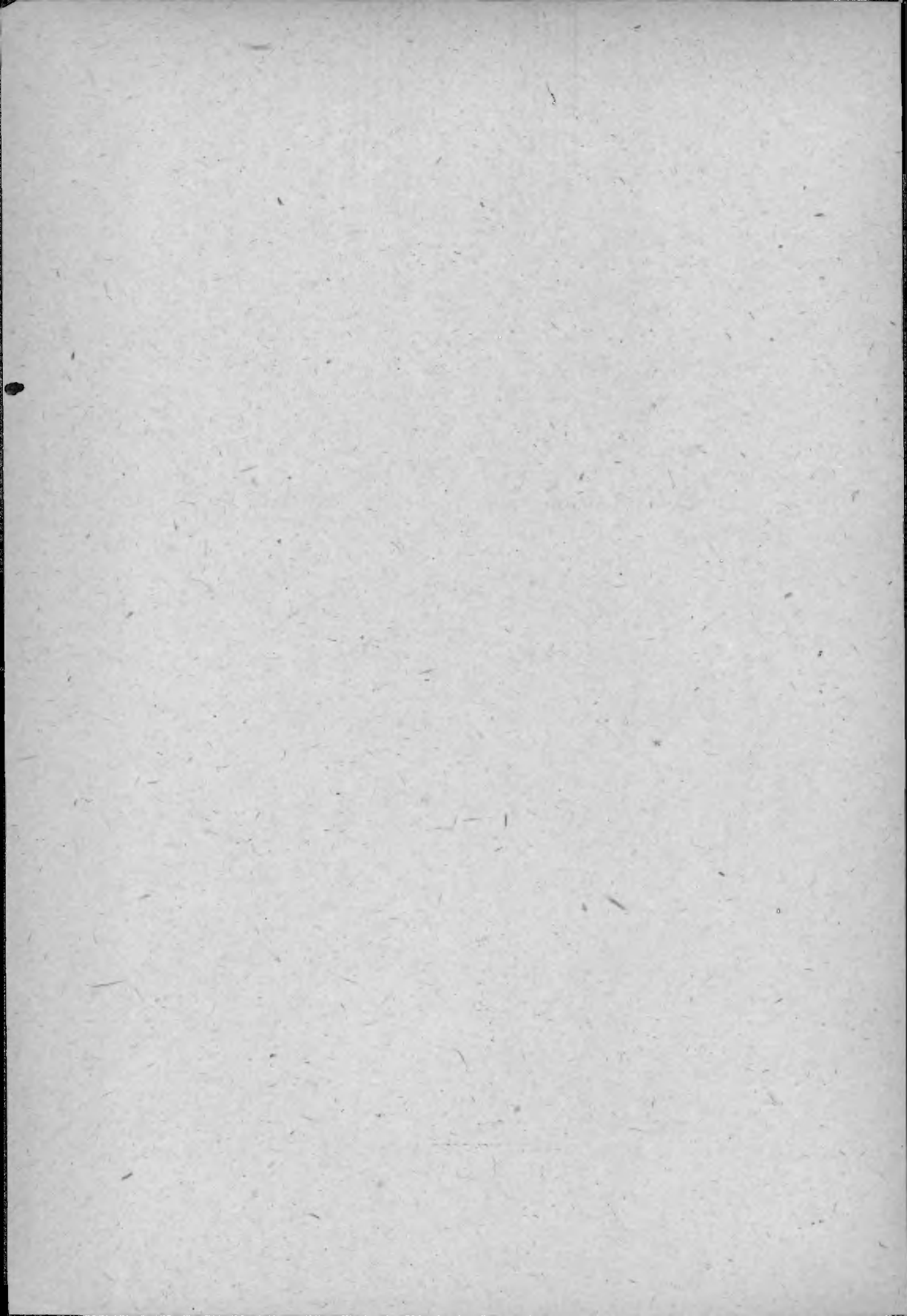
KÉZIRAT

BUDAPEST

---

1963

Ára: 11,- Ft



M É R N Ő K I T O V Á B B K É P Z Ő I N T É Z E T

---

előadássorozatából: 4150

Emánuel László  
okl. gépészmérnök

A SZELEPRUGÓK KIFÁRADÁSRA VALÓ MÉRTEZÉSE

K é z i r a t

B u d a p e s t

1 9 6 3

Kéziratot ellenőrizte:

Terplán Sándor

A kiadásért felelős: Talyigás Ferenc

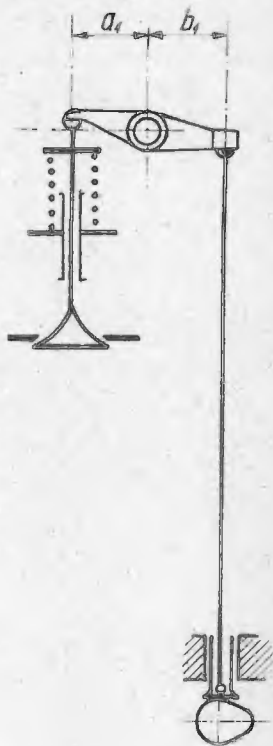
Megrendelve: 1963. március. Példányszám: 314  
Készült Rotaprint eljárással az MSZ 5601-56 Á és MSZ 5602-56 Á szabványok  
szerint 4, 2 (A/5) lv terjedelemben 9 ábrával

93-12482 - FELSŐOKTATÁSI JECYZETELLÁTÓ VÁLLALAT, BUDAPEST

## 1. Bevezetés

Nagy fordulatszámú motoroknál a vezérlőmű minden alkatrészének a terhelése már mintegy százórás üzemeltetés folyamán is sok milliószor változik a nyugalmi és a maximális érték között: ezeket tehát feltétlenül kifáradás szempontjából kell ellenőrizni. Az alkatrészek közül a viszonylag kisebb önlengésszámú szeleprugóknál és lökőrudaknál rezonancia jelenségek is fellépnek, ezért ezek méretezése, illetve szilárdsági ellenőrzése szélesebbkörű vizsgálatot igényel.

Minden szilárdsági számítás és ellenőrzés alapja: a kérdéses alkatrész sztatikus és dinamikus terheléseinek a megállapítása. Vizsgálatainknál az 1. ábrán szematikusan feltüntetett vezérlőmű szeleprugójának és lökőrudjának a szilárdsági ellenőrzésével fogunk foglalkozni. Ezt a szerkezetet az jellemzi, hogy az egyenesben vezetett lökőtalp szimmetria tengelye a bütyökös tengely forgási középpontjára mutat és a bütyökkel való érintkezési felülete a szimmetria tengelyére merőleges sík. A nálunk gyártott gépkocsimotoroknál ezt a vezérlő elrendezést szoktuk alkalmazni; ettől eltérő szerkezetek esetén a későbbiekben levezetett egyes megállapításaink módosításra szorulnak.



1. ábra

## 2. A rugóra ható terhelések vizsgálata

Ha a szelep nyitási irányát tekintjük a mozgás pozitív irányának, akkor világos, hogy a szelep mozgásánál egy gyorsulási, azután egy lassulási, majd a zárás előtt ismét egy gyorsulási periódus követi egymást.

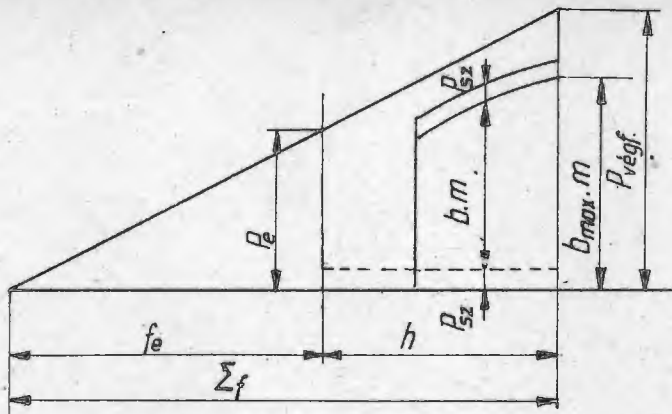
A rugó feladata, hogy a lökőtálpát az üzemeltetés minden szakaszában a bütykös tengelyhez szorítsa, vagyis az, hogy az erőfolyam a rugótányér- himba- lökőrud- lökőtálp- bütyköstengely vonalon soha se szakadjon meg. A megszakadás veszélye főként a lassulási szakaszon jelentkezik, mert ezen a szakaszon a rugóerőnek le kell győznie a gyors szelepmozgás miatt nagy tehetetlenségi erőket. Ezenkívül a rugónak le kell még győznie a mozgásnál fellépő surlódásokat és a szeleptányérra ható szívóhatást a szívószelepnél. A szívóhatást  $1 \text{ kp/cm}^2$ -rel szoktuk figyelembe venni - ami már bizonyos biztonságot is jelent; a surlódást nem szoktuk külön kiszámítani - azt a számított rugóterhelés néhány százalékos megnövelésével vesszük figyelembe. Gyakorlatilag a maximális rugóerőre - a végfeszítési rugóerőre -

$$P_{\text{végf}} = (1,3 \approx 1,7) (P_{\text{sz}} + b \cdot m) \quad (1)$$

kifejezést célszerű figyelembe venni, ahol  $P_{\text{sz}}$  a szívóerő,  $b$  a maximális lassulás a szeleppoldalon - rendszerint a szelepemelkedési pályára tetőpontján -,  $m$  pedig a szerkezet összes mozgó alkatrészeinek a rugó-oldalra redukált tömege, azaz

$$m = m_{\text{sz}} + m_L (b_1/a_1)^2 + \theta_h \cdot \frac{1}{a_1^2} \quad (2)$$

Itt  $m_{\text{sz}}$  jelenti a szeleppoldali tömegeket - a fél rugótömeg (tömegek) figyelembevételével,  $m_L$  a lökőrud-oldali tömegeket,  $\theta_h$  a himbának a forgásközéppontjára számított tehetetlenségi nyomatékát,  $a_1$  a himba szeleppoldali,  $b_1$  a lökőtálpoldali karjának a hosszát.



$h$  - szelepelmelkedés                       $P_e$  - előfeszítési rugóerő  
 $f_e$  - előfeszítési besúlyedés             $P_{végf.}$  - vég - " - " -  
 $\Sigma_f$  - összes                                       $P_{sz}$  = szivó nyomás  
 $b$  - lassulás

2. ábra

A 2. ábra mutatja a rugóerő és a tehetetlenségi tömegerők lefolyását a szelepelmelkedés függvényében. Az ábrán a szeleptányérra ható szivóerőt is feltüntettük.

Az 1. képletben jelzett 30-70%-os rugóerőfelesleg szükséges egyrészt a motor megfutamodási lehetősége és a surlódások figyelembevétele, másrészt a bütyökprofil megmunkálásánál elkerülhetetlen pontatlanságok miatt. Utóbbiak ugyanis könnyen előidézhetik azt, hogy a lököttalp elhagyja a bütykös tengelyt. Lássuk ezt egy példán:

Tegyük fel, hogy a bütyökprofil megmunkálásánál olyan hiba adódott, melynek következtében a lököttalp emelkedése  $5^\circ$  elfordulás folyamán az előírtnál 0,01 mm-el kevesebb lesz; tegyük még fel, hogy ez a csökkenés az  $5^\circ$ -os szakaszon belül egyenletes lassulást okoz.

Ha a motortengely fordulatszáma  $2200 \text{ min}^{-1}$ , akkor 4 ütemű motornál a vezértengelyen mért  $5^\circ$ -os elforduláshoz szükséges idő

$$t = \frac{60}{1100} \cdot \frac{5}{360} = \frac{1}{1320} \text{ sec}$$

Igy  $b$ -vel jelölve a többlet-lassulást

$$0.01 = b \cdot 0,5 \cdot t^2 - b \delta l$$

$$b = 0,01 \cdot 2 \cdot 1320^2 = 35000 \text{ mm/s}^2 = 35 \text{ m/s}^2$$

Ez az érték az ilyen fordulatszámú motoroknál általában a szokványos legnagyobb lassulásnak (ami  $300 \text{ m. sec}^{-2}$  körül mozog) 10-12%-a. Természetesen fele ekkora vezértengely elfordulásán belül elkövetett ugyanekkora hiba esetén a lassulási többletérték az előbb számítottak négyszerese lesz.<sup>1/</sup>

Látjuk ebből a példából is, hogy indokolt a rugóerőt az egész mozgás folyamán a 2. ábrán jelzett szükségelt rugóerőnél legalább mintegy 30%-kal nagyobbra venni.

A rugó végfeszítési erőre tehát az 1. képlet ad utmutatást; az előfeszítési  $P_e$  erő szükséges nagyságát nem az üzemeltetésnél mutatkozó erőszükséglet, hanem az előfeszítési és végfeszítési erők közötti különbség határozza meg. Ez a különbség adja ugyanis a rugó sztatikus lengőfeszültségének nagyságát, amelyet bizonyos - elég szűk - határok között kell tartani azért, mert a kifáradás szempontjából tekintetbejövő lengési terhelést a sztatikus és az alább tárgyalandó dinamikus lengőigénybevétel összege adja.

A rugóban ébredő csavarófeszültség a szokványos képlettel számolva:

$$\tau = \psi \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3}$$

és így a szeleprugó sztatikus lengőfeszültsége lesz:

<sup>1/</sup> A közölt példa kissé túlozva mutatja be a bütökgörbe esetleges hibájának hatását. A megmunkálás módjából illetve a szerkezet geometriai felépítéséből következik, hogy a megmunkálási hiba a lassulás értékét csak egy bizonyos határig emelheti. Erre a későbbiekben támpontot találhatunk.

$$\tau_{\text{sztat}} = \psi \cdot \frac{8 \cdot D}{\pi \cdot d^3} (P_{\text{végf}} - P_0) \text{ kp/cm}^2 \quad (3)$$

ahol

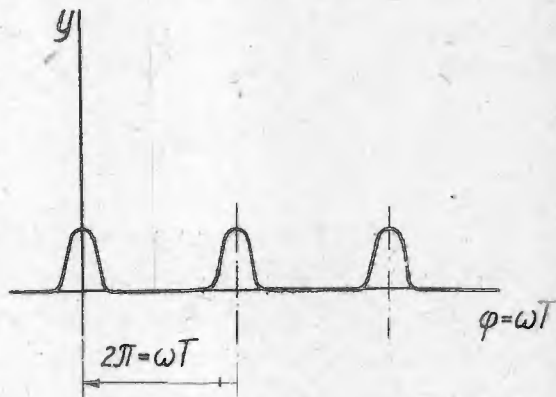
$\psi$  - a  $d/D$  viszonytól függő szorzó

$d$  - a rugószál átmérője (cm)

$D$  - a rugó középátmérője (cm).

Ezt a lengőfeszültséget azért nevezzük sztatikusnak, mert itt nem vettük figyelembe a rugónak, mint kontinuumnak, azaz a rugószálaknak a rezgését.

A rugótányér a bütyökprofil által meghatározott kényszermozgást végzi; ezt a mozgást szematikusan a 3. ábra szemlélteti. Mivel itt az időben igen gyorsan lefolyó mozgássorozatról van szó, a rugószálak nem fognak a rugó lassu összenyomásánál észlelhető módon elhelyezkedni, hanem a



3. ábra

gyors mozgás miatt, a kis tömegük dacára jelentékeny tehetetlenségi erők hatására, lengeni fognak. Ennek a lengésnek a gerjesztését a szelepmozgás, azaz a rugó felső végének a kényszermozgása adja.

A rugószálaknak ebből a lengésből eredő igénybevételét nevezzük a rugó dinamikus terhelésének.

A 3. ábrán szematikusan jelzett szelepmozgást Fourier-sorral kifejezve, a rugó felső végpontjának elmozdulására az

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t + \beta_k) \quad (4)$$

kifejezést kapjuk, ahol

- $y$  - az a szelepelemelkedés  
 $k$  - a harmonikus rendszáma  
 $\omega$  -  $s^{-1}$  a vezértengely szögsebessége

$\beta_k$  - radián, a  $k$ -ik harmonikus fázisszöge.

(A 3. ábrán  $T$ -vel jelöltük egy fordulat időtartamát.)

A 4. egyenlet baloldalának minden tagja a rugó felső végét gyorsan lefolyó harmonikus mozgásra kényszeríti (feltéve, hogy a büttyök-görbén az érintkezés biztosítva van), tehát a rugószálakat minden tag rezgésre készíti. Rezonancia akkor lép fel, ha a gerjesztők közül egyiknek a  $k \cdot \omega$  körfrekvenciája azonos a rugó önlengési körfrekvenciájával, tehát az utóbbit  $\nu$  -vel jelölve; ha:

$$\nu = k \cdot \omega \quad (5)$$

Ebben az esetben lengésre gerjeszt ugyan a sor többi tagja is, azonban ez utóbbiak lengési amplitúdói a rezonanciás amplitúdóhoz képest igen kicsinyek, ezért ezeket a rezonancia-vizsgálatnál elhanyagoljuk. Világos, hogy a rugó dinamikus terhelése rezonancia esetén lesz a legnagyobb. Mivel a motorfordulatszám igen tág határok között változik, ezért a vezértengely  $\omega$  szögsebességétől függően a 4. képlet más és más ( $k$ -ik) tagja fog rezonanciás gerjesztést adni.

A gerjesztett lengés amplitudójának a nagysága határozza meg a lengő rugószálban ébredő legnagyobb feszültséget; a gerjesztett amplitudó viszont egyenesen arányos a gerjesztő  $A_k$  amplitudóval, ezenkívül függvénye még a csillapítási tényezőnek is. Ebből következik, hogy az 5. egyenletből az összes tekintetbejövő motorfordulatszámokkal kapcsolatban megadott

$$k = \frac{\nu}{\omega} \quad (5/a)$$

harmonikus rendszámnál meg kell vizsgálni a rugó dinamikus igénybevételét.

Míg a szeleprugó sztatikus lengőfeszültségi amplitúdója az előbbieket szerint közvetlenül megállapítható, a dinamikus igénybevételét.

tel körülményesebb vizsgálatot igényel. Ezzel kapcsolatban első feladatunk megállapítani a rugók önlengési körfrekvenciáját ( $\nu$ ), azután a tekintetbejövő harmonikus gerjesztők rendszámát ( $k$ ), ezek amplitudóit ( $A_k$ ), majd a dinamikus lengések amplitudóit és ebből a legnagyobb dinamikus lengőfeszültségeket.

### 3. A rugók önlengési körfrekvenciája

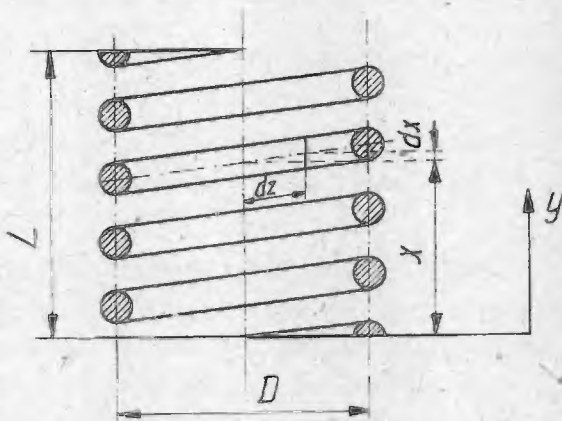
A 4. ábra szerint az  $L$  hosszúságú rugó egy

$$dz = \frac{i \cdot D \cdot \pi}{L} dx$$

darabjának (ahol  $L$  a rugó hossza nyugalmi, vagy előfeszített állapotban,  $i$  a menetszám) a rugó feltámasztási síkjától való távolsága az elmozdulás előtt  $x$ ;

az elmozdulás az  $x$  irányban a vizsgált pontban  $y$ , a szomszédos nyugalmi helyzetben  $x+dx$ -el jellemzett pontban az elmozdulás ugyan-

ekkor  $y + \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx$ ; Itt azért kell parciális differenciálhányaddal számolnunk, mert az  $y$  elmozdulás a  $t$  időnek is függvénye. A ru-



4. ábra

gó tehát ebben a pontban megnyult, valamilyen  $P$  erő hatására. Ha a rugó teljes hosszában mindenütt azonos  $P$  erő hatna, akkor  $f$ -el jelölve az  $L$  hosszúságú rugó megnyulását,  $f = L \frac{\partial y}{\partial x}$ ; ha a rugóállandó  $c$  kp/cm, akkor a megnyulást okozó erő

$$P = c \cdot L \frac{\partial y}{\partial x} \quad (6)$$

Mivel adott esetben a P erő illetve a rugószálak elmozdulása az egész rugó mentén változó nagyságu, így felvesszük, hogy a vizsgált rugódarabka egyik végén P, a másikon  $P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx$  erő hat. Itt is parciális differenciálás kell, mert az erő az időnek is függvénye. A két erő egymással ellentétes irányu, így a vizsgált rugódarabra ható eredő erő figyelemmel a 6.-ra:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx = c.L. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot dx \quad (7/a)$$

Az y irányu elmozdulásnál a vizsgált rugódarabra ható tehetetlenségi erő:

$$dP_t = \frac{\gamma}{g} F \cdot \frac{i.D.\pi}{L} dx \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (7/b)$$

Itt  $F = \frac{d^2 \pi}{4}$  a rugódrót keresztmetszeti felülete.

Dinamikus egyensulynál a 7/a és 7/b egymással egyenlő, ezért:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{g \cdot c \cdot L^2}{\gamma \cdot i \cdot \pi \cdot D \cdot F} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = V^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (8)$$

Ez a rugószálak lengésének a differenciálegyenlete. Itt  $V^2$ -tel jeleztük a jobboldali (állandó) szorzót; V a rugóban terjedő hullám sebessége.

Előbbi számításainknál elhanyagoltuk a vizsgált rugódarabka elfordulásával kapcsolatban fellépő tehetetlenségi erőt. Ezt megtehetjük, mert ez viszonylag igen kicsi a tengelyirányu mozgásnál fellépő tehetetlenségi erőhöz képest.

A 8. differenciálegyenlet megoldásához felvesszük, hogy

$$y = u(t) \cdot w(x)$$

az ut és az idő egymástól független függvényének szorzata. Ezt 8-ba betéve:

$$u''(t) \cdot w(x) = v^2 \cdot u(t) \cdot w''(x)$$

amiből következik, hogy az alábbi hányadosoknak értéke

$$\frac{u''(t)}{u(t)} = v^2 \cdot \frac{w''(x)}{w(x)} = -c^2 \quad \text{állandó.}$$

A negatív előjelet a gerjesztés sinusos voltának ismeretében alkalmaztuk.

Ebből:

$$u''(t) + c^2 \cdot u(t) = 0 \quad \text{és} \quad w''(x) + \frac{c^2}{v^2} \cdot w(x) = 0$$

Ezeknek a (nem parciális) differenciálegyenleteknek ismert megoldása:

$$u(t) = A_1 \cdot \sin C \cdot t + A_2 \cdot \cos C \cdot t \quad \text{és}$$

$$w(x) = B_1 \cdot \sin \frac{C}{v} \cdot x + B_2 \cdot \cos \frac{C}{v} \cdot x \quad (9)$$

Adott esetben a határfeltételek:

a/ Ahol  $x = 0$  (a felfekvésnél) ott az időtől függetlenül:

$$y = u(t) \cdot w(x) = 0; \quad \text{ebből: } B_2 = 0$$

b/ Ahol  $x = L$ , ott a kényszermozgás miatt:

$$y = A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t + \beta_k) = A_k \cdot \cos \beta_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) - A_k \cdot \sin \beta_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) =$$

$$= A_1 \cdot B_1 \cdot \sin\left(\frac{C}{v} x\right) \cdot \sin(C \cdot t) + A_2 \cdot B_1 \cdot \sin\left(\frac{C}{v} x\right) \cdot \cos(C \cdot t)$$

Ebből következik:

$$C = k \cdot \omega ; \quad A_1 \cdot B_1 \sin\left(\frac{k \cdot \omega}{v} L\right) = -A_k \cdot \sin \beta_k \quad \text{és}$$

$$A_1 \cdot B_2 \sin\left(\frac{k \cdot \omega}{v} L\right) = A_k \cdot \cos \beta_k \quad (10)$$

Ezeket behelyettesítve kapjuk a mozgásegyenletre:

$$y = \frac{A_k \sin \left( \frac{k \cdot \omega}{V} x \right)}{\sin \left( \frac{k \cdot \omega}{V} L \right)} \cos (k \omega t + \beta_k) \dots \dots (11)$$

Ebből nyilvánvaló, hogy az  $y$  rezgési amplitudó értéke mindig végtelen nagy lesz, ha

$$\frac{k \cdot \omega}{V} L = \pi, 2 \cdot \pi, 3 \cdot \pi, \dots \text{ stb} \quad (12)$$

Ennek megfelelően a rugó önlengési körfrekvenciája:

$$v = k \cdot \omega = \frac{\pi \cdot v}{L} \text{ vagy ennek egészszámu többszöröse.}$$

Vizsgálatainkban minket csak a legalacsonyabb rendszámu kör-frekvencia érdekel; ez a  $V$  értékének 8. szerinti behelyettesítésével:

$$v = \frac{d}{i \cdot D^2} \sqrt{\frac{g \cdot G}{2 \cdot \gamma}} \quad (13/a)$$

vagy  $g = 981 \text{ cm/s}^2$ ,  $G = 825000 \text{ kp/cm}^2$  és  $\gamma = 0,00785 \text{ kp/cm}^3$  értékekkel

$$v = 227000 \cdot \frac{d}{i \cdot D^2} \text{ sec}^{-1} \quad (13/b)$$

Itt a  $d$  és a  $D$  értékeit természetesen cm-ben kell behelyettesíteni.

Ez egy igen kényelmes, pontos és jól használható kifejezés a rugók önlengési körfrekvenciájának a kiszámításához.

#### 4. A figyelembeveendő harmonikusok rend- számának megállapítása

Ez, mint már jeleztük, az 5/a képlet alapján történik. Meg kell itt jegyezni, hogy általában a 20-nál magasabb rendszámú harmonikusok vizsgálata elhagyható, mert ezeknél a gerjesztő amplitudók kicsinyek és így a rugó lengési amplitudók és a dinamikus lengés folytán fellépő feszültségek is kicsik.

P1. a 13/b. képlettel megállapítottuk, hogy a szeleprugó önlen-  
gési korfrekvenciája  $\nu = 1560 \text{ s}^{-1}$ , akkor  $2500 \text{ min}^{-1}$  legnagyobb mo-  
torfordulatszám esetén 4 ütemű motornál a vezértengelyre:  $\omega$   
 $= \frac{2500}{2} \cdot \frac{\pi}{30} = 131 \text{ s}^{-1}$  és így a gerjesztő harmonikusok legalacso-  
nyabb rendszáma:

$$k = \frac{1560}{131} = 11,9 = 12$$

Ebben az esetben tehát a rugó dinamikus terhelését a 12, 13...20  
esetleg a 22. harmonikusig bezárólag kell megvizsgálni, azaz ezeknél  
a gerjesztőknél kell a gerjesztő amplitudók nagyságát kiszámítani.

#### 5. A harmonikus gerjesztők amplitudóinak kiszámítása

A 4. képletben jelzett Fourier-sor együtthatókat az  $A_k$  ampli-  
tudókat - mint ismeretes az

$$A_k \cdot \cos \beta_k = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} f(\varphi) \cdot \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi = U$$

$$A_k \cdot \sin \beta_k = - \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} f(\varphi) \cdot \sin(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi = V$$

képletekből számíthatjuk. Itt  $f(\varphi)$  a szelepelemelkedési görbe emelkedése a  $\varphi$  elfordulási szög függvényében,  $A_k = \sqrt{U^2 + V^2}$  és  $\operatorname{tg} \beta_k = -\frac{V}{U}$ . A  $\beta_k$  fázisszög a számításainknál irreleváns, ezért ezzel nem foglalkozunk.

Általában nem indokolható, hogy a szelepelemelkedési görbe (tehát a bütyökgörbe) ne legyen a tetőpontra szimmetrikus. A szimmetrikus kivitelezés a megmunkálás szempontjából is némi előnyöket mutat. Ezért a következőkben csak a szimmetrikus szelepelemelkedési görbét tárgyaljuk. Ezeknél a fázisszög nulla, ezért

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} f(\varphi) \cdot \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi \quad (14)$$

Ezeknél a számításoknál célszerű a  $\varphi = 0$  helyként a tetőpontot felvenni (egyébként fázisszöggel kell a számítást komplikálni).

A szelepelemelkedési görbe azonban mindig több - egy-egy függvény - nyel kifejezhető - görbéből van összeállítva. Egy függvénnyel való kifejezés igen nagy nehézségekbe ütközik és a legtöbb esetben igen nagy gyorsulási és lassulási értékeket kapunk, ami szilárdsági és rugóerő szempontjából leküzdhetetlen akadályokat jelent. Ezért a legtöbbször a félgörbét - az emelkedési, illetve a süllyedő ágat, melyek egymással szimmetrikusak - 2-4 görbéből állítják elő. Természetesen ezeknek a görbéknek az átmeneti pontjaikban közös érintőjük kell, hogy legyen, különben a bütyökgörbe törést mutatna és az érintkezési pontokon a szelepmozgásban sebesség-ugrás, azaz pillanatnyilag végtelen nagy gyorsulás (lassulás) jelentkezne.

A szelepelemelkedés megindulása előtt - a szelep biztos zárása céljából - mintegy 0,12 mm játékot iktatnak be, ami azt jelenti, hogy a szelep nem nulla, hanem egy  $v_0$  kezdősebességgel indul meg.

Ha feltesszük, hogy a tetőponttól számítva ( $\alpha_0 = 0^\circ$ )

$$\alpha_0 \leq \alpha_1 \text{ szöghatárok között az emelkedési görbe } f_1(\varphi)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad f_2(\varphi)$$

$\alpha_2 = \alpha_3$  szöghatárok között az emelkedési görbe  $f_3(\varphi)$

$\alpha_3 = \alpha_4$  " " " " " "  $f_4(\varphi)$

akkor szimmetrikus görbénél a 14. alapján

$$A_k = \frac{2}{\pi} \left[ \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} f_1(\varphi) \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f_2(\varphi) \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi + \right. \\ \left. + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} f_3(\varphi) \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} f_4(\varphi) \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi \right]$$

vagy ezeket összevonva:

$$A_k = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^4 \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} f_i(\varphi) \cdot \cos(k \cdot \varphi) \cdot d\varphi \quad (15)$$

A számítás részletezésére - egyszerűsítési lehetőségekre - a büttyökgörbe tárgyalásánál fogunk kitérni; egyébként a 15. képlettel a szimmetrikus szelepelemelkedési görbék harmonikusainak amplitúdói nem túl nagy számítási munkával megállapíthatók.

## 6. A dinamikus lengések amplitúdóinak számítása

A rugószálak lengési amplitúdóinak megállapításánál figyelembe kell venni a fellépő csillapítást. Ha ezt nem tesszük, akkor rezonanciánál - ami éppen vizsgálatunk körébe tartozik - a kilengések nagysága végtelenné válna, amint ezt a 11. képletnél láttuk.

A csillapítást a lengési sebességgel arányosnak véve (ez természetesen csak közelítés) a 8. alatti differenciálegyenlet

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2 \cdot b \frac{\partial y}{\partial t} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (16)$$

alakot veszi fel, ahol

$$2 \cdot b = \frac{g \cdot L \cdot c_t}{\gamma \cdot F \cdot i \cdot D} \quad (17)$$

Itt  $c_t$  kp.s.m<sup>-2</sup> a dx hosszúságu és  $\partial y / \partial t$  sebességgel mozgó rugódarabra ható csillapítás tényezője, a  $2 \cdot b$  ugyancsak csillapítási tényező s<sup>-1</sup> dimenzióval. Az irodalomban a csillapítási tényezőnek értékét természetesen a "b"-vel szokták megadni, függetlenül a faj-suly és rugóméretektől.

A 16. differenciálegyenlet megoldásánál lényegében hasonló el-járást alkalmazunk, mint a 8.-nál. A levezetés meglehetősen hosszú (lásd Jahrbuch der deutschen Luftfahrtforschung 1938 évf. II. 119 old. Hussmann A. közleményét). A 8. megoldásnál felsorolt kezdeti felté-teleket figyelembevéve és feltételezve, hogy a  $b$  csillapítás értéke a rugó önlengési frekvenciájához képest kicsi - ami a szeleprugóknál nagymértékben fennáll, mert míg az önlengési frekvencia 10<sup>3</sup> nagyság-rendű, addig  $b$  3-6 s<sup>-1</sup> értékhatárok között mozog - akkor a rugó rez-gési amplitudójára kapjuk:

$$y = A_k \sqrt{\frac{\sinh^2\left(\frac{b}{v} \cdot x\right) + \sin^2\left(\frac{k \cdot \omega}{v} x\right)}{\sinh^2\left(\frac{b}{v} \cdot L\right) + \sin^2\left(\frac{k \cdot \omega}{v} L\right)}} \cos(k \cdot \omega \cdot t + \beta'_k) \quad (18)$$

A  $\beta'_k$  fázisszög nem azonos a gerjesztés  $\beta_k$  fázisszögével (lásd a határfeltételeknél), de ez további számításainkat nem érinti.

Hogy ezt a 18. képletet gyakorlatilag jól használhassuk, vegyük figyelembe azt, hogy  $\frac{b}{v}$  mindig sokkal kisebb, mint  $\frac{k \cdot \omega}{v}$  és, hogy a rezonancia helyén (vizsgálatunk csak erre szorítkozik)  $\frac{k \cdot \omega}{v} L = \sqrt{2}$  a legalacsonyabb önlengési körfrekvenciánál az amplitudó maximális értéke a rugó közepére, ( $x = 0,5 \cdot L$ ) esik, így a négyzetgyök alatt:

kifejezés számlálójában a  $\text{Sinh}^2$  tag bátran elhanyagolható a  $\sin^2$  tag mellett. A nevezőben viszont a  $\text{Sin}^2\left(\frac{b}{v}L\right) \approx \frac{b^2}{v^2}L^2$ , a  $\sin^2$  tag pedig a rezonancia helyén nulla lesz. Ezeket figyelembevéve :

$$y = A_k \frac{v}{b \cdot \pi} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t + \beta'_k) \quad (18/a)$$

A rugóra  $x$  helyen ható erő (terhelés) a 6. szerint:

$$P = c \cdot L \frac{\partial y}{\partial x} = c \cdot L \cdot A_k \frac{v}{b \cdot \pi} \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t + \beta'_k)$$

A maximális terhelés a rugó végpontjain ( $x = 0$  és  $x = L$  helyen) lép fel és ennek időbeli maximuma  $k \cdot \omega \cdot t + \beta'_k = 0,5 \cdot \pi$ , tehát

$$P_{\max} = A_k \cdot \frac{c v}{b} \quad (19)$$

A rugóban fellépő csavarófeszültség ezeken a helyeken és a jelzett időpontokban  $c = G \cdot d^4 / 8 \cdot l \cdot D^3$  értéket figyelembevéve:

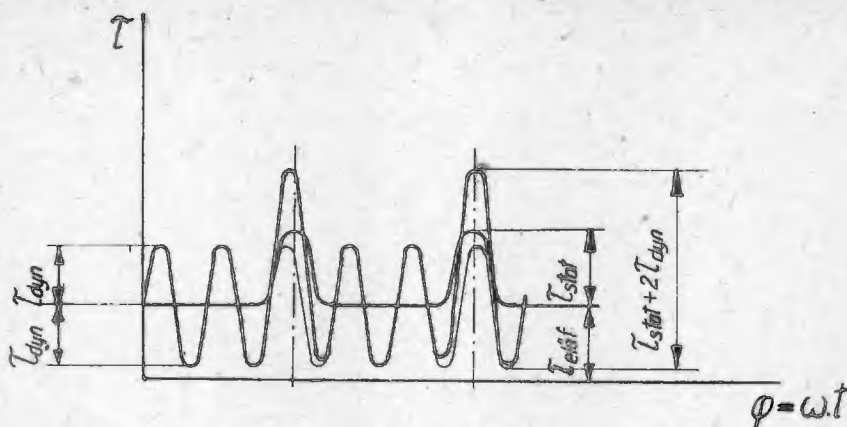
$$\tau_{\text{din}} = \psi \frac{8 \cdot D}{\pi \cdot d^3} \cdot \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot l \cdot D^3} \cdot \frac{v}{b}$$

Ha most még figyelembe vesszük  $v$  értékére a 13/a. képletet, akkor megfelelő átalakítással kapjuk:

$$\tau_{\text{din}} = A_k \frac{v^2 \psi}{\pi \cdot b} \sqrt{\frac{2 \cdot J \cdot G}{g}} = 1,157 \cdot A_k \frac{v^2 \psi}{b} \text{ kp/cm}^2 \quad (20)$$

Természetesen a fenti kifejezésbe  $A_k$  értékét cm-ben kell behelyettesíteni.

Az 5. ábra a dinamikus és a sztatikus lengőfeszültség egymásra helyezését érzékelteti. Világos, hogy a dinamikus lengőfeszültségnek



5. ábra

a 20. képlettel megadott érték kétszeresét kell a sztatikus lengőfeszültség 3. képlettel számított értékéhez hozzáadni, hogy a teljes lengési feszültség kétszeres amplitudójának nagyságát megkapjuk.

A rugó teljes lengési igénybevétele tehát lesz:

$$\tau_{\text{lengő}} = \tau_{\text{stat}} + 2 \cdot \tau_{\text{din}} \quad (21)$$

Erre kell a rugót méretezni, figyelemmel arra, hogy ez a kétszeres amplitudónak felel meg, tehát a két szélső feszültségi érték különbségét jelzi.

A 21. képlet szerinti lengőfeszültség számításánál csak a rezonanciában levő harmonikus által gerjesztett lengést vettük figyelembe; a valóságban persze a többi harmonikus is hat, de ezek hatása a rezonanciás harmonikuséhoz viszonyítva olyan kicsi, hogy gyakorlatilag elhanyagolhatók.

Az előbbi számításokhoz meg kell még jegyezni azt, hogy a tekintetbevett rugó-önlengési frekvenciát csillapítás nélkül számítottuk. Természetesen a csillapítás miatt a rezonancia helye kissé eltolódik. Ez az eltolódás annál kisebb mérvű, minél kisebb a csillapítás. A vizsgált esetben a csillapítás nélküli önlengési frekven-

ciát bátran vehetjük egybeesőnek a csillapításos rezonancia-frekvenciával.

A 20. képlettel az  $A_k$  és a  $b$  ismeretével a dinamikus lengőfeszültség egyszerűen számítható. A  $b$  csillapítási tényező nagysága a külföldön lefolytatott kevés, vagy kevéssé ismertett kísérletek szerint függ a

rugó elő- és végfeszítési erő viszonyától, valamint a gerjesztés  $A_k$  amplitudójától. Egy Hussmann által megállapított diagramot tüntet fel a 6. ábra, melyről a  $b$  csillapítási értékek leolvashatók. Ezeknek a görbéknek a szokványos előfeszültség-végfeszültség viszonyszámoknál határozott minimumuk van, ami nem éppen kedvező körülmény.

Gyakorlati szempontból nagyon fontos annak vizsgálata, hogy a rugók méreteinek megválasztásánál milyen szempontokat kell figyelembe venni, ha a lengőfeszültséget csökkenteni akarjuk. Ha  $b$ -val jeleljük a szelep emelkedési magasságát, akkor, mivel

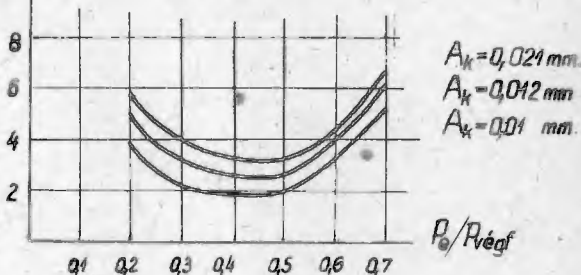
$$P_{\text{végf}} - P_e = c \cdot h = \frac{G \cdot d^4 \cdot h}{8 \cdot i \cdot D^3}$$

így a 3. és a 13/b. képletek figyelembevételével a 20. képletből levezethető, hogy

$$\tau_{\text{din}} = \frac{A_k}{1,157 \cdot b \cdot \psi} \left( \frac{\tau_{\text{stat}}}{h} \right)^2 \quad (22)$$

Az utóbbi képlet azt a fontos tényt mutatja, hogy lehetőleg kis  $A_k$  gerjesztő amplitudóra törekedve a rugót minél lágyabbra kell méretezni. Ez a két követelmény bizonyos mértékben egymással ellen-

$b$  sec<sup>-1</sup>  $A_k$  - a gerjesztő amplitudó



6. ábra

tétes irányzatú rugóméretezést kíván: ugyanis lágy rugó esetén a rugó önlengési körfrekvenciája kisebb lesz, tehát azonos vezértengely fordulatszámánál a figyelembeveendő gerjesztő harmonikus rendszáma kisebb lesz ( $k = \frac{v}{\omega}$  miatt) és így az  $A_k$  előreláthatóan nagyobb lesz. Az  $A_k$  növekedésének mértéke a szelepemelkedési görbétől függ - lásd 14. képletet -; azt tehát, hogy milyen mértékben célszerű a rugót lágyítani, csakis a görbe Fourier-sorának gondos vizsgálata döntheti el.

Meg kell még jegyezni azt is, hogy a rugó lágyításával a 22. képletnek nemcsak a négyzetes tagja csökken, hanem, mivel lágy rugónál az előfeszítési és végfeszítési rugóerő viszonya is csökken, ezért - figyelemmel a 6. ábra diagramjára - a  $b$  csillapítási tényező értéke is nőni fog, ami a  $\tau_{din}$ -t szintén csökkenti. Természetesen a  $\tau_{lengő}$  további csökkentését idézi elő a lágyabb rugónak megfelelő kisebb  $\tau_{stat}$  is, amint ez a 21. képletből látható.

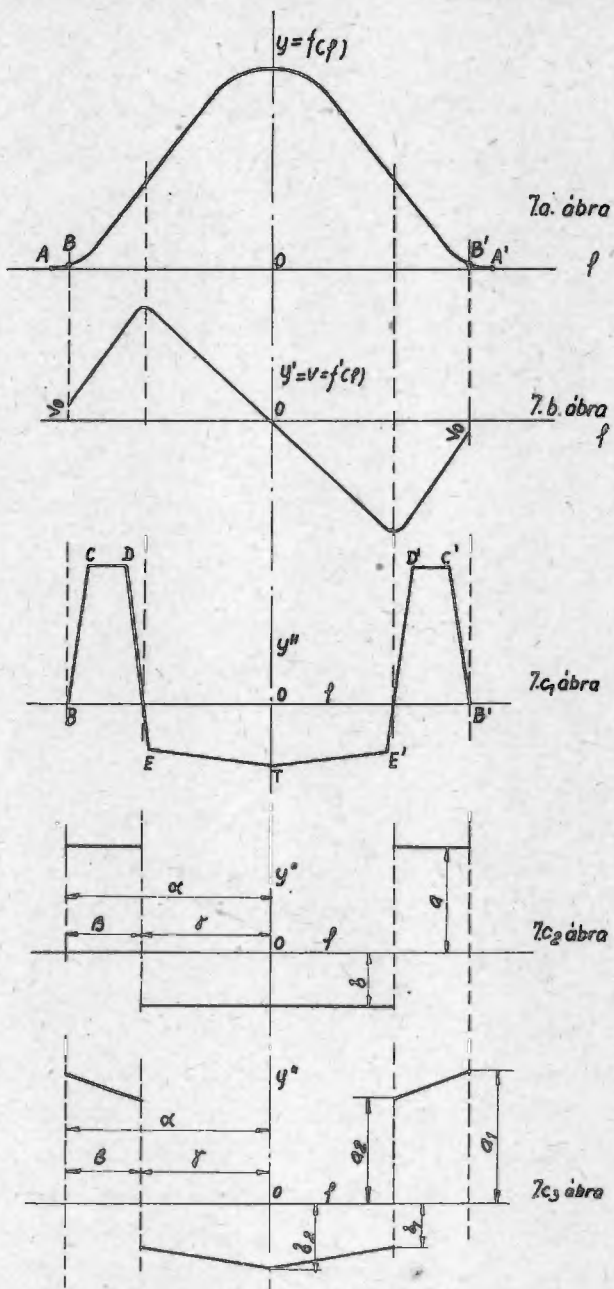
A rugó lágyságára való törekvésnek rendszerint igen nagy elhelyezési nehézségei vannak: a rugó végfeszítési erőszükséglete adva van, éppen így rendszerint az előfeszített rugó rendelkezésére álló hosszúság is. Ez nagyon megköti a tervező kezét.

A szerkesztőnek tehát törekednie kell arra, hogy lehetőleg nagy hely álljon a rugó rendelkezésére nemcsak hosszban, de átmérőben is.

Mivel a gerjesztő harmonikusok amplitúdóinak a nagyságát a szelepemelkedési görbe kialakításának a módja határozza meg, ezek az amplitúdók pedig, mint az előzőekben láttuk, a szeleprugók dinamikus terhelésére - a rugó lágysága mellett - döntő befolyással vannak, ezért a következőkben vizsgáljuk meg a görbe kívánatos alakját.

## 7. A szelepemelkedési görbe vizsgálata

Egyszerűség kedvéért a következőkben is csak szimmetrikus kialakítású szelepemelkedési görbéket vizsgálunk, azaz olyanokat, amelyeknél a fel- és a leszálló ág azonos. Megállapításaink értelemszerűleg azonban nem szimmetrikus görbékre is érvényesíthetők.



7. ábra

A 7/a. ábra egy ilyen szelepemelkedési görbét tüntet fel. Ennek ordinátái természetesen a himbaáttételnek megfelelően kisebbek.

A görbe AB szakaszán a szelep még nem mozdul el: B pontban az érintőnek megfelelő sebességgel indul meg a szelepmozgás. Az AB szakasz kialakítását nem tárgyaljuk, csak megjegyezzük, hogy a B pontban a görbe érintőjének hajlásszöge szokványosan  $1 - 1,4 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-1}$ , azaz az emelkedési sebesség a lökőtalpemelkedési görbén mérve

$$v_c = (1 - 1,4) \cdot \omega \text{ mm/s}$$

ahol  $\omega$  a bütyköstengely szögsebessége.

A 7/b. ábra a sebességgörbét ábrázolja nem szakadásos gyorsulási görbe esetén, úgy amint ez a 7/c<sub>1</sub>. ábrán látható. Ha a gyorsulási görbe szakadásos (7/c<sub>2</sub> és 7/c<sub>3</sub> ábra), akkor a sebességgörbének a tetőpontjain csucsa van.

Itt megjegyezzük még, hogy a 7/c<sub>1</sub>. ábrán jelzett folytonos gyorsulási görbénél a BC, DE és ET szakaszt az ábrától eltérően nem egyenes vonalakkal, hanem sinusgörbével, vagy parabolával is alkothatjuk, úgy, hogy az egyes szakaszok érintkezési pontjai egymáshoz simulnak, - közös érintőik vannak. (Ez azt jelenti, hogy a gyorsulás differenciálhányadosának a görbéje is folytonos, míg egyenes vonalak esetén szakadásos).

A következőkben azt fogjuk megvizsgálni, hogy a szeleprugók dinamikus lengési igénybevétele szempontjából milyen kialakítású lökőtalpemelkedési (szelepemelkedési) görbe kívánatos, amit arra lehet visszavezetni, hogy milyen legyen a gyorsulási görbe.

A 15. képlettel kiszámítható  $A_k$  gerjesztő amplitudók értéke általában a  $k$  rendszám növekedésével csökken, ez a rugók szempontjából azt indokolná, hogy azok önlengésszámát minél inkább emeljük, mert így a  $k = \sqrt{\omega}$  értelmében a tekintetbe jövő legalacsonyabb rendszámú harmonikus rendszáma is nő. Mivel azonban a szelepemelkedés adott, a rugó keménységének növelése - ami az önlengésszám növelésének a követelménye - a sztatikus lengőfeszültséget és ezzel kapcsolatban a 22. képlet szerint a dinamikus lengőfeszültséget is erősen növeli.

A gyakorlat azt mutatja, hogy gyorsjárata motoroknál kb.  $n=2500 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámig általában elérhetjük azt, hogy a rugót gerjesztő leg-alacsonyabb rendszámú harmonikus - a maximális motorfordulatszámnál - kb. a 12. legyen. A szelepemelkedési görbét tehát úgy kell kialakítani, hogy a 12. és ennél magasabb rendszámú harmonikusok amplitúdói már elég kicsinyek legyenek. Tájékoztatásul arra vonatkozólag, hogy mekkora a még elfogadható amplitudó nagysága, megjegyezhetjük, hogy a szelepemelkedési görbén mérve  $0,012-0,013 \text{ mm}$  gerjesztőamplitudó még éppen elfogadható dinamikus lengőfeszültségi értékeket szokott adni (ez függ természetesen a csillapítási tényezőtől is), ami 1,6 hibaáttételnél a lökőtálpemelkedési görbén  $0,008 \text{ mm}$ -nek felel meg.

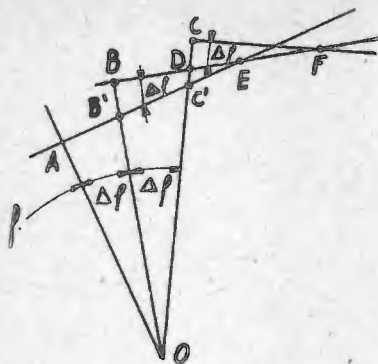
A következőkben mindig a lökőtálpemelkedési görbével fogunk foglalkozni. Ez analóg a szelepemelkedési görbével, de ordinátái a hibaáttételi arányában kisebbek.

A harmonikus amplitudók nagyságát - mivel a nyitási szög és a legnagyobb emelkedés rendszerint mint követelmény adva van - csakis a lassulási és gyorsulási szakaszok hosszával, a gyorsulások és lassulások nagyságával és ezeknek a szakaszoknak az alakjával befolyásolhatjuk. Megjegyzendő, hogy a szelepemelkedés növelése, a maximális gyorsulási lassulási értékek növelése általában növelik a gerjesztő amplitudókat.

Az 1. ábra szerinti szelepmozgató berendezésnél azonban már egy megkötöttségre bukkanunk: ennél ugyanis a maximális lassulás megengedhető mértéke a bütyök alapkörének a sugarától nagymértékben függ. Ezt a következőképpen igazolhatjuk:

A bütyökgörbét a lökőtálpemelkedési görbéből kiindulva ugyanis úgy szerkesztjük, hogy adott szögnél a sugarat meghuzva, az alapkör középpontjától  $R + y$  távolságra (ahol  $R$  az alapkör sugara,  $y$  a szöghöz tartozó lökőtálpemelkedés) a sugárra merőlegest húzunk. Ezek a merőlegese egyenesek lesznek a bütyökgörbe burkoló érintői.

A 3. ábrán ilyen módon a  $\varphi$ ,  $\varphi + \Delta\varphi$  és a  $\varphi + 2 \cdot \Delta\varphi$  - szögekkel megadott sugarakra a merőleges érintőket az A, B és a C pontokból kiindulva húztuk meg. Így



8. ábra

$$OA = R+y; OB = R+y+\Delta_1 y \quad \text{és}$$

$$OC = R+y+\Delta_1 y+\Delta_2 y.$$

Igen kis  $\Delta\varphi$  szögeknel:

$$BB' \cong DC' \cong \Delta_1 y$$

$$CD = \Delta_2 y$$

$$BE = \Delta_1 y / \Delta\varphi$$

$$BD = (R + y + \Delta_1 y) \cdot \Delta\varphi$$

$$DF = \Delta_2 y / \Delta\varphi; \quad \text{és } DE = BE - BD$$

Világos, hogy a görbét csak akkor tudjuk megszerkeszteni, ha  $DF > DE$ ; ha a kettő egymással egyenlő, akkor a büttyökgörbének éle van, ha  $DE$  nagyobb, mint  $DF$ , hurokgörbét kellene a büttykön kiképezni, ami persze lehetetlen.

A fenti egyenlőtlenségből adódó követelmény, hogy

$$\frac{\Delta_2 y}{\Delta\varphi} > \frac{\Delta_1 y}{\Delta\varphi} - (R + y + \Delta_1 y) \cdot \Delta\varphi$$

Mivel a határátmenetnél  $\frac{\Delta_2 y - \Delta_1 y}{\Delta\varphi^2} = \frac{d^2 y}{d\varphi^2}$ , ezért (és mert ekkor  $\Delta_1 y$  is nulla lesz)

$$R + y > - \frac{d^2 y}{d\varphi^2}$$

A jobboldalon a görbe második differenciálhányadosa áll, amit "görbe-gyorsulásnak, illetve lassulásnak" nevezünk. Ennek  $\omega^2$ -el való szorzata a lökőtalp gyorsulást adja. Világos, hogy a fenti egyenlőtlenség mindig teljesül, ha a görbegyorsulás pozitív, viszont nem teljesül, ha a görbegyorsulás negatív értéke (tehát a lassulás értéke)  $R + y$ -nál nagyobb. A görbelassulást  $b = (\text{mm/rad}^2)$ -tel jelöl-

ve kimondhatjuk, hogy az 1. ábrán jelzett vezérlőmű szerkezetnél követelmény, hogy

$$R + y > b \quad (23)$$

legyen. (Itt  $R$  és  $y$  mm-ben,  $b$  mm/rad<sup>2</sup>-ben értendő.)

Ez a követelmény erősen leszorítja a megengedhető lassulás mértékét, jóval a szeleprugókkal még uralható határ alá. Viszont a szerkesztő mérnököt arra figyelmezteti, hogy a bütyök alapkör sugarát lehetőleg nagyra válassza; ezzel lényegesen hozzájárul ahhoz, hogy a veszélyes gerjesztő amplitudók csökkenthetők legyenek.

A 23. képlet szerint kell megállapítanunk a 7/c. ábrák  $\varphi = 0$  pontjában - a tetőponton - megengedhető maximális lassulás értékét. A legnagyobb lökötalp emelkedés  $h$  adott lévén, a hivatkozott képlet értelmében:

$$b_{\max} < R + h \quad (23/a)$$

A fenti egyenlőtlenségnek a különbséget célszerű 3-4 mm-nél nem kisebbre felvenni. A tetőponton ugyanis az  $R + h - b_{\max} = r$  (mm) adja a bütyöksucs görbületi sugarát. Kis görbületi sugár nagy Hertz-feszültségeket ad a csucson, amit el kell kerülni.

A lassulási szakasz hosszát az alacsony  $k$  rendszámú gerjesztő harmonikusok amplitudójának csökkentése érdekében célszerű minél rövidebbre venni: legkedvezőbb ebből a szempontból az, ha a gyorsulási szakasz hossza legalább  $20^{\circ}$ - $23^{\circ}$  lesz a vezérlőtengely szögelfordulásán mérve. Ennek az állításnak az igazolása meglehetősen hosszadalmas, itt nem közöljük.

A gyorsulási görbék kiválasztásánál eddig szokásos volt a 7/c<sub>1</sub>. ábra szerinti folytonos - lehetőleg sinus - vagy parabola átmeneti görbékkel kiképzett - gyorsulási görbéket előnyben részesíteni a szakadós gyorsulási görbékkel szemben. A folytonos gyorsulási görbe némi előnyt jelent a lökörud terhelése szempontjából, de mivel azonos maximális lassulásnál a lassulási szakasz hosszabb, a maximális gyorsulás lényegesen nagyobb, a gyorsulási szakasz szükséges hossza lényegesen kisebb lesz, ezért az alacsony  $k$  rendszámú gerjesz-

tő harmonikusok amplitúdója (nagy fordulatszámú motoroknál) jóval nagyobb lesz, így ezeknek a folyamatos gyorsulási görbéjű bütők-görbéknek alkalmazása a szeleprugók dinamikus terhelése szempontjából hátrányos.

Előbbi megfontolások alapján itt csak a  $7/c_2$  és  $7/c_3$  ábrák szerinti gyorsulási görbékkel jellemzett esetekre számítjuk ki az  $A_k$  gerjesztő amplitúdókat (amelyek a 20. és a 22. képlet szerint a dinamikus lengőterhelés megállapításához szükségesek).

A  $7/c_2$  ábra szerint:

$$\text{a gyorsulások: } f_1''(\varphi_1) = a; \quad 0 \leq \varphi_1 \leq \beta$$

$$f_2''(\varphi_2) = -b; \quad 0 \leq \varphi_2 \leq \gamma$$

(Mindkét szakaszban - egyszerűbb számolás kedvéért - a  $\varphi$  szög 0 értékét a szakasz kezdetétől számítjuk).

$$\text{a sebességek: } f_1'(\varphi_1) = -b \cdot \gamma + a \cdot \varphi_1;$$

$$f_2'(\varphi_2) = -b \cdot \varphi_2;$$

az emelkedések:

$$y_1 = -0,5 \cdot b \cdot \gamma^2 - b \cdot \gamma \cdot \varphi_1 + 0,5 \cdot a \cdot \varphi_1^2$$

$$y_2 = -0,5 \cdot b \cdot \varphi_2^2$$

Mivel a tetőpontot tekintjük kiindulási pontnak, ezért az  $f_1'(\beta) = -v_0$  és  $f_1(\beta) = y_1(\beta) = -h$  kell, hogy legyen; (h itt a szelepjátékkal csökkentett lökőtálpemelkedést jelenti).

A fenti egyenletekbe a szögeket ( $\beta, \gamma$ ) mind radiánban kell behelyettesíteni. Az utolsó két egyenletből számíthatjuk ki - adott h emelkedés és  $v_0$  indulósebesség mellett - a  $\beta$  és a  $\gamma$  szögek felvételével a szükséges gyorsulási és lassulási értékeket. Ha a kapott lassulási érték túl nagy (23/a. egyenlet szerint), akkor a  $\beta$  szöget növelni - ennek megfelelően a  $\gamma$  szöget csökkenteni kell.

A 15. képlet alapján kiszámított amplitudók:

$$A_k = \frac{2}{\pi} \left\{ v_0 \frac{\cos(k_0 \alpha)}{k^2} - \frac{a}{k^3} [\sin(k_0 \alpha) - \sin(k_0 \gamma)] + \frac{b}{k^3} \sin(k_0 \gamma) \right\} \quad (24)$$

A 7/c<sub>3</sub> ábra szerint

a gyorsulások:  $f_2''(\varphi_2) = -b_2 + \frac{b_2 - b_1}{\gamma} \varphi_2 ; 0 \leq \varphi_2 \leq \gamma ;$

$$f_1''(\varphi_1) = a_2 + \frac{a_1 - a_2}{\beta} \varphi_1 ; 0 \leq \varphi_1 \leq \beta ;$$

a sebességek:  $f_2'(\varphi_2) = -b_2 \cdot \varphi_2 + \frac{b_2 - b_1}{\gamma} \cdot \varphi_2^2 ;$

$$f_1'(\varphi_1) = a_2 \cdot \varphi_1 + \frac{a_1 - a_2}{\beta} \cdot \varphi_1^2 - \frac{b_1 + b_2}{2} \gamma ;$$

az emelkedések:  $f_2(\varphi_2) = -b_2 \frac{\varphi_2^2}{2} + \frac{b_2 - b_1}{6 \cdot \gamma} \varphi_2^3 ;$

$$f_1(\varphi_1) = \frac{a_2}{2} \varphi_1^2 + \frac{a_1 - a_2}{6 \cdot \beta} \varphi_1^3 - \frac{b_1 + b_2}{2} \gamma \cdot \varphi_1 - \left( \frac{b_2}{3} + \frac{b_1}{6} \right) \gamma^2 .$$

Itt is fennáll, mint előbb, hogy  $f_1'(\beta) = -v_0$  és  $f_1(\beta) = -h$ ; ezekből a felvett  $\beta$  és  $\gamma$  szögek, valamint a  $b_2$  és  $a_2$  értékek alapján kiszámíthatjuk a szükséges  $b_1$  és  $a_1$  értékeket (lásd a tárgyalás végén a számpéldát).

A 15. képlet alapján számított amplitudók ebben az esetben:

$$A_k = \frac{2}{\pi} \left[ v_0 \frac{\cos(k \cdot \alpha)}{k^2} - \frac{1}{k^3} \left[ a_1 \cdot \sin(k \cdot \alpha) - (a_2 + b_1) \sin(k \cdot \gamma) \right] - \frac{1}{k^3} \left\{ \frac{a_1 - a_2}{\beta} \left[ \cos(k \cdot \alpha) - \cos(k \cdot \gamma) \right] - \frac{-b_1 + b_2}{\gamma} \left[ \cos(k \cdot \gamma) - 1 \right] \right\} \right] \quad (25)$$

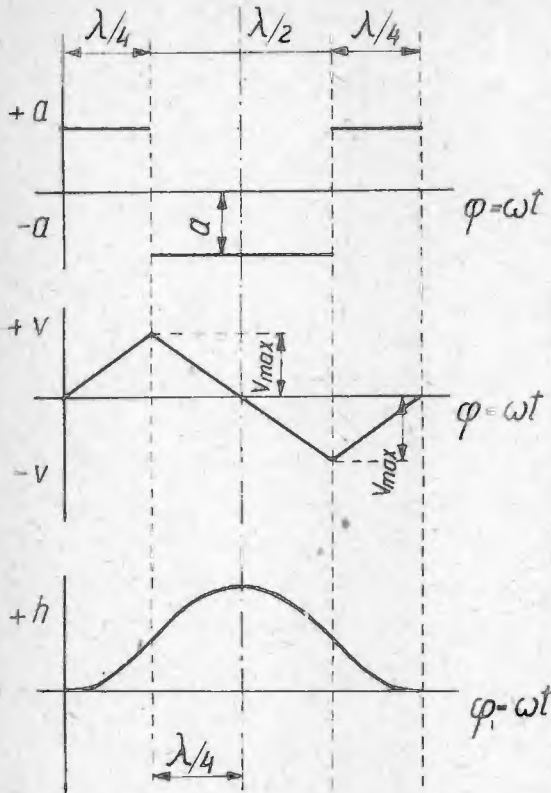
A 24. és 25. képletekkel a felvett gyorsulási görbék alapján az amplitudók, a közölt emelkedési görbeegyenletekkel a tetőponttól számított lökőtalp süllyedések nem túl nagy munkával számíthatók.

A rugóoldali gerjesztési amplitudók számításánál a lökőtalpemelkedési görbéből számított értékeket a hímbeáttétellel meg kell szorozni. Ezzel az utóbbi amplitudó értékkel a 6. ábra alapján a csillapítási tényező  $-b-$  értékét meghatározzuk és a 20. vagy a 22. képlettel most már az összes szükséges adatok birtokában a dinamikus lengőfeszültségek értékeit az összes szükséges  $k$  rendszámra kiszámíthatjuk. Az egyes harmonikusokhoz tartozó teljes lengőfeszültséget a 21. képlet adja.

A  $\tau_{\text{lengő}}$  maximális, még megengedhető értéke dr.techn. Pischinger szerint jó minőségű szeleprugóknál  $7000 \text{ kp/cm}^2$  lehet. A szeleprugók kifáradási határa - szerinte  $7000-8000 \text{ kp/cm}^2$  között van. Itt tehát a szokványosnál sokkal kisebb biztonságot engedtünk meg. Ennek oka egyrészt az, hogy a számításokban minden a rugóra veszélyes momentumot figyelembe vettünk, viszont nem vettük figyelembe azt, hogy a mozgást a rugóra átvivő alkatrészek, különösen pedig a lökörud és a hím rugalmas alakváltozása a kényszermozgás lefolyását mintegy elsímitja, azaz a gerjesztő harmonikusok amplitudójának nagyságát csökkenti. Ezenkívül a számított igénybevételek csak a kritikus fordulatszámok igen kis környezetében lépnek fel, így a fordulatszám-ingadozások miatt - hiszen a forgási sebesség egy fordulaton belül is ingadozik - a feszültség a számított értékre nem tud felemelkedni. Mindez indokoltá teszi, hogy elsőrendű minőségű rugóknál az így számított lengőfeszültségre  $6900-700 \text{ kp/cm}^2$  értéket engedjünk meg.

Ha egyik vagy másik harmonikusnál ezt az értéket túlléptük, a többi harmonikus azonban igen jó feszültségi értékeket ad, a büttyögő-görbe átszerkesztése (más szögekkel) eredménnyel nem járt, akkor egy javítógörbének a büttyögőgörbére (illetve a lököttalpemelkedési görbére) való helyezésével megkísérelhetjük a kérdéses gerjesztő-amplitudó csökkentését. Itt figyelni kell arra, hogy a javítógörbe a rendszám szerint szomszédos gerjesztők amplitudóit azonos értelemben, bár csökkenő értékekkel módosítja. Pl.: tegyük fel, hogy a 15. harmonikus amplitudóját kívánatos volna legalább 0,002 mm-el csökkenteni. Ekkor egy  $15.2\pi$  körfrekvenciájú javítógörbét fogunk alkalmazni, melynek amplitudója 0,002 mm lesz. Az amplitudó előjelét a javítandó gerjesztő amplitudó előjelével ellenkezően kell megállapítani. Ez a javítógörbe előreláthatóan a 14. és a 16. gerjesztő harmonikusok értékét legalább 0,002 mm feléval fogja előjelszerűen módosítani, a 13. és a 17 harmonikusokat már valószínűleg elenyésző mértékben ugyanilyen értelemben a következő szomszédosokat pedig már esetleg ellenkező értelemben - szintén aránylag kis értékkel - fogja módosítani.

Sokféle javítási görbét helyezhetünk a lököttalpemelkedési görbére. A legegyszerűbb az olyan, melynek gyorsulási (a), sebesség (v) és emelkedési (h) görbéjét a 9. ábra szemlélteti. A javítógörbét csak teljes periódusokban lehet alkalmazni a nyitási szögön belül. Általában legfeljebb két vagy három hullámot helyezhetünk el mind az emelkedési, mind a süllyedési szakaszon. Pl.  $130^\circ$  nyitás esetén a 18. harmonikust javító görbe egy periódusa  $360^\circ/18 = 20^\circ$ . A fél nyitási szög  $130/2 = 65^\circ$ , így ebben az esetben három teljes hullám elfér. A 14. harmonikus javítása esetén, mivel ekkor egy periódus hossza  $360^\circ/14 = 26^\circ$ , már csak két teljes hullám helyezhető el. Több hullámot azért célszerű alkalmazni, mert azonos javítás esetén a javítási görbe "a" gyorsulási értéke a hullámok számával arányosan csökken (pl. 3 hullám esetén a gyorsulás  $1/3$ -a lesz az egy hullám esetén szükséges gyorsulásnak). Ez azért bír jelentőséggel, mert a javítógörbe lassulási szakaszaiban az "a" lassulás értékével növelni kell a lököttalpemelkedési görbe kiszámított lassulását, ezt pedig - mint láttuk - csak szűk határok között növelhetjük.



9. ábra

A javítás lényege az, hogy a javítógörbe emelkedéseit ( $h$ ) hozzá kell adni a lököttalp emelkedési görbe megfelelő emelkedéséhez, továbbá, hogy a javítógörbe harmonikusainak amplitudóit előjelhelyesen hozzá kell adni a büttyögörbe kiszámított gerjesztő amplitúdóihoz.

A javítógörbe periódusát legcélszerűbb a lököttalpemelkedési görbe legnagyobb javítást igénylő harmonikusának megfelelően felvenni. A javítógörbe periódusának hosszát radiánban  $\lambda$ -val jelölve,  $2\pi/k = \lambda$ ; ahol a  $k$  a legnagyobb javítást igénylő gerjesztő harmonikus rendszáma. A számítás köny-

nyitése céljából célszerű a javítógörbe periódusának fokokban való  $360^\circ/k = \lambda^\circ$  értékét egész számú fokra kiegészíteni (esetleg félfokra).

A javító amplitudó nagysága, ha a javítógörbe a 9. ábra szerint pozitív gyorsulással indul el a tetőponttól ( $\varphi = 0$  helyről), a Fourier-együtthatók képezésének ismert szabályát alkalmazva:

$$\begin{aligned}
 A_{k. \text{ jav}} = & -\frac{2 \cdot a}{\pi k^3} \left[ 2 \cdot \sin(0,25 \cdot k \cdot \lambda) - 2 \cdot \sin(0,75 \cdot k \cdot \lambda) + \right. \\
 & + 2 \cdot \sin(1,25 \cdot k \cdot \lambda) - 2 \cdot \sin\left(\frac{4 \cdot u - 1}{4} k \cdot \lambda\right) + \\
 & \left. + \sin(u \cdot k \cdot \lambda) \right] \quad (26)
 \end{aligned}$$

ahol  $\varphi$  a javítógörbe teljes periódusainak száma az emelkedési (illetve a süllyedési) szakaszon.

A 9. ábrán megadott javítógörbe tetőponttól számított első periódusának emelkedései:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \varphi \leq \frac{\lambda}{4} & \quad h = 0,5 \cdot a \cdot \varphi^2 \\ \frac{\lambda}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\lambda}{4} & \quad h = a \cdot \left[ \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\lambda \cdot \varphi}{2} - \frac{\lambda^2}{16} \right] \\ \frac{3\lambda}{4} \leq \varphi \leq \lambda & \quad h = a \cdot \left( \frac{\varphi^2}{2} - \lambda \cdot \varphi + \frac{\lambda^2}{2} \right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \lambda \text{ és } \varphi \text{ radi-} \\ \text{ánban,} \\ a \text{ mm rad}^{-2} \text{.-} \\ \text{ben} \\ h \text{ mm-ben.} \end{array} \quad (27)$$

A további hullámok emelkedései természetesen azonosak a megfelelő  $\varphi$  szögértéknél, egy-egy perióduson belül.

Mint látjuk, a szeleprugók szilárdsági ellenőrzésének munkája erősen belenyulik a szelepemelkedési görbe vizsgálatába is. A gyakorlatban alkalmazandó számítási módszert a következőkben közölt példa szemlélteti. Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni azt, hogy a példában feltüntetett nyitási szög nagyobb a szokványosnál; ezt azért vettük így fel, hogy szemléletesen kimutatható legyen az, hogy nem feltétlenül a legkisebb rendszámú gerjesztő harmonikus a legveszélyesebb, tehát célszerű a lengőfeszültséget a magasabb rendszámú harmonikusoknál is ellenőrizni. A vezérmű egyes alkatrészeinek a tömegét egy kivitelezett 4 hengereű motor adatai szerint vettük fel, ugyanígy a himba karátételt is; a rugóméreteket viszont önkényesen választottuk.

### 8. Példa egy szeleprugó méretezésére

Kiinduló adatok:

Fél nyitási szög a vezértengelyen mérve:  $67,5^\circ$ .

Emelkedés a bütyökgörbén: 8,2 mm.

Himbaátétél: 60/37.

Szelepjáték: 0,2 mm, ami a bütyökoldalon  $0,2 \cdot \frac{37}{60} = 0,124$  mm.

Bütyök alapsugár:  $R = 18,5$  mm.

Szívószelepátmérő: 110 mm.

Tömegek a lökőtalpoldalon:  $m_1 = 0,0479$  kp.m<sup>-1</sup>.s

Tömegek a szelepleoldalon:  $m_2 = 0,0424$  "

A himba tehetetlenségi nyomatéka:  $O = 1,35 \cdot 10^{-5}$  m.kp.s<sup>2</sup>.

Legnagyobb motorfordulatszám: 2400 min<sup>-1</sup>.

A rugóanyag csuszató rugalmassági modulusa:  $G = 825000$  kp/cm<sup>2</sup>.

#### a/ A bütyökgörbe kialakítása

A rugó dinamikus igénybevétele és lehetőleg kedvező időkeresztmetszet elérése céljából a  $7/c_3$  ábra szerinti gyorsulási görbével rendelkező bütyökgörbét fogjuk alkalmazni.

A legnagyobb megengedhető lassulásnak a 23. képlet szerint kisebbnek kell lennie, mint  $18,5 + 8,2 = 26,7$  mm.rad<sup>-2</sup>; lehetőleg nagy sugaru bütyökszcucset tartva szem előtt, a csúcson az ábra szerinti  $b_2$  lassulás értékét 20 mm.rad<sup>-2</sup>-re választjuk. (Természetesen ezt a választást rendszerint több próbálkozás előzi meg; minél kisebbre vesszük  $b_2$ -t, annál nagyobb lesz a  $b_1$  lassulás és annál nagyobbak lesznek a szükséges gyorsulások is: ezzel kapcsolatban természetesen az időkeresztmetszet is valamivel nagyobb lesz, de a rugó dinamikus terhelése is kedvezőtlenebbé válik.)

Még egy adatot fel kell vennünk a görbe kialakításához: legcélszerűbben a  $7/c_3$  ábra szerinti  $a_2$  gyorsulás értékét. Szintén próbálkozások alapján vegyük ezt is 20 mm.rad<sup>-2</sup>-re. A szelepayítás pillanatában a bütyökgörbén a "görbesebességet"  $v_0 = 1,2$  mm.rad<sup>-1</sup>-re választjuk. (Ez megfelel a szelepleoldalon  $\frac{60}{37} 1,2 = 1,94$  mm.rad<sup>-2</sup>-nek, azaz maximális fordulatszámánál, mivel ekkor  $\omega = 2400 \frac{\pi}{30} 0,5 = 126$  s<sup>-1</sup>,  $v_0 = 1,94 \cdot 126 \cdot 10^{-3} = 0,244$  m.s<sup>-1</sup> felütközési sebességnek - ami 3 mm esési magasságot jelent -, tehát tűrhető.)

A görbe lassulási szakaszára az emelkedést  $f_2(\varphi)$ -vel jelölve, a tetőpont helyén  $\varphi = 0$ -val, azaz  $0 \leq \varphi \leq \gamma$  térközben (a szögeket radiánban értelmezve)

$$f_2''(\varphi) = -b_2 + \frac{b_2 - b_1}{\gamma} \varphi; \quad \text{ebből integrálással:}$$

$$f_2'(\varphi) = -b_2 \varphi + \frac{b_2 - b_1}{2 \cdot \gamma} \varphi^2 \quad \text{és}$$

$$f_2(\varphi) = -\frac{b_2}{2} \varphi^2 + \frac{b_2 - b_1}{6 \cdot \gamma} \varphi^3$$

A szakasz végpontján  $\varphi = \gamma$  helyen:

$$f_2''(\gamma) = -b_1; \quad f_2'(\gamma) = -\frac{b_2 + b_1}{2} \gamma; \quad f_2(\gamma) = -\left(\frac{b_2}{3} + \frac{b_1}{6}\right) \gamma^2$$

A gyorsulási szakaszban egyszerűség kedvéért a szöveget a szakasz elejétől ( $\gamma$ -tól) számítjuk, azaz erre a szakaszra  $0 \leq \varphi \leq \beta$  és az előbbihez hasonlóan, de figyelembevéve az előbbi szakasz végén szereplő sebességi és utértékeket:

$$f_1''(\varphi) = a_2 + \frac{a_1 - a_2}{\beta} \varphi;$$

$$f_1'(\varphi) = -\frac{b_2 + b_1}{2} \gamma + a_2 \varphi + \frac{a_1 - a_2}{2 \cdot \beta} \varphi^2$$

$$f_1(\varphi) = -\left(\frac{b_2}{3} + \frac{b_1}{6}\right) \gamma^2 - \frac{b_2 + b_1}{2} \gamma \cdot \varphi + \frac{a_2}{2} \varphi^2 + \frac{a_1 - a_2}{6 \cdot \beta} \varphi^3$$

A szakasz végén  $\varphi = \beta$ -nál:

$$f_1''(\beta) = a_1; \quad f_1'(\beta) = -\frac{b_2 + b_1}{2} \gamma + \frac{a_2 + a_1}{2} \beta;$$

$$f_1(\beta) = -\left(\frac{b_2}{3} + \frac{b_1}{6}\right) \gamma^2 - \frac{b_2 + b_1}{2} \beta \gamma + \left(\frac{a_2}{3} + \frac{a_1}{6}\right) \beta^2$$

Mivel

$$f_1'(\beta) = -v_0 \text{ és } f_1(\beta) = -h \text{ (az emelkedés)}$$

az  $a_1$  és a  $b_1$  értékeit ebből kiszámíthatjuk és kapjuk:

$$a_1 = \frac{6 \cdot h - v_0 (6 \cdot \beta + 2 \cdot \gamma) - a^2 (\beta \cdot \gamma + \beta^2) + b_2 \cdot \gamma^2}{2 \cdot \beta^2 + \beta \cdot \gamma}$$

$$b_1 = \frac{6 \cdot h - 2 \cdot v_0 \cdot \beta - 2b (\beta \cdot \gamma + \gamma^2) + a_2 \cdot \beta^2}{2 \cdot \beta \cdot \gamma + \gamma^2}$$

Itt a szögeket radiánban kell behelyettesíteni. Hogy kényelmesebben dolgozhassunk a  $h$  és a  $v_0$  helyett

$$h \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \text{ illetve } v_0 \cdot \frac{180}{\pi}$$

értékeket tesszük, amikor is természetesen a  $\beta$  és  $\gamma$  szögek fokban értelmezendők.

Lehető kedvező rugóterhelésre való tekintettel a  $\beta$  szöget  $25^\circ$ -ra, az  $\gamma$ -t pedig  $67,5 - 25 = 42,5^\circ$ -ra választva,  $h = 8,2 - 0,124 = 8,076$  mm-el (mert most csak az ábra szerinti  $BB_1$  pontok közötti görbeszakaszt tárgyaljuk, az AB szakaszok a rugó szempontjából érdektelenek), a fenti képletekkel számolva:

$$\underline{a_1 = 31,584 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-2}} \quad \text{és} \quad \underline{b_1 = 13,759 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-2}}$$

gyorsulási, illetve lassulási értékeket kapjuk.

Célszerű ilyenkor még megvizsgálni a görbe "maximális emelkedési sebességét". Ti. az érintkező bűtyökél elvándorlásnak a mértéke a lökőtalp középvonalától - amint ez egyszerű geometriai megfontolásokból adódik -  $s_{el} = v_{\max}$  ( $v$  mm·rad<sup>-2</sup>,  $s_{el}$  mm-ben).

Adott esetben

$$v_{\max} = f_2(\gamma) = - \frac{13,759 + 20}{2} 42,5 \cdot \frac{\pi}{180} = - 12,47 \text{ mm}$$

lesz az elvándorlás; nem célszerű, ha a bütöktalp élének a szélei ekkora elvándorlás mellett a fenéklapból kilépnek.

#### b/ A rugóméretek megállapítása

A végfeszítési erőt az 1. és a 2. képletek alapján határozzuk meg.

A rugóoldalra redukált tömeg:

$$m = 0,0424 + 0,0479 \left(\frac{37}{60}\right)^2 + \frac{1,35 \cdot 10^{-5}}{0,060^2} = 0,0644 \text{ kp} \cdot \text{m}^{-1} \text{ sec}^2$$

A legnagyobb lassulás a lököttalpoldalon:  $20 \cdot \omega^2$ , így a rugóoldalon:

$$b_{\max} = 20 \cdot 126^2 \cdot \frac{60}{37} = 515000 \text{ mm/s}^2 = 515 \text{ mm/s}^{-2}$$

Igy a lassulásból adódó maximális rugóterhelés a végfeszítésnél:

$$b \cdot m = 515 \cdot 0,0644 = 33 \text{ kp.}$$

A szívóhatásból adódó terhelés:

$$P_{sz} = 0,25 \cdot 5,5^2 \cdot l = 23,8 \text{ kp.}$$

Igy az 1. képlet szerint szükséges végfeszítési erő:

$$P_{\text{végf}} \geq 1,3(33 + 23,8) = 74 \text{ kp vagyük } \underline{80 \text{ kp-ra.}}$$

A rugóméreteket a rendelkezésre álló hely alapján próbálgatásokkal úgy állapítjuk meg, hogy a végfeszítési terhelés  $5000 \text{ kp/cm}^2$  alatt maradjon. Az így talált értékek:

$$D = 3,6 \text{ cm}; d = 0,6 \text{ cm}; i = 6,5 \text{ menet. } d/D = 0,167, \text{ így } \psi = 1,24.$$

Ezzel

$$\tau_{\text{végf}} = 1,24 \frac{8 \cdot 80 \cdot 3,6}{\pi \cdot 0,6^3} = 4220 \text{ kp/cm}^2 \text{ megfelel.}$$

A rugóállandó:

$$c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot i \cdot D^3} = 44,2 \text{ kp/cm}$$

Mivel a szelepszög  $8,076 \cdot \frac{60}{37} = 13,1 \text{ mm} = 1,31 \text{ cm}$ , így a rugó leterhelése az előfeszítésig:

$$P = 1,31 \cdot 44,2 = 53,2 \text{ kp}$$

Ebből a rugó sztatikus lengő terhelése:

$$\tau_{\text{stat}} = 1,24 \frac{8 \cdot 53,2 \cdot 3,6}{\pi \cdot 0,6^3} = 3050 \text{ kp/cm}^2$$

Ez elég nagy érték, de a rugó lágyítását az adott elhelyezési lehetőség akadályozza.

Meg kell még vizsgálni azt, hogy a legkisebb gyorsulásnál  $f_2''(\gamma)$ -nál, van-e elég rugóerőfelesleg.

A bütökgörbe süllyedése a kérdéses pontig:

$$f_2(\gamma) = - \left( \frac{20}{3} + \frac{13,759}{6} \right) \left( 42,5 \frac{\pi}{180} \right)^2 = -4,93 \text{ mm.}$$

Ez  $4,93 \cdot \frac{60}{37} = 7,95 \text{ mm}$  csökkenést jelent, ami

$$0,7 \cdot 95 \cdot 44,2 = 35,2 \text{ kp rugóerő csökkenésnek felel meg.}$$

A lassulás ezen a ponton a rugóoldalon:

$$b_1 = -13,759 \cdot \frac{60}{37} \cdot 126^2 = 354000 \text{ mm/s}^2 = 354 \text{ m/s}^2$$

A legyőzendő tömegelő:

$$m \cdot b_1 = 354 \cdot 0,0654 = 23 \text{ kp}$$

a szívóerőszükséglet: 23,8 kp

összes erőszükséglet 46,8 kp.

A rugóerő ebben a pontban:  $80 - 35,2 = 44,8 \text{ kp}$  - mint látjuk, - kevés. Ezért ugyanezzel a rugóval meg kell a lehetőség határáig emelni a végfeszítési erőt. Adott esetben  $5000 \text{ kp/cm}^2$  terhelésig menve ez  $95 \text{ kp}$ -ra adódik. Ebben az esetben a rugó összes adatait (beleértve a  $\tau_{\text{stat}}$  értékét is) megtartva, az utóbb vizsgált pontban a rugóerő

$$P \ 2 \ 44,8 + 15 = 59,8 \text{ kp lesz, ami a}$$

$46,8 \text{ kp}$  erőszükséglet  $1,28$ -szorososa. A rugó tehát  $95 \text{ kp}$  végfeszítéssel megfelel.

A rugó önlengési frekvenciája a 13/b. képlet szerint:

$$\underline{\underline{v}} = 227000 \frac{0,6}{6,5 \cdot 3,6^2} = \underline{\underline{1615 \text{ s}^{-1}}}$$

A dinamikus lengőfeszültségek megállapításánál tekintetbejövő gerjesztő harmonikusok legalacsonyabb rendszáma:

$$k_{\text{min}} = \frac{v}{\omega} = \frac{1615}{126} = 12,8 = \underline{\underline{13}}$$

A dinamikus lengőfeszültségek megállapításához a gerjesztő amplitudók ismeretére van szükség.

### c/ A gerjesztő amplitudók meghatározása

A  $7/c_3$ . ábra szerinti gyorsulási görbe esetére a gerjesztő amplitudók nagyságát a 25. képlet adja. Adott esetben legalább a 20. harmonikusig bezárólag célszerű a gerjesztő amplitudók nagysá-

gát meghatározni. A számítást az alábbi módon - táblázatosan - a legcélravezetőbb elvégezni. A képletnek  $1/k^2$  és  $1/k^3$ -el szorzott tagjait nagyobb pontossággal - logaritmussal - kell kiszámítani, az  $1/k^4$ -el szorzott tagot elégséges logarléccel megállapítani - utóbbiak ugyanis igen kis értékek az előbbiekhöz képest.

Táblázatok a gerjesztő amplitudók számításához,  
a 25.sz. képlet alapján

k	$k^2$	$k^3$	$k^4$	$\log k^2$	$\log k^3$
13	169	2197	28560	2,22789	3,34183
14	196	2744	38420	2,29226	3,43838
15	225	3375	50625	2,35218	3,52827
16	256	4096	65536	2,40824	3,61236
17	289	4913	83520	2,46090	3,69135
18	324	5832	104980	2,51055	3,76582
19	361	6859	130320	2,55751	3,84949
20	400	8000	160000	2,60206	3,90309

k	$k,67,5^\circ$	$k,42,5^\circ$	$\log \cos(k,67,5^\circ)$	$\log \sin(k,67,5^\circ)$
13	157,5	192,5	(-) 0,96562-1	(+) 0,58284-1
14	225	235	(-) 0,84949-1	(-) 0,84949-1
15	292,5	272,5	(+) 0,58284-1	(-) 0,96562-1
16	0	320	0	-
17	67,5	2,5	(+) 0,58284-1	(+) 0,96562-1
18	135	45	(-) 0,84949-1	(+) 0,84949-1
19	202,5	87,5	(-) 0,96562-1	(-) 0,58284-1
20	270	130	-	(-) 0

A 2. és 3. oszlopban a szögértékeket  $360^\circ$ -kal, vagy annak többszörösével csökkentettük.

k	$\cos(k \cdot 67,5^\circ)$ = p	$\cos(k \cdot 42,5^\circ)$ = r	p-r	r-l
13	-0,924	-0,976	+0,052	-1,976
14	-0,707	-0,574	-0,133	-1,574
15	+0,383	+0,044	+0,339	-0,956
16	+1,000	+0,766	+0,234	-0,234
17	+0,383	+0,999	-0,616	-0,001
18	-0,707	+0,707	-1,414	-0,293
19	-0,924	+0,044	-0,968	-0,956
20	0	-0,643	+0,643	-1,643

$$v_0 = -1,2; \log v_0 = 0,07918; \log a_1 = 1,49947;$$

$$\log(a_2 + b_2) = 1,52607;$$

k	$\log \frac{v_0 \cdot p}{k^2}$	$v_0 \cdot p/k^2$ = $u_1$	$\log \frac{a_1 \sin(R \cdot 67,5^\circ)}{k^3}$ = $\log u_2$
13	0,81691-3	+0,00656	0,74048-3
14	0,63641-3	+0,00433	0,91058-3
15	0,30984-3	-0,00204	0,93682-3
16	-	0	-
17	0,20112-3	-0,00159	0,77374-3
18	0,41812-3	+0,00262	0,58314-3
19	0,48729-3	+0,00307	0,24605-3
20	-	0	0,59638-3

$u_1$  értékénél figyelembe vettük azt, hogy  $v_0$  negatív.

k	$u_2$	$\log[(a_2 + b_2) \cdot \sin(k \cdot 42,5^\circ) / k^3] =$ $= \log u_3$	$u_3$
13	+0,00550	0,51958-3	-0,00331
14	-0,00814	0,00105-2	-0,01003
15	-0,00865	0,99739-3	-0,00994
16	0	0,72178-3	-0,00527
17	+0,00594	0,47170-4	+0,00030
18	+0,00383	0,60974-3	+0,00496
19	-0,00176	0,68940-3	+0,00489
20	-0,00395	0,50723-3	+0,00322

$$\frac{a_1 - a_2}{\beta} = \frac{11,584}{25} \cdot \frac{180}{\pi} = 26,6 ; \quad \frac{-b_1 + b_2}{\gamma} = \frac{6,421}{42,5} \cdot \frac{180}{\pi} = 8,65$$

$$u_4 = \frac{1}{k^4} \cdot 26,6(p-r) ; \quad u_5 = \frac{1}{k^4} \cdot 8,65(r-1)$$

Logarléccel számolt értékek:

k	$u_4$	$u_5$
13	+0,00050	-0,00060
14	-0,00009	-0,00036
15	+0,00018	-0,00016
16	+0,00010	-0,00003
17	-0,00020	0
18	-0,00036	-0,00003
19	-0,00020	-0,00006
20	-0,00011	-0,00009

A gerjesztő amplitudó a rugóoldalon a táblázati jelölésekkel:

$$A_k = \frac{60}{37} \cdot \frac{2}{\pi} (u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + u_5)$$

A fentiek alapján kiszámítva:

k	$A_k$
13	-0,00300 mm
14	+0,00224 mm
15	-0,00380 mm
16	-0,00558 mm
17	-0,00725 mm
18	+0,00415 mm
19	+0,01020 mm
20	+0,00738 mm

A  $\tau_{din}$  a 13/b. képlettel számolva:

$$\tau_{din} = 1,157 \cdot \frac{1615^2 \cdot 1,24}{b} A_k$$

A diagrammból

$$b = 2 s^{-1}, \text{ így } \tau_{din} = 1,88 \cdot 10^6 A_k$$

k	$\tau_{din}$	$2 \cdot \tau_{din} + \tau_{stat} = \tau_{lengő}$
13	565	4180
14	420	3890
15	715	4480
16	1050	5150
17	1360	5870
18	780	4610
19	1915	6880
20	1385	5660

Látjuk, hogy a teljes lengőfeszültség a 19. harmonikus hatására a legnagyobb. A német szakirodalom szerint ez még éppen hogy megengedhető érték (7000 kp/cm<sup>2</sup> alatt van). Adott esetben ezt az induló sebesség ( $v_0$ ) kb. 10%-os csökkentésével előreláthatólag mintegy 6-8%-kal csökkenthetjük, ez azonban természetesen az előzőleg számított  $a_1$  és  $b_1$  értékeket is némiképpen módosítaná. Legcélszerűbben egy megfelelő kis amplitúdóju javítógörbével módosíthatjuk a 19-ik - és ezzel kapcsolatban természetesen a 18. és 20. amplitúdó értékét

is. Ebben az esetben a 17. és még talán a 16. amplitudó - előrelátólag csak igen kis mértékben - növekedne.

A példa világosan mutatja, hogy meg kell a magasabb rendszámú harmonikusok által gerjesztett lengéseket is vizsgálni. Természetesen az esetek nagy többségében a 18.-19. és magasabbrendű harmonikusok nem lesznek a legveszélyesebbek.

Teljesség kedvéért bemutatjuk egy javítógörbe alkalmazását. Mint láttuk, a 19. harmonikusnál  $6880 \text{ kp/cm}^2$  lengőfeszültséget kapunk. Nem egészen elsőrendű minőségű rugónál ezt már nem engedhetjük meg, ezért

$$\lambda^\circ = \frac{360}{19} = 18,95 \approx \underline{19^\circ}$$

periódusu javítógörbét alkalmazunk. A fél nyitási szög  $65^\circ$ , így három teljes hullámot építhetünk fel.

A 19. gerjesztő amplitudója a rugóoldalon  $0,01020 \text{ mm}$  volt, ezt kb. 20%-kal óhajtjuk csökkenteni. A további számításokat a rugóoldalra vonatkoztatva végezzük, egyszerűség kedvéért. Természetesen a javítógörbe emelkedését (és gyorsulását) a lökőtalpoldalra át kell számítani.

A javítógörbe szükséges "a" gyorsulását (lásd 9. ábrát) a 26. képlettel számíthatjuk ki, ha  $A_k = -0,002 \text{ mm}$ ,  $k = 19$  és  $\lambda^\circ = 19^\circ$  értékeket helyettesítjük be.

Fenti adatokkal a 26. képlet 3 hullámra:

$$\begin{aligned} -0,002 = & \frac{-2 \cdot a}{\pi \cdot 6859} \left[ 2 \cdot \sin 90,25^\circ - 2 \cdot \sin 270,75^\circ + \right. \\ & + 2 \cdot \sin 451,25^\circ - 2 \cdot \sin 631,75^\circ + 2 \cdot \sin 812,25^\circ - \\ & \left. - 2 \cdot \sin 992,75^\circ + \sin 1083^\circ \right] \end{aligned}$$

(Az  $A_{k.\text{jav}}$  előjele negatív, mert az előzők szerint számított  $A_{19} = 0,01020 \text{ mm}$ ) A sinus értékeket kiszámítva:

$$\begin{aligned} -0,002 = & -\frac{2 \cdot a}{\pi \cdot 6859} \left[ 2 + 2 + 2 + 1,998 + 1,998 + 1,984 + 0,866 \right] = \\ & = -\frac{2 \cdot a}{\pi \cdot 6859} \cdot 12,846 \end{aligned}$$

Ebből:

$$a = \sqrt{\frac{0,002 \cdot 71 \cdot 6859}{2 \cdot 12,846}} = 1,87 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-2}$$

Ezt felkerekítjük 2-re, egyrészt, mert a lökötalp oldalon így a gyorsulás (lassulás) javító értéke csak  $2 \cdot 37/60 = 1,235 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-2}$  bizonyára elég kis érték ahhoz, hogy a rugó szempontjából ne legyenek aggályaink, másrészt a javítás nagyobb lesz és a számítás egyszerűbb.

Megint legcélszerűbb az előbbiekhöz hasonló táblázatokat alkalmazni a javítógörbe gerjesztő amplitúdóinak a 26. képlet szerinti számításánál:

A  $19/4 = 4,75^{\circ}$ -ot  $v$ -vel jelölve:

k	v	3.v	5.v	7.v	9.v	11.v	12.v
13	61,75	185,25	308,75	432,25	555,75	679,25	741,00
14	66,50	199,50	332,50	465,50	598,50	731,50	798,00
15	71,25	213,75	356,25	498,75	641,25	783,75	855,00
16	76,00	228,00	380,00	532,00	684,00	836,00	912,00
17	80,75	242,25	403,75	565,25	726,75	888,25	969,00
18	85,50	256,50	427,50	598,50	769,50	940,50	1026,00
19	90,25	270,75	451,25	631,75	812,25	992,75	1083,00
20	95,00	285,00	475,00	665,00	855,00	1045,00	1140,00

k	sin v	sin 3.v	sin 5.v	sin 7.v	sin 9.v	sin 11.v	sin 12.v
13	+0,881	-0,092	-0,780	+0,952	-0,271	-0,653	+0,355
14	+0,917	-0,334	-0,462	+0,964	-0,853	+0,199	+0,978
15	+0,947	-0,557	-0,065	+0,659	-0,981	+0,897	+0,707
16	+0,970	-0,743	+0,342	+0,139	-0,588	+0,899	-0,208
17	+0,987	-0,885	+0,692	-0,427	+0,118	+0,237	-0,358
18	+0,997	-0,972	+0,924	-0,853	+0,760	-0,649	-0,809
19	+1,000	-1,000	+1,000	-0,999	+0,999	-0,992	+0,052
20	+0,996	-0,966	+0,906	-0,819	+0,707	-0,574	+0,866

Ha  $(-2 \cdot \sin v - 2 \cdot \sin 3v + 2 \cdot \sin 5v \dots - 2 \cdot \sin 11v + \sin 12v)$  összeget  $u$ -val jelöljük, akkor (az alanti táblázat szorzás-osztási műveleteit logarléccel végezve,) kapjuk:

$k$	$u$	$k^3$	$\frac{2 \cdot a \cdot u}{\pi \cdot k^3}$	$A_k^*$	$\tau_{\text{din}}^*$	$\tau_{\text{lengő}}^*$
13	+0,398	2197	+0,00024	-0,00276	520	4090
14	+1,476	2744	+0,00068	+0,00292	548	4150
15	+1,488	3375	+0,00056	-0,00324	610	4270
16	-0,650	4096	-0,00021	-0,00579	1090	5230
17	-5,386	4913	-0,00140	-0,00865	1630	6310
18	-6,904	5832	-0,00151	+0,00264	495	4040
19	-12,032	6859	-0,00224	+0,00796	1500	6050
20	-10,802	8000	-0,00173	+0,00565	1065	4180

A 4. oszlop  $-2 \cdot a \cdot u / \pi \cdot k^3$  -- tartalmazza a javítógörbe megfelelő ( $k$ -ik) harmonikusainak amplitúdóit, az  $A_k^*$  a gerjesztő amplitúdókat a javítás figyelembevételével, a  $\tau_{\text{din}}^*$  és a  $\tau_{\text{lengő}}^*$  az ebből számított javított dinamikus, illetve lengőfeszültségeket ( $\text{kp/cm}^2$ -ben).

Látjuk, hogy most a 17. gerjesztő adja a legnagyobb lengőfeszültséget. Ha az "a" gyorsulást valamivel kisebbre vettük volna kettőnél, elérhettük volna az adott esetben az optimumot, amikor is a 17. és 19. harmonikusnál kb.  $6200 \text{ kp/cm}^2$  volna a lengőfeszültség. Ez gyakorlatilag érdektelen.

A 27. képletcsoport alapján egyszerűen kiszámíthatók a javítógörbe emelkedései; a  $37/60$  szorzóval figyelembevéve a karáttételt, a lököttalpoldali javítóemelkedésekre kapjuk:

Mivel  $\lambda^0 = 19^0$ , így

ahol  $0 \leq \varphi^0 \leq 4,75^0$

$$\text{ott: } h = 0,5 \cdot 2 \cdot \frac{37}{60} \left(\frac{\pi}{180}\right)^2 \cdot \varphi^0{}^2$$

ahol  $4,75^0 \leq \varphi^0 \leq 14,25^0$

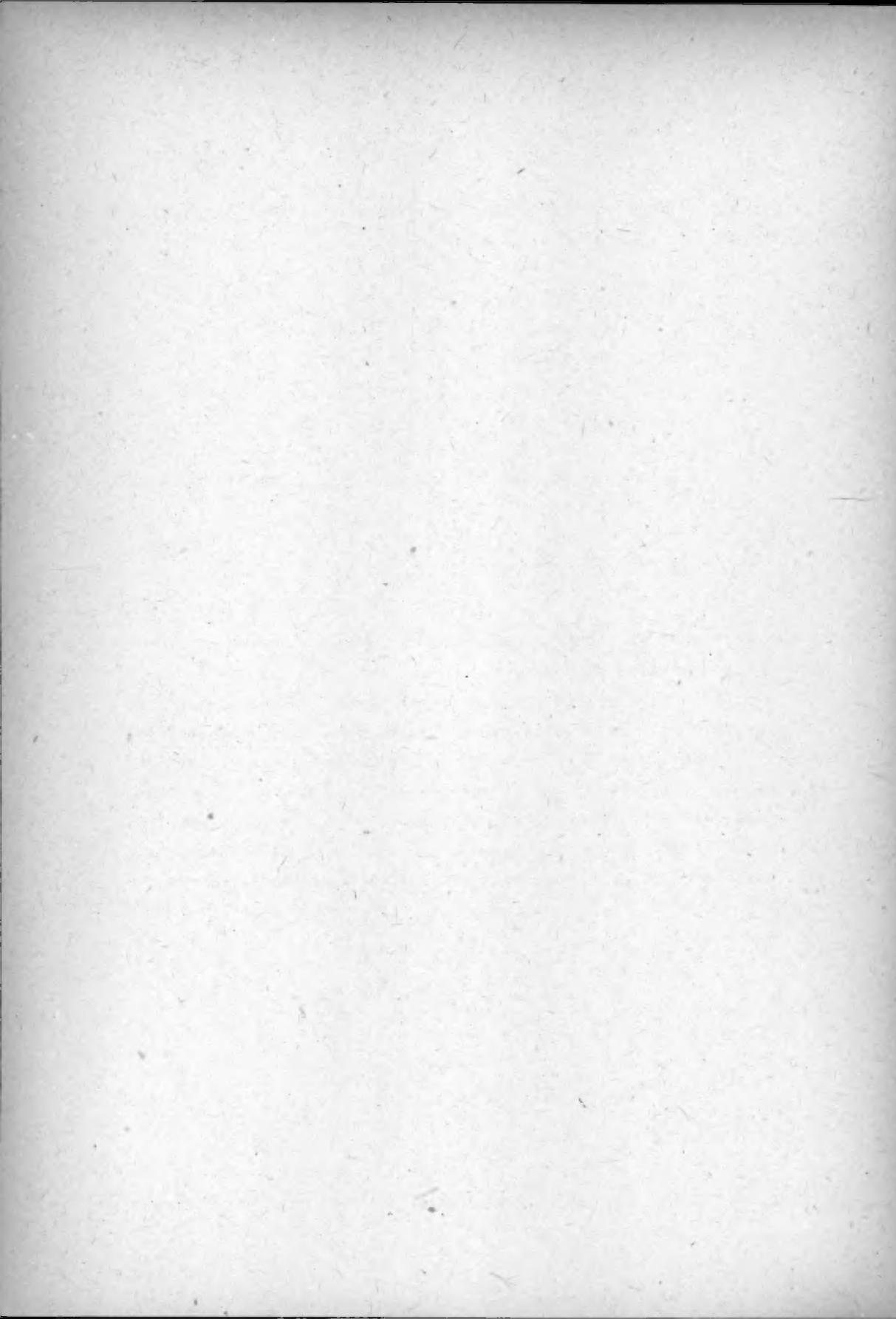
$$\text{ott: } h = 2 \cdot \frac{37}{60} \left(\frac{\pi}{180}\right)^2 \left(-\frac{\varphi^2}{2} + \frac{19 \cdot \varphi^0}{2} - \frac{19^2}{16}\right)$$

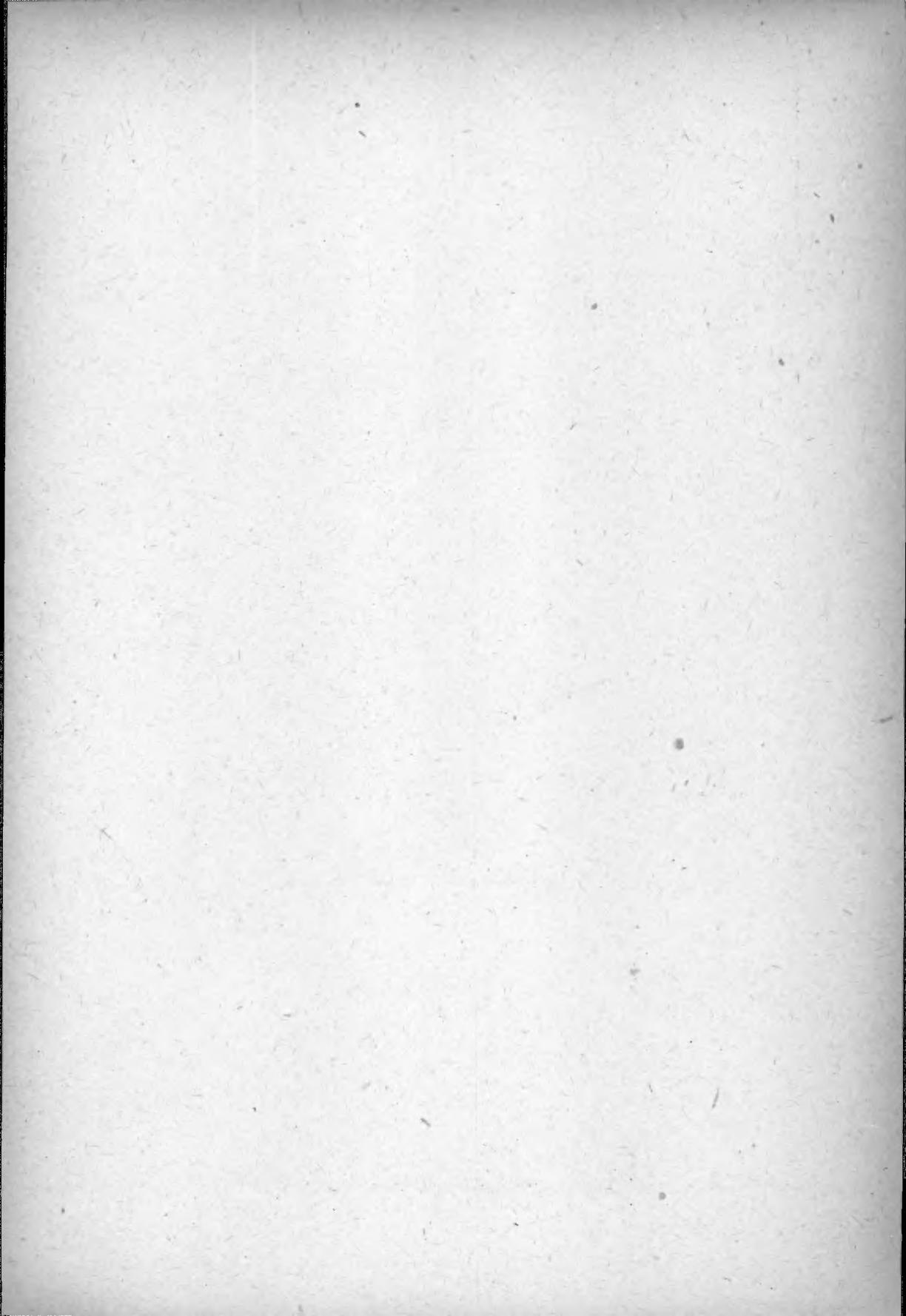
Miután a görbe  $\varphi^0 = 9,5^\circ$ -ra szimmetrikus, további képletek szükségtelenek. A fokenként számított értékek:

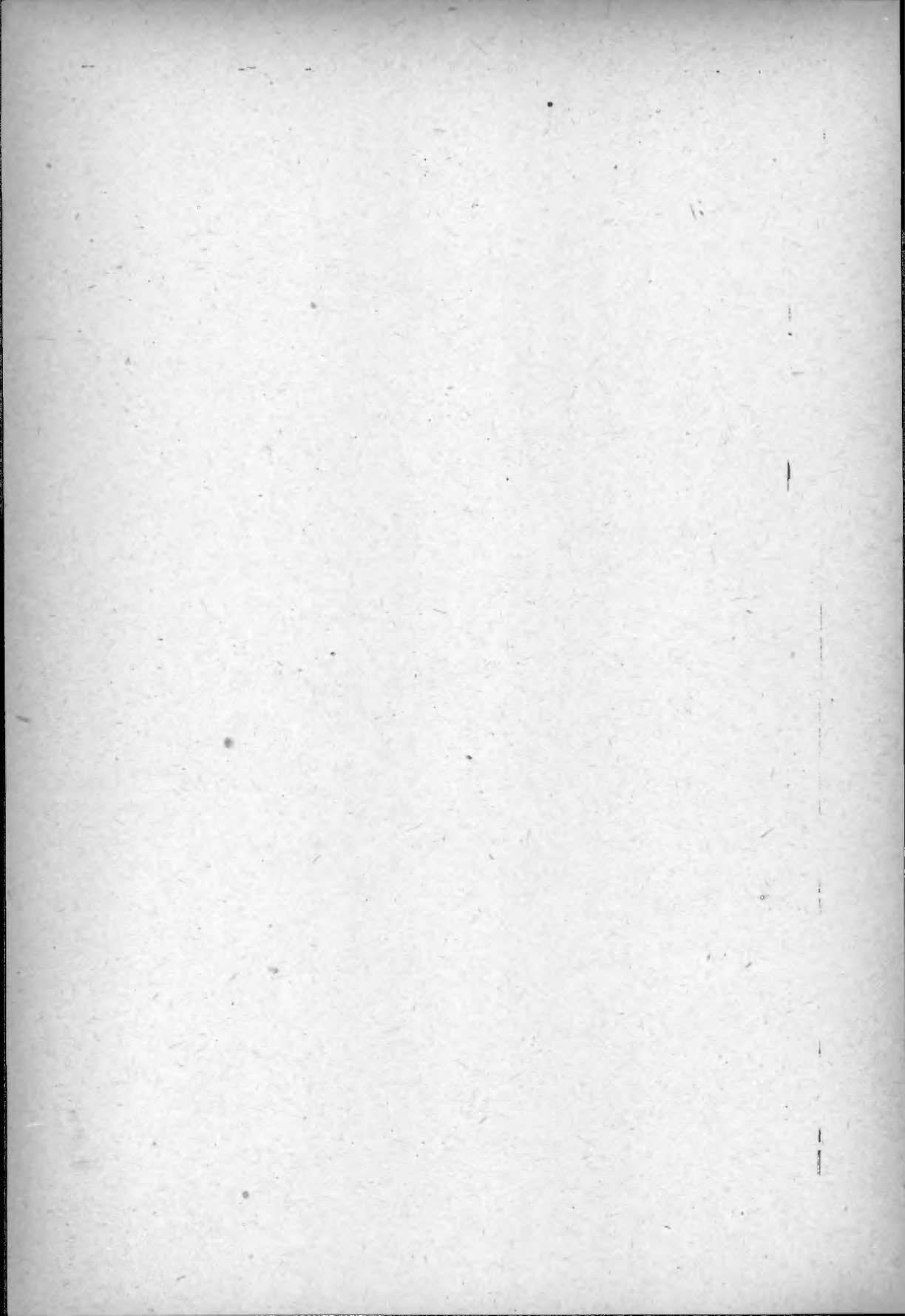
0	0,	mm	10	0,00840	mm
1	0,00018	"	11	0,00803	"
2	0,00073	"	12	0,00728	"
3	0,00165	"	13	0,00615	"
4	0,00305	"	14	0,00466	"
5	0,00466	"	15	0,00305	"
6	0,00615	"	16	0,00165	"
7	0,00728	"	17	0,00073	"
8	0,00803	"	18	0,00018	"
9	0,00840	"	19	0	"

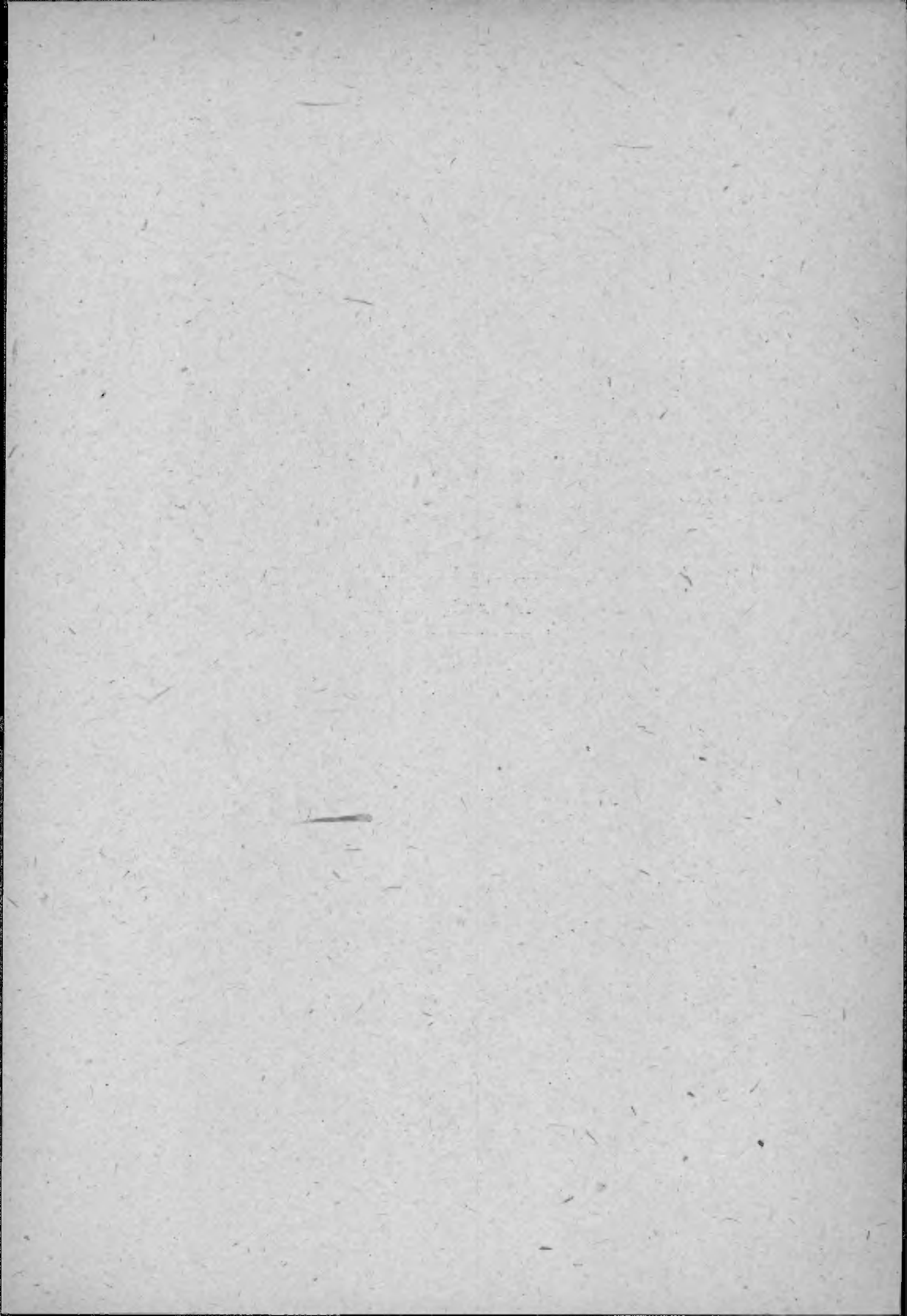
A következő periódusban ugyanezek a javítási értékek érvényesek a lököttalpelkedési görbénél.

Mint látjuk, a javítások igen kicsinyek. A lököttalpelkedési görbe koordinátáit (emelkedéseit) általában fokenként - sokszor bizonyos határok között félfokenként - szokás megadni; az emelkedések nagyságát legalább ezred mm-re, esetleg tizezred mm-re. Természetesen a megmunkálási pontosság az ezred mm-ekben már eltéréseket fog felmutatni: ennek dacára az ilyen javítások a görbe szakaszonkénti jellegére befolyással vannak és így kihatnak a gerjesztő harmonikusokra.









T. sz.: 63—12482