



BUDAPEST MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM,  
MŰSZAKI MECHANIKAI TANSZÉK

# Mechatronikai modellek és eszközök emberi egyensúlyozásban és mozgásszabályozásban

*Szerző:*  
KOVÁCS Balázs András

*Témavezető:*  
INSPERGER Tamás, DSc.

*Tézis füzet*

Pattantyús-Ábrahám Géza Gépészeti Tudományok Doktori Iskola,  
Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

April 4, 2023



# Bevezetés

Objektumok manuális mozgatása és irányítása természetes mindennapi tevékenység az ember számára. A szabályozási folyamatot az agy központi idegrendszere (CNS) működteti, azonban ez a folyamat a mai napig konferenciák és tudományos értekezések tárgya. Az emberi motoros szabályozás három fő rendszernek az összetett együttműködését igényli: (1) a külső környezet érzékelése (azaz vestibularis-, vizuális-, propioceptív rendszer); (2) a CNS által előállított motoros parancsok (azaz reakció megtervezése, stratégia kiválasztása); (3) a mozgás megvalósítása a vázizom rendszer által (azaz izomösszehúzódás). Az emberi manuális szabályozás vizsgálata általában két osztályba sorolható az irányítás tervezése és végrehajtása során. Az egyedi mozgások általában a ballisztikus típusú mozgások, amelyeknél előre meghatározott cselekvés valósul meg. Ezeket a mozgásokat érzékelési visszacsatolás nélkül hajtják végre (azaz nyitott hurok vezérlés) és meghatározott kezdő- és végponttal rendelkeznek. A kosárlabda dobás, rámutatás, vagy szemmozgások egyszerű példái lehetnek. Az összetettebb rendszerekhez általában aktív visszacsatolás is szükséges a kívánt viselkedés fenntartásához. Ez egy folyamatos mozgásáramlásban nyilvánul meg, ahol a visszacsatolás jellege miatt folyamatos szabályozás valósul meg. Egyszerű követési feladatok, autóvezetés, egyhelyben állás vagy járás jellemző példák, amelyek folyamatos szabályozást igényelnek. Bár ezek azt sugallják, hogy az emberi manuális irányítás szervo-rendszerként modellezhető, a vezérlő mozgások diszkrét mozgássorozatokként jelennek meg, nem pedig folyamatosként. Az időszakos szabályozás folyamatosan rögzíti az érzékelési információkat és diszkrét, ballisztikus mozgások sorozataként valósítja meg a mozgást. A folyamatos emberi mozgás megvalósulása diszkrét és folytonos szabályozás kombinációjának eredménye. Az emberi test mechanikai modellje több, nehezen mérhető és ezért bizonytalan elemet tartalmaz, ezért a központi idegrendszer által alkalmazott szabályozási törvény azonosítása nehéz feladat. A szakirodalomban számos szabályozási stratégia létezik, például a hagyományos arányos-differenciáló (PD) visszacsatolás, az arányos-differenciáló-gyorsulás (PDA) visszacsatolás, a

prediktor visszacsatolás (PF), az időszakos prediktor szabályozó vagy az eseményvezérelt (állapot függő) időszakos szabályozó. Az emberi mozgásszabályozást a reakcióidő késleltetése és a folyamat bizonytalanságai, például a szenzoros és a motoros szabályozás megvalósítási hibái korlátozzák. Az időkésleltetés bevezetése a visszacsatolási hurokban stabilitás veszteséhez vezethet. Ezért egy instabil rendszer stabilizálásakor a reakcióidő késleltetésnek döntő szerepe van. Az emberi alanyok reakcióideje könnyen becslhető reakcióidő tesztekkel.

Dinamikus rendszerek szempontjából az emberi beavatkozás az instabil vagy marginálisan stabil rendszerek visszacsatoló stabilizálásával egyezik meg. Egy ismeretlen feladat végrehajtásához szükség van érzékszervi információkra, valamint gyakorlásra a képességek fejlesztésnek érdekében. A gyakorlás során az ismétlések kimenetének változékonysága általában csökken, azaz a mozgáskoordinációs képesség javul. Ezeknek a mozgásszabályozási feladatoknak a megértése fontos következtetésre vezet az eltérő mozgástípusok tanítása szempontjából, például a biztonságos manőverek elvégzése közben autóvezetés során vagy finom mozgásirányításkor sebészeti beavatkozások során.

A különböző modellezési technikák és egyszerűsítések általában jelentős hatással vannak a modell stabilitására. Ezek a különbségek gyakran megjelennek különböző paraméterekben vagy a rendszer szabadságfokainak számában. A különböző modellek viselkedésének összehasonlításával következtetéseket lehet levonni a paraméterek, a szabályozási stratégia és a érzékelő rendszer minőségi tulajdonságaival kapcsolatban.

A disszertáció az emberi szabályozásra és egyensúlyozásra összpontosít

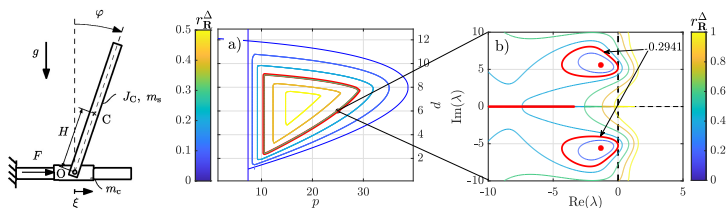


FIGURE 1: Jobbra: az inverz inga mechanikai modellje. Balra: (a) Stabilitási diagramm, a stabilitási sugarak kontúrjai alapján színezve, egy adott ingahosszra és időkésésre. (b) Pseudo-spektruma egy kiválasztott szabályozási erősítési tényező párra.

elsősorban, hogy jobban megértsük a mindennapi mozgásszabályozási feladat során alkalmazott stratégiákat. A leginkább használt mechanikai modell egy inverz inga, amelyet gyakran használnak az emberi mozgásszabályozás vizsgálatára vagy az egyhelyben állás modellezésére. Az inverz inga-kocsi rendszer is előszeretettel használt feladat, hogy tesztelje az ember kézi szabályozást. Annak érdekében, hogy a problémát feltérképezzem elméleti vizsgálatokat és méréseket végeztem, különös figyelemmel a szenzoros bizonytalanságokra és a reakcióidő késésre. A disszertáció során a hagyományos PDA és egy prediktív visszacsatolás szabályozását vizsgáltam az inga stabilizálására. Bár a szabályozó bemenet késleltetésének hatása jól ismert, a paraméter bizonytalanság hatása és korlátozó tényezői az időkésleltetésre nézve azonban további vizsgálatok igényelt.

A stabilitás elméleti vizsgálatához, valós struktúrált perturbációk elméletét alkalmaztam. A stabil paraméterek tartománya minden esetben zárt volt és egy globális maximumot lehetett meghatározni a maximális bizonytalanságokat tekintve, lásd az 1. ábrát. Ezeket a maximumokat ábrázoltam az inga hosszúsága és a szabályozási bemenet késleltetése függvényében, és elemeztem a PDA és PF szabályzók közötti különbségeket. Annak érdekében, hogy ezek a trendek az emberi manuális szabályozásban is megfigyelhetők legyenek, egy virtuális ingaegyensúlyozó alkalmazást fejlesztettem számítógépre. Összesen 51 önkéntesen végeztem több tesztet.

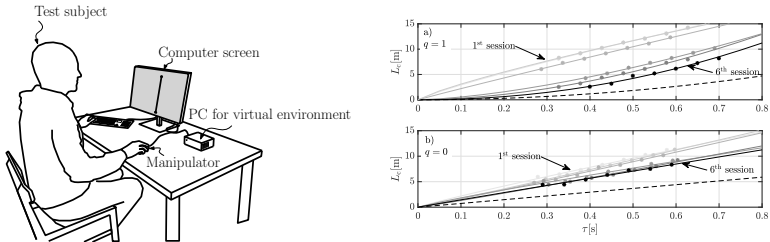


FIGURE 2: Jobbra: a virtuális egyensúlyozó rendszer illusztrációja. Balra: a kritikus ingahosszra vonatkozó mérések eredményei egy 6 alkalmas mérési sorozat alapján, kiválasztott alanyokra. Az illetett görbék vastag vonallal, míg az elméleti modell határgörbéje szaggatott vonallal lett ábrázolva.

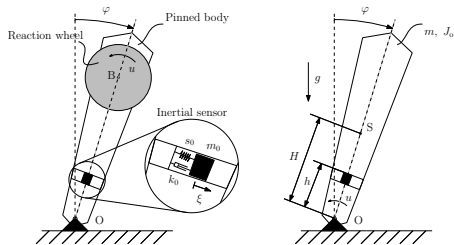


FIGURE 3: Mechanikai modell: pont körül elforgó test (inverz inga), a gyorsulásmérő és a reakció tárcsa.

A mérési sorozatok reakcióidő tesztet is tartalmaztak, ami után az egyensúlyzás során mesterséges bemeneti késleltetést alkalmaztam a stabilizálhatósági határ feltérképezése érdekében, hasonlóan a korábbi elméleti modellekhez, lásd a 2. ábrát. Az emberi manuális szabályozás tendenciái hasonlítottak a korábbi elméleti szabályzók tendenciáihoz.

Kutatásom másik fókuszja egy másik egyensúlyozási feladatra irányult, amelyet például emberi állás modellezésére lehet használni. Ebben az esetben a mechanikai modell egy rögzített felfüggesztésű inverz inga volt, amelyet gyorsulásmérővel láttam el a mozgásállapot méréséhez, lásd a 3. ábrát. Négy mechanikai modellt vizsgáltam meg a modell egyszerűsítései alapján. Ezen négy modellt négy különböző szabályozási stratégiával teszteltem, amelyek közül néhány tartalmazott bemeneti késleltetést és mintavételezést is. A szenzor modális paramétereinek és a forgástengelytől mért távolságának alapján az inverz inga stabilizálhatóságát meghatározhatam. Ezek alapján megfelelő szabályzó tervezhető a függőleges helyzetben történő egyensúly eléréséhez.

Kutatásom fő célja elsősorban az, hogy azonosítsam a kritikus paramétereket az emberi manuális szabályozás és egyensúlyozás területén. A paraméter bizonytalanságok robusztus keretrendszere lehetővé tette számomra egy formula felírását, amely hasznos volt a tesztszemélyek egyensúlyozási képességeinek értékeléséhez.

# Eredmények

## 3. fejezet eredményei

Egy inverz inga egyensúlyozása prediktor visszacsatolás (PF) segítségével, szabályozó paraméterekben vett bizonytalanságok esetén az alábbi egyenletekkel jellemezhető:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t - \tau) \\ u(t) &= \mathbf{K}_1 \left( e^{\mathbf{A}\tilde{\tau}} \mathbf{x}(t) + \int_{-\tilde{\tau}}^0 e^{-\mathbf{A}s} \mathbf{B}u(t + s) ds \right) + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}(t).\end{aligned}$$

ahol

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_1 = [p + \delta p, d + \delta d], \quad \mathbf{K}_2 = [0, a + \delta a],$$

$b > 0$  a rendszer paraméter,  $(p, d, a)$  és  $(\delta p, \delta d, \delta a)$  a szabályozó erősítési tényezők és a hozzátartozó statikus bizonytalanságok,  $\tau$  a szabályozó időkéstelletése és  $\tilde{\tau}$  a belső modell időkésésre vett becslése. Abban az esetben, ha  $\tilde{\tau} = 0$  a szabályozó egy tradicionális arányos-differenciáló-gyorsulás (PDA) visszacsatolásra vezethető vissza. A modell robusztus stabilitási vizsgálata alapján az alábbi két állítás fogalmazható meg.

### 1. Tézis

*Az inga abban az esetben egyensúlyozható, ha a hossza nagyobb, mint a kritikus ingahossz*

$$L_{\text{krit}} = c(\mathbf{\Delta}, \tilde{\tau})\tau^2,$$

ahol  $c(\mathbf{\Delta}, \tilde{\tau})$  a regressziós együttható, ami függ a paraméter bizonytalanságok struktúrájától  $\mathbf{\Delta} = [\delta a/\varepsilon_a, \delta d/\varepsilon_d, \delta p/\varepsilon_p]^T$  és  $\varepsilon_p, \varepsilon_d, \varepsilon_a$  a megfelelő súlyok.

Késleltetett arányos-differenciáló (PD) visszacsatolással vagy prediktor visszacsatolással (PF) szabályozott inverz inga esetén a kritikus ingahossz, érzékenyebb a késleltetés változására, mint az erősítési tényezők változására. PD visszacsatolás esetén,  $\tau = 200\text{ms}$ -os időkéssel (emberi reakcióidő), 25% relatív növekmény az időkésésben 56.25%-os változást jelent a kritikus ingahosszban, míg ugyanez a relatív változás a szabályozó paraméterekben 18.7%-os változást jelent az ingahosszban. PF visszacsatolás esetén,  $\tau = 200\text{ms}$ -os időkéssel és 10%-os belső időkésés becslés mellett, 25%-os relatív növekmény a szabályozó paraméterekben 10.7%-os változást eredményez az ingahosszban, míg időkésésben a változás megegyezik a PD esettel.

## 2. Tézis

*Egy inverz inga késleltetett PD szabályozása során a szabályozó érzékenysége az időkésés változására nézve háromszor nagyobb, mint az erősítési tényezők változására nézve. PF szabályozó esetén az érzékenység az időkésés változására nézve ötször nagyobb, mint az erősítési tényezők változására nézve. A PF visszacsatolás hatásosabbnak bizonyult a PD-hez képest, ha az időkésés  $\tau < 500\text{ms}$  és a szabályozó paraméterek bizonytalanságának mértéke  $r_{\mathbb{R}}^{\Delta} < 0.8$ , olyan értelemben, hogy a kritikus ingahossz PF esetén kisebb, mint a fele a PD visszacsatolással kapott kritikus ingahossznak.*

**Kapcsolódó publikációk:** [1, 2]

## 4. fejezet eredményei

Aktív szabályozást igénylő mozgáskoordinációs feladatok esetén, az emberi mozgásszabályozást elsősorban a reakcióidő, másodsorban a szabályozási bizonytalanságok nehezítik. Az előző fejeztben szereplő eredményeket felhasználva és a fejlesztett virtuális rendszer segítségével két csoporton végeztem tesztek, annak érdekében, hogy összehasonlítható legyen egy elméleti PD szabályozóval. Két főbb állítás fogalmazt meg az ember mozgásszabályozás közben alkalmazott stratégiáját illetően, a mérési eredmények alapján. 27 emberen végzett virtuális ingaegyensúlyozási feladat mérési eredményei alapján az alábbi állítás fogalmazható meg.

### 3. Tézis

*Hozzáadott időkéssel elvégzett szisztematikus virtuális ingaegyensúlyozási mérés során, az  $L_{\text{krit}}$  kritikus hossz (legrövidebb inga hossza, amit az alany még képes egyensúlyozni) és a szabályozási kör teljes  $\tau$  időkéseése közötti kapcsolat jól jellemezhető az  $L_{\text{krit}} = c\tau^2$  összefüggéssel (átlagos determinációs együttható  $R^2 = 0.82$ ). A  $c$  regressziós együttható a szenzoros és motoros bizonytalanságokkal szembeni robosztusságot írja le. A mérési eredményeket összerendelve az elméleti modellel, a szögpozíció érzékelésére a megengedett bizonytalanság átlagosan 14.1%, míg a sebesség visszacsatolásra a megengedett bizonytalanság átlagosan 40.3%*

24 emberen végzett virtuális ingaegyensúlyozási feladat mérésekor, hozzáadott időkéssel, az alanyok két csoportra lettek bontva úgy, hogy az 1. csoport másodrendű, míg a 2. csoport elsőrendű dinamikai modellel rendelkező ingát szabályozott. A  $\tau$  reakcióidő és az  $L_{\text{krit}}$  kritikus hossz közötti kapcsolat jól jellemezhető az  $L_{\text{krit}} = c\tau^\kappa$  összefüggéssel, ahol  $c$  regressziós együttható. Elméleti PD visszacsatolás modellje alapján a kitevő elsőrendű dinamika esetén  $\kappa = 1$ , míg másodrendű dinamika esetén  $\kappa = 2$ . A mérések megkezdésekor mindkét csoport esetén megfigyelhető, hogy az illesztett kitevő  $\kappa \approx 1$ . Az illesztett kitevő az 1. csoport esetén 1.5-höz konvergált, míg a 2. csoport esetén  $\kappa \approx 1$  volt a 6 mérési sorozat alatt. A mérési sorozat után elvégzett 7. mérési alkalommal, ahol a feladat az ellenkező volt mint, amin tanultak, az illesztett kitevő mindkét csoport esetén  $\kappa \approx 1$ .

#### 4. Tézis

*Sorozatban alvással megerősített 6+1 alkalommal végzett mérések alapján megfigyelhető, hogy aki a másodrendű dinamikán gyakorol, jobb fejlődést mutat az elsőrendű dinamikán gyakorló vizsgálati alanyokhoz képest a kritikus ingahosszakat tekintve. A 7. alkalommal végzett mérés során a másodrendű dinamikán gyakorló vizsgálati alanyok, jobb eredményt érnek el az elsőrendű dinamikán gyakorló alanyokhoz képest. Azok esetén, akik az elsőrendű dinamikán gyakoroltak, a komplexebb másodrendű dinamikával végzett vizsgálat azt mutatta, a szabályozási stratégia tanulása újra szükségessé vált. Ez a megfigyelés azt sugallja, hogy az emberi mozgásszabályozási stratégia eredményesen alkalmazkodik az elsőrendű dinamikához, míg a másodrendű dinamikához több gyakorlás szükséges.*

**Kapcsolódó publikációk:** [3, 4, 2, 5]

## 5. fejezet eredményei

Vegyünk egy inverz ingát, ami egy fix pont körül egyensúlyozható egy reakció-tárcsa segítségével. A matematikai modell az alábbi formában írható fel

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}(t) - b\dot{\varphi}(t) + \gamma \left( h(\epsilon\ddot{\varphi}(t) + \dot{\varphi}(t)) + \epsilon\ddot{\xi}(t) - \dot{\xi}(t) \right) &= \frac{1}{J_o} u(t), \\ \ddot{\xi}(t) + 2D_0\alpha_0\dot{\xi}(t) + \alpha_0^2\xi(t) &= g(\varphi(t) - \epsilon\ddot{\varphi}(t)), \\ u(t) &= -k_p\xi(t - \tau) - k_d\dot{\xi}(t - \tau), \end{aligned}$$

ahol  $b = \frac{gHm}{J_o}$  a rendszer paraméter,  $\gamma = \frac{m_0g}{J_o}$ ,  $\epsilon = \frac{h}{g}$  a szenzor magasságához tartozó paraméter,  $\alpha_0 = \sqrt{\frac{s_0}{m_0}}$  a szenzor sajátfrekvenciája,  $D_0 = \frac{k_0}{2\sqrt{s_0m_0}}$  a szenzor relatív csillapítási tényezője,  $k_p$ ,  $k_d$  a szabályozási erősítési tényezők,  $\tau$  a folytonos időkéscés a zárt szabályozási körben és  $J_o$ ,  $H$ ,  $m$ ,  $s_0$ ,  $m_0$ ,  $k_0$ ,  $h$  az egyensúlyozott tárgy fizikai paraméterei. A modell stabilitás vizsgálata alapján az alábbi állítás fogalmazható meg.

### 5. Tézis

*Stabil egyensúlyozás akkor és csak akkor érhető el, ha a gyorsulásmérő távolsága a rögzítési ponttól kisebb, mint a kritikus távolság*

$$h_{\text{krit}} = \frac{2D_0}{\alpha_0\tau} \frac{J_o}{Hm}.$$

*Abban az esetben, ha digitális mintavételezést alkalmazunk a szabályozóban, a kritikus távolság nagyobb lesz, azonban a mintavételezési frekvencia növelésével közelít a folytonos rendszer esetén kapott értékhez.*

**Kapcsolódó publikációk:** [6]



# Bibliography

- [1] B.A. Kovacs and T. Insperger. “Kritikus paraméterek vizsgálata inga egyensúlyozása esetén”. In: *XIII. Magyar Mechanikai Konferencia (MAMEK)*. 2019.
- [2] B.A. Kovacs and T. Insperger. “Critical parameters for the robust stabilization of the inverted pendulum with reaction delay: State feedback versus predictor feedback”. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* (2021), pp. 1–13. DOI: [10.1002/rnc.5649](https://doi.org/10.1002/rnc.5649).
- [3] B.A. Kovacs, J. Milton, and T. Insperger. “Virtual stick balancing: sensorimotor uncertainties related to angular displacement and velocity”. In: *Journal of the Royal Society Open Science* 6.11 (2019), p. 191006. DOI: [10.1098/rsos.191006](https://doi.org/10.1098/rsos.191006).
- [4] B.A. Kovacs and T. Insperger. “Comparison of pixel-based position input and direct acceleration input for virtual stick balancing tests”. In: *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering* 64.2 (2020), pp. 120–127.
- [5] B. A. Kovacs and T. Insperger. “Virtual stick balancing: skill development in Newtonian and Aristotelian dynamics”. In: *Journal of the Royal Society Interface* 19.188 (2022). DOI: [10.1098/rsif.2021.0854](https://doi.org/10.1098/rsif.2021.0854).
- [6] B. A. Kovacs and T. Insperger. “Retarded, neutral and advanced differential equation models for balancing using an accelerometer”. In: *International Journal of Dynamics and Control* 6.2 (2017), pp. 694–706. DOI: [10.1007/s40435-017-0331-9](https://doi.org/10.1007/s40435-017-0331-9).