Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Nukleáris Technikai Intézet

A neutrontranszport-egyenlet SP_3 közelítésén alapuló és végeselem-módszert alkalmazó reaktorfizikai kódrendszer fejlesztése

Ph.D. tézisfüzet

Babcsány Boglárka

Témavezetők: Dr. Kis Dániel Péter és Dr. Fehér Sándor

Budapest
2021

A kutatás előzményei, motivációja

A biztonságos, megbízható és gazdaságos atomreaktor-üzemeltetés elengedhetetlen feltétele a reaktor aktív zónájának pontos reaktorfizikai leírása. A zónaszámítások egyik fő célja a zóna reaktivitásának és teljesítményeloszlásának meghatározása, melyek alapul szolgálnak a teljesítmény-egyenlőtlenségek meghatározásához, a hőtechnikai korlátok betartásának folyamatos ellenőrzéséhez, az optimális töltettervezéshez, továbbá a reaktivitáskompenzálás és -szabályozás feladatainak ellátásához. Atomreaktorok reaktorfizikai jellemzésére a napjainkban is leginkább alkalmazott determinisztikus neutrontranszport-közelítés a diffúziós közelítés. A diffúziós módszeren alapuló reaktorfizikai kódok azonban csak korlátozottan alkalmasak irreguláris geometriai és anyagi konfigurációk, legfőképpen a nagy fluxusgradienseket eredményező szabályozókazetták/-rudak, zónahatárok, reflektorrégiók környezetének leírására. Az új generációs atomreaktorok és üzemanyagok mind geometriai, mind anyagi összetétel szempontjából egyre összetettebbek, ami kihívást jelent a diffúziós közelítésen alapuló zónaelemzési eszközök számára, és egyre inkább szükségessé teszik magasabb rendű transzportközelítésen alapuló zónaszámító kódok fejlesztését.

A Paksi Atomerőműben online és offline zónamonitorozásra és zónaszámításokra egyaránt a C-PORCA reaktorfizikai kódot alkalmazzák, mely a HELIOS kóddal két energiacsoportra meghatározott, parametrizált csoportállandókat felhasználva háromdimenziós diffúziós számítások elvégzését teszi lehetővé [1]. A Paksi Atomerőmű Reaktorfizikai Osztálya a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetével szoros együttműködésben a C-PORCA kód magasabb rendű transzportközelítést kezelni képes megoldási algoritmussal való továbbfejlesztését tűzte ki célul. A továbbfejlesztést motiválta továbbá, hogy az újonnan létesíteni tervezett, VVER-1200 típusú reaktorokkal szerelt Paks II-es blokkok zónái neutronfizikailag összetettebbek lesznek a jelenleg működő paksi blokkok zónáinál. A szögfüggő fluxus szögfüggésének gömbharmonikus függvényekkel való kifejtésén alapuló ún. SP_N módszer [2–4] alkalmazása célszerű választás volt, hiszen az SP_N egyenletek a többcsoport diffúzió-elméletben adódó másodrendű parciális differenciálegyenletekkel megegyező alakúak, egyszerűbbé téve ezáltal a Paksi Atomerőműben alkalmazott, hatékonyan párhuzamosított és gyors, kétcsoport diffúziós megoldási algoritmus továbbfejlesztését.

Célkitűzések

Bár az SP_N módszer elméletének és alkalmazásának átfogó irodalma van [5], néhány részterülete a C-PORCA kód továbbfejlesztése során történő alkalmazásának megkezdése előtt további kutatást és fejlesztést igényelt. A legtöbb már létező SP_N módszert alkalmazó program diffúziós megoldó algoritmusok integrált továbbfejlesztéseként jött létre feltételezve a neutronenergia-csoportok közötti szórás izotrópiáját [6–8]. Egyes esetekben a diffúziós számításokhoz használt parametrizált csoportállandó-adatbázis magasabb rendű anizotrop szórási mátrixelemekkel történő kiegészítésének elkerülése érdekében pedig a diffúziós együtthatóban közvetve figyelembe vett lineárisan anizotrop szóráson kívüli magasabb rendű anizotrop szórást teljes mértékben elhanyagolták [9]. Az így kapott, tovább egyszerűsített SP_N módszer azonban az elméletileg elvártakhoz képest nem tudott egyértelműen pontosabb eredményeket szolgáltatni a finomhangolt diffúziós közelítéssel kapottakhoz képest.

Doktori kutatásom fő célja egy, a diffúziósnál magasabb rendű transzportközelítési eljárás, az SP_3 módszer atomerőművi zónaszámításokra való alkalmazhatóságának vizsgálata volt, továbbá olyan végeselem-módszeren alapuló numerikus megoldási eljárás fejlesztése, amely hatékonyan alkalmazható VVER zónák SP_3 módszerrel történő vizsgálatára. Tekintettel arra, hogy célom a jelenleg alkalmazott, finomhangolt diffúziós eljárásokhoz képest egy pontosabb zónaszámítási módszer kidolgozása volt, az általam kidolgozott szemi-analitikus és numerikus megoldási módszerek, illetve implementált algoritmusok a további egyszerűsítések elkerülésének köszönhetően mind képesek az SP_3 közelítésen belül a neutronenergia-csoportok közötti és csoportokon belül szórási azinotrópiát akár harmadrendig is kezelni. Doktori kutatásomat a Paksi Atomerőmű Reaktorfizikai Osztályával szoros együttműködésben folytattam, egyik fő feladatom így az volt, hogy a Paksi Atomerőműben jelenleg alkalmazott diffúziós reaktorfizikai számítási rendszert az SP_3 módszer alkalmazására továbbfejlesszem, és a fejlesztett számítási eljárást teszteljem azzal a céllal, hogy a jövőben a teljes aktív zóna minél pontosabb reaktorfizikai leírására lehetőség nyíljon elfogadható gépidőigény mellett. A C-PORCA program SP_3 modulját – átfogó verifikációt és validációt követően – a Paksi Atomerőmű blokkjainak töltetellenőrzésére tervezik majd alkalmazni.

Vizsgálati módszerek

Numerikus megoldási eljárások verifikációja céljából megbízható referenciamegoldásokra van szükség. Ellentétben a diffúziós közelítéssel, melyhez kiterjedt analitikus és numerikus verifikációs célú referenciamegoldások állnak rendelkezésre, az SP_3 megoldók matematikai verifikációjára alkalmazható referenciamegoldások száma csekély, továbbá olyan referenciamegoldások,

melyekben harmadrendű szórási anizotrópiát is figyelembe vesznek, egyáltalán nem álltak rendelkezésre. Ezt a hiányosságot kiküszöbölendő, az értekezésem első részében levezettem az egycsoport SP_3 egyenletek szemi-analitikus megoldását homogén hasáb, henger és gömb geometriák esetében, figyelembe véve a szórás anizotrópiáját harmadrendig bezárólag. Egy, a vonatkozó irodalomban elérhető izotrop szórást feltételező, Capilla által kidolgozott tesztproblémát [10] sikeresen reprodukáltam a javasolt szemi-analitikus megoldási eljárás segítségével.

Az értekezésem második felében az SP_3 egyenletek numerikus megoldására folytonos Galerkin végeselem-módszert alkalmaztam, biztosítva, hogy a neutronenergia-csoportokon belül és azok között továbbra is lehetőség nyíljon akár harmadrendű szórási anizotrópia figyelembevételére. A folytonos Galerkin végeselem-módszer alkalmazásával célom az volt, hogy tetszőleges, akár irreguláris zónaelrendezést is vizsgálni lehessen. Ugyanez tette lehetővé azt is, hogy nagy felbontású végeselem-hálók alkalmazásával nodális SP_3 egyenleteket megoldó eljárások matematikai verifikációjának céljából megbízható referenciaeredményeket számítsak. A kidolgozott megoldási algoritmust az általam fejlesztett SPNDYN kód egy moduljaként implementáltam. A geometriai modellek felépítéséhez és hálózásához a Gmsh nyílt forráskódú modellezőprogramot használtam. A folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló SP_3 egyenleteket megoldó algoritmust az általam javasolt szemi-analitikus referenciamegoldások és a vonatkozó irodalomban rendelkezésre álló matematikai benchmarkok segítségével verifikáltam, illetve részletes SP_3 referenciamegoldásokat adtam a két- és háromdimenziós VVER-440 Seidel [11] és a három-dimenziós VVER-1000 Schulz benchmarkokra [12]. Makai négycsoport VVER-1000 diffúziós benchmarkproblémáját [13] szintén kiterjesztettem többcsoport SP_3 számítások verifikációjának céljából.

Az SPNDYN kód folytonos Galerkin végeselem-módszert alkalmazó modulját használva részt vettem a BME Oktatóreaktorának átfogó numerikus vizsgálatát célzó benchmarkszámítás-sorozatban, melyen belül nem csak számítási eredmények összehasonlítására, de számított és mért eredmények összevetésére is lehetőségem nyílt. Amellett, hogy bemutattam azt, hogy az SPNDYN kódban rendelkezésre álló diffúziós közelítésen alapuló és folytonos Galerkin végeselem-módszert alkalmazó modul a PARCS kóddal [14] számított, rendelkezésemre álló diffúziós eredményekkel közel megegyező eredményeket ad, megállapítottam, hogy ha csak lineárisan anizotrop szórást veszek figyelembe az SPNDYN kód folytonos Galerkin végeselem-módszert alkalmazó SP_3 moduljával történő számítások során, akkor a diffúziós közelítéssel kapott eredményekkel kapok közel azonos értékeket, míg teljes harmadrendű szórási anizotrópiával az SP_3 eredmények a rendelkezésemre álló referencia S_{10} PARTISN [15] számításokhoz esnek közelebb. Ezen eredmények alátámasztják, hogy a neutronenergia-csoportokon belül és azok közötti magasabb rendű szórási anizotrópia figyelembevétele az SP_3 egyenletek alkalmazásában nagyobb transzportkorrekciós potenciállal rendelkezik. A mért eredményekkel való összevetésről általánosan elmondható, hogy jó egyezéseket kaptam, ugyanakkor

kiemelendő, hogy mint a PARTISN, úgy a neutronenergia-csoportokon belül és azok közötti magasabb rendű szórási anizotrópia figyelembevételével végzett SPNDYN SP_3 számítások is jelentősen felülbecsülték a BME Oktatóreaktorának mért reaktivitástartalékát, melyet potenciálisan a csoportállandók generálására használt Serpent 2 [16] Monte-Carlo-neutrontranszportkód által alkalmazott azon egyszerűsített megközelítés okozhat, miszerint a magasabb rendű anizotrop szórási mátrixokat a megfelelő fluxusmomentumok helyett a skalárfluxussal súlyozva számítja. Ennek hatása nagyobb méretű termikus reaktorok esetében kevésbé érzékelhető, ugyanakkor – a tapasztaltak szerint – kisméretű, nagy kiszökésű termikus reaktorok, illetve a vonatkozó szakirodalomban leírtak szerint gyorsreaktorok esetében is jelentősen torzíthatják a kapott eredményeket [17].

Bár az SPNDYN kód folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló SP_3 moduljával tetszőleges geometriai elrendezés vizsgálható, így az felhasználható lehet multifizikai kutatás-fejlesztési és innovációs alkalmazások során, a radiális és axiális irányban is megkövetelt közel azonos hálósűrűség szükségessége miatt atomerőművi felhasználásra nem optimális. A Paksi Atomerőmben alkalmazott C-PORCA program olyan hibrid megoldási algoritmust használ a diffúziós egyenletek megoldására, ami radiális irányban végeselem-módszeren, axiális irányban analitikus megoldáson alapul, mely irányok a radiális és axiális kiszökési tagok révén kapcsolódnak egymáshoz. Ezzel az eljárással lehetővé válik, hogy axiális irányban ritkább hálózást, vagyis nagyobb nóduszméreteket alkalmazzunk, hiszen az axiális fluxuseloszlás a radiálishoz képest lassabban változó függvény. Ezáltal ipari felhasználás szempontjából optimálisabb numerikus eljárást kapunk, mint a folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló megoldás. Az értekezésem további részében bemutatom a C-PORCA programban alkalmazott hibrid végeselem-algoritmusnak az SP_3 egyenletek numerikus megoldására történő továbbfejlesztését, melyet aztán mind az SPNDYN, mind pedig a C-PORCA programok egy-egy külön moduljaként implementáltam, majd referencia SP_3 számítások eredményeinek felhasználásával átfogóan verifikáltam. Az SP_3 számítások pontosságának további javítása céljából a hibrid végeselem-módszeren alapuló megoldás tekintetében lehetővé tettem fluxusugrás-faktorok figyelembevételét is.

Végezetül csoportállandó, referencia transzporteredmény, továbbá kazettaszintű számításokhoz szükséges fluxusugrás-faktorok meghatározásának céljából kétdimenziós VVER-440 és VVER-1000 benchmarkproblémákat [18, 19] számítottam a Serpent 2 Monte-Carlo-neutrontranszportkóddal, és az így kapott csoportállandók és fluxusugrás-faktorok felhasználásával kazettaszintű diffúziós és SP_3 számításokat végeztem az SPNDYN hibrid végeselem-módszeren alapuló moduljával. A diffúziós, SP_3 és Serpent 2 referenciaeredményeket összevetettem, valamint az SP_3 számítások esetében vizsgáltam a magasabb rendű szórási anizotrópia figyelembevételének hatását is a számított eredmények pontosságára.

Új tudományos eredmények

Az SP_3 közelítés alkalmazásának területén a doktori kutatásom során elért új tudományos eredményeim az alábbi tézispontokban foglalhatók össze.

1. Szemi-analitikus megoldást adtam az egycsoport SP_3 egyenletekre homogén hasáb, henger és gömb geometriák esetében, figyelembe véve a szórás anizotrópiáját harmadrendig bezárólag. Ezzel kibővítettem a rendelkezésre álló analitikus SP_3 egyenletmegoldások körét két- és háromdimenziós esetekre, illetve magasabb rendű szórási anizotrópia kezelésére. Megmutattam, hogy a javasolt szemi-analitikus megoldási eljárással Capilla izotróp szórást feltételező, egydimenziós P_3 tesztproblémája reprodukálható, továbbá demonstráltam az általam közölt szemi-analitikus megoldások verifikációs célú alkalmazását két, az SP_3 egyenletek megoldására fejlesztett numerikus eljáráson. [P1]

2. Kidolgoztam a többcsoport SP_3 egyenletek folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló numerikus megoldási eljárását a neutronenergia-csoportokon belüli és azok közötti, legfeljebb harmadrendű szórási anizotrópia figyelembevételével. A kidolgozott, tetszőleges reaktorgeometriát és strukturálatlan hálózást is kezelni képes végeselem-módszert alkalmazó numerikus eljárást az általam fejlesztett SPNDYN reaktorfizikai kód egy moduljaként implementáltam, és a megoldási eljárást szemi-analitikus és numerikus benchmarkproblémák segítségével sikeresen verifikáltam. Nodális SP_3 kódverifikációs célokra alkalmazható SP_3 referenciaeredményeket közöltem ismert diffúziós VVER benchmarkproblémákra, amelyeket az SPNDYN kód folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló SP_3 modulja segítségével és nagy felbontású hálók alkalmazásával állítottam elő. [P3], [P7], [P8]

3. A BME Oktatóreaktorára vonatkozó, számítási eredmények összehasonlítását és azoknak mérési eredményekkel történő összevetését célzó benchmark keretein belül validációs célú SP_3 számításokat végeztem az SPNDYN folytonos Galerkin végeselem-módszeren alapuló modulja segítségével. A reaktivitástartalék, a szabályozórudak és üzemanyag-, illetve grafitkazetták reaktivitás-értékességei vonatkozásában kapott számítási eredményeket rendelkezésre álló mérési, illetve PARCS diffúziós és PARTISN S_{10} számítási eredményekhez hasonlítva bemutattam, hogy kisméretű termikus reaktorban lineáris szórási anizotrópia feltételezésével kapott SP_3 eredmények közel azonosak a diffúziós közelítéssel kapott eredményekkel, míg a neutronenergia-csoportokon belüli és azok közötti harmadrendű szórási anizotrópia figyelembevételével kapott SP_3 eredmények magasabb rendű, S_{10} transzportszámítások eredményeihez mérhető pontossággal rendelkeznek. [P4]

4. Kifejlesztettem az SP_3 egyenletek új, hibrid végeselem-módszeren alapuló nodális megoldási eljárását a neutronenergia-csoportokon belüli és azok közötti, legfeljebb harmadrendű szórási anizotrópia figyelembevételével. Az eljárást implementáltam az általam fejlesztett SPNDYN kód, illetve a Paksi Atomerőmű Reaktorfizikai Osztályán belül fejlesztett C-PORCA kód egy-egy további moduljaként. Különböző benchmarkszámítások eredményei alapján javaslatot tettem a hibrid végeselem-módszeren alapuló megoldási eljárásban radiálisan másodrendű Lagrange háromszögelemek, axiálisan másodrendű polinomiális forrásillesztés, illetve 10 cm-nél kisebb axiális nóduszok alkalmazására VVER zónaszámítások esetében, és ezáltal bizonyítottam, hogy a hálózás tekintetében SP_3 számításokra is hasonlóan érvényesek a diffúziós közelítés alkalmazásakor tehető megfontolások. [P2], [P5], [P6]

5. Eljárást dolgoztam ki radiális fluxusugrás-faktorok SP_3 egyenletek hibrid végeselem-módszeren alapuló nodális megoldása során történő figyelembevételére. A levezetett parciális árammomentumok diszkontinuitási egyenleteit a hibrid végeselem-módszeren alapuló numerikus megoldási algoritmusba implementáltam, és a kidolgozott eljárást VVER-440 és VVER-1000 reaktorok zónaszámítására vonatkozó benchmarkproblémák segítségével verifikáltam. Az eredményeket referencia Monte-Carlo-transzportszámítások eredményeihez hasonlítva megmutattam, hogy fluxusugrás-faktorokkal végzett SP_3 számításokkal a kapott effektív sokszorozási tényezők és teljesítményeloszlások pontosságát javítani lehet másodrendű szórási anizotrópia figyelembevételével, ugyanakkor a harmadrendű szórási anizotrópia figyelembevétele már nem hoz észrevehető javulást. [P2], [P5], [P9]

Tudományos közlemények listája

Folyóiratcikkek

[P1] B. Babcsány, D. P. Kis, "Semi-analytical methods for SP_3 equations solver verification including third-order scattering anisotropy," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 148, 107671, 2020.

[P2] B. Babcsány, I. Pós, D. P. Kis, "Hybrid finite-element-based numerical solution of the multi-group SP_3 equations and its application on hexagonal reactor problems," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 155, 108148, 2021.

[P3] B. Babcsány, T. Bartók, D. P. Kis, "Finite element solution of the time-dependent SP_3 equations using an implicit integration scheme," *Kerntechnik*, vol. 85(4), pp. 292-300, 2020.

[P4] A. Sz. Ványi, B. Babcsány, Z. I. Böröczki, A. Horváth, M. Hursin, M. Szieberth, Sz. Czifrus, "Steady-state neutronic measurements and comprehensive numerical analysis for the BME Training Reactor," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 155, 108144, 2021.

[P5] B. Babcsány, I. Pós, D. P. Kis, "Hybrid finite-element-based numerical solution of the SP_3 equations – Part II. SP_3 solution of two- and three-dimensional VVER reactor problems," *Annals of Nuclear Energy* (a bírálat folyamatban van)

Konferenciakiadványokban megjelent cikkek és konferencia-előadások

[P6] B. Babcsány, S. Fehér, I. Pós and T. Parkó, "Hybrid finite element solution of the simplified P_3 equations," *Presentation at and in proceedings of the twenty-fifth Symposium of Atomic Energy Research; Balatongyörök, Hungary; 13-16 October 2015*, pp. 535–558, 2015.

[P7] B. Babcsány, S. Fehér, "Finite-element-based SP_3-solver development," *Presentation at the Atomic Energy Research Working Group C & G Meeting; Balatongyörök, Hungary; 25-26 May 2017*, 2017.

[P8] B. Babcsány, T. Bartók, D. P. Kis, "Finite element solution of the time-dependent SP_3 equations using an implicit integration scheme," *Presentation at and in proceedings of the twenty-ninth Symposium of Atomic Energy Research; Energoland, Mochovce NPP, Slovakia; 14-18 October 2019*, pp. 331-346, 2019.

[P9] B. Babcsány, I. Pós, "SP_3 solution of the full-core VVER-440 RK3+ and VVER-1000 benchmarks using Serpent group constants and discontinuity factors," *Presentation at the Atomic Energy Research Working Group A & B Meeting; Online; 15 June 2021*, 2021.

Kutatási jelentések

[P10] S. Fehér, B. Babcsány, "A HELIOS - C-PORCA kódrendszer továbbfejlesztése irreguláris geometriai konfigurációk reaktorfizikai számítására alkalmas modullal, III. rész, A kifejlesztett SP_3 eljárás tesztelése és ellenőrzése," Kutatási jelentés, BME-NTI-706/2014, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2014.

[P11] B. Babcsány, S. Fehér, "A C-PORCA programba integrált SP_3-eljárás számítási pontosságának javítását célzó kutatás végzése az anizotrop neutronszórás figyelembevételével," Kutatási jelentés, BME-NTI-826/2017, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2017.

[P12] B. Babcsány, M. G. Halász, "A C-PORCA programot kiegészítő SP_3-eljárás pontosságnövelési lehetőségeinek vizsgálata," Kutatási jelentés, BME-NTI-864/2018, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2018.

[P13] B. Babcsány, "A VVER-440 zóna 2D modellezése SP_3 módszerrel," Kutatási jelentés, BME-NTI-908/2019, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2019.

Hivatkozások

[1] I. Pós, Z. Kálya, T. Parkó, and S. Patai Szabó, „New models in VERONA 7.0 system," *Kerntechnik*, vol. 81, pp. 380–386, 2016.

[2] E. M. Gelbard, „Application of spherical harmonics method to reactor problems," Technical Report WAPD-BT-20, Bettis Atomic Power Laboratory, United States, 1960.

[3] E. M. Gelbard, „Simplified spherical harmonics equations and their use in shielding problems," Technical Report WAPD-T-1182, Bettis Atomic Power Laboratory, United States, February 1961.

[4] E. M. Gelbard, „Application of the simplified spherical harmonics equations in spherical geometry," Technical Report WAPD-TM-294, Bettis Atomic Power Laboratory, United States, April 1962.

[5] R. G. McClarren, „Theoretical aspects of the simplified P_N equations," *Transport Theory and Statistical Physics*, vol. 39, no. 2-4, pp. 73–109, 2010.

[6] C. Beckert and U. Grundmann, „Development and verification of a nodal approach for solving the multigroup SP_3 equations," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 35, no. 1, pp. 75 – 86, 2008.

[7] T. J. Downar, Y. Xu, and V. Seker, „PARCS v3.0 – U.S. NRC core neutronics simulator; Theory Manual – Theory manual for the PARCS kinetics core simulator module," Technical Report, University of Michigan, United States, December 2009.

[8] A. Hébert, „Mixed-dual implementations of the simplified P_N method," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 37, no. 4, pp. 498 – 511, 2010.

[9] S. Duerigen, „Neutron transport in hexagonal reactor cores modeled by trigonal-geometry diffusion and simplified P_3 nodal methods.," PhD Dissertation, Karlsruhe Institute of Technology, 2013.

[10] M. Capilla, C. Talavera, D. Ginestar, and G. Verdú, „A nodal collocation method for the calculation of the lambda modes of the P_L equations," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 32, no. 17, pp. 1825 – 1853, 2005.

[11] H. W. F. Seidel, W. Mai and U. Grundmann, „2D and 3D diffusion calculations for the VVER-440 core model," in *13th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety*, (Curtea de Agres, Romania), October 1984.

[12] G. Schulz, „Solution of a 3D VVER-1000 benchmark," in *6th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety*, (Kirkkonummi, Finland), 23-26 September 1996.

[13] M. Makai, „Response matrix of symmetric nodes," *Nuclear Science and Engineering*, vol. 86, no. 3, pp. 302–314, 1984.

[14] T. J. Downar, D. A. Barber, R. M. Miller, *et al.*, „PARCS: Purdue Advanced Reactor Core Simulator," *Conference on Advances in Reactor Physics - Linking Research, Industry, and Education (PHYSOR 2002); Seoul, Republic of Korea; 7-10 October 2002*, 2002.

[15] R. Alcouffe, R. Baker, J. Dahl, S. Turner, and R. Ward, „PARTISN: A Time-Dependent, Parallel Neutral Particle Transport Code System," Technical Report LA-UR-08-07258, Los Alamos National Laboratory, 2008.

[16] J. Leppänen, M. Pusa, T. Viitanen, V. Valtavirta, and T. Kaltiaisenaho, „The Serpent Monte Carlo code: Status, development and applications in 2013," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 82, pp. 142 – 150, 2015.

[17] L. Cai, *Condensation and homogenization of cross sections for the deterministic transport codes with Monte Carlo method : Application to the GEN IV fast neutron reactors.* PhD thesis, Université Paris-Sud, 2014.

[18] P. Mikoláš, J. Vimpel, and J. Závorka, „Full-core VVER-440 RK3+ calculation benchmark," in *28th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety*, (Olomouc, Czech Republic), 8-12 October 2018.

[19] V. Krýsl, P. Mikoláš, D. Sprinzl, and J. Švarný, „Proposal of Full-Core VVER-1000 calculation benchmark," in *26th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety*, (Helsinki, Finland), 10-14 October 2016.

A kapcsolódó értekezésben megjelenő kutatások az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott TKP2020 Nemzeti Kihívások Alprogram támogatásával, a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal által kibocsátott támogatói okirat alapján valósultak meg (projekt azonosító: TKP2020 BME-NKA).