



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építőmérnöki Kar

Hidak és Szerkezetek Tanszék

A belebegés hatása hidak merevítőtartójának elmozdulásaira turbulens szélben

PhD értekezés

Hunyadi Mátyás

okl. építőmérnök

programozó matematikus

Tudományos vezető:

Dr. Hegedűs István

Prof. Emeritus

a műszaki tudomány doktora

Budapest, 2012.

Köszönetnyilvánítás

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a „Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen” c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az Új Széchenyi Terv TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

Ezúton szeretném megköszönni

- Dr. Hegedűs Istvánnak, témavezetőmnek a kitartó segítségnyújtását és iránymutatását,
 - Dr. Dunai László és Dr. Farkas György tanszékvezetőknek támogatásukat,
 - Dr. Kovács Imrének tartalmas szakmai tanácsait,
 - Dr. Kiss Ritának lelkes hozzászólásait,
 - a CÉH Tervező, Beruházó és Fejlesztő Zrt.-nek a Megyeri híd szélcsatorna vizsgálati jelentésének rendelkezésemre bocsátását,
 - kollégáimnak és barátaimnak bátorító szavaikat,
 - feleségemnek, három gyermekemnek és szüleimnek határtalan türelmét
- amellyel mind hozzásegítettek a disszertáció elkészültéhez.

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke	iv
Jelölések	vi
1. Bevezetés	1
1.1. Szélmérnöki alapfogalmak	1
1.2. A belebegésvizsgálat rövid történeti áttekintése	2
1.3. A kutatás célkitűzése	3
2. A szélstruktúra és dinamikus hatása a szerkezetekre	5
2.1. A szélstruktúra	6
2.1.1. Modellezési alapok	7
2.1.2. Az átlagsebesség	8
2.1.3. A szélökések	9
2.1.4. A koherencia	11
2.2. A szerkezeteket érő szélökés-teher	13
2.2.1. A statikus szélnyomás és szélteher	13
2.2.2. Az örvényességből számított szélökés-teher	14
2.2.3. A helyettesítő kvázi-statikus szélteher és az Eurocode	16
2.2.4. Széltörténet generálása	17
2.3. A szerkezeti válasz	19
2.3.1. A szerkezeti válasz spektrális analízise	20
2.3.2. A szerkezeti válasz időbeli analízise	21
3. A hidakat terhelő aeroelasztikus hatások	23
3.1. A belebegés lineáris modellje	24
3.1.1. Az instacioner öngerjesztett erők	25
3.1.2. A kvázistacioner öngerjesztett erők	26
3.1.3. A belebegési derivatívumok és az erőtényezők közötti kapcsolat	29
3.2. A belebegési derivatívumok meghatározása	30
3.2.1. A szabad lengés módszere	31
3.2.2. A kényszermozgás módszere	32
3.2.3. A derivatívumok közelítése	34
3.3. A szerkezeti válasz spektrális meghatározása	36
3.3.1. A belebegés vizsgálata frekvenciatérben	37
3.3.2. A komplex sajátérték feladat	38
3.3.3. A multimodális és háromszabadságfokú belebegés	40

3.4. A belebegés hatásának spektrális vizsgálata	41
4. A belebegéssel kapcsolatos saját vizsgálataim	43
4.1. A derivatívumok hibáinak elemzése	43
4.1.1. A két forgatási szabadságfokú modell	44
4.1.2. A modell tökéletlenségének a belebegési sebességre kifejtett hatása .	47
4.2. A belebegés kapcsolata a divergenciával és a torziós belebegéssel	49
4.3. Az unimodális felírás	51
4.3.1. A pillanatnyi forgáspont	56
4.4. A szerkezeti válasz sebességtérben	57
4.4.1. A belebegés kritériuma	59
4.4.2. A csillapítás és a fáziskülönbség kapcsolata	61
4.5. A belebegési puhaság	62
4.6. Alkalmazás: az M43 autópálya Tisza-hídja	66
4.7. Összefoglalás	70
5. A széllökés-terhek és az öngerjesztett erők együttes figyelembevétele	71
5.1. A széltörtének generálása	72
5.2. Az instacioner öngerjesztett erők időbeli leírása	74
5.2.1. A racionális függvényes közelítés alkalmazása	75
5.3. Az állapotegyenlet és megoldása	76
5.4. A belebegés kritériuma	77
5.5. Az öngerjesztett erők figyelembevételének szorzótényezője	79
5.5.1. A szórásnégyzet-hányados képletének illesztése	82
5.6. Következtetések	84
6. Tudományos eredmények	85
6.1. Új tudományos eredmények	85
6.1.1. 1. tézis	85
6.1.2. 2. tézis	86
6.1.3. 3. tézis	86
6.2. A folyamatban lévő kutatások megállapításai	87
6.3. A kutatás fejlesztési irányai	88
A. A belebegési puhaság képlete	89
Irodalomjegyzék	91
Saját publikációk a témában	95
Tárgymutató	96

Ábrák jegyzéke

2.1.	Az átlagos szélesség profilja három eltérő terep esetén (Žurański, 1986)	8
2.2.	Merevítőtartó koordináta-rendszere a szélteher számításához	14
2.3.	A szélesség TSF-e és az alsó, ill. felső vágási frekvencia és a hozzájuk tartozó periódusidő	18
3.1.	Öngerjesztett erők és koordináta-rendszerük	26
3.2.	Szélerők repüléstani koordináta-rendszerben	27
3.3.	Belebegési sebesség számítása csillapított és csillapítatlan esetre	39
4.1.	Két forgatási szabadságfokú modell	45
4.2.	$\frac{\Delta H_i^*(\lambda)}{H_i^*}$ relatív hibái az η külpontosság és λ tökéletlenség függvényében . . .	47
4.3.	$\frac{\Delta A_i^*(\lambda)}{A_i^*}$ relatív hibái az η külpontosság és λ tökéletlenség függvényében . . .	47
4.4.	A „hagyományos” emelkedő-elcsavarodó és a két forgatásos modell belebegési sebességében keletkező hiba a modell tökéletlenségéből	48
4.5.	Torziós mozgás késése a függőleges eltolódáshoz képest	51
4.6.	Fáziskésés és -sietés	52
4.7.	Pillanatnyi forgástengely	57
4.8.	Az öngerjesztett erők hatására kialakuló mozgás frekvenciája és csillapítása a szélesség függvényében az Megyeri-híd adatai alapján	60
4.9.	A ζ_α torziós és ζ_h hajlítási csillapítás hatása külön-külön a belebegési sebességre	60
4.10.	A csillapítási dekrementum és a fáziskülönbség függvényei az U szélesség függvényében	62
4.11.	Síklap csillapítás-sebesség diagramja különböző csavarási tehetetlenségeknél	63
4.12.	Belebegési puhaság	65
4.13.	M43 ap. Tisza-híd merevítőtartójának nyílásközépi keresztmetszete	66
4.14.	M43 ap. Tisza-híd merevítőtartójának 1:100 léptékű részlet-modellje a robotkaron	67
4.15.	Erőtényezők $U = 10,15$ és 20 m/s áramlási sebességek esetén	67
4.16.	M43 ap. Tisza-híd belebegési derivatívumai $\alpha = 0$ állásszögnél	68
4.17.	Belebegési derivatívumok közötti összefüggések vizsgálata	69
4.18.	M43 ap. Tisza-híd derivatívumai közötti hasonlóság	69
5.1.	Egy generált sebességtörténet és a hozzá tartozó teljesítmény-sűrűségfüggvény	73

5.2. Egy elmozdulásjel és a vizsgált időtartam hosszára számított szórása alapján definiált belebegés. a) eset: a szórás az időtartammal arányosan növekszik, akkor a belebegés bekövetkezett ($U > U_F$), b) eset: a szórás az időtartam növekedésével csökken, úgy a belebegés még nem következett be ($U < U_F$).	78
5.3. Mozgások öngerjesztett mátrixokkal és anélkül számított szórásnégyzetének aránya a frekvenciatérbeli számítással	80
5.4. A stacioner öngerjesztett erők többlethatása a szellőket-terheken felül . . .	81
5.5. Az elcsavarodás szórásnégyzet-hányadosának számított értékei és görbeillesztése	83

Jelölések

A disszertációban használt fontosabb jelölések és rövidítések alábbi listájában ()-ben szerepel a jellel kapcsolatos egyenlet sorszám, valamint annak oldalszáma.

Latin betűk

A_i^*	csavarónyomaték belebegési derivatívum	(3.1)	25. old.
\mathbf{B}	szerkezet méretek mátrixa	(2.19)	16. old.
B	keresztmetszet szélessége	(2.15)	14. old.
b	keresztmetszet félszélessége	(2.15)	14. old.
\mathbb{C}	komplex számtest		
\mathbf{C}	csillapítási mátrix	(2.24)	20. old.
coh	térbeli koherencia függvény	(2.12)	12. old.
\mathbf{C}_0	modális csillapítási mátrix	(2.26)	20. old.
\mathbf{C}_b	erőtényezők mátrixa	(2.19)	16. old.
C_D	ellenállástényező	(2.15)	13. old.
C_L	felhajtóerő-tényező	(2.15)	13. old.
C_M	csavaró erő-tényező	(2.15)	13. old.
\mathbf{C}_{se}	aerodinamikus csillapítási mátrix	(3.12)	29. old.
C_D	ellenálláserő	(2.15)	13. old.
D_{se}	öngerjesztett ellenálláserő	(3.1)	25. old.
\mathcal{F}	Fourier transzformált	(2.9)	11. old.
f	$\in \mathbb{R}$ (kétoldali) frekvencia	(2.9)	11. old.
\mathbf{H}	spektrális átviteli függvény	(2.26)	20. old.
H_i^*	emelőerő belebegési derivatívum	(3.1)	25. old.
i	képzetes egység ($i = \sqrt{-1}$)		
i	látszólagos beesési szög	(3.3)	27. old.
\Im	komplex szám képzetes része		
\mathbf{K}	merevségi mátrix	(2.24)	20. old.
K	redukált (kör-)frekvencia	(3.1)	26. old.
\mathbf{K}_0	modális merevségi mátrix	(2.26)	20. old.
\mathbf{K}_{se}	aerodinamikus merevségi mátrix	(3.11)	29. old.
C_D	felhajtóerő	(2.15)	13. old.
$L_{u,x}$	örvénylési hossz	(2.5)	10. old.
L_{se}	öngerjesztett felhajtóerő	(3.1)	25. old.
\mathbf{M}	tömegmátrix	(2.24)	20. old.
C_D	nyomaték	(2.15)	13. old.
\mathbf{M}_0	modális tömegmátrix	(2.26)	20. old.
M_{se}	öngerjesztett csavarónyomaték	(3.1)	25. old.
n	≥ 0 (egyoldali) frekvencia		

P_i^*	ellenállás belebegési derivatívum	(3.1)	25. old.
\bar{q}	statikus torlónyomás	(2.14)	13. old.
\hat{q}	totális torlónyomás	(2.13)	13. old.
q	turbulens torlónyomás	(2.14)	13. old.
\mathbf{q}_b	modális lüktető szélteher TSF-e	(2.25)	20. old.
\mathbb{R}	valós számtest		
$R_{\nu,v}$	keresztkovarianca függvény	(2.8)	11. old.
r_α	tehetetlenségi relatív sugár	(3.27a)	38. old.
\Re	komplex szám valós része		
Re	Reynolds szám		6. old.
S_u	egyoldali teljesítmény-sűrűségfüggvény	(2.6)	10. old.
S_{u_1,u_2}	térbeli TSF	(2.11)	12. old.
\mathbf{S}_η	módusok TSF-e	(2.25)	20. old.
\mathbf{U}	turbulens szélesebbesség mátrixa	(2.19)	16. old.
u_*	súrlódási sebesség	(2.1)	8. old.
U	átlagszélesebbesség z magasságban	(2.1)	8. old.
U_{red}	redukált sebesség	(3.2)	26. old.
\mathbf{y}	elmozdulásvektor	(2.24)	20. old.
z	terepszint feletti magasság		
z_0	érdességi hossz	(2.1)	8. old.
Görög betűk			
δ	csillapítási logaritmikus dekrementum	(4.39)	58. old.
ϵ	sajátfrekvenciák aránya	(3.27b)	39. old.
ϵ_F	belebegési frekvencia aránya	(3.28)	39. old.
μ	relatív tömeg	(3.27c)	39. old.
$\nu = u, v, w$	a szélingadozás három komponense		
σ_ν	ν jel szórása	(2.3)	9. old.
$v = u, v, w$	a szélingadozás három komponense		
ω	körfrekvencia	(2.10)	11. old.
ζ_h, ζ_α	csillapítási arány	(3.27d)	39. old.
Rövidítések			
KTSM	kereszt-teljesítmény-sűrűségfüggvény		10. old.
KTSM ...	kereszt-teljesítmény-mátrix		19. old.
POD	ortogonális felbontás		18. old.
RFA	racionális függvényes közelítés		75. old.
SZF	szabadságfok		
TSF	teljesítmény-sűrűségfüggvény		10. old.
Jelölések			
$()_b$	turbulencia okozta hatás (<i>buffeting</i>)		
$()_{se}$	öngerjesztett (<i>self-excited</i>)		
$()$	idő szerinti derivált		
$()$	átlagérték		
$()^T$	mátrix transzponált		
x	skalár változó		
\mathbf{x}	vektor		
\mathbf{X}	mátrix		

1. fejezet

Bevezetés

1.1. Szélmérnöki alapfogalmak

A dolgozat témájának tárgyalását alapvetően az építőmérnöki ismeretanyagra alapozom, ezért a kutatásom célkitűzésének megfogalmazása megkívánja néhány szélmérnöki alapfogalom áttekintését.

A szélmérnöki tudományterület hivatott a légköri határréteg szele és az ember, illetve az épített környezet kölcsönhatását tárgyalni (IAWE, 2011). A szakterület felöleli a meteorológiai, az áramlástani és a szerkezetdinamikai ismereteket. Alkalmazási területe kiterjed a legkülönbébb építmények szerkezeti vizsgálatára (magas épületek, hidak, tornyok), de szorosan kapcsolódik az energia iparághoz is (szélturbinák). Közvetetten kapcsolódik a hasonló környezeti hatásoknak kitett létesítményekhez, pl. tengeri olajfúró tornyok, kikötők.

Szélnek nevezzük a Föld légkörének mozgását, a szél szerkezeteket érő hatásait aerodinamikai hatásoknak, a szerkezeteket terhelő erőket *aerodinamikai erőknek*, illetve *széltehernek*. A szél örvényessége, azaz turbulenciája következtében fellépő erők (terhek) a *széllökés-terhek*. Az *aeroelaszticitás* az aerodinamikai erők és a szerkezeti hajlékonyság kölcsönhatása, amely a szerkezet túlzott mértékű elmozdulásaihoz és tönkremeneteléhez vezethet. Ezek közül a hidak merevítőtartójának periodikus *aerodinamikai stabilitásvesztési* formáját *belebégésnek* nevezzük, az ezt létrehozó erőket pedig *öngerjesztett erőknek*.

A szélmérnökséggel kapcsolatos fogalmak közül a turbulens szél jellemzőit és a szerkezetekre kifejtett hatásának vizsgálatát a 2. fejezetben, a hidakat érő aeroelasztikus hatásokat a 3. fejezetben ismertetem.

1.2. A belebegésvizsgálat rövid történeti áttekintése

Az aeroelasztikus jelenségek intenzív vizsgálata az I. világháborúval, a repülőgépek megjelenésével kezdődött. A két háború közötti időszakban – a repülőgépszárnyakat ideálizáló – síklapra analitikus levezetést készített Theodorsen (1935). Ekkor az aeroelasztikus jelenségekre még csak a repülőgép iparágban fordítottak figyelmet, nevezetesen a repülőgépszárnyak megfelelő alakjának felvételére, illetve az észlelt „beremegések” megértésére.

Az építőipar egészen a Tacoma Narrows híd 1940-ben bekövetkezett tönkremenetelig nem foglalkozott az aeroelasztikus hatásokkal. Pontosabban, már a híd üzemelése közben megfigyeltek nagy mértékű mozgásokat, annak ellenére, hogy a szerkezetet a megfigyelések időpontjában fellépő szélesebbnél nagyobb szélesebbre méretezték. Az észlelések vizsgálatának szakvéleménye azonban már csak a tragédia bekövetkezése után készült el (Billah és Scanlan, 1991). A híd merevítőtartójának leszakadásának okait neves szakemberek vizsgálták. A tönkremenetelt okozó hatások közül Farquharson (1949) és Bleich (1948) vizsgálatai kizárták a Kármán-féle örvényleválásokat. Ezt a mozgások frekvenciáival támasztották alá, és megmutatták, hogy a tönkremenetelt a merevítőtartó elmozdulásainak visszacsatolt hatása a szélerőkre, röviden az aeroelasztikus hatások okozták. A kialakult periodikus mozgást, jellege miatt, táncolásnak, később *belebegésnek* (*flutter*) nevezték el. A belebegési instabilitás elkerülésére a kritikus szélesebbre egymástól függetlenül Selberg (1961) és Rocard (1963) empirikus képletet adott.

A hidak merevítőtartóinak lamináris áramlásban való vizsgálatára a repülőgépszárnyakra levezetett analitikus összefüggéseket igyekeztek használni, az eltéréseket Klöppel és Thiele (1967) csökkentő szorzók bevezetésével javasolta figyelembe venni. Scanlan és Tomko (1971) a szorzók helyett a keresztmetszetre jellemző aeroelasztikus hatásokat leíró *belebegési derivatívumok* bevezetését javasolta. Kísérletekkel igazolták, hogy az aeroelasztikus hatásokat keltő öngerjesztett erők a szerkezet mozgásai és sebességei függvényében lineáris kapcsolattal jól jellemezhetők. A belebegési derivatívumok közül néhányat csak később vezettek be a jelenség teljes leírása érdekében.

Az eltelt évtizedek alatt a szakterület kutatása szerteágazott. Egyrészt a belebegés jelenségét kísérlik megérteni (Bartoli és Mannini, 2008; Nakamura, 1978), illetve az instabilitás kezelését könnyebbé tenni közelítő, egyszerűsített képletekkel. Más kutatók (Chen A., He, et al., 2002; Chen X. és Kareem, 2006) a belebegés pontosabb leírását a vizsgált szabadságfokok növelésében látják. Megint mások további módusokat kívánnak figyelembe venni (Chen X. és Kareem, 2006), esetleg még a derivatívumok további egyszerűsítése mellett is (Øiseth és Sigbjörnsson, 2011). Kísérletek folynak a nemlinearitás figyelembevételére, annak ellenére, hogy az a jelenség posztkritikus leírására lehet a leginkább alkalmas, amely hidak esetében nem feltétlenül érdekes, viszont energiatermelő berendezések kifejlesztésében rendkívül fontos, pl. Windbelt (Humdinger Wind Energy

LLC., 2011), Caracoglia (2010), FlutterMill (Tang et al., 2009).

A könnyebb kezelhetőség végett a tervezőmérnökök számára léteznek egyszerűsített képletek (Rocard, 1963; Selberg, 1961), közelítő méretezési eljárások (Klöppel és Thiele, 1967), kézikönyvek (Cremona és Foucriat, 2002; Simiu és Scanlan, 1996). Az MSZ 15021/1-86 (1986) nem ismerte a jelenséget, az érvényben lévő MSZ EN 1991-1-4:2007 (2007) már igen, de összetettsége miatt csak felhívja a figyelmet a jelenség létezésére és szakemberhez irányítja a tervezőt.

Az aeroelasztikus hatások vizsgálatával párhuzamosan fejlődött a turbulens áramlás dinamikus hatásainak modellezése. Davenport (1961, 1967) mérföldkövet rakott le a szél sztochasztikus leírásának bevezetésével, így lehetőség nyílt az aerodinamikus hatások pontosabb követésére, egyben megalapozta azok statisztikai kiértékelését. A *szélmérnök* elnevezést ezen időszakra datálják. Davenport munkásságára vezethető vissza, hogy a turbulens szél szerkezeteket érő terheit *statikus szélteherre* és *széllökés-teherre* bontva lehet vizsgálni. A turbulens áramlás dinamikai hatását az aeroelasztikus hatásoktól elkülönítve kezelték, egyrészt a számítási nehézségek miatt, másrészt a szerkezetek „kellő” tartalékai miatt. Chen X. és Kareem (2003) nemlineáris vizsgálatokkal kimutatta, hogy a turbulencia figyelmen kívül hagyása bizonyos esetekben a biztonság javára történik, máskor viszont annak kárára.

A gyakorlat az öngerjesztett erőket az aerodinamikai instabilitás elkerülésénél veszi figyelembe, vagyis azzal csak a teherbírási határállapotban foglalkozik. Azonban a hidak támaszközeinek növekedése és – többek között a szeizmikus hatások csökkentése okán – a tömegük csökkenése előtérbe hozza az öngerjesztett erők okozta elmozdulások számítását már használhatósági határállapotban is. Kovács (2005) az öngerjesztett erők elmozdulásokra vett hatását a nyomott oszlopok másodrendű hatásaival analóg módon javasolta figyelembe venni.

Az építményeket érő szélhatások témájával Kollár (2004) és Żurański (1986) magyar nyelvű szakkönyve foglalkozik. A probléma aktualitását hangsúlyozza a világszerte tervezett hidak támaszközének rohamos növekedése (Messinai-szoros), illetve új építésű hidak tervezési hiányosságai (volgográdi híd (Zagredneva, 2010)).

A hidak merevítőtartójának belebegés vizsgálatának módszereit és a témával kapcsolatos szakirodalmat a 3. fejezetben tárgyalom.

1.3. A kutatás célkitűzése

A történeti bevezetés rámutat a szakterület szerteágazó érdekességeire, az elvégzett és folyamatban lévő kutatások sokszínűségére. A mai napig aktualitása van a belebegési derivatívumok vélt, és bizonyos esetekben bizonyított redundanciájának feltárásának, amely az öngerjesztett erők számításának egyik alapkövének tisztázását jelenti. Ezzel párhuz-

mosan mutatkozik az igény a belebegés és a turbulencia együttes hatásának feltárására is, ami az eltérő osztályozású aerodinamikus hatások általánosított kezelése felé vezető irány.

Kutatásaim célkitűzése kettős. Egyrészt a derivatívumok szélcsatorna vizsgálatnál történő meghatározására egy olyan modell megalkotása, amellyel a mérési hibák csökkenthetőek, az instabilitást jellemző belebegési sebesség megbízhatósága növelhető. Másrészt az alkalmazó mérnök részére egy olyan képlet kidolgozása, amellyel becsülni lehet a belebegés többlethatását a szerkezet elmozdulásaira turbulens szélben.

Ennek megfelelően vizsgálataimat a belebegési derivatívumokat terhelő, a szélcsatorna vizsgálat „tökéletlenségeiből” keletkező hibák feltárásával kezdtem, amit a 4.1. fejezetben ismertetek. A derivatívumok redundanciája vezetett egyszabadságfokú, unimodális modell kifejlesztéséhez (4.3. fejezet), amelynek vizsgálata az elmozduláskomponensek közötti fáziskülönbség és a mozgás csillapítása közötti kapcsolatot tárta fel. A teljes csillapítás, a szerkezeti és az aerodinamikus csillapítás összege, jelentős hatással van a belebegési sebesség környezetében a szerkezeti elmozdulások mértékére. Az ennek jellemzésére, a 4.5. fejezetben bevezetett ún. belebegési puhaság fogalmának megismerése, a belebegési sebesség megkívánt mértékű megnöveléséhez szükséges beavatkozások minőségi jellemzésének igénye vezetett a 4.5. fejezetben ismertetett eredményekre. Az alkalmazó gyakorlat részéről igény mutatkozik az elmozdulások becslésére. Ennek érdekében az öngerjesztett erők turbulens áramlásban kifejtett „többlethatását” vizsgálom az 5. fejezetben. A megfogalmazott célok eléréséhez elegendő kétszabadságfokú, függőleges tengelyre szimmetrikus keresztmetszeti modellen vizsgálódnai.

A kutatásaim során elért új tudományos eredményeimet a 6.1. fejezetben foglaltam össze. A vizsgálataim egy része még folyamatban van, az azokban feltárt eredmények és megállapított összefüggéseket a 6.2. fejezetben ismertetem.

2. fejezet

A szélstruktúra és dinamikus hatása a szerkezetekre

A tartószerkezeteinket érő szélhatások meghatározásához szükséges a szélstruktúra, a különböző szélhatások és az azokra adott szerkezeti válasz megismerése. Bizonyos szélhatások alapvetően másképpen fejtik ki hatásukat a szerkezetekre, mint mások. Ennek megfelelően a szerkezeti válasz meghatározására más és más eljárások állnak rendelkezésre. Ezért a részletes vizsgálatok megkezdése előtt fontos a szélhatások osztályba sorolását számba venni.

Minden, szabad térben létesített szerkezet a légmozgás útjában álló akadályt képez. Ennek megfelelően a szél a szerkezetre kifejtett hatásait az alábbi három kategóriába sorolhatjuk:

- i. a szerkezet mozgásai nincsenek kihatással a szélnyomásokra, így a közöttük lévő kapcsolat csak egyirányú. Rendszerint elegendő a szélirányú és az arra merőleges komponensekkel számolni. Ilyen hatás a statikus szélteher és a széllejtés-teher.
- ii. a szerkezet, mint akadály, megváltoztatja a szél áramlását, a szerkezet környezetében a szélstruktúra megváltozik, ami kihatással lehet akár a szerkezetre, akár a környezetében lévő egyéb szerkezetekre is. Ide tartozik a szerkezetek szélvédett oldalán létrejövő örvényleválás. Alapvetően a szélirányra merőleges hatásokkal kell számolni.
- iii. a szerkezet mozgásai jelentős, visszacsatolt hatással vannak a kialakuló szélnyomásokra, ezeket nevezzük aeroelasztikus hatásoknak. Jellemzően a szélirányra merőleges gerjesztéssel kell számolni. Ilyen hatás pl. a belebegés és a divergencia.

Jelen 2. fejezetben az első, az örvényesség okozta hatásokat ismertetem, a harmadik, öngerjesztett hatásokkal a 3. fejezetben foglalkozom. Célkitűzésem, többek között, az öngerjesztett erők hatásának vizsgálata turbulens áramlásban, ezért az ii. ponthoz sorolt

örvényleválásokkal nem foglalkozom, azok megismeréséhez ld. Simiu és Scanlan (1996) és az abban meghivatkozott szakirodalmat.

Az ii. és iii. pontokban leírt jelenségek megnevezésére számos változatot találhatunk a szakirodalomban. Aeroelasztikusnak nevezik azokat a hatásokat, amelyeknél a szerkezet mozgásainak figyelembe veendő mértékű hatása lehet a szélnyomások kialakulására, mégis hol beleszámítják az örvényleválásokat, hol külön kategóriába sorolják. Ennek oka, hogy a Reynolds-számtól¹ erősen függő jelenségnél a sebesség bizonyos intervallumában a szerkezet mozgásával azonos frekvenciával válnak le az örvények, beragadnak („lock-in”), a szerkezet vezérli az örvényleválást, míg ezen kívüli értékek esetében a szerkezet mozgásától függetlenül keletkeznek. Jelen dolgozatban *aeroelasztikus*nak csak a iii.-ban említett hatásokat nevezem, azaz az örvényleválást nem értem bele.

A szélstruktúra modellezési kérdéseit a 2.1. fejezetben tárgyalom, majd az örvényes szél terheit a 2.2., végül az azokra adott szerkezeti válasz meghatározásának módjait a 2.3. fejezetben.

2.1. A szélstruktúra

A tartószerkezeteket érő szélhatások modellezéséhez szükséges az atmoszferikus szélstruktúra, azaz a szél felépítésének megismerése. Ennek matematikai modelljeit elméleti levezetések és meteorológiai állomásokon rögzített adatsorokra illesztett leírások adják. A szélstruktúra megismerése, alkalmazásra kész matematikai modellezése lehetővé teszi a szerkezeteket érő szélhatások leírását, ami elengedhetetlen a szerkezeti válaszok mérnöki meghatározásának folyamatához. A szélstruktúra alapvetően földrajzi helyhez kötött és időjárás függő. Ennek megfelelően a szakirodalomban számos modellt találhatunk, amelyek egy-egy földrajzi egységhez tartoznak, viharos, tájfun vagy tornádó járta területekre vonatkoznak. Utóbbi esetek külön kezelést igényelnek, mivel egy adott helyen viszonylag rövid ideig fennálló jelenségek, statisztikai jellemzőik időben változnak. A felsorolt meteorológiai jelenségek közül az utóbbiak Magyarországon nem fordulnak elő, ezért azok vizsgálata nem képezi a disszertáció tárgyát. Továbbiakban csak az időben átlagolható ún. *erős szelek*² jellemzésével és hatásával foglalkozom.

A statisztikai eszközökkel készített modell egy olyan eszköz az alkalmazó mérnök kezében, amellyel hatékonyan és kellő pontossággal határozhatja meg a tartószerkezet válaszát az őt érő aerodinamikus szélhatásokkal szemben. Jelen fejezet ismerteti a szélstruktúrát, a szélhatások osztályozását, valamint a turbulencia következtében fellépő löketerők okozta szerkezeti viselkedés modellezését.

¹Reynolds-szám: $Re = UD/\nu$, ahol U az áramlási sebesség, D az akadály jellemző mérete, ν a kinematikus viszkozitás

²Definíciót lásd 2.1.1. fejezetben.

2.1.1. Modellezési alapok

A vízfelülettel és szárazfölddel fedett Földünk felületét a napsugarak különböző mértékben melegítik fel, ami légköri nyomás különbségeket okoz. Utóbbi és a Föld forgásának hatására a légtömeg a földhöz viszonyítva – gyakorlatilag állandó – mozgásban van, amelynek a földfelszínnel párhuzamos mozgáskomponensét nevezzük szélnek. A légkör legalsó rétegében, a troposzférában található az atmoszféra tömegének nagy hányada, itt játszódnak le az uralkodó szelek és a légkörczés.

A szél iránya és intenzitása időben változik, amely változásban különböző periodicitásokat fedezhetünk fel: éves (szezónális), ~ 4 napos, félnapos (nappal–éjszaka) ún. makró-, illetve az ennél rövidebb (néhány perces) visszatérési idővel rendelkező mikroperiodicitást. A tartószerkezeteinket érő hatásokat, és így a szélhatás mértékét is úgy kell meghatározni, hogy az a tervezett élettartam alatt megadott valószínűséggel megjelenő, előre meghatározott ideig fennmaradó szélesebbesség hatását jellemezze.

A különböző szabványok eltérő időt tekintenek „meghatározott időnek”, mind a Magyar Szabvány, mind az Eurocode, illetve a szakirodalom jelentős része ezt 10 percben határozta meg. Ennyi idő elegendő, hogy a szél mikro periodicitása révén stacionáriusan jellemezhető legyen, illetve a szerkezetben kialakulhasson a megfelelő (dinamikai) válasz. Az így meghatározott szelet nevezzük *erős szélnek*, mely jelzőt a továbbiakban nem jelölöm külön.

A szél intenzitását úgy kell meghatározni, hogy az éves előfordulási valószínűsége a 0,02 értéket érje el. A 10 perces időtartam alatt fellépő sebességet úgy kell meghatározni, hogy annak intenzitása a tartószerkezet vizsgálata szempontjából mértékadó legyen. Ebből következik, hogy az így megfogalmazott mértékadó szélesebbéget, mely egy időben lejátszódó, változó intenzitású folyamat, ergodikusnak, vagyis a 10 percen kívüli időszakban is azonos statisztikai jellemzőkkel bírónak feltételezzük és akként is kezelhetjük. Ezáltal lehetőségünk nyílik a szél 10 percre vetített statisztikai jellemzőinek alkalmazására, vagyis bevezethetjük a 10 perces (mértékadó) átlagos szélesebbéget, és az ehhez tartozó, a térben és időben változó ingadozást, a turbulenciát. Ezzel tulajdonképpen eltekintünk a szél makróperiodicitásának modellezésétől. Utóbbi a vizsgált földrajzi helyszínre jellemző, az alkalmazott szabványokban és előírásokban megadott éves előfordulási valószínűségű (továbbiakban 0,02) és időtartamú (továbbiakban 10 perces) átlagos szélesebbesség és a hozzátartozó turbulencia meteorológiai mérésekkel alátámasztott jellemzésével helyettesítünk.

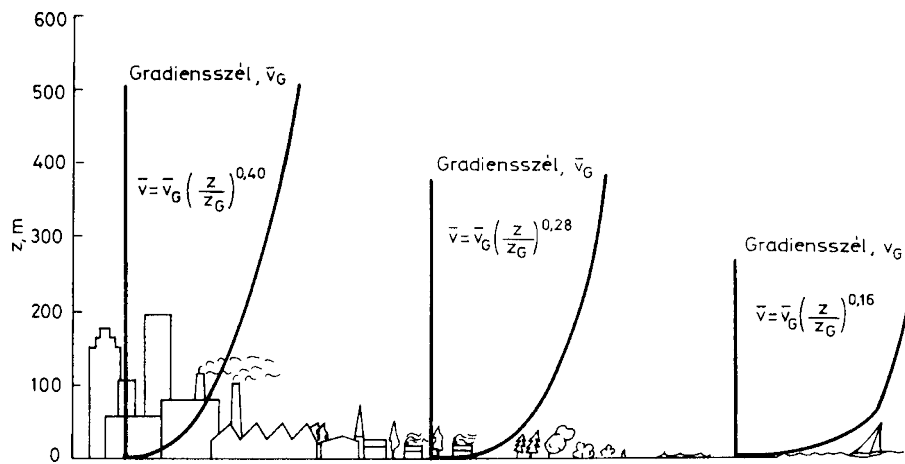
A szélstruktúra jelenleg is alkalmazott leírását és – főként – tartószerkezeti alkalmazását Davenport (1961)³ fejlesztette ki, melyet azóta számos szerző finomított, kiegészített. A Davenport-féle modell általános ismertetése számos szakkönyvben fellelhető (Holmes,

³Forrás: Holmes, 2002; Li és Kareem, 1990; Solari és Piccardo, 2001.

2007; Simiu és Scanlan, 1996), lásd még Hunyadi (2003).

2.1.2. Az átlagsebesség

Közvetlenül a földfelszínen a szél sebessége zérus, az ún. *határréteg*, vagy aszimptotikus magasság (kb. 200–600 m) felett a szél iránya és sebessége állandónak tekinthető, ez a gradiens szél. A kettő között a szél intenzitása a magasság függvényében változik, amit a szél magassági profilja ír le (2.1. ábra). A szél intenzitását és irányát ebben az ún. *határrétegben* alapvetően a földfelszín érdessége és a levegő áramlástanai jellemzői szabályoznak, amit a Coriolis-erők eltérítő hatása miatt fellépő Ekman-spirál is befolyásol. Jelenkori szerkezeteink magassága jellemzően nem haladja meg a határréteg vastagságát, így az Ekman-spirál okozta szélirány változásától a modellek eltekintenek. Erős szél esetében



2.1. ábra. Az átlagos szélesebesség profilja három eltérő terep esetén (Žurański, 1986)

a magassági profil jellemzésére alapvetően két leírás létezik: az elméleti levezetésekből következő logaritmikus törvény, és az egyszerűbb használatot biztosító, ámber fizikailag valótlan exponenciális helyettesítő modell.

A logaritmikus törvény a különböző magasságokban lévő levegőrétegek közötti súrlódásból, nyírásból adódó sebességváltozás képletének átrendezéséből alakul a (2.1) egyenletté,

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (2.1)$$

ahol

z a terepszint feletti magasság,

z_0 a nagy kiterjedésű terep homogénnek tekintett érdessége alapján felvett, hosszúság dimenziójú érdességi hossz,

$U(z)$ a z magasságban lévő átlagos szélesebesség,

u_* a felszíni érdességből és a levegő sűrűségéből képezhető, ennél közvetlenebb fizikai kapcsolattal nem rendelkező képzett súrlódási sebesség,

k a Kármán-féle konstans, amelyet mérésekkel igazoltan 0,4-re veszünk fel.

Ezeket a paramétereket a vizsgált helyszínen meteorológiai állomások mérése alapján, vagy szélcsatorna vizsgálatokkal állapítják meg, illetve mindezek hiányában becsülik.

Alkalmazó mérnökként sok esetben szükségünk lehet a szélesebbesség magasság szerinti integráltjára, vagy a z_0 alatti magasságokban lévő sebességértékekre, melyekre a fenti logaritmikus törvény nem szolgáltat választ, vagy nehezen alkalmazható. Ennek megsegítésére hozták létre az exponenciális helyettesítő modellt az

$$U(z) = U_{10} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (2.2)$$

alakban, amely az adott z magasságban lévő átlagos sebességet egy referencia (rendszerint 10 m) magasságban megállapítottához (U_{10}) képest viszonyít, figyelembe véve a terep érdességi jellemzőit jelentő α kitevőt.

2.1.3. A széllelkések

A 10 perces átlagsebességhez adódik hozzá a szélstruktúra mikroperiodicitású örvényeinek hatása, melyek mind időben, mind térben kifejtik hatásukat. Egy rögzített vizsgálati pontban a szélesebbesség változását az átlagsebességhez képest egy nulla átlagértékű, ergodikus stacioner sztochasztikus folyamatként lehet leírni, amelynek szórását a

$$\sigma_u(z) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(z, t)^2 dt} \quad (2.3)$$

képlet adja, ahol

u az időben és térben, az U átlagsebességhez képesti sebesség szélirányú változása (turbulencia),

σ_u a turbulencia szórása,

T a vizsgálati időtartam hossza.

A továbbiakban a turbulencia (és minden egyéb függvény) idő és térbeli paraméterét csak akkor jelölöm, amikor az a szövegkörnyezetben fontossággal bír. Mérések igazolták, hogy a szélirányú sebesség szórása a sűrűlási sebességgel rokon mérőszám, $\sigma_u = 2,5u_*$.

A szélörvényességet jól jellemzi a (2.4) egyenletben definiált $I(z)$, magasságtól függő dimenzióatlanított turbulencia intenzitás. Amennyiben a szórás és sűrűlási sebesség közötti összefüggést felhasználjuk, jutunk az

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{U(z)} = \frac{1}{\ln(z/z_0)} \quad (2.4)$$

alakra, amiből kiolvasható, hogy a turbulencia intenzitás a magassággal fordítottan arányos.

Az átlag körüli szélesebbesség-ingadozásnak a szélirányú (vízszintes) komponensét jelölje u , az erre merőleges vízszintes komponensét v , a függőlegest pedig w . Ennek folyamán, a fentiekhez hasonlóan be lehet vezetni a két új irányban értelmezett szórást (σ_v, σ_w), valamint turbulencia intenzitást (I_v, I_w).

A turbulenciát fel lehet fogni úgy, mint eltérő frekvenciákkal rendelkező örvények összességét. Minden különböző frekvenciájú örvényhez tartozik egy, az átlagsebesség ismeretében számítható örvényhossz, amelyek összességéből képezhetjük az örvényességet jellemző örvénylési hosszt. A térbeli kiterjedésű örvényeket a három iránynak megfelelően három örvénylési hosszal jellemezhetünk, vagyis összesen 9 örvénylési hosszt lehet definiálni, amelyek körül csak a szélirányú örvények szélirányú örvénylési hossza

$$L_{u,x} = \frac{U}{\sigma_u^2} \int_0^{\infty} R_u(\tau) d\tau, \quad (2.5)$$

ahol $L_{u,x}$ a szélirányú u szélökés x -nek jelölt szélirányban számított örvénylési hossza, $R_u(\tau)$ az u ingadozás autokovarienciája. A továbbiakban, amennyiben nem szükséges hangsúlyozni, minden $L_{\nu,i}$ ($\nu = u, v, w$; $i = x, y, z$) örvénylési hosszt a széliránnyal azonos x irányban értelmezzük, így az x irányjelölést elhagyom.

Az örvényességben lévő energiakaszád Kolmogorov elméleti levezetése szerint úgy zajlik le, hogy a nagyobb örvények mozgási energiája a belőlük képződő kisebb örvények mozgási energiájává alakul át, egészen addig míg a legkisebb örvényekben a viszkozitás el nem nyeli azt. Kolmogorov hipotézisei és dimenzióanalízis alapján levezethető az örvényes mozgás energiaspektruma, amelyet egy konstans erejéig a különböző frekvenciájú örvények energiahányadát a frekvenciájuk $-5/3$ kitevővel és az energia-disszipációs tag $2/3$ kitevővel vett szorzata ad meg. Az elméletet számos mérés igazolta, amelyek alapján az örvényesség spektruma, más elnevezéssel a *teljesítmény-sűrűségfüggvénye* előállítható. Számos szerző foglalkozott ilyen spektrumok előállításával, kodifikálásával, amelyek összehasonlítása alapján Solari és Piccardo (2001) az alábbi általános alakot adták

$$\frac{nS_\nu(z, n)}{\sigma_\nu^2} = \frac{\lambda_\nu f_{L,\nu}}{(1 + 1,5\lambda_\nu f_{L,\nu})^{5/3}} \quad (\nu = u, v, w), \quad (2.6)$$

ahol

$n \geq 0$ a frekvencia,

$f_{L,\nu} = nL_\nu/U(z)$ dimenzióatlanított frekvencia,

λ_ν egy kalibrációs állandó,

S_ν pedig az egyoldali teljesítmény-sűrűségfüggvény (TSF),

$\nu = u, v, w$ a szélingadozás három komponense.

Előállítható a szélingadozás különböző komponenseinek $S_{\nu,v}(n)$ kereszt-teljesítmény-sűrűségfüggvénye (KTSF) is, amelyre a szakirodalom szintén ad formulát (Solari és Piccardo, 2001).

A szélingadozást stacioner ergodikus folyamatként kezelhetjük, azaz a statisztikai jellemzői időben nem változnak és azokat egy véges időtartamú jel alapján előállíthatjuk. Ezáltal az $S_{\nu,v}(n)$ KTSF-t becsülni lehet a mérési jel keresztkovarianciájának Fourier transzformáltjával a következők szerint:

$$S_{\nu,v}(n) = 2\mathcal{F}[R_{\nu,v}(\tau)](f) \quad (\nu, v = u, v, w, f \geq 0), \quad (2.7)$$

ahol

$$R_{\nu,v}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \nu(t)v(t+\tau) dt \quad (\nu, v = u, v, w) \quad (2.8)$$

a keresztkovariancia függvény τ időeltolással, és

$$\mathcal{F}[x(t)](f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (f \in \mathbb{R}) \quad (2.9)$$

az $x(t)$ időbeli jel Fourier transzformáltja, f a (kétoldali) frekvencia, $i = \sqrt{-1}$ az imaginárius egység. Az önmagával vett komponens teljesítmény-sűrűségfüggvényénél a továbbiakban nem használom a kettős indexelést, pl. $S_u(n) = S_{u,u}(n)$. Az előző képletekből következik a jel szórásnégyzetének következő összefüggése

$$\sigma_\nu^2 = \int_0^\infty S_\nu(n) dn = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_\nu(\omega) d\omega \quad (\nu = u, v, w), \quad (2.10)$$

ahol $\omega = 2\pi n$ a körfrekvencia.

2.1.4. A koherencia

A szél az átlagsebességhez viszonyítva nemcsak időben, hanem térben is változik. Az örvények térbeli kiterjedése jól jellemzi a tér különböző pontjaiban egyidőben mért szélsebességek közötti összefüggéseket. Ha a két vizsgált pont távolsága lényegesen nagyobb a vonatkozó örvényességi hosszaknál, akkor a mért sebességek korrelálatlanok, inkoherensnek tekinthetők. A szélben jelen lévő kisebb-nagyobb örvények együtteséből érezhető, hogy két mérési pont távolságával fordított arányban változik a sebességek korreláltsága. A két pont térbeli KTSF-e kifejezhető a két pont TSF-e és az előzőekben megfogalma-

zott jelenségeket magába foglaló térbeli koherencia függvény szorzatával, amelyek közül a szélirányban ható ingadozás térbeli KTSF-e

$$S_{u_1, u_2}^2(r, n) = S_u(z_1, n)S_u(z_2, n)\text{coh}_{u_1, u_2}^2(r, n), \quad (2.11)$$

ahol

u_1 és u_2 a tér két pontja z_1 és z_2 magasságban,

r a két pont vektoriális távolsága,

$S_{u_1, u_2}(r, n)$ a szélirányú sebességingadozás térbeli teljesítmény-sűrűségfüggvénye,

$\text{coh}_{u_1, u_2}(r, n)$ a távolság- és frekvenciafüggő koherencia függvény.

Hasonló alakban fejezhető ki a többi komponens önmagával, illetve egymáshoz viszonyított térbeli KTSF-e. Az előzőekben leírtak alapján, miszerint a két pont távolságával és az örvény n frekvenciájával fordítottan arányosan csökken a koherencia, készíthető el a koherencia exponenciális képlete, amelyet számos méréssel kalibráltak a tényezőkön keresztül:

$$\text{coh}_{u_1, u_2}^2(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, n) = \exp\left(\frac{-n|\mathbf{C}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2)|}{U(z_1)U(z_2)}\right), \quad (2.12)$$

ahol \mathbf{P}_1 és \mathbf{P}_2 a tér két, z_1 és z_2 magasságban lévő pontja, \mathbf{C} egy együttható mátrix, $U(z_i)$ ($i = 1, 2$) pedig a megadott pontban lévő átlagsebesség. A szakirodalomban számos hasonló kifejezést találunk (Simiu és Scanlan, 1996; Solari és Piccardo, 2001), ahol a szerzők méréseik alapján meghatározták az együttható mátrix összes, vagy csak bizonyos irányokra vonatkozó értékeit.

Az előzőekben feltételeztük, hogy a szélesebbég egy stacioner ergodikus valószínűségi folyamat. Ez a hazánkban is előforduló erős szelek esetében elfogadható hipotézis, azonban nem igaz orkánokra, tornádókra, mivel azok az időben igen változékonny statisztikai jellemzőkkel bírnak. Az ergodicitás jegyében a statisztikai jellemzőket egy T véges időtartamú mérés alapján lehet megállapítani. Maga az időtartam hossza országonként, szerzőnként és szabványonként igen eltérő lehet (10 perc, 60 perc), de ezek átszámítására rendelkezésre állnak a szükséges képletek.

A fentiekben ismertetett függvények, amelyekkel a szél lüktető hatását mind időben, mind térben jellemezni lehet, rendszerint olyan paramétereket tartalmaznak, melyekkel azokat kalibrálni lehet. Ezeket a paramétereket egyrészt korábbi, hasonló adottságú terpeken mért adatokkal, új mérésekkel, szélcsatorna vizsgálattal, vagy – legújabbban – numerikus szimulációk segítségével lehet meghatározni. Olyan nagy beruházásoknál, ahol ilyen adatsor nem áll kellő pontossággal rendelkezésre, javasolt, hogy évekkal a megvalósulás előtt különböző magasságokban méréseket folytassanak, amellyel a létesítendő szerkezet környezetében uralkodó szél megismerhető, ezáltal a tervezett szerkezet biztonsága növelhető és gazdaságossága javítható.

2.2. A szerkezeteket érő szélleőkés-teher

A következőkben a 2.1. fejezetben bemutatott szélstruktúra és turbulencia okozta terhek leírását tárgyalom, amely terhek alapvetően a szélesebbesség felbontásához igazodnak, vagyis felbonthatóak átlagértékre és löketekre. A tervezési szabványok az általános, és ezáltal bonyolult leírású terheket egyszerűsített formában alkalmazzák, amelyre példaként az Eurocode előírásainak alapelveit a 2.2.3. alfejezetben ismertetem. Jelen dolgozatban alkalmazott széltörténet generálásának eljárását a 2.2.4. alfejezetben tárgyalom.

2.2.1. A statikus szélnyomás és szélteher

A korábbi fejezetekben láthattuk, hogy a szélesebbesség ($\hat{u}(z, t)$) felbontható az átlagsebesség és az ingadozás összegére: $\hat{u}(z, t) = U(z) + u(z, t)$. A szélesebbeségből a torlónyomás számítható

$$\hat{q}(z, t) = \frac{1}{2}\rho\hat{u}^2(z, t) = \frac{1}{2}\rho(U^2(z) + 2U(z)u(z, t) + u^2(z, t)) \quad (2.13)$$

alakban, ahol ρ a levegő sűrűsége ($\rho = 1,25 \text{ kg m}^{-3}$ 20 °C-on). A zárójel harmadik tagja (u^2), az ingadozás négyzetének tagja elhanyagolható a többihez képest, így kapjuk a torlónyomás linearizált alakját

$$\hat{q}(z, t) = \frac{1}{2}\rho U^2(z) + \frac{1}{2}\rho 2U(z)u(z, t) = \bar{q}(z) + q(z, t), \quad (2.14)$$

ahol $\bar{q}(z) = \frac{1}{2}\rho U^2(z)$ a statikus torlónyomás, más megfogalmazásban az időben változó torlónyomás átlagértéke, $q(z, t)$ pedig az átlag körüli ingadozás.

A szerkezetet körülvevő szél torlónyomásából a szerkezet alakjára, geometriai kiképzésére kimért nyomástényezővel való szorzással lehet meghatározni a szerkezet egységnyi felületére számított szélnyomást, az erőtényező felhasználásával pedig a vonalas szerkezet egységnyi hosszára vetített szélerőt.

A disszertációban csak hidak merevítőtartóinak vizsgálatával foglalkozom, ezért a szélerőkre az alábbiakban megadott definíciót adom. A merevítőtartó egy keresztmetszetére ható szélerőt, a merevítőtartó tengelyére merőleges, vízszintes irányú szélből a 2.2. ábra szerinti koordináta-rendszerben felírva a következő egyenlet adja (Davenport, 1962)⁴

$$\bar{L} = \bar{q}BC_L \quad (2.15a)$$

$$\bar{D} = \bar{q}BC_D \quad (2.15b)$$

$$\bar{M} = \bar{q}B^2C_M, \quad (2.15c)$$

ahol

⁴Forrás: Mannini, 2006; Tubino, 2005.

B a keresztmetszet szélessége,

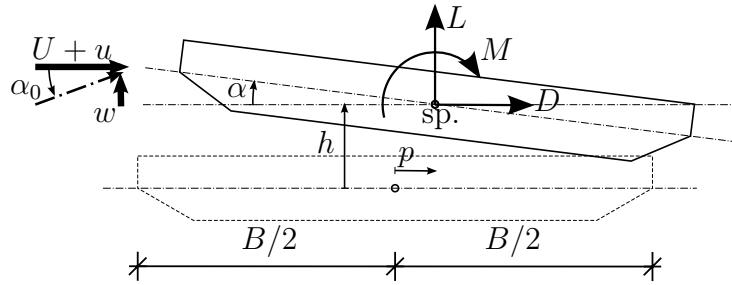
$C_L = \frac{\bar{L}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}$ a szélességre vetített felhajtóerő-tényező,

$C_D = \frac{\bar{D}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}$ az ellenállástényező,

$C_M = \frac{\bar{M}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}$ a csavaró erőtényező,

\bar{D} , \bar{L} és \bar{M} pedig a szélirányú ellenálláserő, a függőleges felfele mutató felhajtóerő és az „orrát felemelőt” csavarónyomaték átlagértéke.

Bár ezek az értékek erősen függenek a Reynolds-számtól, a turbulens szélben közel állandónak tekinthetők.



2.2. ábra. Merevítőtartó koordináta-rendszere a szélteher számításához

A disszertáció tárgyát képező vizsgálatban a torlónyomás átlagértéke nem jut érdemi szerephez, így azt a továbbiakban nem veszem figyelembe.

2.2.2. Az örvényességből számított szélleökés-teher

A (2.15) képlettel bevezetett az erőtényezők teremtének kapcsolatot a szerkezetet érő szélterhek (más néven szélterők) és a torlónyomás között. Az erőtényezőket szélcsatornában szokták kimérni, vagy numerikus szimulációval meghatározni, az α állásszög változó értékeinél, azaz valójában erőtényező függvényekről beszélünk. Az örvények okozta w függőleges komponens és az egyidejű U átlagsebesség együttesen egy ferde megfúvási szöget jelent. Ez gyakorlatilag egyenértékű azzal, mintha a szerkezet a csak vízszintes szélhez képest ugyanekkora szöggel felemelné az orrát, vagyis elfordulna (ld. még 3.1.2. fejezetet). Ez alapján a szerkezetet terhelő, a szél örvényességéből számítható szélleökés-teher Davenport (1962)⁵ nyomán a szögelfordulástól függő erőtényezők linearizálásával

$$L_b(t) = \frac{1}{2}\rho U B (2C_L \chi_{Lu}(n)u(t) + (C'_L + C_D)\chi_{Lw}(n)w(t)) \quad (2.16a)$$

$$D_b(t) = \frac{1}{2}\rho U B (2C_D \chi_{Du}(n)u(t) + C'_D \chi_{Dw}(n)w(t)) \quad (2.16b)$$

$$M_b(t) = \frac{1}{2}\rho U B^2 (2C_M \chi_{Mu}(n)u(t) + C'_M \chi_{Mw}(n)w(t)) \quad (2.16c)$$

alakban áll elő, ahol

⁵Forrás: Tubino, 2005.

$(\)'$ a paraméter α csavarodási szög szerinti deriváltja,

$\chi_{F\nu}$ ($F = L, D, M$; $\nu = u, v, w$) az örvényfrekvenciától függő függvény, amelynek négyzetét nevezik aerodinamikai admittancia-függvények,

$(\)_b$ indexelés pedig a turbulencia okozta erőre utal ($b = buffeting$).

Az aerodinamikai admittancia-függvények fejezik ki, hogy adott frekvenciájú, az átlagszélesebbesség ismeretében ismert hosszúságú örvény-komponens hogyan fejti ki szélérő (a korrelációs) hatását az akadály B szélességének függvényében. Értékük 1,0-hoz képest a frekvenciával fordított arányban csökken. Ilyen függvényeket kevesen mértek meg, a B szélesség kicsi értéke esetén hatása elhanyagolható („keskeny szerkezet” hipotézis), számos szélérő definícióban nem is szerepel. Davenport (1962)⁶ által megadott exponenciálisan csökkenő függvényt szokás alkalmazni, ezt használja az MSZ EN 1991-1-4:2007 (2007) is. Alkalmazása nehézkes, ugyanis a szélterhelés-terhek időbeli leírása frekvenciafüggő marad, ezért számos esetben közelítésekkel élnek, bizonyos esetekben (MSZ EN 1991-1-4:2007, 2007) a szerkezet domináns sajátfrekvenciájának figyelembevételével közelítenek, máshol a csökkentő hatását elhanyagolják. A fenti összefüggésben a szélérőket csak a szélíngadozásból származtattam, azonban a pontosság megkívánná, hogy az örvényleválások hatását, főleg annak függőleges sebességnövekményét is figyelembe vegyük. A szakirodalom ennek hatását általában elhanyagolja és a zavartalan turbulens áramlást veszi csak figyelembe (Tubino, 2005), az örvényleválás hatását pedig ettől függetlenül kezeli.

A vizsgálataimat egy merevítőtartó két dimenziós keresztmetszetén végzem, így az arra jutó, a merevítőtartó hosszára fajlagos \mathbf{f}_b szélterhelés-terhelés

$$\mathbf{f}_b(t) = \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{B} \left(\mathbf{C}_{bu} \frac{\mathbf{u}(t)}{U} + \mathbf{C}_{bw} \frac{\mathbf{w}(t)}{U} \right) = \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{B} \mathbf{C}_b \frac{\mathbf{U}(t)}{U}, \quad (2.17)$$

ahol

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

a szélesség együttható mátrixa,

$$\mathbf{C}_{bu} = \begin{bmatrix} 2C_L \chi_{Lu} \\ 2C_D \chi_{Du} \\ 2C_M \chi_{Mu} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{C}_{bw} = \begin{bmatrix} (C'_L + C_D) \chi_{Lw} \\ C'_D \chi_{Dw} \\ C'_M \chi_{Mw} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

a szélérők együttható mátrixa u és w sebességekre, \mathbf{u} és \mathbf{w} a szélirányú és függőleges szélíngadozás vektora. A (2.17) második kifejezése egy tömörebb mátrixos felírás, ahol $\mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bu} & \mathbf{C}_{bw} \end{bmatrix}$ erőtenyezőkből álló mátrix, $\mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) & \mathbf{w}(t) \end{bmatrix}^T$ szélesebbesség mátrix,

⁶Forrás: Chen X. et al., 2000a; Tubino, 2005.

$(\)^T$ a transzponált jele. A szélterhelés-erők és a 3. fejezetben ismertetett öngerjesztett erők instacioner leírásánál használt koordináta-rendszerek (2.2. és 3.1. ábrák) a h emelkedés irányában eltérnek, így a két fajta erő együttes figyelembevétele a szükséges helyeken előjelváltásokat kíván meg.

A (2.17) egyenlet $\mathbf{U}(t)$ turbulens szélesség mátrixa tartalmazza a szél, a 2.1.3. és 2.1.3. fejezetekben ismertetett időbeli ingadozását és térbeli változását. Ezáltal egy időbeli dinamikai számítással meg lehet határozni a szerkezet válaszát a turbulens szél hatására.

2.2.3. A helyettesítő kvázi-statisztikus szélteher és az Eurocode

Az előzőekben ismertetett szélerőkre a szerkezetünket időtérben kell ellenőrizni. Mivel szél turbulenciája felölel minden frekvenciát, azaz a szerkezet sajátfrekvenciáit is, rezonancia áll fenn. Ennek az örvények lüktető hatásához viszonyított mértéke eredményez egy bizonyos mértékű dinamikai választ, amely a rezonancia nélküli háttérértékhez képest a szerkezet dinamikai tulajdonságaitól függően kisebb-nagyobb mértékű lehet. Lehetőségünk nyílik azonban a szerkezetünket egy helyettesítő statikus szélteherrel vizsgálni, amelynek mértékét úgy kell meghatározni, hogy az abból statikusan számított szerkezeti válasz azonos legyen a dinamikus válasszal, vagy attól a biztonság javára eltérő mértékben térjen el (Davenport, 1961, 1967, 1995)⁷.

A helyettesítő statikus szélteher számításának alapelve a szerkezeti válasz felbontása egy átlagérték és egy csúcstényező és a szórás szorzatának összegére,

$$x_{\max} = \bar{x} + g\sqrt{x_B^2 + x_R^2}, \quad (2.20)$$

ahol

x_{\max} a szerkezeti válasz (adott időintervallumon belüli) maximális értéke,

\bar{x} a válasz átlagértéke,

g a csúcstényező, amely a válasz szórását megnöveli a csúcstényező eléréséhez,

x_B és x_R a válasz háttér- és rezonáns részéhez kapcsolható szórások.

Ezen tényezők kiszámítását és definícióját a 2.3.1. alfejezetben adom meg.

A szélteher hasonló jellegű felépítése eredményezi a szél torlónyomásának

$$q(z) = \bar{q}(z) + W_B q_B(z) + W_R q_R(z) \quad (2.21)$$

formuláját, amelyben $q(z)$ a helyettesítő (kvázi-) statikus torlónyomás, $\bar{q}(z)$ a torlónyomás átlagértéke, $q_B(z)$ és $q_R(z)$ a háttér- és rezonáns részhez kapcsolható torlónyomás, W_B és W_R pedig a csúcstényezőből számítható súlyok. A részletek ismertetése nélkül elmondható, hogy a háttér rész veszi figyelembe a szélteher és a szerkezeti válasz korrelációját,

⁷Forrás: Holmes, 2002.

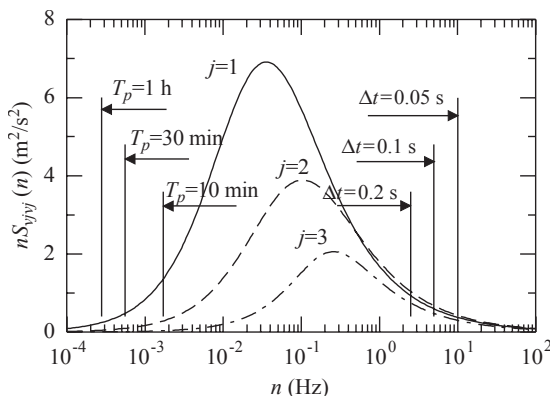
ideértve a szerkezet és a szél térbeli kiterjedését és koherenciáját, a rezonáns rész pedig függ a szerkezet sajátfrekvenciáitól, megoszlása követi a szerkezet tehetetlenségi erőinek eloszlását és egy olyan gerjesztő terhet képvisel, amelyik ellensúlyozza a csillapítási erőket.

A helyettesítő statikus szélteher előnye tagadhatatlanul az egyszerűsége, amely egyben a hátránya is. Ugyanis alkalmas egy domináns sajátalak (rezgésalakkal) rendelkező szerkezet vizsgálatára, de alkalmazása nehézkessé válik több sajátfrekvenciának a figyelembevételére, mivel ekkor indokolttá válik minden rezgésalakkhoz saját csúcstényezőzt rendelni (Hunyadi, 2005).

2.2.4. Széltörténet generálása

A szél időbeli leírásaira, illetve széltörténetek generálására alkalmas módszereket Kareem (2008) két alaptípusba sorolja: trigonometrikus szuperpozíció alapulóra, illetve a fehér zajt, mint kernelt (magot) használó leírásra (digitális szűrés). Mindkét módszer alapelve az, hogy a szél, mint különböző frekvenciájú örvényelemek összessége, egyértelmű kapcsolatban állna a spektrális TSF-el, amennyiben azt a különböző örvényelemek fázisával együttesen kezelnénk. Azonos hosszúságú széltörténetek egymástól lényegében csak az örvényelemek fázisaiban térnek el, amennyiben a vizsgált időtartam megválasztott hossza alátámasztja az ergodicitás feltételét. Ennek megfelelően egy széltörténetet generálhatunk a TSF segítségével úgy, hogy minden frekvenciához egy véletlenszerűen választott fázist rendelünk. Ezt – természetesen – numerikusan csak véges számú frekvenciával tudjuk végrehajtani, azonban az eredményként kapott széltörténet a nagy számok törvénye alapján statisztikailag megfelelő lesz. Ebben a megoldásban a kiválasztott frekvenciák meghatározására kell odafigyelni (2.3. ábra): egy alsó küszöb határozza meg a széltörténet ismétlődési frekvenciáját, vagyis ehhez kapcsolatos periódusidőnél hosszabb széltörténet nem szolgáltat új információt. A felső küszöb határozza meg viszont azt a frekvenciát, amelyet a széltörténetben, és így a szerkezeti válaszban visszakaphatunk, vagyis ezt a szerkezet sajátfrekvenciájához viszonyítva kell megválasztani. Az így előállított frekvenciatartományon belül a számításba vett frekvenciák felvétele történhet egyenletes kiosztással, logaritmikus vagy exponenciális kiosztással, illetve ettől eltérően is (pl. véletlenszerűen kiegészítve a sajátfrekvenciákkal). A kiosztás felvételét a számítás bonyolultságának és a várható eredmények „minőségi” mérlegelése alapján kell eldönteni.

Minden kiválasztott frekvenciához és hozzátartozó (véletlen) fázishoz egy trigonometrikus mozgáskomponenst rendelünk és ezek TSF szerinti súlyozott lineáris kombinációjaként állítjuk elő a széltörténetet. Az előzőekben ismertetett, Shinozuka, később Deodatis nevéhez is kapcsolt algoritmus hátránya (Ubertini és Giuliano, 2010), hogy egy diszkrétizált térbeli szerkezet vizsgálatához számos széltörténetet kell generálni és a történet minden időpontjához számos trigonometrikus tag összegét kell kiszámítani.



2.3. ábra. A szélesség TSF-e és az alsó, ill. felső vágási frekvencia és a hozzájuk tartozó periódusidő (Carassale és Solari, 2006). Turbulencia: folyamatos vonal = szélirányú, szaggatott vonal = keresztirányú, pont-vonal = függőleges komponens

Solari és Tubino (2002) a fenti algoritmust úgy javította, hogy nem minden frekvenciához határozták meg a TSF-ből leovasható teljesítményt, hanem azt sokkal kevesebb, kiemelt szerepű frekvenciák közötti interpolációval határozták meg. A kiemelt szerepű frekvenciák kiosztását, a közöttük lévő frekvenciákhoz tartozó teljesítmény interpolációját úgy választották meg, hogy az időtörténet egy Fourier-transzformációvá írható, amelyre létezik hatékony numerikus számítási eljárás. Ezáltal a számítás és a szükséges tárolási kapacitás jelentős mértékben lecsökkent. Carassale és Solari (2006) az algoritmus egy letisztult leírását adta meg, amelyet az alábbiakban röviden ismertetek.

A széltörténetet, mint stacioner Gauss-folyamatot tekintsük a Fourier-Stieltjes-transzformált következő formájában

$$\mathbf{u}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\mathbf{Z}(\omega), \quad (2.22)$$

ahol $\mathbf{u}(t)$ a tér minden pontjára megállapított, t időtől függő széltörténet, $\mathbf{Z}(\omega)$ egy komplex értékű véletlen folyamat (fehér zaj) ω körfrekvenciával, amely a frekvenciatérben ortogonális tulajdonságú (két eltérő frekvenciájú folyamat várható értéke zérus), míg két, azonos frekvenciával vett folyamat várható értéke a TSF azonos frekvenciához tartozó teljesítménye. Az eljárás felhasználja továbbá a térbeli kereszt-teljesítmény-sűrűségmátrix felbontását frekvenciafüggő sajátértékei és -vektorai alakjában (*proper orthogonal decomposition*, POD, vagy más néven Karhunen-Loève-transzformáció). Ha képezzük a folytonos felírás átmenetét a diszkrétizált alakra, úgy a következő képletet kapjuk a széltörténet felírására

$$\mathbf{u}(t_j) = \sum_{r=1}^{3N} \sum_{k=1}^{N_\omega} e^{it_j \omega_k} \sqrt{\Delta\omega \gamma_{r,k}} \boldsymbol{\theta}_{r,k} p_{r,k} \quad (j = 1, \dots, N_t), \quad (2.23)$$

ahol

t_j a j -edik diszkrét időpont,

N_t a vizsgált időtartam felosztási száma,

N a csomópontok száma,

N_ω a frekvenciatartomány felosztási száma,

$\Delta\omega$ a frekvenciatartomány lépésköze,

$\gamma_{r,k}$ és $\theta_{r,k}$ a kereszt-teljesítmény-mátrix (KTSM) r, k -hoz tartozó sajátértéke és -vektora, $p_{r,k}$ egy normális eloszlású, egységnyi szórású, nulla várható értékű komplex véletlen változó.

A teljesítmény-sűrűségfüggvény ortogonális felbontásán alapuló POD algoritmus előnye a gyors számítás, amelyet jobban kihangsúlyoz az a tény, hogy azonos paraméterek mellett számos széltörténet generálásához nincs szükség a KTSM újbóli felbontására, csak a p véletlen paraméter újra megválasztására és a Fourier-transzformáció újbóli végrehajtására. Az utóbbi egyben az eljárás hátránya is, vagyis hogy egyidőben kezeli a teljes időtörténetet, így (az interpoláció javító következményétől eltekintve) továbbra is a teljes időtörténetet kell a tárolókapacitásban tartani (Ubertini és Giuliano, 2010).

Számos alternatív megoldás született a széltörténetek generálására, amelyek körül az (autoregresszív mozgóátlag) ARMA-modellt emelném ki: az adatok előkészítése a POD-hoz hasonló erőforrásokat kíván, viszont minden időponthoz tartozó szél generálása csak néhány előző időpont adatain alapul, így tárolókapacitás tekintetében hatékonyabb módszerről beszélhetünk.

A szél valószínűségelméleti leírása alkalmas eszköz a szélsébség és szélhatások mérésére, illetve annak numerikus modellezésére is. Kareem (2008) jó áttekintést ad a modellezési módszerekről (pontos elméleti módszerek, fenomenológiai leíráson vagy mérési adatokon alapuló empirikus modell), illetve azok korlátairól.

A fentiekben ismertetett algoritmusok hatékonysági összehasonlítását Ubertini és Giuliano (2010) ismerteti.

Ezek és a fentiekben ismertetettek alapján jelen dolgozatban, az alkalmazott csomópontok kicsi száma miatt elegendőnek bizonyult a POD módszert alkalmazni.

2.3. A szerkezeti válasz

Szerkezeteink különböző választ adnak az őket érő turbulens szél hatására. Ezen válaszok (elmozdulás, igénybevétel, stb.) meghatározása az alkalmazó mérnök tényleges feladata, célja. Ennek elvégzési módja alapvetően két csoportba sorolható: a spektrális (frekvenciatérben történő) és az időbeli analízisre. Mindkét módszernek megvan az előnye és hátránya, amelyeket a következő alfejezetek ismertetnek.

2.3.1. A szerkezeti válasz spektrális analízise

A tartószerkezet olyan dinamikai rendszer, amely az őt érő gerjesztés hatására adja meg válaszát. Amennyiben az időben változó gerjesztésnek ismerjük a spektrális reprezentációját, valamint a dinamikai rendszerünk lineárisnak tekinthető, úgy a spektrális analízis egy hatékony eszköz a szerkezeti válasz meghatározására és annak statisztikai elemzésére is.

Tekintsünk egy többszabadságfokú rendszert, melynek mozgásegyenletét az alábbi egyenletrendszerrel írhatjuk le

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}_b(t), \quad (2.24)$$

ahol

\mathbf{M} , \mathbf{C} és \mathbf{K} a rendszer időtől független tömeg-, a sebességgel arányos csillapítási, valamint a merevségi mátrixa,

$\mathbf{y}(t)$ a rendszer csomópontjainak elmozdulásvektora az idő függvényében,

$(\dot{})$ az idő szerinti derivált,

$\mathbf{f}_b(t)$ az időben változó gerjesztő teher.

Az alábbiakban ismertetett eljárás átültethető kontinuum modellekre is, a levont következtetések ott is érvényesek.

Modálanalízis alkalmazásával, amikor is a szerkezet mozgásait a sajátalakok bázisában írjuk fel ($\mathbf{y}(t) = \mathbf{V}\boldsymbol{\eta}(t)$, ahol \mathbf{V} a sajátvektorok mátrixa és $\boldsymbol{\eta}(t)$ a modális elmozdulásvektora), a mozgásegyenlet átalakítható a módusok időbeli függvényeinek egyenletrendszerévé, ahol a teheroldalon képezni kell a sajátalakok és a teher szorzatát, vagyis az időben változó terhet is fel kell írni a sajátalakok bázisában.

A módusok TSF-e előállítható az

$$\mathbf{S}_{\boldsymbol{\eta}}(\omega) = \mathbf{H}^*(\omega)\mathbf{S}_{\mathbf{q}_b}(\omega)\mathbf{H}^T(\omega) \quad (2.25)$$

alakban, ahol $\mathbf{S}_{\mathbf{q}_b}$ az \mathbf{f}_b teherből képzett \mathbf{q}_b modális teher TSF-e, $()^*$ a komplex konjugált jele. $\mathbf{H}(\omega)$ a szerkezet spektrális átviteli függvénye

$$\mathbf{H}(\omega) = (-\omega^2\mathbf{M}_0 + i\omega\mathbf{C}_0 + \mathbf{K}_0)^{-1}, \quad (2.26)$$

ahol \mathbf{M}_0 , \mathbf{C}_0 és \mathbf{K}_0 a modális tömeg-, csillapítási és merevségi mátrix. Amennyiben a sajátalakokat a tömegmátrixra normálnak tekintjük, úgy az átviteli függvény egy diagonális mátrix a következő elemekkel

$$\mathbf{H}(\omega)_{r,r} = (-\omega^2 + 2i\zeta_r\omega_{0r}\omega + \omega_{0r}^2)^{-1}, \quad (2.27)$$

ahol az r -edik módus csillapítási aránya ζ_r és a (vákuum-)sajátfrekvenciája ω_{0r} . A vákuum jelző a légüres térben mért jellemzőt jelöli, mivel, mint az a későbbi fejezetekben látható, a levegőnek és a mozgában lévő levegőnek (szélnek) van sajátfrekvenciát és sajátalakot megváltoztató hatása.

A szerkezet elmozdulásainak teljesítmény-sűrűségfüggvénye

$$\mathbf{S}_y(\omega) = \mathbf{V}^* \mathbf{S}_\eta(\omega) \mathbf{V}^T = \mathbf{V}^* \mathbf{H}^*(\omega) \mathbf{S}_{q_b}(\omega) \mathbf{H}^T(\omega) \mathbf{V}^T \quad (2.28)$$

és az elmozdulás szórásnégyzete (2.10) analógiájára

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{S}_y(\omega) d\omega. \quad (2.29)$$

Az elmozdulások vektorából mátrixszorzással képezhető a diszkrétizált szerkezet elemi rúdjaiknak igénybevételei, így azok TSF-e és szórásnégyzete a fentiekből kifejezhető.

A szerkezeti válasz spektrális analízise egy gyors módszer a válasz teljesítmény-sűrűségfüggvényének és szórásnégyzetének, valamint maximális értékének meghatározására. Azonban a módszer csak lineáris szerkezeti válasz meghatározására alkalmas és feltételezi a teher TSF-ének ismeretét.

2.3.2. A szerkezeti válasz időbeli analízise

A szerkezeti válasz meghatározásának legáltalánosabb eszköze az időbeli vizsgálat, amelyet célszerű akkor alkalmazni, amikor egyéb módszerek nem adnak jó eredményt, nem alkalmazhatók, vagy verifikációs célra kívánjuk felhasználni azt. Alkalmas nemlineáris összefüggések vizsgálatára, valamint olyan esetben, amikor a teher teljesítmény-sűrűségfüggvénye nem áll rendelkezésünkre, azt nem tudjuk előállítani. A legegyszerűbb ilyen eset, ami egyben a disszertáció témája is, amikor a teheroldal nem csak időben, hanem a szerkezet mozgásaitól is függ (visszacsatolt rendszer), ld. 3. fejezet.

A szerkezet

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.30)$$

általános dinamikai egyenletét, ahol $\mathbf{f}(t)$ egy általános időtől függő teherfüggvény, a tartószerkezeteknél alkalmazott numerikus módszerek egyikével meg lehet oldani. Ezek közül az explicit Newmark- β módszert alkalmaztam úgy, hogy minden új időpontban a szerkezeti gyorsulást fejeztem ki a mozgásegyenletből, majd ebből határoztam meg a sebesség- és elmozdulásértékeket.

Sztochasztikus folyamattal, jelen esetben a szélteherrel terhelt tartószerkezet dinamikai egyenletének megoldására Bernard és Fleury (2002) ajánl egy az általános eljárásnál

stabilabb módszert. Azonban a disszertációban kitűzött cél és az ahhoz szükséges modell egyszerűsége nem indokolta, hogy az alaplómódszertől eltérőt alkalmazzak, a stabilitást az időközök megfelelően kicsi értékre való választásával biztosítottam.

A statisztikai értékelhetőség végett azonos paraméterekkel számos futtatást kell végrehajtani, majd a kapott eredmények átlagolásával állítható össze a spektrális módszerrel kiszámítható értékek, pl. TSF. Az időbeli analízissel meghatározott, időszerinti válaszok TSF-ét at a spektrális eljárással meghatározott TSF-et Welch-féle (Welch, 1967) periodogram segítségével becsültem.

3. fejezet

A hidakat terhelő aeroelasztikus hatások

A laminárisan áramló levegő útjában álló szerkezet megváltoztatja a légnyomást, amely a szerkezetre mint szélgyomlás működik. Aeroelasztikusnak nevezzük azokat a hatásokat, amelyeknél a szél okozta szerkezeti mozgások szélgyomlásra gyakorolt hatása már hanyagolható el, az elmozdulások visszacsatolt hatást fejtenek ki a szélterhekre. Az aeroelasztikus hatások közül a hidak merevítőtartóján az alábbiakat különböztetjük meg Simiu és Scanlan (1996):

1. örvényleválások „beragadása”, amikor is a szerkezet mögött leváló örvények frekvenciája a szélsébség növelésével folyamatosan növekszik, de a tartószerkezet sajátfrekvenciája szűk környezetében beragad, azaz változatlan marad a sebesség változtatása mellett is (ezt nevezik szerkezeti önvezérelt örvényleválásnak),
2. divergencia, amikor a szél hatására a tartószerkezet mozgásai monoton növekvő tendenciát mutatnak egészen a tönkremenetelig,
3. táncolás (*galloping*), amely egy olyan egyszabadságfokú instabilitási mód, amikor a szerkezet nagy amplitúdójú függőleges oszcilláló mozgást végez,
4. belebegés, amikor a szerkezet legalább kétszabadságfokú kapcsolt, állandó amplitúdójú oszcilláló mozgást végez.

A szerkezet kicsiny mozgásainak feltételezése mellett az örvényleválások hatása leválasztható a többi aeroelasztikus hatástól (Cremona és Foucriat, 2002), így a 2. fejezetben említettek alapján az a jelen dolgozatnak nem képezi részét.

A divergencia hidak merevítőtartójánál, a geometriai kialakítás miatt, nem gyakori jelenség. A fenti definíciók nem képeznek éles határokat a jelenségek között, ugyanis

a kétszabadságfokú, kapcsolt mozgású belebegés egy szabadságfokának elhagyásával jutunk a táncoláshoz és torziós belebegéshez, illetve a mozgás differenciálegyenletének egyik megoldása a divergenciához vezet.

Az aeroelasztikus hatásoknál fellépő erőket az angol nyelvterületen Simiu és Scanlan (1996) nyomán *self-excited forces* = öngerjesztett erőknek (bár a Wikipédia.com internetes adatbázisban megjelent a *self-feeding*=öntápláló kifejezés is), a francia szakirodalomban *forces auto-entretenues* = önfenntartó erőknek (Cremona és Foucriat, 2002; Patron-Solares, 1998) nevezik, a német szakirodalomban az *instationären/selbstinduzierten Luftkräfte* = instacioner/önindukált szélerek, *selbsterregten Schwingungen* = öngerjesztett rezgés kifejezésekkel találkoztam (Schwarzkopf és Hortmanns, 2003; Starossek, 1992). A továbbiakban ezekre az erőkre az *öngerjesztett* jelzőt használom.

A szerkezetre ható szélteher, ezek alapján, a lamináris áramlás okozta örvényleválások hatásai és az öngerjesztett erők, valamint örvényes áramlás esetén a szélleökés-terhek összegeként áll elő. Az utóbbi kezelési módjával foglalkozott a 2.2. fejezet.

3.1. A belebegés lineáris modellje

Klasszikus belebegésnek nevezik azt az aeroelasztikus jelenséget, amikor a szerkezet két mozgási szabadságfoka összekapcsolódik egy áramlás vezérelte instabil mozgássá (Simiu és Scanlan, 1996). A klasszikus jelző az idők folyamán eltűnt, azt a továbbiakban nem is használom. A szerkezet hajlékonysága és az instabilitás határán kialakuló kicsiny mozgások lehetővé teszik a nemlineáris jelenség linearizálását. Így a definíció a következő formában is megfogalmazható: *lamináris szélben a belebegés a kétszabadságfokú keresztmetszet periodikus, csillapítatlan, időben változatlan amplitúdójú harmonikus mozgási jelensége*. A belebegést okozó szélesebbéget nevezik belebegési sebességnek. Ettől eltérő definíciót adott Selberg (1961)¹, aki az elcsavarodás bizonyos mértékű túllépéséhez kötötte a – most már torziósna nevezhető – belebegést. A definícióhoz alkalmazkodik a belebegési előidéző öngerjesztett erők Scanlan és Tomko (1971) javaslatára bevezetett belebegési derivatívumokon alapuló, frekvenciafüggő instacioner felírása. Vizsgálatukkal bemutatták, hogy a hidak merevítőtartójánál az öngerjesztett erők kifejezhetők a keresztmetszet gyorsulása és sebessége lineáris összefüggésével, szemben a repülőgépek szárnyánál használatos sebesség és gyorsulás helyett. Utóbbinak alapja a harmonikus mozgás elmozdulása és gyorsulása közötti kapcsolat.

Az általános ismertetés teljességéhez hozzátartozik, hogy Wagner már 1925-ben időbeli (frekvenciafüggetlen) modellt alkotott a repülőgépszárnyra ható terhekre. További vizsgálatokat végzett Küssner 1936-ban az erők időbeli, valamint 1941-ben Sears a frekvenciafüggő leírására (Cremona és Foucriat, 2002). Az utóbbi két modell, a Theodorsen-

¹Forrás: Klöppel és Thiele, 1967.

és Wagner-féle modellek esetével azonosan, gyakorlatilag a Fourier-transzformációval egymásba írhatók.

A vizsgált keresztmetszet két jellemző szabadságfoka az áramlás tengelyére merőleges (függőleges) emelkedő elmozdulás és a hossz tengely körüli elfordulás (elcsavarodás), amelyet alkalmasint a szélirányú eltolódással is ki lehet egészíteni. A mozgások idegen nyelvű elnevezése a hajózásból átvett fogalmak: *heave* = emelkedés, *pitch* = elcsavarodás, eltolódás = *drag*.

A dolgozatban a lineáris belebegési modellel foglalkozom, azaz amikor az öngerjesztett erők az elmozdulásokkal és sebességekkel lineáris kapcsolatban vannak. A 4.5. fejezetben bevezetett puha belebegés témaköréhez kapcsolódóan Chen A. és Rujin (2011) írása egy nemlineáris modell alkotásának kezdeti lépéseit tárgyalja.

3.1.1. Az instacioner öngerjesztett erők

A lamináris áramlásba helyezett rugalmas szerkezet belebegése egy ún. belebegési frekvenciájú, alapvetően kapcsolt függőleges (hajlító) és csavaró harmonikus mozgásként jelentkeznek. Ebből következően adódik az öngerjesztett erők frekvenciafüggő felírása.

A két mozgási szabadságfok elmozdulásaiból és a sebességéből számított öngerjesztett felhajtóerő és csavarónyomaték meghatározásához 8 belebegési derivatívum meghatározása szükséges (Scanlan és Tomko, 1971; Simiu és Scanlan, 1996). Bár a belebegés figyelembevételére alapvetően elegendő az emelkedő és az elcsavarodó mozgás figyelembevétele, az utóbbi időkben a nagyon nagy támaszközű hidak esetében az eltolódás hatását is figyelembe veszik, ami által 18-ra emelkedik a belebegési derivatívumok száma (Chen A., He, et al., 2002).

Harmonikus mozgás esetén az öngerjesztett erők három szabadságfok szerinti alakja a 3.1. ábra alapján (Scanlan-féle modell)

$$L_{se}(t) = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{\dot{\alpha}B}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B} \right) \quad (3.1a)$$

$$D_{se}(t) = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left(KP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KP_2^* \frac{\dot{\alpha}B}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{p}{B} + KP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + K^2 P_6^* \frac{h}{B} \right) \quad (3.1b)$$

$$M_{se}(t) = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{\dot{\alpha}B}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B} \right), \quad (3.1c)$$

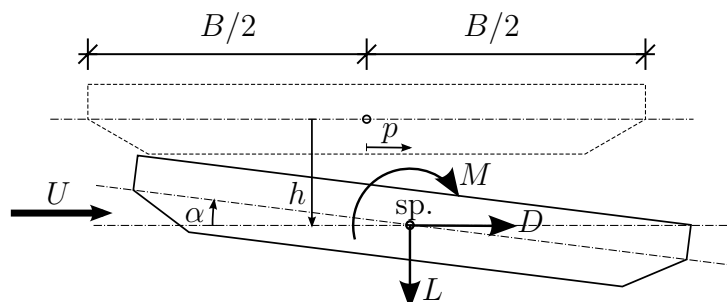
ahol

$h = h(t)$, $p = p(t)$ és $\alpha = \alpha(t)$ a t időtől függő három elmozduláskomponens, L_{se} , D_{se} és M_{se} az *öngerjesztett erők* ($()_{se}$ az „öngerjesztett” jelzése), U a lamináris szélesség, $K = \frac{\omega}{BU}$ a redukált (kör)frekvencia, ω a keresztmetszet mozgási (kör)frekvenciája, H_i^* , P_i^* és A_i^* ($i = 1, \dots, 4$) a keresztmetszet geometriájára jellemző, a redukált frekvenciafüggő emelőerő, ellenállás és csavarónyomaték derivatívumai. Szokás a derivatívumokat az

$$U_{\text{red}} = \frac{U}{fB} = \frac{2\pi}{K} \quad (3.2)$$

redukált sebesség függvényében is felírni, ahol $f = \frac{\omega}{2\pi}$ a frekvencia. A derivatívumok kapcsolatát teremtenek az öngerjesztett erők és a más irányban értelmezett elmozdulási szabadságfok között is, ezek teremtik meg a mozgás *kapcsolt* jellegét. Ezek alapján kapcsolatlannak nevezzük a H_1^* , H_4^* , A_2^* , A_3^* , P_1^* és P_4^* derivatívumokat, a többieket pedig kapcsoltaknak.

Bár a definíció csak harmonikus mozgás esetére írja le az erőket, azt mégis alkalmazzák egyéb esetekben is, mint pl. a csillapított, avagy gerjesztett harmonikus mozgásnál. A szakirodalom a (3.1)-ben megadott definíciót, kis elmozdulások feltételezése mellett, a szuperpozíció elvének is aláveti, amelyet turbulens áramlás esetére az 5. fejezetben használunk ki.



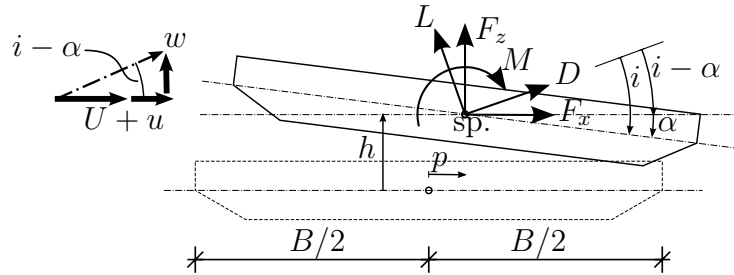
3.1. ábra. Öngerjesztett erők és koordináta-rendszerük

3.1.2. A kvázistacioner öngerjesztett erők

Az aeroelasztikus hatások időbeli és frekvenciafüggetlen leírására számos modell létezik, amelyek egymástól lényegében a bevezetett egyszerűsítések, feltételezések különbözőségében térnek el. A 2.2. fejezetben ismertetett szélterhelés leírása is egy ilyennek tekinthető, ahol a szerkezeti mozgást zérusnak tekintettük, viszont a szélstruktúra örvényességét figyelembe lehet venni. Az időbeli vizsgálat ez utóbbi feltételt továbbra sem korlátozza, így a továbbiakban csak a turbulens hatáshoz képesti „többletet”, vagyis az aeroelasztikus hatás közvetlen megjelenését tárgyalom. Az öngerjesztett erők (3.1) képletben megadott

frekvenciafüggő alakja egyben az időtől is függ, ezért „időbelinek” a frekvenciafüggetlen felírást nevezem.

Az alábbiakban tekintsük érvényesnek a kvázistacioner állapot (*quasi-steady*) hipotézisét, vagyis feltételezzük, hogy az öngerjesztett erők kialakulásában nincs memória-hatás. Ez gyakorlatilag annyit jelent, hogy minden időpillanatban csak a szerkezet pillanatnyi mozgás- és sebesség-állapota határozza meg az erőket, azokra a mozgás időbeli lefutásának nincs hatása.



3.2. ábra. Szélerők repüléstani koordináta-rendszerben

A kvázistacioner öngerjesztett erők leírásához, a szakirodalommal megegyezően, a 3.2. ábra szerinti ún. *repüléstani koordináta-rendszert* használom, amelyben a felhajtóerő a látszólagos szélesebbségre merőleges és ténylegesen felfele hat. A szél látszólagos beesési szöge (a 2.2. fejezetben említettek bővítéseként) a szél függőleges komponensén kívül a szerkezet elmozdulását, illetve sebességét is figyelembe veszi a

$$i(t) \simeq \frac{w(t)}{U} + \alpha(t) + \frac{\dot{h}(t)}{U} + rB \frac{\dot{\alpha}(t)}{U} \quad (3.3)$$

linearizált alakban, ahol i a beesési szög, r pedig az aerodinamikai középpont súlyponttól mért B -hez viszonyított relatív távolsága, amely az a pont, amelyre a felírt csavarónyomaték nem – vagy csak kis mértékben – függ a beesési szög változásától². Ekkor a látszólagos szélesebbségre az alábbi linearizált összefüggés adódik

$$U_i^2(t) \simeq U^2 + 2Uu(t) - 2U\dot{p}(t) = U^2 \left(1 + \frac{2u(t)}{U} - \frac{2\dot{p}(t)}{U} \right). \quad (3.4)$$

A szerkezetre ható, a szél (repüléstani) koordináta-rendszerében kifejezett szélteher a látszólagos szélesebbségből számított torlónyomás és a látszólagos beesési szög szerint linearizált erőtenyvezők használatával fejezhető ki. Ezt a szerkezetre ható globális (koo-

²Cremona és Foucriat (2002) alapján $r = \frac{\partial C_M}{\partial C_z}$, ahol C_z a fix koordináta-rendszerben értelmezett F_z felhajtóerő tényezője.

dináta-rendszerben felírt) erőkké alakítva a

$$F_z = D \sin(i - \alpha) + L \cos(i - \alpha) \simeq D(i - \alpha) + L \quad (3.5a)$$

$$F_x = D \cos(i - \alpha) - L \sin(i - \alpha) \simeq D - L(i - \alpha) \quad (3.5b)$$

transzformáció segítségével

$$F_z = \bar{F}_z + F_{z,b} + F_{z,se} \quad (3.6a)$$

$$F_x = \bar{F}_x + F_{x,b} + F_{x,se} \quad (3.6b)$$

$$M = \bar{M} + M_b + M_{se} \quad (3.6c)$$

kifejezéseket kapjuk. A képletekben a felülvont átlagos erők megegyeznek a (2.15)-ben megadott \bar{D} , \bar{L} és \bar{M} kifejezésekkel. A $()_b$ indexszel jelölt erők azonosak a (2.16)-ban megadott D_b , L_b és M_b kifejezésekkel, azzal a megjegyzéssel hogy itt elmaradt az aerodinamikai admittancia-függvény. A harmadik, az öngerjesztett erőket jelölő tagok

$$F_{z,se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(-2C_L \frac{p'}{U} + (C'_L + C_D) \left(-\frac{h'}{U} + \frac{Br\alpha'}{U} \right) + C'_L \alpha \right) \quad (3.7a)$$

$$F_{x,se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(-2C_D \frac{p'}{U} + (C'_D - C_L) \left(-\frac{h'}{U} + \frac{Br\alpha'}{U} \right) + C'_D \alpha \right) \quad (3.7b)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(-2C_M \frac{p'}{U} + C'_M \left(\alpha - \frac{h'}{U} + \frac{Br\alpha'}{U} \right) \right) \quad (3.7c)$$

alakban állnak elő. Ugyanez mátrixos alakban

$$\mathbf{f}_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 \mathbf{B} \left(\mathbf{C}_{se} \frac{\dot{\mathbf{y}}}{U} + \mathbf{K}_{se} \frac{\mathbf{y}}{U} \right), \quad (3.8)$$

ahol $\mathbf{y} = \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} h(t) & p(t) & \alpha(t) \end{bmatrix}$ az elmozdulásvektor, \mathbf{B} a (2.18) szerinti geometriai mátrix, és

$$\mathbf{C}_{0,se} = \begin{bmatrix} -C'_L - C_D & -2C_L & (C'_L + C_D)Br \\ -C'_D + C_L & -2C_D & (C'_D - C_L)Br \\ -C'_M & -2C_M & C'_M Br \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{K}_{0,se} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C'_L \\ 0 & 0 & C'_D \\ 0 & 0 & C'_M \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

A (2.24) egyenlethez hasonló mozgásegyenletünk van jelen esetben is, az egyenlet jobb oldalán az öngerjesztett teherrel. A mozgásegyenletben átrendezéssel az \mathbf{y} elmozdulás-

vektorhoz tartozó \mathbf{K} szerkezeti merevségi mátrixot megváltoztatja a

$$\mathbf{K}_{se} = \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{B} \mathbf{K}_{0,se} \frac{1}{U} \quad (3.11)$$

mátrix; innen kapja az aerodinamikus merevségi mátrix elnevezést. Hasonlóképpen kapja a

$$\mathbf{C}_{se} = \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{B} \mathbf{C}_{0,se} \frac{1}{U} \quad (3.12)$$

az aerodinamikus csillapítási mátrix elnevezést.

A merevítőtartó minden pontjának mozgásegyenlete így

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_{se})\dot{\mathbf{y}}(t) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{se})\mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{f}} + \mathbf{f}_b(t) \quad (3.13)$$

alakban áll elő.

Számos szabványban a hídra ható szélterhet úgy adják meg, hogy a teher három komponensét kapcsolatlanak (*uncoupled*) tekintik, azaz mindegyikben csak az azonos irányú elmozduláskomponens szerepel. Ezt alapozza meg az a tény, hogy számos esetben a torziós és a hajlító sajátfrekvencia aránya $\sqrt{2}$ és 2 közé adódik (Cremona és Foucriat, 2002). A (3.7) egyenletben megadott formulák tovább egyszerűsíthetők a mozgási sebességek elhanyagolásával (Tubino, 2005).

Lehetőség nyílik az öngerjesztett erők időbeli kifejezésére az aerodinamikus impulzus függvények konvolúcióját használni, amellyel gyakorlatilag a Wagner-féle modell állítható elő (Chen X. és Kareem, 2002; Petrini et al., 2007).

3.1.3. A belebegési derivatívumok és az erőtényezők közötti kapcsolat

A mozgás és szélesebességből számított redukált frekvenciától függő, A (3.1) egyenletben felírt kifejezés a mozgási frekvencia csökkenésével a mozgás kvázi-statikussá válásával, $K \rightarrow 0$ határátmenettel érezhetően a (3.7)-ben megfogalmazott kifejezéshez tart. A frekvencia csökkenése jelen esetben azonos a szélesebesség végtelen növekedésével, $U_{red} \rightarrow \infty$, vagyis a jelenség mögött az a fizikai jelenség áll, hogy a szél olyan gyorsan halad át a szerkezet fölött, hogy annak relatív lassú mozgását „nem veszi észre”.

A belebegési derivatívumok és az erőtényezők közötti kapcsolat kifejezhető (Mannini, 2006; Tubino, 2005), amelyek közül a későbbiekben felmerülő

$$\lim_{K \rightarrow 0} K H_1^*(K) = - \left(\frac{dC_L}{d\alpha}(\alpha_0) + C_D(\alpha_0) \right) \quad \lim_{K \rightarrow 0} K A_2^*(K) = r \frac{dC_M}{d\alpha}(\alpha_0) \quad (3.14a)$$

$$\lim_{K \rightarrow 0} K^2 H_4^*(K) = 0 \quad \lim_{K \rightarrow 0} K^2 A_3^*(K) = \frac{dC_M}{d\alpha}(\alpha_0) \quad (3.14b)$$

kifejezéseket említtem, ahol r az aerodinamikai középpont relatív helyzete. Fel hívom a figyelmet, hogy a két felírás eltérő koordináta-rendszert használ (vö. 3.1. és 3.2. ábrákat), a felhajtóerő és a függőleges elmozdulás iránya ellentétes.

A különböző derivatívumok között is fel lehet fedezni bizonyos összefüggéseket. Erre lehet következtetni abból, hogy Scanlan és Tomko (1971) a 2SZF-ú rendszer öngerjesztett erőit eredetileg A_4^* és H_4^* nélkül definiálta, azokat csak később, a teljesség „kedvéért” vezették be. Theodorsen (1935) a síklap derivatívumait két, első- és másodfajú Bessel függvényből képzett komplex értékű cirkulációs függvényből vezette le, így az összesen 8 derivatívum között bizonyos átfedések vannak. A derivatívumok közötti kapcsolatokról azonban ellentmondásos vélemények születtek, melyek közül néhányat emelek ki (Bartoli és Mannini, 2008; Mannini, 2006; Matsumoto, 1996; Scanlan, Jones, et al., 1997; Tubino, 2005)

$$H_1^* \simeq KH_3^* \quad H_4^* \simeq -KH_2^* \quad A_1^* \simeq KA_3^* \quad A_4^* \simeq -KA_2^* \quad (3.15a)$$

$$H_1^* \simeq KH_3^* - \frac{C_D}{K} \quad H_4^* \simeq -K(H_2^* + A_1^*) \quad H_1^* A_3^* \simeq H_3^* A_1^* \quad (3.15b)$$

$$P_6^* \simeq -KP_2^* \quad P_5^* \simeq KP_3^* + \frac{C_L}{K} \quad (3.15c)$$

és még lehetne sorolni. A felsorolásból látható a változatos kép, amelynek frappáns következtetését Scanlan, Jones, et al. (1997) vonta le: a derivatívumok közötti átjárhatóság nem garantált, a képletek érvényességéről mindig mérésrel kell meggyőződni.

3.2. A belebegési derivatívumok meghatározása

A belebegési derivatívumok meghatározásának módjai közül megkülönböztetjük a szélcsatorna méréseket és a numerikus szimulációt. Előbbi munkaigényes és költséges eljárás, azonban nagy múltra és tapasztalatra tett szert. A numerikus szimuláció előtt az utóbbi idők számítási kapacitásának növekedése nyitotta meg az utat, az utóbbi időkben ígéretes eredmények születtek és jelentős további előrelépések várhatóak a jövőben is (Szabó és Kristóf, 2010). Egyelőre a szimuláció szerves része a szélcsatorna kísérleti verifikáció, így még nem beszélhetünk kiforrott, végleges numerikus módszerről.

A szélcsatorna kísérletek közül megkülönböztetjük a teljes, rugalmas szerkezet modelljét, és annak csak egy részét, pl. a merevítőtartó teljes hosszának rugalmas modelljét, valamint a keresztmetszetet jellemző, ún. *részlet-modellt* (*section model*), az előbbieknél nagyobb léptékkel. A lépték kérdése relatív fogalom, ugyanis jelentősen függ a szélcsatornában rendelkezésre álló méretektől, a meghatározni kívánt hatás jellegétől.

A részlet-modell kísérletek közös jellemzője, hogy a merevítőtartó egy keresztmetszetének derivatívumait kísérlik megmérni. A (közel) lamináris áramlásra merőlegesen elhelye-

zett kétszabadságfokú, nagy támaszközű hidaknál az utóbbi időben három szabadságfokú, kicsinyített léptékű, viszonylag rövid és merev modellt használnak. Feltételezik, hogy a modell hosszán a szélterhek nem változnak, a modell végén lezáró lapokkal biztosítják a modell „végtelenítését”, ezáltal a kapott mérési eredmények a 2D keresztmetszetre jellemző értékeket szolgálnak. A továbbiakban a szélsatorna kísérletek két fajtájával foglalkozom: a szabad lengéssel és a kényszermozgásúval, mindkét esetben a kétszabadságfokúakkal (függőleges mozgás és tengely körüli elcsavarodás).

A derivatívumok szélsatorna kísérleti meghatározása során felmerül a hibák kezelésének fontossága, és azok hatása az eredményekre. A hibaforrások számos fajtájúak lehetnek, tervezési hiba (szélesség és mozgási frekvencia tartomány megválasztása, lépték, tömeg/merevség), mérési hiba (jel/zaj arány, mechanikai ill. elektronikai zaj, megfogás kialakítása), feldolgozási hiba (fáziskésés a mért jelek között, inerciális erők hibás meghatározása). Ezek közül a megfogási tökéletlenség hatását a 4.1. fejezetben tárgyalom.

3.2.1. A szabad lengés módszere

A belebegési derivatívumok egyik meghatározási lehetősége az ún. szabad lengéses eljárás. Ekkor a részlet-modell két végén lévő rögzítést rugókkal valósítják meg úgy, hogy a modell mind függőleges mozgásra, mind elcsavarodásra rugalmasan viselkedjen.

A szabad lengéses kísérletek egyik válfaja az, amikor a merevítőtartó egyik metszetének tényleges rugalmas jellemzőit modellezik, vagyis a modell tömegét és felfüggesztéseit a szerkezet sajátfrekvenciáihoz igazítják. A megfelelő modell-törvények alapján (Simiu és Scanlan, 1996) elkészített modellen meg lehet mérni a lamináris szélesség növekedése eredményeképpen megjelenő örvényleválásokat, illetve a belebegés is megfigyelhető. A belebegési sebesség a mozgások amplitúdójának rohamos növekedésében mutatkozik, azonban azon túl menni a modell épségének megőrzése érdekében nem lehet. Ha az örvényleválás hatását mérsékelni kívánják, kis mértékű turbulens áramlásban végzik a mérést, mivel a turbulencia segíti az áramlás gyorsabb leválását a szerkezetről. Az eljárás hátránya, hogy a felfüggesztő rugók csak a merevítőtartó egy keresztmetszetének, jellemzően a nyílásközépi metszetnek a sajátfrekvenciát használja, és így a teljes szerkezetre nem ad kielégítő választ.

Ennek áthidalására terjedt el a belebegési derivatívumok közvetlen mérése, amelynek előnye, hogy nem kell a modell tömegét, merevségét és csillapítását feltétlenül egymáshoz beszabályozni. A vizsgálatot általában három ütemben végzik. Az első két ütemben csak egyszabadságfokú mozgást engednek meg, a másikat gátolják. Ekkor, az adott szélesség mellett a modell egyik mozgását rögzítik, a kapcsolatlan dinamikai mozgásegyenletben keletkező látszólagos (szerkezeti+aerodinamikus) csillapítást a mért elmozdulások alapján meghatározzák, majd a tömeg ismertében a látszólagos merevséget. Ezekből lehet a két

kapcsolatlan derivatívumot származtatni. A vizsgálat harmadik ütemében a fennmaradó, kapcsolt derivatívumokat a két szabadságfokkal mozgó szerkezeten mért mozgások amplitúdójának és fáziskésésének ismeretében lehet kifejezni. Amennyiben az első két ütemben a rögzített mozgáskomponensnél jelentkező reakcióerőt mérik (amplitúdó és fáziskésés), akkor a harmadik ütemet elegendő verifikációs célra használni.

Bár a vizsgálat alapvetően lamináris áramlásban történik, lehetőség nyílik turbulens áramlásban mért derivatívumokat is meghatározni. Ekkor a turbulencia zajként jelentkezik az eredményekben, amelynek kiszűrése a szélteher és a mozgások teljesítmény-sűrűségfüggvénye felhasználásával történik. Az így meghatározott derivatívumok pontossága a TSF-ek pontosságától függ. A szakirodalom viszonylag ellentétes tapasztalatokat szerzett a turbulencia a derivatívumokra kifejtett hatásáról, bizonyos esetekben elenyésző különbséget tapasztaltak a lamináris áramlához képest, mások jelentős eltéréseket vételek felfedezni. A szakirodalom viszonylag kevés turbulens áramlásban kimért derivatívumokkal rendelkezik, és jellemző vélemény, hogy a lamináris közegben meghatározott derivatívumokat fel lehet használni turbulens áramlás vizsgálatára is (Cremona és Foucriat, 2002).

3.2.2. A kényszermozgás módszere

A kényszermozgás módszerénél használt modell annyiban tér el az előzőtől, hogy a rugalmas felfüggesztések helyett szabályozható mozgató kényszereket építenek be. Ekkor a modellt egy, illetve két szabadságfok szerint lehet mozgatni. A nehézség az aerodinamikai erők mérésében rejlik, ugyanis azokat magában a gerjesztő berendezésben kell mérni és gondoskodni kell a tehetetlenségi erők leválasztásáról. Utóbbi miatt követelmény, hogy a modell súlya a lehető legkisebb legyen, miközben a merevsége továbbra is nagy maradjon.

Lehetőség nyílik a modell felületén jelentkező nyomások közvetlen mérésére is, amelynek összegzéséből előállítható a modellre ható erők (pl. Matsumoto (1996)).

A belebegési derivatívumok a mért mozgások és erők időfüggvényeinek spektrális vizsgálata eredményezte amplitúdók és fáziskésések ismeretében határozhatók meg. Az eljárást jelen esetben is három ütemben hajtják végre, amely során először a kapcsolatlan, majd a kapcsolt derivatívumokat határozzák meg.

Ha az első két ütemben mérik mind a két mozgáskomponenshez tartozó erő és nyomaték amplitúdóját és fáziskésését, akkor elegendő a harmadik ütemet ellenőrzésre használni. A számítás részletesebb ismertetéséhez tekintsük a két független kényszermozgást

$$h(t) = \hat{h} \sin(2\pi ft) \quad (3.16a)$$

$$\alpha(t) = \hat{\alpha} \sin(2\pi ft) \quad (3.16b)$$

szinuszos alakban, ahol f a mozgás frekvenciája, \hat{h} és $\hat{\alpha}$ pedig a mozgás amplitúdója. A

mozgás hatására az öngerjesztett erők létrejönnek, amelyek a tehetetlenségi erők leválasztása után a mozgással azonos frekvenciájú szinuszos függvényként

$$L_i = C_{iL} + A_{iL} \sin(2\pi t F_{iL} - \varphi_{iL}) \quad (3.17a)$$

$$M_i = C_{iM} + A_{iM} \sin(2\pi t F_{iM} - \varphi_{iM}) \quad (3.17b)$$

alakúak, ahol

$i = h, \alpha$ a h vagy α komponensű kényszermozgást jelöli,

C a konstans eltolási paraméter,

A az amplitúdó,

$F = f$ a frekvencia,

φ az erő (nyomaték) fáziskésése a mozgáshoz,

L_i és M_i már a tehetetlenségi erőktől megtisztított öngerjesztett erők.

Azért van az erőknek is tisztán szinuszos alakú függvényük, mert az öngerjesztett erők képlete és a mérési adatsor Fourier-transzformációjából csak a fenti alakban megadott összefüggések értékelhetők. A torlónyomásra bevezetve a $p = \frac{1}{2}\rho U^2$ jelölést, valamint az öngerjesztett erők 3.1 képletben megadott definíciójával összevetve a belebegési derivatívumokat az alábbi összefüggések szolgáltatják

$$H_1^* = \frac{-A_{hL} \sin(\varphi_{hL})}{pK^2 \hat{h}} \quad H_2^* = \frac{-A_{\alpha L} \sin(\varphi_{\alpha L})}{pK^2 B \hat{\alpha}} \quad (3.18a)$$

$$H_3^* = \frac{A_{\alpha L} \cos(\varphi_{\alpha L})}{pK^2 B \hat{\alpha}} \quad H_4^* = \frac{A_{hL} \cos(\varphi_{hL})}{pK^2 \hat{h}} \quad (3.18b)$$

$$A_1^* = \frac{-A_{hM} \sin(\varphi_{hM})}{pK^2 B \hat{h}} \quad A_2^* = \frac{-A_{\alpha M} \sin(\varphi_{\alpha M})}{pK^2 B^2 \hat{\alpha}} \quad (3.18c)$$

$$A_3^* = \frac{A_{\alpha M} \cos(\varphi_{\alpha M})}{pK^2 B^2 \hat{\alpha}} \quad A_4^* = \frac{A_{hM} \cos(\varphi_{hM})}{pK^2 B \hat{h}}. \quad (3.18d)$$

A fentiekből átrendezéssel kapjuk a terhek és elmozdulások fáziskülönbségére a derivatívumokkal kifejezett

$$\frac{H_1^*}{H_4^*} = -\operatorname{tg}\varphi_{hL} \quad \frac{H_2^*}{H_3^*} = -\operatorname{tg}\varphi_{\alpha L} \quad \frac{A_1^*}{A_4^*} = -\operatorname{tg}\varphi_{hM} \quad \frac{A_2^*}{A_3^*} = -\operatorname{tg}\varphi_{\alpha M} \quad (3.19)$$

összefüggést.

A kényszermozgás módszerének előnye a szabad lengéssel szemben, hogy az örvényleválások hatása jobban kimérhető, ugyanis az a szabad lengéses módszernél a modell sajátfrekvenciájával azonos frekvenciájú mozgásként jelentkeznek, ami nem feltétlenül egyezik meg a hídéval. Az előny ellen szól a gyakorlat, miszerint a műtárgy tervezésének egyik célja pont az örvényleválások miatti gerjesztés elkerülése (Cremona és Foucriat, 2002).

Mindkét eljárás közös jellemzője, hogy a mozgások amplitúdóját a nemlineáris hatások elkerülése érdekében korlátozni kell, valamint hogy a mérési korlátok tükrében lehetőleg a kicsi redukált sebességek tartományában szülessenek eredmények, ugyanis a belebegés rendszerint $U_{\text{red}} \simeq 3 \sim 8$ között alakul ki (Hunyadi, 2009b). Ennek lehetősége a sebesség csökkentése (ekkor a kényszermozgás módszere esetében csökken a jel/zaj arány), illetve a mozgási/mozgatási frekvencia növelése (ekkor viszont a tehetetlenségi erők növekednek).

A fentiek tükrében a szabad lengéses módszer tűnik előnyösebbnek, ami nagyrészt az egyszerűbb felépítésének és méréstechnológiájának köszönhető.

3.2.3. A derivatívumok közelítése

A szélcsatorna kísérletben, vagy a numerikus szimulációval, diszkrét redukált sebességhez tartozó belebegési derivatívumokat lehet meghatározni, azonban az aerodinamikai instabilitást számító eljárások a derivatívumok folytonosságát megkövetelik. Ennek megfelelően a mérési pontokra, bizonyos elgondolások alapján, görbéket kell fektetni. Ezek lehetőségeit és következményeit tárgyalja a jelen fejezet.

Közelítés lineáris interpolációval

A mérnöki gondolkodásmód egyik kézenfekvő eredménye, hogy a derivatívumokat a diszkrét mérési eredmények lineáris interpolációjaként adják meg. Ennek előnye a gyors használat. Hátránya, hogy a derivatívum függvénye törésekkel rendelkezik, mely a megoldó algoritmusok bizonytalanságát növelik, stabilitását megnehezítik. Felmerül a kérdés, amely az egyéb görbeillesztésnél is felmerül, hogy a mérési értékeket hogyan extrapoláljuk. A 3.1.3. fejezetben ismertetett összefüggések alapot adnak a derivatívumok nagy redukált sebességeknél előforduló értékeinek. Azonban érdekesebb és fontosabb kérdés, hogy a legkisebb mért redukált sebességnél kisebb értékekkel mi a helyzet? Általánosan elfogadott eljárás, hogy a derivatívumok extrapolációja az origóhoz történjen. Ezzel ellentétes a vékony síklap elméletileg levezetett Theodorsen-féle derivatívumai, ahol a H_4^* nem zérushoz tart. Maga Scanlan és Tomko (1971) is a H_4^* és A_4^* nélkül vezette be a 2SZF-ú rendszer derivatívumait, és a szakirodalom is számos esetben elhanyagolhatónak tekintik őket, illetve a nem zérus értékű befutását a repüléstannak tulajdonítják, a hidakra vonatkozó derivatívumok diagramjait a mérések mind az origóból indítják.

Polinomiális közelítés, a derivatívumok deriválása

A lineáris interpolációnál simább görbét eredményez a magasabb fokú polinomos görbeillesztés. Tekintsük a derivatívumok felírását a

$$H_i^* = \sum_{j=1}^n (h_{ij} U_{\text{red}}^j) \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.20a)$$

$$P_i^* = \sum_{j=1}^n (p_{ij} U_{\text{red}}^j) \quad (3.20b)$$

$$A_i^* = \sum_{j=1}^n (a_{ij} U_{\text{red}}^j) \quad (3.20c)$$

polinomos alakban, úgy hogy a kifejezésben szereplő h_{ij} , p_{ij} és a_{ij} együtthatókat a mérési eredményekre adódó illesztés eredményezi. A felírás előnye, hogy folytonos, deriválható kifejezést kapunk, valamint hogy a derivatívumokban előforduló előjelváltást is vissza lehet kapni. A fokok megválasztására segítséget nyújthat a derivatívumok közötti, a (3.15)-ben megadott összefüggések, melyek alapján javasolható, hogy a sebességekhez tartozó derivatívumokat (pl. A_4^*) eggyel alacsonyabb fokú polinommal közelítsük, mint az elmozduláshoz tartozót (A_2^*) (Hunyadi, 2009a).

Alkalmassint lehet a derivatívumokat csak egy taggal is jellemezni (Øiseth és Sigbjørnsen, 2011), azonban ekkor eltűnik a derivatívumban esetlegesen szereplő zérushely, így azt csak áramvonalas keresztmetszetre javasolt alkalmazni.

A polinomiális felírás előnye, hogy az U szélesség szerinti deriválás könnyen elvégezhető, hiszen az U_{red} redukált sebesség U szerinti deriváltja

$$U'_{\text{red}} = U_{\text{red}} \left(\frac{1}{U} - \frac{\omega'}{\omega} \right), \quad (3.21)$$

ahol ()' jelöli a sebesség szerinti deriválást. Ezek alapján maga a derivatívum sebesség szerinti deriváltja viszonylag kedvező alakot veszi fel, ugyanis az együtthatókat a kitevő fok szerint kell súlyozni:

$$H_i^{*'} = \left(\frac{1}{U} - \frac{\omega'}{\omega} \right) \sum_{j=1}^n j h_{ij} U_{\text{red}}^j \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.22a)$$

$$P_i^{*'} = \left(\frac{1}{U} - \frac{\omega'}{\omega} \right) \sum_{j=1}^n j p_{ij} U_{\text{red}}^j \quad (3.22b)$$

$$A_i^{*'} = \left(\frac{1}{U} - \frac{\omega'}{\omega} \right) \sum_{j=1}^n j a_{ij} U_{\text{red}}^j. \quad (3.22c)$$

Közelítés racionális függvénnyel

A derivatívumok polinomos közelítése lehetővé teszi az esetleges zéruspontok figyelembevételét, azonban a „kilengések” kedvezőbb illesztését lehet elérni racionális polinomok használatával. A két megoldás együttes megoldásaként született a derivatívumok közelítése racionális függvénnyel (Chen X. et al., 2000b), amely nevében csalóka, hiszen polinomos alakot is használ. A racionális függvényes közelítés felhasználása az 5. fejezetben történik. Amennyiben a szerkezet mozgásait $\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_0 e^{i\omega t}$ alakban harmonikusnak feltételezzük, ahol \mathbf{y}_0 az amplitúdó, akkor a (3.1) egyenlet sebességi komponensei a deriválás miatt csak imaginárius értéket vesznek fel. Ekkor a derivatívumok párba állíthatók úgy, hogy minden elmozdulás komponenshez a sebességhez rendelt derivatívumot rendeljük párnak. Az így előálló komplex értékű mátrixot közelítjük racionális függvényekkel az alábbi alak szerint

$$K^2 \begin{bmatrix} H_4^* + iH_1^* & H_6^* + iH_5^* & H_3^* + iH_2^* \\ P_6^* + iH_5^* & P_4^* + iP_1^* & P_3^* + iP_2^* \\ A_4^* + iA_1^* & A_6^* + iA_5^* & A_3^* + iA_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2(iK) + \mathbf{A}_3(iK)^2 + \sum_{l=1}^{m=2} \frac{\mathbf{A}_{l+3}iK}{iK + d_l}, \quad (3.23)$$

ahol $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^3$ együttható mátrixok. Az első három tag a polinomiális közelítés, az utolsó tag pedig a derivatívumok okozta öngerjesztett erőket jelöli, amelyben a közelítés tagjainak m száma szabadon választható. Az \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 és \mathbf{A}_3 képviseli az aerodinamikus merevséget, csillapítást és tömeget, amelyek közül az utóbbit rendszerint nullának tekinthetjük fel. Az \mathbf{A}_{l+3} mátrixok az öngerjesztett erők instacioner jellegét reprezentálják, amihez a d_l pozitív paraméterrel lehet becsülni az aerodinamikus erők sebességhez képesti időkésését. A (3.23)-ban szereplő mátrixokat és késési paramétereket kétszeres görbeillesztéssel lehet meghatározni, egyrészt a d_l , másrészt az \mathbf{A}_i mátrixok legkisebb négyzetes illesztésével.

Ez a felírás, mint azt az 5.2. fejezetben látni fogjuk, lehetővé teszi az öngerjesztett erők frekvenciától független kezelését, így az időbeli vizsgálatnál jelentősen megkönnyebbíti a számítást.

3.3. A szerkezeti válasz spektrális meghatározása

A szerkezet viselkedését leíró egyenletek és azok analízisének célja az aerodinamikus instabilitás elkerülése. Ennek egyik alapvető eszköze az instabilitáshoz tartozó kritikus szélesebesség meghatározása és összevetése a szerkezet környezetében, annak élettartama alatt, meghatározott valószínűséggel előforduló, kellő időtartamú maximális szélesebességgel. A szakirodalom jó alapanyagot szolgáltat a kritikus szélesebesség meghatározására, valamint a maximális szélesebesség modellezésére.

Habár a jelen dolgozatnak nem közvetlen témája, de meg kell említeni a „kellő időtar-

tammal” kapcsolatos alábbi gondolatmenetet, amellyel összefüggésben kevés a fellelhető szakirodalmi információ, tanulmány. A szabványok (pl. MSZ EN 1991-1-4:2007, 2007) a rögzített 10 perces időtartam alatt előforduló maximális szélesség és a kritikus sebesség közötti biztonságot követelik meg. De a szerkezet belengetéséhez, az instabilitás kialakulásához olyan sebességű szél szükséges, amely a szerkezet jellemző lengésidejével arányos ideig fenn áll. Ebből következik, hogy ennél rövidebb ideig, pl. nagyon rövid szellőkések megjelenhetnek anélkül, hogy azok stabilitásvesztést okoznának.

A továbbiakban a belebegéshez tartozó vizsgálatokat ismertetem, a hozzá tartozó kritikus szélességet belebegési sebességnek nevezem.

3.3.1. A belebegés vizsgálata frekvenciatérben

A két, függőleges elmozdulási és elcsavarodási szabadságfokú rendszer dinamikai mozgásegyenletét az öt terhelő öngerjesztett erőkre számos szerző vizsgálta. Ezek közül emelkedik ki Klöppel és Thiele (1967) írása, amely a mozgásegyenlet átrendezésével kapott komplex értékű sajátérték-feladat megoldásaként szolgáltatja a belebegési sebességet a 3.3. ábrán illusztrált módon. Az előállított ábra a síklap belebegési derivatívumain alapul, viszont számos egyéb merevítőtartó keresztmetszeti kialakítás szélcsatorna mérése alapján szorzótényezőt vezettek be, amelyen keresztül lehet figyelembe venni a vonatkozó belebegési sebesség eltérését. Az eljárásuk sikerét bizonyítja, hogy azt a jelen napig is használják, igaz már leginkább csak közelítő megoldásként.

Az azóta kifejlesztett instabilitási eljárások zöme azonos elven alapul: dimenziótlanított szerkezeti és áramlási paramétereken keresztül fejezik ki a belebegési sebességet. Emiatt fontos az eljárás főbb lépéseit ismertetni.

A 2SZF-ű keresztmetszet mozgásegyenlet-rendszere

$$m\ddot{h}(t) + c_h\dot{h}(t) + k_h h(t) = L_{se}(t) \quad (3.24a)$$

$$I\ddot{\alpha}(t) + c_\alpha\dot{\alpha}(t) + k_\alpha\alpha(t) = M_{se}(t), \quad (3.24b)$$

ahol

m a keresztmetszet tömege,

$I = m(r_\alpha B/2)^2$ a poláris inerciája a súlypontra,

r_α a $B/2$ félszélességre vonatkozó tehetetlenségi relatív sugár,

c_h és c_α a csillapítások,

k_h és k_α a merevségek és az egyenlet jobb oldalán álló terhek a (3.1) egyenletben megadott öngerjesztett erők.

A (3.24) egyenlet egy másodrendű lineáris homogén differenciálegyenlet-rendszer, amelynek két sajátértéke, az együtthatóktól függően, valós vagy komplex szám. Ha a két

sajátérték komplex szám, amelyek egyben egymás konjugáltjai is, akkor az elmozdulások csillapított vagy gerjesztett harmonikus függvények. Csillapítás nélküli esetben ez a megoldás felel meg a belebegésnek. Azonban ha a két sajátérték valós szám, akkor azok előjelétől függően, de a multiplicitástól függetlenül, a kialakuló stabil vagy instabil elmozdulások nem harmonikusak, vagyis a keresztmetszet nem tér vissza egy korábbi pozíciójába. Instabil esetben ez a divergencia. Mind a csak valós, mind a komplex sajátértékek esetében az instabilitás feltétele, hogy a sajátérték valós része előjele zérus legyen, az ehhez tartozó szélesség pedig a kritikus sebesség. A gondolatmenetből következi, hogy a belebegési derivatívumokkal leírt mozgásegyenlet magában tartalmazza a divergencia és a táncolás esetét is. Ezt a kapcsolatot a 4.2. fejezetben tárgyalom.

3.3.2. A komplex sajátérték feladat

A továbbiakban tekintsük csak a belebegés esetét, vagyis a változó amplitúdójú harmonikus mozgást. A belebegés pillanatában feltételezhetjük a csillapítatlan mozgást

$$h(t) = h_0 e^{i\omega_F t} \quad (3.25a)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{i\omega_F t} \quad (3.25b)$$

alakban, ahol $h_0 \in \mathbb{C}$ és $\alpha_0 \in \mathbb{C}$ a komplex értékű amplitúdó, amely magában foglalja a fáziskésést is és $\omega_F \in \mathbb{R}$ a belebegési frekvencia. A mozgások harmonikus alakját behelyettesítve a (3.24) mozgásegyenletekbe, átrendezéssel kapjuk a mátrixos alakban kifejezett

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} h(t) \\ B\alpha(t) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.26a)$$

egyenletet, ahol az együttható mátrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} H_4^* + iH_1^* + \frac{\pi\mu}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_F^2}{\epsilon^2} - 2i\frac{\epsilon_F}{\epsilon}\zeta_h\right) & H_3^* + iH_2^* \\ A_4^* + iA_1^* & A_3^* + iA_2^* + \frac{\pi\mu r_\alpha^2}{8} \left(1 - \epsilon_F^2 - 2i\epsilon_F\zeta_\alpha\right) \end{bmatrix} \quad (3.26b)$$

és a dimenziótlanított szerkezeti paraméterek közül a tehetetlenségi relatív sugár

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{I}{m}} \frac{2}{B}, \quad (3.27a)$$

az ω_{0h} hajlítási (függőleges elmozdulási) és $\omega_{0\alpha}$ csavarási (elcsavarodási) sajátfrekvenciák aránya

$$\epsilon = \frac{\omega_{0h}}{\omega_{0\alpha}}, \quad (3.27b)$$

a relatív tömeg a szerkezet tömege és a keresztmetszet köré írható hengertestben lévő levegő tömegének aránya:

$$\mu = \frac{4m}{\pi\rho B^2}, \quad (3.27c)$$

valamint a csillapítást a kritikushoz viszonyító csillapítási arány

$$\zeta_h = \frac{c_h}{2m\omega_{0h}} \quad \zeta_\alpha = \frac{c_\alpha}{2I\omega_{0\alpha}}. \quad (3.27d)$$

A torziós és a belebegési frekvencia aránya

$$\epsilon_F = \frac{\omega_{0\alpha}}{\omega_F}. \quad (3.28)$$

A belebegési stabilitásvesztés akkor következik be, amikor a fenti egyenlet bármilyen mozgásra teljesül, vagyis amikor az együttható mátrix determinánsa nullává válik. A determináns zérussá válása egy valós és egy imaginárius negyedfokú egyenlet formájában számítható. A két meghatározandó ismeretlen közül az egyik a belebegési redukált sebesség U_{red} , amely a derivatívumokban szerepel és az egyik egyenlet zérushelyeként áll elő, a másik ismeretlen az ennek ismeretében kiszámítandó ϵ_F belebegési frekvencia aránya. A két dimenzió nélküli eredményből, a szerkezet konkrét paramétereinek ismeretében lehet az U_F belebegési sebességet meghatározni. A Klöppel és Thiele (1967) készítette, 3.3. ábrán látható diagramok alapján lehet meghatározni a síklapra vonatkozó belebegési sebességet.

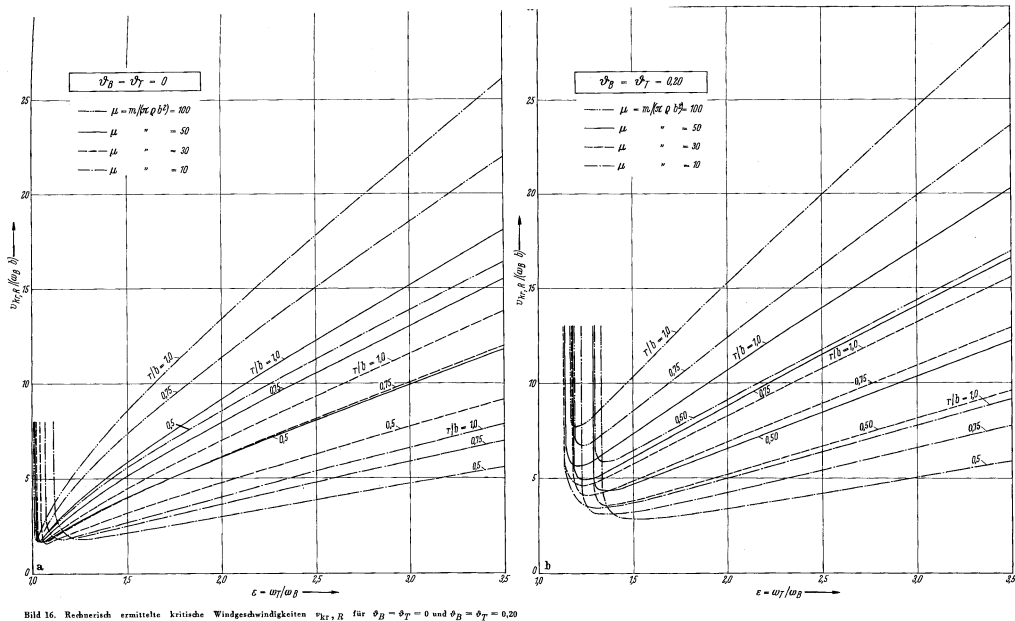


Bild 16. Rechnerisch ermittelte kritische Windgeschwindigkeiten $v_{kr} \cdot \epsilon$ für $\varphi_B - \varphi_T = 0$ und $\varphi_B - \varphi_T = 0,20$

3.3. ábra. Belebegési sebesség számítása csillapított és csillapítatlan esetre (Klöppel és Thiele, 1967)

Kollár (2004) könyve jó áttekintést ad a belebegés vizsgálatának eddigiekben ismertett közelítő eljárásáról, viszont az utóbbi évtizedekben megjelent újdonságokat már nem tartalmazza.

Az eljárást a továbbiakban, a szakirodalomban is használatos *komplex sajátérték-feladatként* hivatkozom. A belebegésként létrejövő mozgásformát a származtatása alapján az angol nyelvű szakirodalom *belebegési ágnak* nevezi, így beszélhetünk hajlítási-ág, illetve csavarási-ágról.

A belebegési sebesség meghatározására a szakirodalomban számos közelítő, empirikus képlet található, melyek közül a legelterjedtebb a Rocard- (1963)³ és a Selberg-féle (1961)⁴ képlet, melyek közül az utóbbi (a jelen dolgozatban alkalmazott jelölésekkel)

$$\frac{U}{f_{0\alpha}B} = 2,329 \sqrt{\mu r_{\alpha} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)} \quad (\text{Selberg}) \quad (3.29)$$

$$\frac{U}{f_{0\alpha}B} = 3,937 \sqrt{\frac{\mu r_{\alpha}^2}{1 + 2r_{\alpha}^2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)} \quad (\text{Rocard}), \quad (3.30)$$

ahol $f_{0\alpha} = \frac{\omega_{0\alpha}}{2\pi}$ a torziós sajátfrekvencia és U a belebegési sebesség.

3.3.3. A multimodális és háromszabadságfokú belebegés

Az eddigiekben kétszabadságfokú keresztmetszet belebegését ismertettem, amelyhez két sajátfrekvencia, azaz két módus tartozik, vagyis a belebegés *bimodális*. Nagy támaszközű hidak esetében azonban előfordul az igény, hogy a belebegés vizsgálatát kiterjesszük.

A bimodális vizsgálatnál felmerül a kérdés, hogy a szerkezet hajlítási és csavarási sajátfrekvenciái közül mely kettővel hajtsuk végre a számítást. Øiseth és Sigbjörnsson (2011) egy olyan multimodális vizsgálatot készítettek, amely továbbra is 2SZF-ű, viszont három, különböző módust vettek figyelembe. Három különböző szituációt vizsgáltak konkrét hídra vonatkozó adatokkal. Két hajlítási és csavarási módus-pár (két bimodális) hatása úgy jelentkezett, hogy, gyakorlatilag, a belebegés mindig a két külön bimodális belebegés szolgáltatta belebegési sebesség és frekvencia közül mindig a kisebbikre adódott az eredmény. Az egy hajlítási és két csavarási módus összeállításban a bimodális vizsgálatához képest csak 5%-os eltérést tapasztaltak. Azonban a két hajlítási és egy csavarási módus figyelembevételére esetén – jelentős többlet számítási igény mellett – igen eltérő eredményeket kaptak a bimodálishoz képest. Azaz utóbbi eset figyelembevételének szükségességét javasolták nagy támaszközű hidak esetén.

Chen X. et al. (2000a) a keresztmetszet szélirányú elmozdulásának figyelembevételének hatását vizsgálta (3SZF-ű) multimodális analízissel, és azt tapasztalta, hogy bár a

³Forrás: Mannini, 2006.

⁴Forrás: Mannini, 2006; Matsumoto et al., 2010.

belebegés ága megváltozik, az a belebegési sebességre nincs kihatással. Megállapították, hogy a multimodális 3SZF-ű rendszer belebegésénél továbbra is a hajlítási és a csavarási módusok dominálnak, vagyis lényegében elegendő a bimodális modellel vizsgálni. Érezhető, hogy a derivatívumok definíciója magában hordoz bizonyos redundanciát, amelyet a derivatívumok közötti, a (3.15)-ben megadott összefüggések is hangsúlyoznak. Ez felveti a kérdést, hogy a szabadságfokok további csökkentésével is lehet-e kezelni a belebegés jelenségét. Ennek lehetőségére fejlesztettem ki egy külponos forgási szabadságfokú „unimodális” modellt, amelyet a 4.3. fejezetben tárgyalok.

3.4. A belebegés hatásának spektrális vizsgálata

Turbulens áramlás esetén Simiu és Scanlan (1996) a következő összefüggést adta az elmozdulások $\tilde{S}(n, x)$ teljesítmény-sűrűségfüggvényére, amelyben a szellőkés-terhek és a kapcsolatlan öngerjesztett erők együttesen szerepelnek. A továbbiakban jelölje felül hullámvonal ($\tilde{}$) az öngerjesztett erők által megváltoztatott jellemzőket. Ekkor az α elcsavarodás TSF-e

$$\tilde{S}(n, x) = \sum_i \frac{\alpha_i^2(x) \int_0^L \int_0^L \alpha_i(x_1) \alpha_i(x_2) S_{M_1 M_2}(n) dx_1 dx_2}{16\pi^4 \tilde{n}_{\alpha i}^4 I_i^4 \left(\left(1 - \left(\frac{n}{\tilde{n}_{\alpha i}} \right)^2 \right)^2 + 4\tilde{\zeta}_{\alpha i}^2 \left(\frac{n}{\tilde{n}_{\alpha i}} \right)^2 \right)}, \quad (3.31)$$

ahol

$\tilde{n}_{\alpha i}^2 = n_{\alpha i}^2 - n^2 \left(\frac{16L}{\pi\mu r_\alpha^2} A_3^*(K) \right)$ az öngerjesztett erők által megváltozott, látszólagos saját-frekvencia, és

$\tilde{\zeta}_{\alpha i} = \frac{1}{\tilde{n}_{\alpha i}} \left(\zeta_{\alpha i} n_{\alpha i} - n \frac{8L}{\pi\mu r_\alpha^2} A_2^*(K) \right)$ a, szintén megváltozott, látszólagos csillapítási arány, α_i az i -edik sajátalak,

L a szerkezet hossza melyen x jelöli a pozíciót,

$S_{M_1 M_2}$ a térbeli kereszt-teljesítmény-sűrűségfüggvény,

I_i az i -edik modális torziós tehetetlenség.

A képlet minden n frekvenciához hozzárendel egy teljesítményt, az elmozdulás szórásnégyzetét a TSF integráltjával kell számítani. Ha bevezetjük a frekvenciák arányára a

$$\psi^2 = \left(\frac{\tilde{n}_{\alpha i}}{n_{\alpha i}} \right)^2 = 1 - \left(\frac{n}{n_{\alpha i}} \right)^2 \left(\frac{16L}{\pi\mu r_\alpha^2} A_3^*(K) \right) \quad (3.32)$$

szorzótényezőt, akkor a módosult csillapítás kifejezhető

$$\tilde{\zeta}_{\alpha i} = \zeta_{\alpha i} \frac{\psi_\zeta}{\psi} \quad (3.33)$$

alakban, ahol

$$\psi_\zeta = 1 - \frac{1}{\zeta_{\alpha i}} \frac{n}{n_{\alpha i}} \frac{8L}{\pi \mu r_\alpha^2} A_2(K). \quad (3.34)$$

Ha a TSF képletében csak egy sajátalakot veszünk figyelembe ($i = 1$), akkor az kifejezhető

$$\tilde{S}(x, n) = S(x, n) \frac{\left(1 - \left(\frac{n}{n_{\alpha i}}\right)^2\right)^2 + 4\zeta_{\alpha i}^2 \left(\frac{n}{n_{\alpha i}}\right)^2}{\left(\psi^2 - \left(\frac{n}{n_{\alpha i}}\right)^2\right)^2 + 4\zeta_{\alpha i}^2 \psi_\zeta^2 \left(\frac{n}{n_{\alpha i}}\right)^2} \quad (3.35)$$

alakban, ahol $S(x, n)$ az elmozdulás öngerjesztett erők nélküli TSF-e. Hasonló eredményt érhetünk el, ha a h elmozduláskomponensre vett összefüggéseket tekintjük. Az összefüggésekből „sejlik”, hogy egy bizonyos szorzóval figyelembe lehetne venni a belebegés turbulenciához képesti növelő hatását, azonban a képlet kiintegrálása nem járt sikerrel, a szórásnégyzetek szorzótényezőjét kifejezni analitikusan (ha van ilyen egyáltalán) nem sikerült. További hátránya a képletnek, hogy nem tartalmazza az öngerjesztett erők kapcsolt voltát, ami a disszertációban kitűzött célok egyike.

A fenti gondolatmenet azonban rávilágít arra, hogy a kapcsolatlan derivatívumok milyen arányban állnak a szerkezeti paraméterekkel. A fenti képletek csak a kapcsolatlan öngerjesztett erőkre adnak megoldást, az alkalmazó mérnök számára azonban egy, lehetőleg a kapcsolatlan erőket is figyelembe vevő zárt formula lenne érdekes. Ennek meghatározásával foglalkozom az 5. fejezetben.

4. fejezet

A belebegéssel kapcsolatos saját vizsgálataim

4.1. A derivatívumok hibáinak elemzése

A derivatívumokat jellemzően szélsatorna kísérlettel határozzák meg. Tekintsük a kényszermozgású kísérletek során végrehajtott függőleges, majd csavaró mozgások tökéletlenségét. A függőleges mozgás során a derivatívumokat az $\alpha = 0$ elcsavarodásmentesség feltételezéssel határozzuk meg. Tétélezzük fel a tényleges mozgást olyannak, hogy a függőleges mozgással egyidejűleg egy $\alpha(t) = \frac{\nu}{B/2}h(t)$ elcsavarodás is bekövetkezik, ahol h a függőleges elmozdulás. Ez egy geometriai elhelyezési tökéletlenségre, vagy egy mérési hibára vezethető vissza, de ennek tárgyalásától most tekintsünk el. A feltételezés és a valóság közötti különbséget a továbbiakban tökéletlenségnek nevezem (ν), az abból számított öngerjesztett erőkből, illetve a mért és feltételezett derivatívumokban keletkező különbségeket pedig hibáknak és Δ -val jelölöm. Az így bevezetett tökéletlenséggel meghatározott derivatívumokban az alábbi relatív hibák keletkeznek (Hunyadi és Hegedűs, 2012b)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta H_1^*}{H_1^*} &= \frac{H_2^*}{H_1^*} \frac{2\nu}{B} & \frac{\Delta H_4^*}{H_4^*} &= \frac{H_3^*}{H_4^*} 2\nu \\ \frac{\Delta A_1^*}{A_1^*} &= \frac{A_2^*}{A_1^*} \frac{2\nu}{B} & \frac{\Delta A_4^*}{A_4^*} &= \frac{A_3^*}{A_4^*} 2\nu, \end{aligned} \quad (4.1a)$$

amelyek egyenesen arányosak a ν tökéletlenséggel. A függőleges elmozdulás csavarónyomatéki derivatívumaiban fellépő hibát a geometriai B méret növelésével mérsékelni lehet. A síklap derivatívumaira támaszkodva megállapítható, hogy az A_1^* és A_2^* , valamint a H_1^* és H_2^* nagyságrendje azonos. Ez viszont nem igaz a többi két derivatívum-párra, amiből következik, hogy a hiba fajlagosan nagyobb mértékben jelentkezik ezen derivatívumoknál.

Járjunk el ehhez hasonlóan a torziós gerjesztési esetben, azaz tétélezzük fel, hogy a

figyelembe nem vett tökéletlenség a forgatási és a súlypont $\eta \frac{B}{2}$ mértékű vízszintes eltolódásából, külpontosságból keletkezik. A torziós derivatívumok hibái így

$$\begin{aligned} \Delta H_2^* &= \frac{H_1^* \eta}{2} & \Delta H_3^* &= \frac{H_4^* \eta}{2} \\ \Delta A_2^* &= \frac{H_1^* \eta^2}{4} + \frac{H_2^* \eta}{2} + \frac{A_1^* \eta}{2} & \Delta A_3^* &= \frac{H_3^* \eta}{2} + \frac{H_4^* \eta^2}{4} + \frac{A_4^* \eta}{2} \end{aligned} \quad (4.2a)$$

alakban fejezhetők ki. A translációs derivatívumokkal ellentétben a hiba a tökéletlenség magasabb hatványaival arányos, ráadásul számos más derivatívumtól is függ. A derivatívumok zérushelyeitől eltekintve, ahol a relatív hiba kiugróan magas, az értékesnek ítélt A_2^* nagy hibával van terhelve az instabilitás szempontjából érdekes kis redukált szélességek tartományában. A hibát a redukált sebesség növelése mérsékli, nem úgy mint az A_3^* derivatívum esetében, ahol a hiba gyakorlatilag a szélességtől független (Hunyadi és Hegedűs, 2012b).

4.1.1. A két forgatási szabadságfokú modell

A jelen kontextusban „hagyományosnak” nevezett, függőleges és torziós elmozdulási szabadsággal rendelkező modell tökéletlenségéből fakadó hibáinak csökkentése céljából fogalmaztam meg egy olyan modellt, ahol ezek mértéke csökkenthető. Az alapötletet a kapcsolt belebegési mozgásforma adta, amikor is a keresztmetszet egy látszólagos forgáspont körüli harmonikus mozgást végez. A „látszólagos” jelző jelezi, hogy a két mozgásforma fáziskésése miatt forgáspont helyett célszerűbb lenne forgáspont-pályát említeni (4.7. ábra). Ennek megfelelően a vizsgált keresztmetszetet vessük alá egy külpontos gerjesztő torziós mozgatásnak. Első gondolatra kézenfekvőnek tűnik, hogy a külpontosság a belebegéskor kialakuló „látszólagos” forgáspont körüli helyen, vagy ahhoz mérhető helyen legyen. A kétszabadságfokú rendszer megtartása végett a másik szabadságfok szintén egy forgatás legyen, a súlypontra szimmetrikus helyen. Az így kialakított modell jelölései láthatók a 4.1. ábrán, ahol G és D a két forgatási pont és η a külpontosság relatív mérőszáma, γ és δ pedig a két elfordulási szabadságfok. Jelölje L_γ a keresztmetszetet terhelő öngerjesztett függőleges erő eredőjét a G pontra. Belátható, hogy $L_\gamma = L_{se}$, ahol L_{se} a súlyponton mért függőleges öngerjesztett erő. A forgatási ponton mért M_γ nyomaték azonos a súlypontra redukált függőleges erő és csavarónyomaték eredőjével. Hasonló kifejezések állíthatók elő

a két forgatásos modell tökéletlenségeinek hatását. Először tételezzük fel, hogy a fixnek vélt G pont körüli γ forgatás alkalmával a G pont mégis elmozdul, amelyet a $\delta = \lambda\gamma \neq 0$ kifejezéssel veszünk figyelembe, ahol $\lambda \neq 0$ egy valós szám! Ekkor, a korábbiakban leírtak szerint, az öngerjesztett erőket hiba terheli, amelyet a forgatásos derivatívumok relatív hibáival tudunk jellemezni. Utóbbiak

$$\Delta A_{2\gamma}^* = \lambda(A_{2\delta}^* + \eta H_{2\delta}^*) \qquad \Delta A_{3\gamma}^* = \lambda(A_{3\delta}^* + \eta H_{3\delta}^*) \qquad (4.5a)$$

$$\Delta H_{2\gamma}^* = \lambda H_{2\delta}^* \qquad \Delta H_{3\gamma}^* = \lambda H_{3\delta}^* \qquad (4.5b)$$

alakban állnak elő. Hasonlóan járhatunk el a D pont körüli forgatás esetével, amikor $\gamma = \lambda\delta \neq 0$ tökéletlenséget tételezünk fel és így a relatív hibák

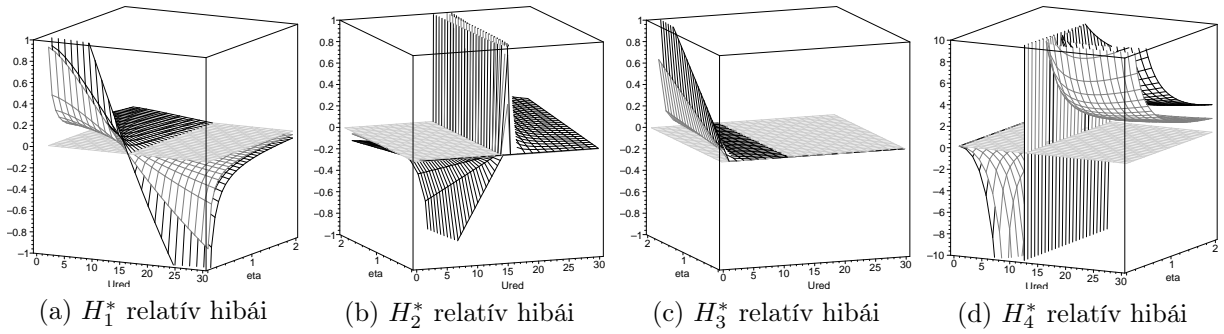
$$\Delta A_{2\delta}^* = \lambda(A_{2\gamma}^* - \eta H_{2\gamma}^*) \qquad \Delta A_{3\delta}^* = \lambda(A_{3\gamma}^* - \eta H_{3\gamma}^*) \qquad (4.6a)$$

$$\Delta H_{2\delta}^* = \lambda H_{2\gamma}^* \qquad \Delta H_{3\delta}^* = \lambda H_{3\gamma}^* \qquad (4.6b)$$

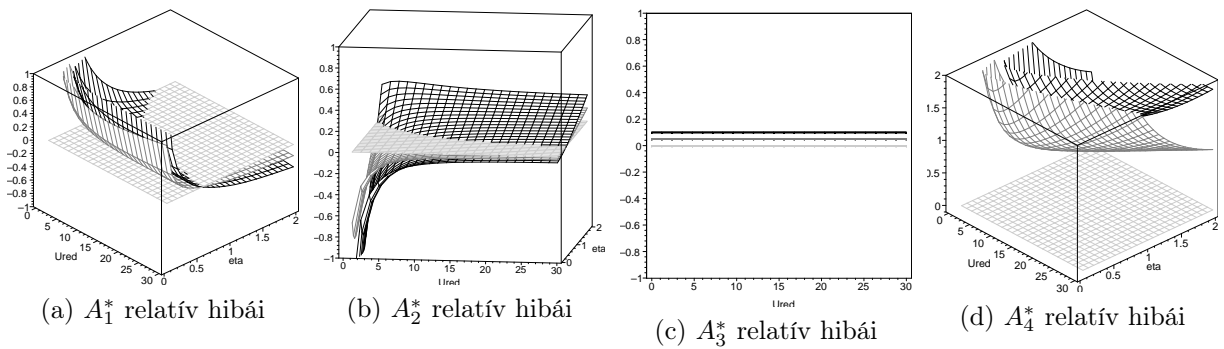
alakúak. A két eset λ -i nem szükségszerűen azonosak. A részletes vizsgálat ismertetése nélkül megjegyzem, hogy az $A_{2\gamma}^*$ és $A_{2\delta}^*$ derivatívumok relatív hibái csak kis redukált sebességek mellett jelennek meg. Ezen hibák csökkennek az η külpontosság növelésével, azaz a forgatási pontok széthúzásával.

Az újonnan bevezetett forgatásos derivatívumok hibáinál fontosabb a hagyományos modell derivatívumainak hibáival foglalkozni. A síklap derivatívumain végzett analitikus vizsgálatok az alábbi eredményeket hozták. A 4.2-4.3. ábrák alapján megállapítható, hogy bizonyos derivatívumok relatív hibái az alkalmazott külpontossággal fordítottan arányosak, azaz annak növelésével csökkenthető a hiba, mások egy bizonyos „optimális” külpontosság esetén gyakorlatilag zérusnak tekinthetők, megint mások pedig a redukált sebességtől kisebb-nagyobb mértékben függenek. A H_1^* (4.2a ábra) és A_1^* (4.3a ábra) nagy mértékű relatív hibáit a külpontosság növelésével jelentősen csökkenteni lehet. Ehhez hasonló következtetést vonhatunk le az emelkedő mozgáshoz tartozó H_4^* (4.2d ábra) és A_4^* (4.3d ábra) esetében, csak ott a hiba számottevő marad η nagy értékeinél is. A torziós sebesség derivatívumok (H_2^* (4.2b ábra) és A_2^* (4.3b ábra)) relatív hibái a külpontossággal lineárisan változnak és mintha, a síklap konkrét esetében, az $\eta \simeq 0,6$ külpontosságnál a hibák minimálisak lennének. A kimagaslóan nagy értéke a zérushely környékén alakul, azonban az abszolút hibára vonatkozóan a következtetés helytálló marad. A torziós mozgás derivatívumai érdekes képet mutatnak. Míg a H_3^* hibája (4.2c ábra), a kis redukált sebességek tartományát leszámítva, csak kis mértékben függ a külpontosságtól, addig a nyomatéki komponens relatív hibája (A_3^* , 4.3c ábra) teljesen független mutatkozik az alkalmazott külpontosságtól.

Összességében megállapítható, hogy bizonyos a torziós mozgás derivatívumai kisebb



4.2. ábra. $\frac{\Delta H_i^*(\lambda)}{H_i^*}$ relatív hibái az η külpontosság és λ tökéletlenség függvényében. Világos szürke: tökéletlenség nélkül ($\lambda = 0$), közép szürke: $\lambda = 0,05$, fekete: $\lambda = 0,10$



4.3. ábra. $\frac{\Delta A_i^*(\lambda)}{A_i^*}$ relatív hibái az η külpontosság és λ tökéletlenség függvényében. Világos szürke: tökéletlenség nélkül ($\lambda = 0$), közép szürke: $\lambda = 0,05$, fekete: $\lambda = 0,10$

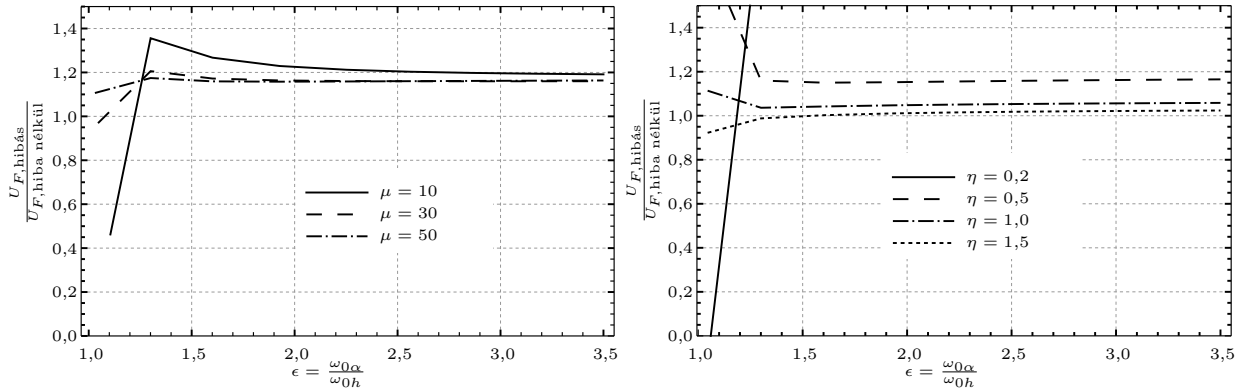
érzékenységet mutatnak a hibára a hagyományos elrendezéshez képest, addig az emelkedő mozgás derivatívumainak (H_4^* és A_4^*) meghatározására a javasolt két forgatásos elrendezés nem a legalkalmasabb (Hunyadi és Hegedűs, 2012b).

4.1.2. A modell tökéletlenségének a belebegési sebességre kifejtett hatása

Érdeemes megvizsgálni a fentiekben definiált tökéletlenség hatását a belebegési sebesség bizonytalanságára. A 4.1. fejezetben tárgyalt modell-tökéletlenségek a derivatívumokon keresztül a belebegési sebességet is hibával terhelik, amit a tökéletlen (hibával terhelt) és a hiba nélküli esetre meghatározott belebegési sebesség arányával fejezek ki. A belebegési sebességet a komplex sajátérték-feladat módszerével (3.3.2. fejezet), a szerkezeti paraméterek függvényében határoztam meg, csillapítatlan szerkezet esetére.

Az emelkedő és elcsavarodó (h és α) szabadságfokú keresztmetszet B szélessége is befolyásolja a derivatívumok hibáját, így annak jelentős hatása van a belebegési sebesség pontosságára is. A 4.4a ábra mutatja a belebegési sebesség pontosságát, azaz a ν és

η tökéletlenségek miatt hibával terhelt és a hiba nélküli („pontos”) belebegési sebesség arányát. Feltételeztem, hogy mind a két tökéletlenség abszolút értékben legfeljebb 0,1 értéket vehet fel, az ábra az így kalkulált legkedvezőtlenebb kombinációt ábrázolja. Látható, hogy a μ relatív tömeg bizonyos mértékben kompenzálja a hiba mértékét, azonban $\sim 20\%$ eltéréssel így is számolni lehet.



(a) Emelkedő–elcsavarodó ($h-\alpha$) modell, $B = 1$ m, $\eta = 0,1$, $\nu = -0,1$ (b) Két forgatásos ($\gamma-\delta$) modell, $\mu = 30$, $\lambda_\gamma = -\lambda_\delta = -0,10$

4.4. ábra. A „hagyományos” emelkedő–elcsavarodó és a két forgatásos modell belebegési sebességében keletkező hiba a modell tökéletlenségéből. Közös paraméterek: síklap derivatívum, $r_\alpha = 0,5$

Hasonló vizsgálatot készítettem a két forgatásos modellel (4.1.1. fejezet). Ekkor a két, külpontos forgási szabadságfokhoz rendelt λ_γ és λ_δ tökéletlenségek abszolút értékét szintén 0,1-ben maximáltam. A keresztmetszet szélességének nincs befolyásoló szerepe, viszont az alkalmazott η külpontosságnak igen nagy. A forgatási pontok súlyponthoz mért $\eta = 0,2$ relatív külpontossága esetén a belebegési sebesség gyakorlatilag összehasonlíthatatlan a „pontos” értékkel, addig a külpontosság növelése jelentős mértékben javítja az arányt (4.4b ábra). A vizsgálatok azt mutatták az η külpontosság és az $\Re(\lambda)$ „látszólagos” forgáspont közötti kapcsolatra, hogy a belebegési sebesség hibájának minimuma nem a két érték egyezőségénél alakul ki, hanem annak $\sim 1,8$ -szorosa esetén, vagyis $\eta \simeq 1,8\Re(\lambda)$ adódott a vizsgált esetben közel optimumnak. Ezáltal bizonyosan lehet állítani, hogy a modellen alkalmazandó külpontosság ne essen egybe a belebegéskor kialakuló „látszólagos” forgásponttal, azonban az optimális helyzetre nem sikerült javaslatot adni.

A fejezethez kapcsolódó tudományos eredményeket a 6.1.1. fejezetben leírt tézisben fogalmaztam meg.

4.2. A belebegés kapcsolata a divergenciával és a torziós belebegéssel

A divergenciát és a torziós belebegés instabilitási feltételeit a 3.1.2. fejezetben tárgyalt kvázistacioner erőkkel lehet kifejezni. A 3.3.1. fejezetben jeleztem, hogy a belebegési derivatívumokkal felírt mozgásegyenlet tartalmazza a két jelenséget. Ennek feltárására térjünk vissza a (3.24) képletben megadott differenciálegyenlet-rendszer teljes megoldásához, annak is a divergenciával kapcsolatos kérdéséhez. Vizsgáljuk a kapcsolatlan esetet, azaz a mozgásegyenletből hagyjuk el a kapcsolt tagokat ($H_2^* = H_3^* = A_1^* = A_4^* = 0$). Ekkor az egyenletrendszerünk két független, kapcsolatlan mozgás másodrendű differenciálegyenlet-rendszerévé alakul, amelyek közül a torziós mozgásra

$$\ddot{\alpha}(t) + \underbrace{\left(2\zeta_\alpha\omega_{0\alpha} - \frac{8KU A_2^*}{B\pi r_\alpha^2 \mu}\right)}_{\text{teljes csillapítás}} \dot{\alpha}(t) + \underbrace{\left(\omega_{0\alpha}^2 - \frac{8K^2 U^2 A_3^*}{B^2 \pi r_\alpha^2 \mu}\right)}_{\text{teljes merevség}} \alpha(t) = 0. \quad (4.7)$$

Az aerodinamikus instabilitás határát a teljes csillapítás zérussá válásakor érjük el, azaz

$$2\zeta_\alpha\omega_{0\alpha} - \frac{8KU A_2^*}{B\pi r_\alpha^2 \mu} = 0. \quad (4.8)$$

Az egyszerűség kedvéért tekintsük a szerkezeti csillapítás nélküli esetet ($\zeta_\alpha = 0$), ekkor a

$$A_2^* = 0 \quad (4.9)$$

adja a (torziós) instabilitás feltételét. Ez használható a torziós belebegés vizsgálatához. A fentiekben az instabilitás az U szélsőbességnél következik be. Ennek meghatározásához vizsgáljuk az átalakított egyenletet

$$\ddot{\alpha}(t) + \left(\omega_{0\alpha}^2 - \frac{8K^2 U^2 A_3^*}{B^2 \pi r_\alpha^2 \mu}\right) \alpha(t) = 0, \quad (4.10)$$

amelynek karakterisztikus egyenlete másodfokú. Divergencia akkor következik be, amikor a gyökök multiplicitással jelentkeznek, azaz egyenlőek, vagyis

$$\omega_{0\alpha}^2 - \frac{8K^2 U^2 A_3^*}{B^2 \pi r_\alpha^2 \mu} = 0. \quad (4.11)$$

Ekkor átrendezéssel, a (3.27) egyenletekben bevezetett dimenziótlanított paraméterekkel

$$U = \frac{U_{\text{red}}}{B\pi} \sqrt{\frac{k_h}{2\rho A_3^*}} \quad (4.12)$$

áll elő. Amennyiben a belebegési derivatívumok és az erőtenyezők közötti, a (3.14)-ben meghatározott kapcsolatokat kihasználjuk, $K \rightarrow 0$ határátmenettel

$$U = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2k_h}{\rho C'_M(\alpha_0)}} \quad (4.13)$$

összefüggést kapjuk. Ebből következik, hogy divergencia csak akkor léphet fel, ha a nyomatéli erőtenyező állásszög szerinti deriváltja az egyensúlyi helyzetben pozitív, vagyis $C'_M(\alpha)|_{\alpha=\alpha_0} > 0$.

A fentiekhez hasonlóan a $\lim_{K \rightarrow 0} K A_2^* = r C'_M(\alpha_0)$ összefüggéssel ((3.14) egyenletek) a torziós instabilitás (jelen esetben a torziós galopping) bekövetkeztének feltétele a következő, a (4.8) egyenletből átalakított egyenlet teljesülése

$$B\pi r_\alpha^2 \mu \zeta_\alpha \omega_{0\alpha} - 4Ur C'_M(\alpha_0) A_2^* = 0, \quad (4.14)$$

ahol r az aerodinamikai középpont relatív helyzete, r_α pedig a csavarási tehetetlenség relatív sugara.

A fentiek analógiájára építve kifejezhető a csak függőleges mozgású aerodinamikai instabilitás képletei, amelyek alapján, a (3.14)-ben megadott határátmenetekkel a csillapítás zérussá válásából az emelkedő belebegés, vagyis a táncolás feltétele a

$$B\zeta_h \omega_{0h} \pi \mu + 2U \left(\frac{dC_L}{d\alpha}(\alpha_0) + C_D(\alpha_0) \right) = 0 \quad (4.15)$$

egyenlet teljesülése, ami a *den Hartog kritérium*. Átrendezéssel kapjuk a kritikus sebességre az

$$U_{\text{crit}} = - \frac{B\zeta_h \omega_{0h} \pi \mu}{2 \left(\frac{dC_L}{d\alpha}(\alpha_0) + C_D(\alpha_0) \right)} \quad (4.16)$$

kifejezést, amelyből leolvasható, hogy a táncolás létezésének feltétele az erőtenyezők közötti $\frac{dC_L}{d\alpha}(\alpha_0) + C_D(\alpha_0) < 0$ összefüggés teljesülése. Kör keresztmetszetről a $\frac{dC_L}{d\alpha} = 0$ és $C_D > 0$ tulajdonságokból következik, hogy az táncolásra nem érzékeny. Ha a körtől eltérő keresztmetszetünk van, akkor a táncolás már előfordulhat (szél+eső együttes hatása).

A karakterisztikus egyenlet gyöke multiplicitásának feltételezéséből az adódik, hogy az emelkedési divergenciához $U = \infty$ sebesség tartozik, vagyis fizikailag nem fordulhat elő. Ezt a mérnöki intuíció is alátámasztja, hiszen a tartó stabil helyzetéhez képest bármilyen függőlegesen eltolt helyzetben nem változik a külső szélteher, ergo nincs divergenciát okozó hatás.

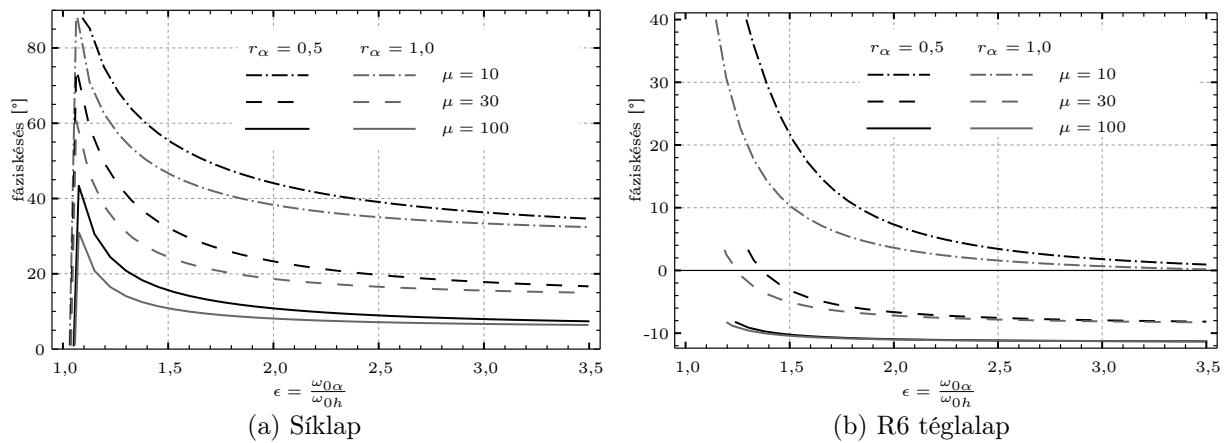
4.3. Az unimodális felírás

A 3.3.3. fejezetben ismertetett multimodális vizsgálatok eredményei nagy támaszközű hidak esetében válhatnak jelentőssé. Ennek ellenére rendszeresen felmerül a bimodális belebegés jobb megismerésének a kérdése (Matsumoto et al., 2010). A szabadságfokok további csökkentését sugallja a derivatívumok redundanciája is.

Erre alapozva készítettem egyszabadságfokú, *unimodális* modellt. A kialakítás alapötletét az adta, hogy a bimodális belebegés két mozgási komponense egymással fix fáziskéséssel jön létre, és egy majdnem fix forgáspont körüli mozgás alakul ki. Amennyiben – valamilyen módon – sikerül megbecsülni a fáziskésés értékét és a forgási középpont helyzetét, úgy egy unimodális vizsgálat kevesebb paraméter ismeretét igényelheti. A fáziskésés megbecsülésére alapot adhat Nakamura (1978) és Mannini (2006) munkája, ahol a fáziskésések kicsi értékeit tapasztalták, valamint azt, hogy a kvázi-forgáspont a súlypont széltámadta oldalán helyezkedik el. A két mozgáskomponens komplex értékű aránya foglalja magában az amplitúdók arányát, valamint a fáziskésést. A mozgások aránya, amelyet a 4.4. fejezetben ismertetett eljárás során lehet meghatározni,

$$\lambda = \frac{2h}{\alpha B} = -\frac{2(H_3^* + iH_2^*)}{H_4^* + iH_1^* + \frac{\pi\mu}{2} \left(1 - \left(\frac{\epsilon_F}{\epsilon}\right)^2\right)} \quad (4.17)$$

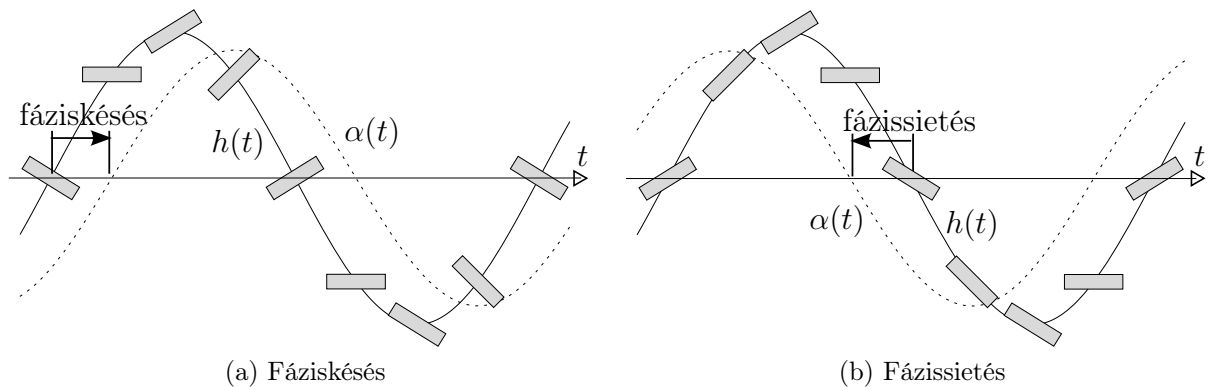
alakú, amelynek $\arg(\lambda) = \arctan\left(\frac{\Im(\lambda)}{\Re(\lambda)}\right)$ argumentuma eredményezi a fáziskésést, a $\Re(\lambda)$ valós része pedig a látszólagos forgáspont abszcisszáját (ld. 4.7. ábra). Bimodális esetben a belebegési frekvencia a kisebb hajlítási és nagyobb csavarási frekvencia közé áll be, ezért $0 < \epsilon_F < \epsilon$.



4.5. ábra. Torziós mozgás késése a függőleges eltolódáshoz képest

A síklapra vonatkozó (Theodorsen, 1935) és az 1/6 oldalarányú téglalap keresztmetzetű, R6-al jelölt szelvény Hortmanns (1997) kísérleteivel meghatározott derivatívumai

alapján számított fáziskésések diagramjai láthatók a 4.5. ábrán. A 4.5. ábrából látható, hogy a szakirodalomban említett kis fáziskésés csak a sajátfrekvenciák nagy szétválasztásánál történik (nagy sajátfrekvencia-aránynál). A síklapra vonatkozó ábrából arra következtethetnénk, hogy a szerkezet μ relatív tömege növelésének csökkentős hatása van a fáziskésésre, amit azonban az R6 szelvényre meghatározott ábra cáfol. Következtetésként viszont megállapítható, hogy a belebegés határozottan a derivatívumoktól függően a fáziskülönbség mind pozitív (késés), mind negatív (sietés) értéke esetén is bekövetkezhet. Ez megegyezik Matsumoto et al. (2010) írásában közöltekkel, azonban ellentétes Chen X. et al. (2000a) írásával, ahol a fáziskülönbség előjele független a szerkezeti paraméterektől és a keresztmetszet kialakításától, vagyis a derivatívumoktól. (A fáziskésés és -sietés mozgásképlet mutatja a 4.6. ábra.)



4.6. ábra. Fáziskésés és -sietés

Az unimodális modell kialakításához a szerkezeti csillapítás nélküli bimodális rendszer

$$m\ddot{h} + c_h\dot{h} + k_h h = L_{se} \quad (4.18a)$$

$$I\ddot{\alpha} + c_\alpha\dot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M_{se} \quad (4.18b)$$

alakban megadott dinamikai egyenletébe helyettesítsük be a torziós mozgás késését

$$h(t) = h_0 e^{i\omega t} = \phi e^{i\varphi} \frac{B}{2} \alpha(t) \quad (4.19a)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{i\omega t} \quad (4.19b)$$

formában, ahol φ az α fáziskésése h -hoz képest és ϕ az amplitúdók aránya. A forgáspont abszcisszája $\eta = \phi \cos \varphi$. A (4.17) jelölésben $\lambda = \phi e^{i\varphi}$. A vetületi egyenletet $B/2\phi$ -vel beszorozva és összeadva a nyomatéki egyenlettel, valamint a mozgáskomponensek közötti

arány felhasználásával a mozgásegyenlet következő alakját kapjuk

$$\begin{aligned} \left(k_\alpha + \frac{1}{4}B^2k_h\phi^2\right)\alpha[t] + \left(c_\alpha + \frac{1}{4}B^2c_h\phi^2\right)\alpha'[t] + \left(mr^2 + \frac{1}{4}B^2m\phi^2\right)\alpha''[t] \\ = \frac{1}{2}B^2U^2\rho\left(K^2A_{3\alpha}^*\alpha[t] + \frac{BKA_{2\alpha}^*\alpha'[t]}{U}\right), \end{aligned} \quad (4.20)$$

ahol az unimodális belebegési paraméterek kapcsolata a bimodáliséival

$$A_{2\alpha}^* = \frac{1}{2}e^{i\varphi}\phi A_1^* + A_2^* + \frac{\phi^2 H_1^*}{4} + \frac{1}{2}e^{-i\varphi}\phi H_2^* \quad (4.21a)$$

$$A_{3\alpha}^* = A_3^* + \frac{1}{2}e^{i\varphi}\phi A_4^* + \frac{1}{2}e^{-i\varphi}\phi H_3^* + \frac{\phi^2 H_4^*}{4}. \quad (4.21b)$$

Ez bizonyos mértékű rokonságot mutat a két forgatásos modellel (ld. 4.1.1. fejezet). Meg kell jegyezni, hogy a φ fáziskülönbség csak az újonnan bevezetett derivatívumokban szerepel, a mozgásegyenletben már nem. A torziós mozgás harmonikus alakját, és a (3.27) egyenletek által definiált dimenziótlanított paramétereket felhasználva a

$$\left(r_\alpha^2 + \frac{\phi^2}{\epsilon^2}\right)\frac{\omega_{0\alpha}^2}{\omega_F^2} + 2i\left(r_\alpha^2\zeta_\alpha + \frac{\zeta_h\phi^2}{\epsilon}\right)\frac{\omega_{0\alpha}}{\omega_F} - (r_\alpha^2 + \phi^2) = \frac{8}{\pi\mu}(A_{3\alpha}^* + iA_{2\alpha}^*) \quad (4.22)$$

alakú komplex értékű, unimodális mozgásegyenletet kapjuk. Az egyenletben szereplő belebegési paraméterek meghatározása, valamint a φ fáziskésés és a ϕ amplitúdóarány az egyenlet használhatóságának kulcsa. Sajnos ezek megbecsülésére nem tudtam javaslatot tenni, azonban a képletek további vizsgálata megfontolandó eredményeket szolgáltat.

Járjunk el a fentiekhez hasonlóan úgy, hogy ezúttal a módosított vetületi egyenletet a nyomatéki egyenlethez nem hozzáadjuk, hanem kivonjuk belőle. Továbbá, az egyszerűség kedvéért, vizsgáljuk csak a csillapítatlan szerkezetet, azaz legyen $\zeta_h = \zeta_\alpha = 0$. Az előálló két egyenlet sajátérték-feladatának valós egyenletei belebegés esetén

$$2\phi\cos(\varphi)A_1^* + 4A_2^* + \phi(2\sin(\varphi)A_4^* + \phi H_1^* + 2\cos(\varphi)H_2^* - 2\sin(\varphi)H_3^*) = 0 \quad (4.23a)$$

$$2\phi\cos(\varphi)A_1^* + 4A_2^* + \phi(2\sin(\varphi)A_4^* - \phi H_1^* - 2\cos(\varphi)H_2^* + 2\sin(\varphi)H_3^*) = 0. \quad (4.23b)$$

A két egyenletből kifejezhető a ϕ amplitúdóarány és φ fáziskülönbség képlete

$$\phi = -\frac{2A_2^*}{\cos(\varphi)A_1^* + \sin(\varphi)A_4^*} \quad (4.24a)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\phi\sec(\varphi)H_1^* + 2H_2^*}{2H_3^*} \quad (4.24b)$$

alakban. A képletekből az olvasható le, hogy mindkét kifejezés csak a belebegési redukált sebességtől függő derivatívumokon keresztül függ a szerkezeti paraméterektől. Kicsiny

fáziskülönbség esetén feltételezhetjük a $\phi/\cos(\varphi) \simeq \phi$ összefüggést, amellyel a fáziskülönbség következő, egyszerűbb alakja áll elő

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\phi H_1^* + 2H_2^*}{2H_3^*}. \quad (4.25)$$

Chen X. és Kareem (2006) szintén foglalkozott a fáziskülönbség fogalmával, de a fenti képletek levezetése helyett a derivatívumok fáziskülönbségre gyakorolt hatását vizsgálták, és a (3.19) összefüggésekre jutottak.

Alkalmazzuk a fenti képletekben a következő feltételezéseket: amennyiben a φ fáziskülönbség kicsi, úgy $\cos(\varphi) \simeq 1$, valamint $\operatorname{tg}(\varphi) \simeq \sin(\varphi)$. Ez a 4.5. ábra alapján a sajátfrekvenciák nagy arányánál, $\epsilon \gg 1$ esetén áll fenn. Ezáltal a fáziskülönbségre adódott közelítő összefüggés behelyettesíthető az amplitúdóarány közelítő képletébe. Ennek eredménye a fáziskülönbség és amplitúdóarány következő kifejezése

$$\varphi \simeq \operatorname{tg}(\varphi) \simeq -\frac{X - A_4^*H_2^* + A_1^*H_3^*}{2A_4^*H_3^*} \quad (4.26a)$$

$$\phi \simeq -\frac{X + A_4^*H_2^* + A_1^*H_3^*}{A_4^*H_1^*} \quad (4.26b)$$

$$X = \sqrt{-4A_2^*A_4^*H_1^*H_3^* + (A_4^*H_2^* + A_1^*H_3^*)^2}. \quad (4.26c)$$

A kifejezések mutatják, hogy a két mozgáskomponens közötti kapcsolatot, a belebegés kapcsolt voltát a kapcsolatlan H_4^* és A_3^* derivatívumok nem befolyásolják. Sajnálatos módon további egyszerűsítések, pl. a derivatívumok közötti (3.15) összefüggések már olyan eredményre vezetnek, amelyek számpéldákban már nagy eltéréseket okoztak a (4.17)-ben megadotthoz képest.

Az unimodális mozgásegyenlet komplex értékű sajátérték-feladatában megjelenő valós egyenlet szolgáltatja a (3.28)-el definiált belebegési frekvenciaarányra az

$$\epsilon_F = \sqrt{\frac{r_\alpha^2 + \phi^2 + \frac{8}{\pi\mu}A_{3\alpha}^*}{r_\alpha^2 + \frac{\phi^2}{\epsilon^2}}} \quad (4.27)$$

kifejezést. A belebegési sebességet az $A_{2\alpha}^*$ zérussá válása szabályozza, ami formailag megegyezik a tisztán torziós belebegésre használt formulára, ahol azt az A_2^* torziós derivatívum zérushelye szolgáltatja.

Amennyiben a fenti egyenletekbe behelyettesítjük az unimodális derivatívumok (4.21) képlettel megadott kifejezéseit, valamint felhasználjuk a (3.15)-ben megadott közelítéseket

kapjuk az

$$A_{3\alpha}^* = \frac{\pi\mu r_\alpha^2 (\epsilon^2 - 1) (4A_2^* - \phi^2 H_1^*) + 8 (r_\alpha^2 \epsilon^2 + \phi^2) (A_2^* H_4^* - A_4^* H_2^*)}{8 (4A_2^* + r_\alpha^2 \epsilon^2 H_1^*)} \quad (4.28a)$$

$$\epsilon_F = \sqrt{\frac{\epsilon^2 \left(4A_2^* + r_\alpha^2 H_1^* + \frac{8}{\pi\mu} (A_2^* H_4^* - A_4^* H_2^*) \right)}{4A_2^* + r_\alpha^2 \epsilon^2 H_1^*}} \quad (4.28b)$$

összefüggéseket. Ha a $A_2^* H_4^* - H_2^* A_4^*$ kifejezést a többi taggal összevetve elhanyagolhatónak tekintünk (ez a síklap derivatívumok esetében többé-kevésbé megtehető a kicsi U_{red} redukált sebességek tartományában, M43 autópálya Tisza-hídjánál ld. 4.18b ábra), akkor kapjuk a következőt

$$A_{3\alpha}^* = \frac{\pi\mu r_\alpha^2 (\epsilon^2 - 1) (4A_2^* - \phi^2 H_1^*)}{8 (4A_2^* + r_\alpha^2 \epsilon^2 H_1^*)} \quad (4.29a)$$

$$\epsilon_F = \epsilon \sqrt{\frac{4A_2^* + r_\alpha^2 H_1^*}{4A_2^* + r_\alpha^2 \epsilon^2 H_1^*}}. \quad (4.29b)$$

A belebegési frekvenciaarányra kapott kifejezés teljes mértékben megegyezik Bartoli és Mannini (2008) eredményével, akik az $A_2^* H_4^* - H_2^* A_4^* \simeq 0$ feltételt nem használták fel. Megfigyelhető, hogy a frekvenciaarány képletében sem a ϕ amplitúdóarány, sem a μ relatív tömeg nem szerepel, valamint a gyökjel alatti kifejezés 1-nél kisebb értéket ad. A fenti egyszerűsítéseket alkalmazva az $A_{2\alpha}^* = 0$ egyenletre kapjuk a

$$U_{\text{red}} (8A_2^* (A_2^* H_2^* + A_3^* H_3^*) + \pi\mu r_\alpha^2 (1 - \epsilon^2) A_2^* H_3^*) + 4\pi r_\alpha^2 \epsilon^2 (A_2^* H_2^* + A_3^* H_3^*) H_3^* = 0 \quad (4.30)$$

egyenletet, amelynek zérushelye szolgáltatja a belebegési redukált sebességet. Megfigyelhető, hogy a képletben sem a ϕ amplitúdóarány, sem a φ fáziskülönbség nem szerepel, tehát azok előzetes becslése nem befolyásolja az eredményt. Viszont a belebegéshez, mint korábban említettem, szükséges ezen két jellemző „beállása”.

Ha $\phi \ll 1$, azaz $\eta = \phi \cos \varphi \ll 1$ külpontosság nagyon kicsi, akkor gyakorlatilag a torziós belebegést kapjuk. Ekkor a belebegési frekvenciaarányra adott (4.27) egyenletben ϕ -t elhanyagolhatjuk és jutunk a

$$\epsilon_F = \sqrt{1 + \frac{8}{\pi\mu r_\alpha^2} A_{3\alpha}^*} \quad (4.31)$$

kifejezésre.

A vizsgálat során kapott közbenső eredmények megegyeznek a szakirodalomban fellelhető képletekkel, még ha a megoldás módszere azoktól el is térhet. A fenti egyszerűsített képletekre számpéldát készítettem, az eredmények $\pm 5\%$ -on belül voltak a bimodális

modellen számoltakhoz képest. A kitűzött cél, miszerint egy 1SZF-ű, unimodális modell bizonyos feltételekkel elegendő lehet a belebegés többé-kevésbé közelítő modellezésére nem teljesült. A bemutatott eljárás nem lezárt kutatás része, ezért ezzel kapcsolatban tézis értékű megállapítást nem fogalmaztam meg. Ennek ellenére a modell jövőbeli, akár részbeni felhasználhatósága nem vitatható, amire példát mutat Chen A. és Rujin (2011) munkája, ahol egy, a nemlineáris viselkedés követésére alkalmas unimodális belebegési modell fejlesztésének kezdeti lépéseit ismertették.

4.3.1. A pillanatnyi forgáspont

A kapcsolt belebegés két mozgáskomponenséből kifejezhető a pillanatnyi forgáspont. Az egyensúlyi állapothoz tartozó origóra felírva kapjuk a fix középpont-pálya következő alakját

$$\begin{bmatrix} x(t) & y(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{h'(t)}{\alpha'(t)} & h(t) \end{bmatrix}^T \quad (4.32)$$

ponttal írható le, ahol x a széliránnyal párhuzamos, vízszintes abszcissza, y a függőleges ordináta. Amennyiben a mozgáskomponenseket a

$$h(t) = \phi \frac{B}{2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.33a)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega t) \quad (4.33b)$$

alakban kezeljük, ahol ϕ az amplitúdóarány és φ a mozgások fáziskülönbsége, úgy a fix középpont-pálya

$$\begin{bmatrix} -\frac{h'}{\alpha'} & h \end{bmatrix}^T \quad (4.34)$$

valós koordinátákkal írható le, ahol a t -től való függés jelölését elhagytam. A testhez kötött koordináta-rendszerben a test-középpont-pálya a

$$\begin{bmatrix} -\frac{\cos(\alpha)}{\alpha'} \frac{h'}{\alpha'} & \frac{\sin(\alpha)}{\alpha'} \frac{h'}{\alpha'} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

A középpont-pálya belebegés esetén, vagyis csillapítatlan mozgás esetén egy önmagába visszazáródó görbét ír le, amelynek ahhoz az időpillanathoz tartozó szakadása van, amikor a test vízszintes helyzetbe kerül, vagyis a $\alpha = 0$ -hoz tartozó időpontokban. Mind a fix, mind a test-középpont-pálya az abszcisszáját egy helyen metszi, és ez az súlyponthoz képest a széltámadta oldalon helyezkedik el. Ezt a pontot nevezhetnénk „látszólagos” forgáspontnak, mint ahogy azt a korábbi fejezetekben tettem, ugyanis ennek környezetében lassul le a pillanatnyi forgáspontnak a pályákon leírt időbeli mozgása. A „látszólagos” forgáspont abszcisszája

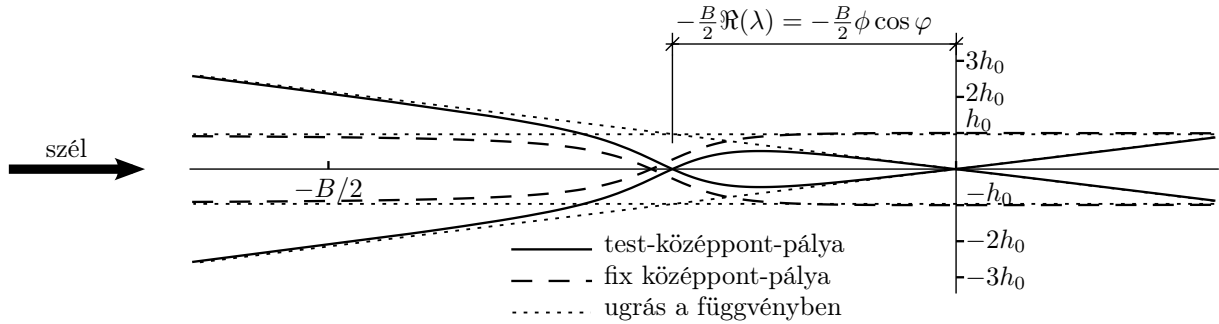
$$-\frac{B}{2} \phi \cos \varphi \quad (4.36)$$

alakban fejezhető ki. A későbbiekben, a (4.38)-ban bevezetett komplex jelöléssel ez a mozgások arányára bevezetett $\lambda = \phi e^{i\varphi}$ komplex paraméter jelölésével

$$-\frac{B}{2}\Re(\lambda) \quad (4.37)$$

formulával azonos, ahol \Re a valós rész függvénye.

Egy konkrét számpélda középpont-pályái láthatók a 4.7. ábrán, ahol a forgáspont a széltámadta oldal kb. negyedében található.



4.7. ábra. Pillanatnyi forgástengely az alábbi beállítással: $\lambda = 0,452 + i0,123$

Ha a látszólagos forgáspont az origóval egybeesik, akkor torziós belebegésről beszélünk. Ha a látszólagos forgáspont origótól mért távolsága közel végtelen, akkor pedig emelkedés belebegésről (táncolásról).

4.4. A szerkezeti válasz sebességtérben

A 3.3.2. fejezetben ismertetett spektrális analízis megoldást ad a belebegési sebesség meghatározására. A szerkezet vizsgálata azonban megkövetelheti, hogy ettől eltérő lamináris szélesebségek esetén is megismerjük a szerkezet válaszát, aminek egyik eszköze az az eljárás, hogy adott szélesebség esetén meghatározzuk a dinamikai mozgásegyenlet és az öngerjesztett erők ismeretében a kialakuló mozgás jellemzőit. Kovács (2008) algoritmusára alapozott, a következőkben ismertetett eljárásra *sebességtérbeli módszerként* hivatkozom.

A (3.24) szerinti mozgásegyenlet két, harmonikus mozgású mozgáskomponens arányára vezessünk be egy komplex szorzótényezőt a következők szerint

$$h(t) = \lambda \frac{B}{2} \alpha(t) \quad (4.38a)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{i\omega t}, \quad (4.38b)$$

ahol $\lambda \in \mathbb{C}$ komplex változó, amely magában foglalja a két mozgás fáziskülönbségét és az amplitúdóarányokat, amely egyenértékű a kvázi-forgáspont abszcisszájával (ld. 4.3. fejezet), és $\omega \in \mathbb{C}$ komplex frekvencia, amelynek $\Re(\omega)$ valós része a kialakuló harmonikus

mozgás frekvenciája, és

$$\delta = 2\pi \frac{\Im(\omega)}{\Re(\omega)} \quad (4.39)$$

a mozgás logaritmikus dekrementuma. Ha ez utóbbi pozitív ($\delta > 0$), akkor a mozgás csillapított, ha negatív ($\delta < 0$), akkor az amplitúdók folyamatosan növekszenek. A belebegés pillanatában, amikor az elmozdulások tisztán harmonikusak, a belebegési kritérium $\delta = 0$.

A (3.27) alapján megadott dimenziótlanított paraméterekkel a mozgásegyenlet átalakul az

$$\frac{\omega_{0h}^2}{\omega^2} = 1 + \frac{2}{\pi\mu} \left(\underbrace{H_4^* + iH_1^*}_{\Delta_{H1}} + \frac{2}{\lambda} \underbrace{(H_3^* + iH_2^*)}_{\Delta_{H2}} \right) \quad (4.40a)$$

$$\frac{\omega_{0\alpha}^2}{\omega^2} = 1 + \frac{8}{\pi r_\alpha^2 \mu} \left(\frac{\lambda}{2} \underbrace{(A_4^* + iA_1^*)}_{\Delta_{A1}} + \underbrace{A_3^* + iA_2^*}_{\Delta_{A2}} \right) \quad (4.40b)$$

egyenletrendszeré, ahol a $\Delta_{()}$ függvények az azonos mozgáskomponenshez és öngerjesztett erőhöz tartozó derivatívumok komplex kifejezését rövidíti. Az egyenletrendszerben ismeretlen a λ és ω komplex értékek. Az első egyenletből, átrendezéssel kifejezett λ -t a második egyenletbe helyettesítve kapjuk a mozgást leíró körfrekvencia négy megoldását

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{X \pm \sqrt{Y}}{Z}} \omega_{0h} \quad (4.41)$$

alakban, ahol

$$X = \mu \{ 8\Delta_{A2} + r_\alpha^2 [2\Delta_{H1}\epsilon^2 + \pi\mu(1 + \epsilon^2)] \} \quad (4.42a)$$

$$Y = \mu^2 \{ 64\Delta_{A1}\Delta_{H2}r_\alpha^2\epsilon^2 + [r_\alpha^2\epsilon^2(\beta + 2\Delta_{H1}) - 8\Delta_{A2}]^2 \} \quad (4.42b)$$

$$Z = (8\Delta_{A2} + \pi r_\alpha^2 \mu) (2\Delta_{H1} + \pi\mu) - 16\Delta_{A1}\Delta_{H2}, \quad (4.42c)$$

továbbá

$$\beta = \pi\mu \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon^2}. \quad (4.43)$$

A harmonikus mozgás – számunkra érdekes – valós része páros, illetve páratlan függvényekből állhat, ezért a négy fenti megoldásból kettő mindig átfedi egymást. Így azok közül csak a pozitív frekvenciájúakat, azaz a pozitív valós részűeket tekintjük bázis megoldás függvényeknek. Az eljárást iteratív módon kell végrehajtani, ahol a konvergenciát a belebegési derivatívumokban használt frekvencia és az eredményképpen szolgáltatott komplex frekvencia valós részének azonossá válása szabályozza.

A numerikus vizsgálatok az eljárás használhatóságát és pontosságát alátámasztották, azonban néhány esetben előfordult, hogy a megoldás nem konvergált, a megoldás a két frekvencia között „ugrált”, vagyis numerikusan nem sikerült azonos frekvencia-kiválasztási elvvel mindig végigkövetni a különböző ágak viselkedését. A frekvenciák eltérő megfontolású kiválasztása, valamint néhány más, a szakirodalomból is átvett algoritmusok egyaránt hasonló vagy egyéb hiányosságokat mutattak, így a fentiekben ismertetett eljárást használtam a vizsgálataim során.

Az eljárással meghatározott két frekvencia más-más mozgás-ághoz tartozik. A két elmozduláskomponens közül hol az egyik, hol a másik lesz domináns. A két mozgáskomponens dominanciáját az arányukat jelző amplitúdóarány jelezi, amely a (4.17) alapján

$$\lambda = -\frac{2\Delta_{H2}}{\Delta_{H1} + \frac{\pi\mu}{2} \left(1 - \frac{\omega_{0h}^2}{\omega^2}\right)} \quad (4.44)$$

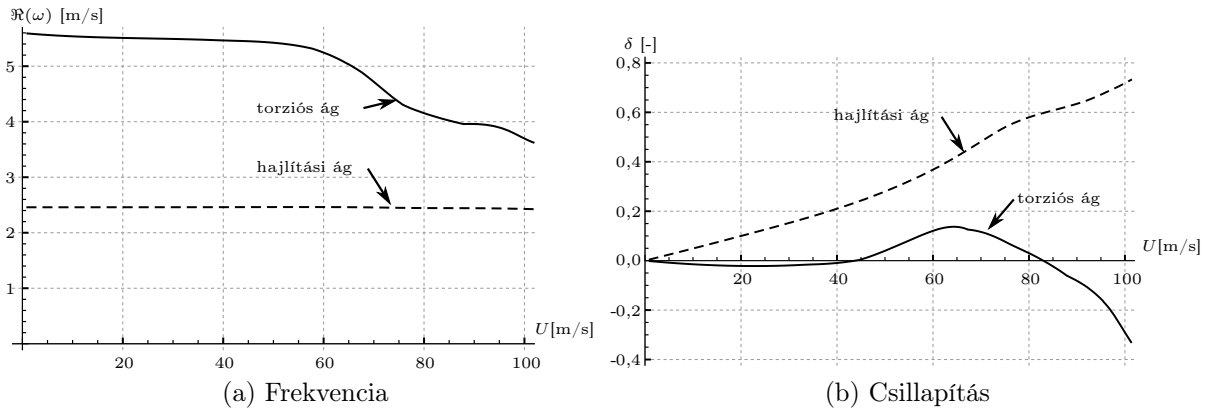
alakban fejezhető ki. Az eljárással minden adott U szélesség esetén meghatározható a harmonikus mozgás csillapítottsága és hogy az melyik ághoz tartozik.

4.4.1. A belebegés kritériuma

A belebegési sebesség az a legkisebb pozitív sebesség, amikor a mozgás csillapítatlan ($\delta = 0$), tehát amelyhez $\omega = \Re(\omega)$ tisztán valós körfrekvenciájú mozgás tartozik. Ennél kisebb sebességnél a mozgás csillapított ($\delta > 0$), ennél közvetlenül nagyobbaknál pedig az idővel, a szerkezet tönkremeneteléig folyamatosan növekvő amplitúdójú ($\delta < 0$).

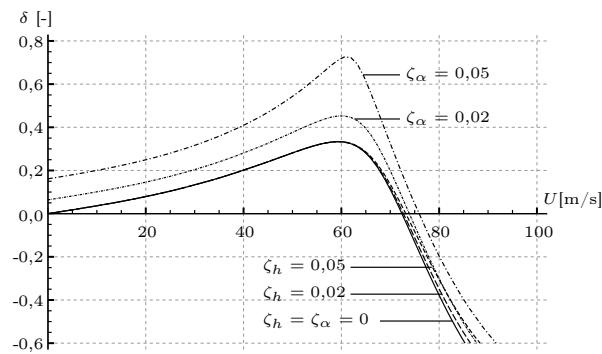
Erre mutat példát a Megyeri-híd adataival és derivatívumaival (Schwarzkopf és Hortmanns, 2003) végrehajtott számítás (4.8. ábra). A híd torziós érzékenysége miatt a szélsatorna vizsgálattal Schwarzkopf és Hortmanns (2003) csak a torziós mozgás belebegési derivatívumait (H_i^* és A_i^* , $i = 2, 3$) határozta meg, ezért a maradékat, jobb híján, a síklapra vonatkozók alapján vettem fel. A számítást a 300 m támaszközű ferdekábeles híd középső keresztmetszet és az első hajlítási és torziós sajátfrekvencia adataival hajtottam végre: $\mu = 14,03$, $r_\alpha = 0,660$, $B = 34,80$ m, $\omega_\alpha = 5,598$ rad/s, $\omega_{0h} = 2,545$ rad/s, $\epsilon = 2,20$. A két rezgésalak hosszirányú eltéréséből (affinitásából) következő, a belebegés szempontjából kedvező hatásokat a számítás során elhanyagoltam. Az ábrákból leolvasható, hogy a viszonylag kisebb szélességek esetén is már negatív a mozgás δ csillapítása, azonban az nem haladja meg a szerkezetre feltételezhető belső, szerkezeti csillapítást. Így a teljes csillapítás (a két tényező előjeles összege) még pozitív, azaz a mozgás csillapított.

Hasonló megállapításra juthatunk az M43 autópálya Tisza-hídjának vizsgálata során is (Hunyadi, 2009b). A síklapra vonatkozó belebegési derivatívumok ilyen tulajdonsággal nem rendelkeznek, a belebegési sebességnél kisebb sebességeknél mindig határozottan pozitív csillapítást produkál (ld. 4.11. ábra).



4.8. ábra. Az öngerjesztett erők hatására kialakuló mozgás frekvenciája és csillapítása a szélsébség függvényében az Megyeri-híd adatai alapján

A 4.8a. ábrán a frekvencia–sebesség diagram torziós ága jól mutatja, hogy mi is történik valójában. A szélsébsendben mutatkozó sajátfrekvenciák a sebesség növekedésével megváltoznak, jellemzően a nagyobb torziós frekvencia ($\epsilon > 1$) tart a csak kisebb mértékben növekvő hajlítási frekvencia felé. Az ehhez szükséges energiát a szélből nyeri, majd amikor a negatív aerodinamikus csillapítás kiegyenlíti a szerkezeti csillapítást, akkor bekövetkezik a belebegés. Ennél nagyobb sebességek vizsgálata mérnöki szempontból nem érdekes, azonban érdekes megfigyelni, hogy a negatívba átváltott csillapítás nagyobb sebességek esetében elkezd növekedni. Ennek megállapítása csak akkor lehet érdekes, ha a szerkezet nemlineáris viselkedését is figyelembe vennénk. Viszont az alkalmazott modell ennek követésére nem alkalmas, ugyanis a belebegéskor és az azután bekövetkező nagy elmozdulások már nem elégítik ki a belebegés lineáris modelljének feltételeit.



4.9. ábra. A ζ_α torziós és ζ_h hajlítási csillapítás hatása külön-külön a belebegési sebességre. Beállítások: síklap, $\mu = 30$, $\epsilon = 2$, $r_\alpha = 0,5$, $\omega_{0\alpha} = 2 \text{ rad/s}$, $B = 30 \text{ m}$

A hajlítási és csavarási szerkezeti csillapítás hatása a belebegési sebességre lényeges eltér egymástól attól függően, hogy torziós ágú vagy hajlítási ágú kapcsolt belebegés alakul ki. A gyakorlatban alkalmazott hídkeresztmetszetek jellemzően torziós ágú belebegésre hajlamosak, ennek megfelelően a belebegési sebességet a torziós csillapítás jobban befolyásolja, mint a hajlítási csillapítás (4.9. ábra).

4.4.2. A csillapítás és a fáziskülönbség kapcsolata

A 4.4. fejezetben a komplex belebegési frekvencia és komplex mozgásarányok meghatározására adott módszert. Amennyiben a komplex mozgásarányt $\lambda = \phi e^{i\varphi}$ -el helyettesítjük, ahol ϕ az amplitúdók aránya és φ a két mozgás fáziskülönbsége, és a belebegési frekvenciát $\omega + id$ alakban fejezzük ki, ahol $\omega \in \mathbb{R}$ a belebegési frekvencia és $d \in \mathbb{R}$ a csillapítás, akkor az eljárás során kifejezett két komplex egyenletünk valós és képzetes részre összesen négy, valós értékű egyenletet eredményez. Ezek közül a felhajtóerő valós és képzetes részei

$$-\frac{d^2 \pi \mu \omega_{0h}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} + \frac{\pi \mu \omega^2 \omega_{0h}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} = \pi \mu + \frac{4 \sin \varphi H_2^*}{\phi} + \frac{4 \cos \varphi H_3^*}{\phi} + 2H_4^* \quad (4.45a)$$

$$-\frac{2d \pi \mu \omega \omega_{0h}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} = 2H_1^* + \frac{4 \cos \varphi H_2^*}{\phi} - \frac{4 \sin \varphi H_3^*}{\phi} \quad (4.45b)$$

alakban állnak elő. A $d = 0$ jelzi a mozgás csillapítottságának eltűnését, azaz ez fejezi ki az aerodinamikai instabilitás bekövetkeztét. A képzetes egyenletből $\phi \gg 1$ feltételezése mellett, vagyis amikor a látszólagos forgáspont távol esik az origótól, a tagok elhanyagolása után, az instabilitás feltételében csak a H_1^* derivatívum marad, ami az 1SZF-ű emelkedő belebegés, a táncolás esetét fejezi ki. Ha a $d = 0$ instabilitási feltételt tartjuk csak meg, akkor a képzetes egyenletből kifejezhető a ϕ amplitúdóarány

$$\phi = -\frac{2(\cos \varphi H_2^* - \sin \varphi H_3^*)}{H_1^*} \quad (4.46)$$

alakban, amelyet érdemes összevetni az unimodális leírásnál, egyszerűsítésekkel levezetett (4.24a) kifejezéssel, ahol a fentitől eltérő derivatívumok jelennek meg.

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet valós és képzetes részei

$$-\frac{d^2 \pi \mu r_\alpha^2 \omega_{0\alpha}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} + \frac{\pi \mu r_\alpha^2 \omega^2 \omega_{0\alpha}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} = \pi \mu r_\alpha^2 - 4\phi \sin \varphi A_1^* + 8A_3^* + 4\phi \cos \varphi A_4^* \quad (4.47a)$$

$$-\frac{2d \pi \mu r_\alpha^2 \omega \omega_{0\alpha}^2}{(d^2 + \omega^2)^2} = 4\phi \cos \varphi A_1^* + 8A_2^* + 4\phi \sin \varphi A_4^* \quad (4.47b)$$

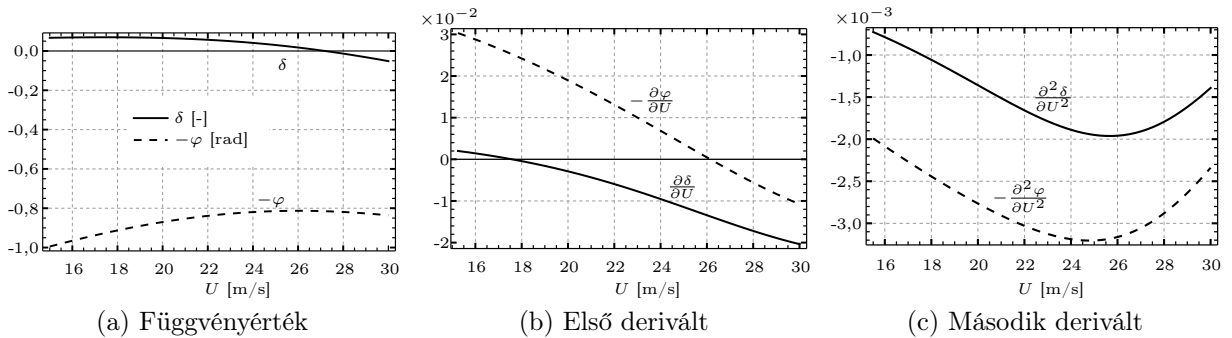
kifejezések. A képzetes egyenletből ezúttal $\phi \ll 1$ feltételezésével és egyszerűsítésekkel, azaz a közel torziós belebegési mozgásforma feltételezésével, az instabilitás feltételeként csak az A_2^* derivatívum marad.

A négy egyenlet a ϕ amplitúdóarány, a φ fáziskülönbség, az ω belebegési frekvenciát és az U belebegési sebességet, vagy adott U -ra a d csillapítást meghatározására szolgál.

Az instabilitás $d = 0$ feltételezésével a belebegési frekvencia kifejezhető

$$\epsilon_F = \frac{\omega_{0\alpha}}{\omega} = \pm \sqrt{\frac{\pi\mu r_\alpha^2 H_1^* + 8A_3^* H_1^* + 8 \cos \varphi H_2^* (\sin \varphi A_1^* - \cos \varphi A_4^*) + 8 \sin \varphi H_3^* (\cos \varphi A_4^* - \sin \varphi A_1^*)}{\pi\mu r_\alpha^2 H_1^*}} \quad (4.48)$$

alakban. Érdemes megfigyelni, hogy a kifejezés, a szerkezeti paramétereken és derivatívumokon túl, függ a φ fáziskülönbségtől. Sebességtérbeli analízissel előállított δ csillapítási dekrementum és φ fáziskülönbség közötti összefüggésre mutat példát a 4.10. ábra, ahol a két tényező alapértéke és magasabb fokú, sebesség szerinti deriváltjai között bizonyos mértékű összefüggés mutatkozik. A 4.10. ábra sejteti azt a véleményt, hogy a fáziskülönbség deriváltja rokonságban van a csillapítási dekrementum deriváltjával, amelyet a 4.5. fejezet belebegési puhaságként definiál. A kapcsolat felderítésére további vizsgálatot nem végeztem.



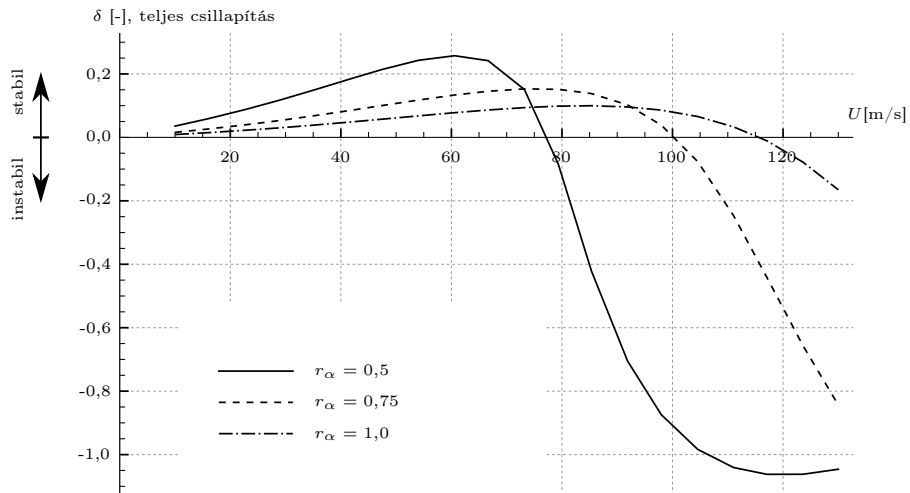
4.10. ábra. δ csillapítási dekrementum és $-\varphi$ fáziskülönbség függvényei az U szélesség függvényében síklap derivatívumokkal. Szerkezeti paraméterek: $\mu = 10$, $r_\alpha = 1$, $\epsilon = 1,5$, $B = 20$ m, $\omega_{0h} = 1$ rad/s

4.5. A belebegési puhaság

A szerkezeti paraméterek (μ relatív tömeg, r_α relatív tehetetlenségi sugár, ϵ sajátfrekvencia-arány, B szélesség és ω_{0h} hajlítási sajátfrekvencia) változtatásával különböző lefutású csillapítás–sebesség diagramokat lehet előállítani. A pozitív csillapítás mértéke tulajdonképpen csak a turbulens hatásokkal szemben mutat jelentőséget (ld. 5. fejezet), a lamináris áramlásban a belebegés a teljes csillapítás zérussá váláskor hirtelen következik be. A belebegési sebesség megnövelésére számos beavatkozási lehetőség adódik. Egyrészt a belebegési sebességre igen nagy hatással van a szerkezeti paraméterek változtatása, valamint a csavarási és hajlítási sajátalakok elhangolása (emiatt fejlődött ki a ferdekábeles hidak pi-

lonjainak összezárása, az „A” pilonok alkalmazása). Lehetőség van csillapító berendezések beépítésére is, amelyek, teljesítményüktől függően, kisebb-nagyobb mértékben befolyásolják a belebegési sebességét változását. Azonban felmerül a kérdés, hogy a két módszer, a szerkezet megváltoztatása, illetve csillapító berendezések beépítése közül melyiket célszerűbb alkalmazni. A kérdés megválaszolásához vizsgáljuk meg, hogy a csillapítás–sebesség diagramon milyen mértékben változik a csillapítás mértéke. Ez alapján két kategóriát definiált Chen X. és Kareem (2006): *puha belebegésnek* definiálták a sebesség növekedésével csak kis mértékben változó csillapítás esetét, *kemény belebegésnek* a nagy mértékben változó esetet. A *puhaság* tehát összefüggésben van a csillapítás belebegési sebességénél felvett meredekségével, deriváltjával. A csillapítás pozitív értékből negatívba megy át, ezért a derivált negatív előjelű, és így puhának nevezem az abszolút értékben kicsi deriváltértéket. Ez egy relatív fogalom, hiszen konkrét értékeket nem vizsgállok, csak a belebegés puha-kemény voltát vetem össze.

Különböző szerkezeti paraméterek esetén vizsgáltam eltérő belebegési derivatívumok esetében a csillapítás–sebesség diagramokat (4.11. ábra). A vizsgálat ilyen módon való követése látványos eredményt szolgáltat, de nagyon munkaigényes feladat.



4.11. ábra. Síklap csillapítás–sebesség diagramja különböző csavarási tehetetlenségeknél, $\mu = 30$, $\epsilon = 3$, $B = 20$ m, $\omega_{0h} = 1$ rad/s

Ehelyett egy olyan eljárást kell bevezetni, amelyik képes a csillapítás sebesség szerinti deriváltját analitikus módon eredményül adni. Tekintsük a 2SZF-ú rendszer csillapítást is tartalmazó (3.24) mozgásegyenlet-rendszerét, ahol az öngerjesztett erőket a (3.1) egyenletben megadott Scanlan-modell adja. Az elmozdulásokat írjuk fel a δ csillapítási dekrementumot is tartalmazó

$$h(t) = h_0 e^{\omega_F \left(i - \frac{\delta}{2\pi}\right)t} e^{i\varphi} \quad (4.49a)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{\omega_F \left(i - \frac{\delta}{2\pi}\right)t} \quad (4.49b)$$

alakban, ahol ω_F a belebegési frekvencia, és φ a két mozgás fáziskülönbsége, ami, mellesleg, az egyenletek kezelése során kiesik. A szerkezet csillapítási aránya helyett egyszerűbb kezelést tesz lehetővé a frekvencia független csillapítás bevezetése

$$g_h = 2\zeta_h \frac{\omega_F}{\omega_{0h}} \quad (4.50a)$$

$$g_\alpha = 2\zeta_\alpha \frac{\omega_F}{\omega_{0\alpha}} \quad (4.50b)$$

alakban. Az ebből következő különbségek vizsgálatával nem foglalkoztam, az eredményeket csak kvalitatíve értékeltem. A belebegés vizsgálata a mozgásegyenlet által definiált sajátérték-feladat megoldásaként jelentkezik, amely egy valós és egy képzetes egyenletet eredményez. Utóbbiak kezelése során, ha elhanyagoljuk a csillapítás magasabb hatványait, tekintettel a csillapítások kicsiny mértékére, kifejezhetjük az $\epsilon_F = \frac{\omega_{0\alpha}}{\omega_F}$ belebegési frekvenciaarányt és a δ csillapítási dekrementumot úgy, hogy ezek egymástól is függenek. Ezekben az U szélsőbességtől függő tagok csak önmaguk, azaz δ és ϵ_F , valamint az U_{red} redukált sebességen keresztül a belebegési derivatívumok. A csillapítás $\delta' = \frac{\partial \delta}{\partial U}$ sebesség szerinti deriváltjának kifejezéséhez ezért felhasználtam a 3.2.3. fejezetben bevezetett, a derivatívumok polinomiális közelítésére, és főképp annak deriváltjára adott (3.22) egyenleteket, úgy hogy annak csak egytagos (monomiális) reprezentációját tekintetem. Ekkor ugyanis a derivatívumok deriváltja

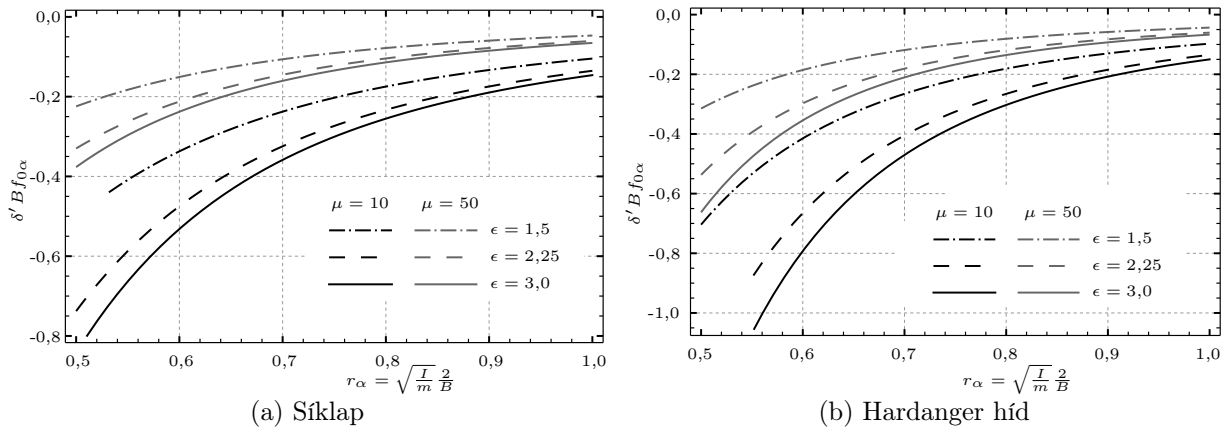
$$H_i^{*'} = \left(\frac{1}{U} + \frac{\epsilon'_F}{\epsilon_F} \right) j_H H_i^* \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.51a)$$

$$A_i^{*'} = \left(\frac{1}{U} + \frac{\epsilon'_F}{\epsilon_F} \right) j_A A_i^* \quad (4.51b)$$

alakban állnak elő, ahol j_H és j_A a derivatívumok egy tagjához tartozó kitevő. A δ' kifejezésében végrehajtott egyszerűsítések, miszerint a szerkezeti csillapítási tagokat elhagyom, lehetővé teszik, hogy még kezelhető formában maradjon az alakja az ϵ_F és ϵ'_F behelyettesítése után is. A dekrementum deriváltjára csak a belebegési sebességnél vagyunk kíváncsiak, hiszen ez jelöli a belebegés puhaságát, ezért $\delta = 0$ -val egyszerűsíteni lehet. További egyszerűsítésként felhasználtam a (3.15)-ben megadott $A_3^* H_1^* - A_1^* H_3^* \simeq 0$ és a $A_2^* H_4^* - A_4^* H_2^* \simeq 0$ közelítéseket, amelyek közül az utóbbi a síklapra és áramvonalas keresztmetszetre kis redukált sebességek esetén elfogadható (tompá keresztmetszet esete: 4.18. ábrák).

Ez mind egy olyan kifejezésre vezet, amely, bonyolultsága ellenére, kiemelhetővé teszi az U sebességet és így ábrázolni lehet Klöppel és Thiele által, a 3.3. ábrán megadotthoz hasonló módon a csillapítás deriváltját $\delta' B f_{0\alpha}$ formában, ahol $f_{0\alpha} = \frac{\omega_{0\alpha}}{2\pi}$ a torziós sajátfrekvencia. A kifejezést ld. az A függelékben. A síklap (Theodorsen, 1935) és a Hardanger híd (Øiseth és Sigbjørnsson, 2011) belebegési derivatívumait – az eljárásnak megfelelően

– csak másodfokú ($j_H = j_A = 2$) kifejezéssel közelítve a 4.12. ábrán ismertetett eredményeket kaptam.



4.12. ábra. Belebegési puhaság

A derivatívumok közelítése nem teszi lehetővé a zérushelyek figyelembevételét, így azt csak áramvonalas keresztmetszetre lehet alkalmazni. Bár emiatt a kapott eredmények alkalmazhatósága korlátozott, azok kvalitatív értékelése mégis általános megállapításokat tartalmaz tompa keresztmetszetekre is. A kapott diagramok alapján megállapítható, hogy a belebegési derivatívumoknak természetesen nagy szerepük van a puhaság kialakulásában, egyértelműen szabályozzák, hogy melyik szerkezeti paraméter milyen mértékben befolyásolja a belebegés puhaságát. Fontossági sorrend állítható fel a szerkezeti paraméterek között aszerint, hogy milyen mértékben befolyásolják a csillapítás deriváltjának abszolút értékben mért csökkenését, vagyis a puhaság fokozását. Legjobban az r_α csavarási tehetetlenségi relatív sugár növekedése, majd ezt követi az ϵ sajátfrekvenciák arányának növekedése, végül a μ relatív tömeg növekedése fokozzák a belebegés puhaságát.

Az eredmények gyakorlati használhatósága ott mutatkozik, hogy segítségével kijelenthetem, hogy egy könnyű és egyben keskeny gyaloghíd (nagy μ relatív tömeg), nagy csavarási tehetetlenséggel kialakított felszerkezettel puhább belebegést mutat mint egy közúti híd. Ez azt jelenti, hogy a szerkezeti csillapítás kisebb mértékű megváltozása is már nagy hatással van a belebegési sebesség megváltozására. Más megfogalmazásban, a közúti híd belebegési sebességének megváltoztatásához (növeléséhez) nagyobb mértékű beavatkozásra van szükség, mint a gyaloghíd esetében. A puhaság támpontot adhat arra vonatkozóan, hogy a beavatkozás a szerkezet merevségeinek, tömegének megváltoztatását, vagy esetleg csillapító berendezés beépítését jelenti. A téma feltárása további vizsgálatokat tesz szükségessé.

Megvizsgáltam, hogy a derivatívumok milyen mértékű hatást fejtenek ki a puhaságra. Az említett két keresztmetszet derivatívumainak egyenkénti $\pm 20\%$ megváltoztatásával a vizsgálat azt mutatta, hogy

- i. a puhaság a legjobban az A_2^* és A_3^* derivatívumoktól függ, a megváltozás jó közelítéssel egyenes arányú. Hasonló állítható H_1^* -ről és H_3^* -ról, ahol a változás azonos nagyságrendű, de ellentétes előjelű.
- ii. a puhaság közepes mértékben függ A_4^* -től,
- iii. H_2^* és A_1^* a két keresztmetszetenél eltérő, de az előbb felsoroltaknál kisebb mértékben változtatja a puhaságot,
- iv. H_4^* gyakorlatilag semmilyen hatással nincs a puhaságra, még az előjele sem befolyásolta érdemben annak értékét.

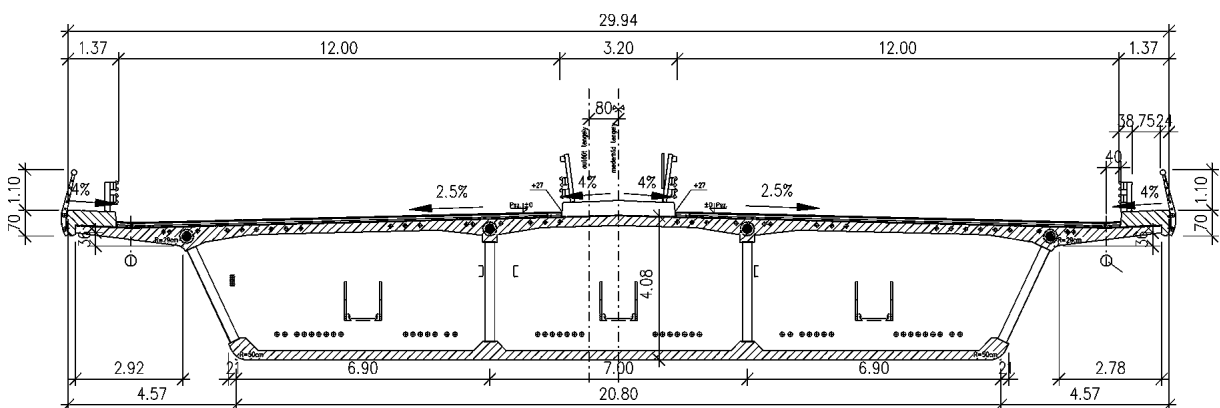
A felsorolásból következik, hogy az i. pont alatt felsorolt derivatívumok mutatkoztak a legfontosabbaknak.

Mint azt az 5. fejezetben bemutatom, a belebegési sebesség alatti szélsőségek esetében a gyaloghíd nagyobb elmozdulásokkal jelzi előre a belebegést, mint a közúti híd esete, ahol a belebegés – a gyaloghídhöz viszonyítva – sokkal gyorsabban, hirtelen következik be.

A fejezethez kapcsolódó tudományos eredményeket a 6.1.2. fejezetben leírt tézisben fogalmaztam meg.

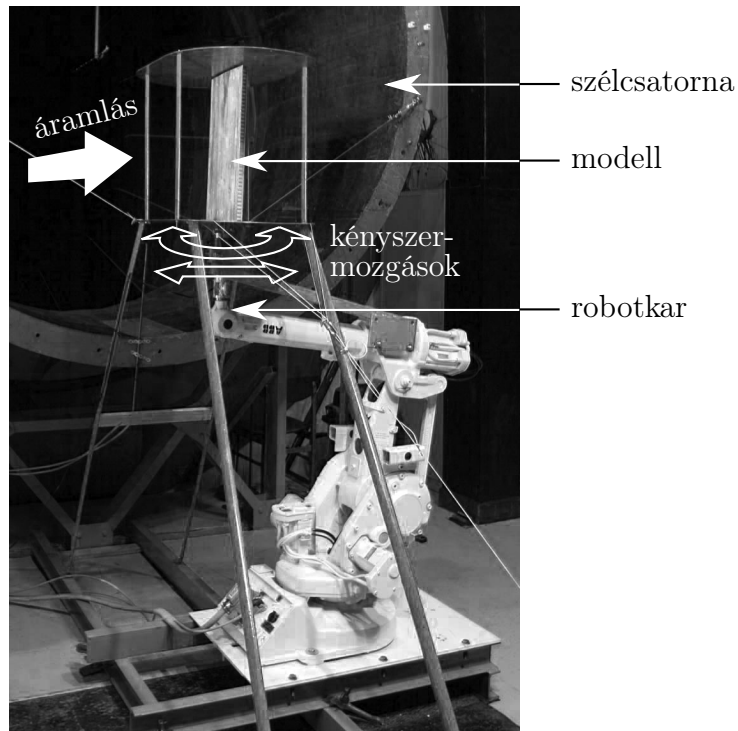
4.6. Alkalmazás: az M43 autópálya Tisza-hídja

A BME Hidak és Szerkezetek Tanszék megbízásából készítette el az BME Áramlástan Tanszék 2008-ban az M43 autópálya Tiszát áthidaló, 95+180+95 m nyílaskiosztású extradosed híd merevítőtartójának szélcsatorna kísérletét. A szélcsatorna kísérletet a 4.13. ábrán



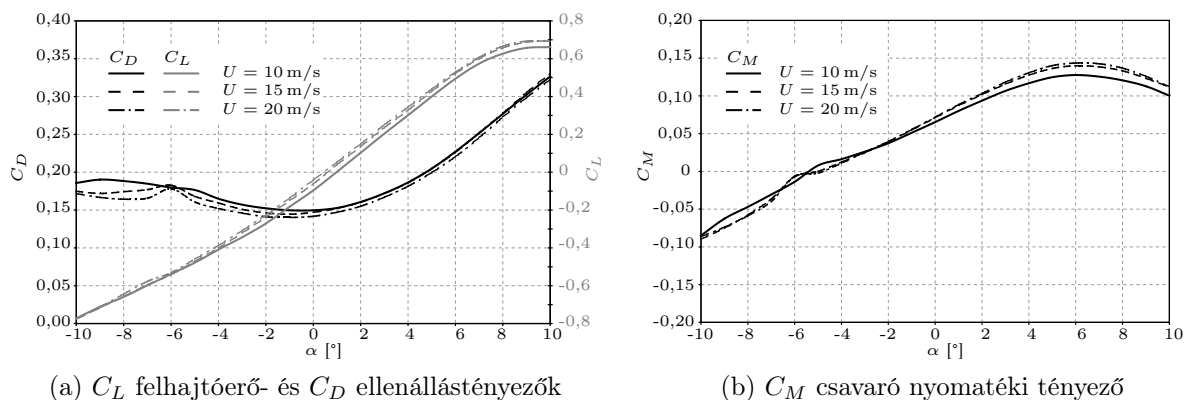
4.13. ábra. M43 ap. Tisza-híd merevítőtartójának nyílasközépi keresztmetszete (Pont-Terv Zrt.)

bemutatott nyílasközépi szekrénykeresztmetszet 1:100-as léptékű, 500 mm hosszú modelljén hajtották végre, amelyet függőleges helyzetben egy robotkarhoz rögzítette (4.14. ábra).



4.14. ábra. M43 ap. Tisza-híd merevítőtartójának 1:100 léptékű részlet-modellje a robotkaron (*Az M43 Tisza-híd szélcsatorna vizsgálata 2008*)

A véglapokkal „végtelenített” modellen meghatározták az erőtenyezőket (4.15. ábra) -10° és 10° közötti állásszögekre. A 4.15. ábrán látható, hogy az erőtenyezők a szélességtől függetlennek tekinthetők, kis mértékű eltérés csak a C_D ellenállástényező -6° -nál kisebb állásszög esetén észlelhető. Stabilitási problémát az erőtenyezők nem mutatnak: a C_L felhajtóerő-tényező az állásszög függvényében monoton növekszik, azaz $\frac{dC_L}{d\alpha} > 0$, ezáltal táncolásra a (4.16) képlettel jellemzett den Hartog kritérium szerint nem érzékeny.

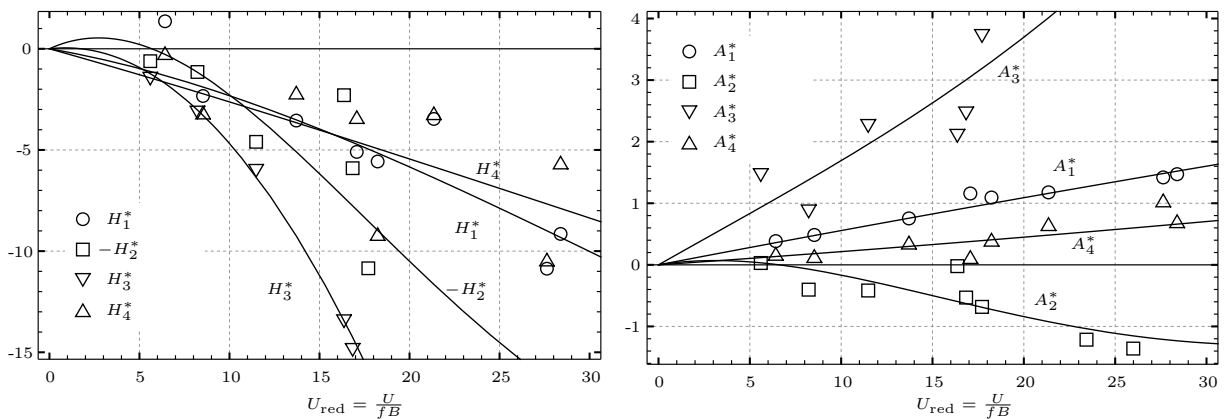


4.15. ábra. Erőtenyezők $U = 10, 15$ és 20 m/s áramlási sebességek esetén (*Az M43 Tisza-híd szélcsatorna vizsgálata 2008*)

A belebegési derivatívumokat a robotkarral végzett, -6° , 0° és $+6^\circ$ átlagos állásszöggel

kényszermozgás során mért felhajtóerő és nyomaték alapján számította a Hidak és Szerkezetek Tanszék. A mérésorozatot alacsony, $I_u < 0,5\%$ turbulencia intenzitás mellett, $U = 5 - 20$ m szélesség- és $f = 1 - 3$ Hz kényszermozgási frekvencia-tartományban hajtották végre. Ez $U_{\text{red}} = 5,5 - 67$ redukált sebesség tartományt eredményezett, mellyel a derivatívumok, az instabilitás szempontjából érdekes kis redukált sebességhez tartozó értékeit csak becsülni lehetett. A 3.2.2. fejezetben leírtak szerint kiszámított derivatívumokat mutatja be a 4.16. ábra $\alpha = 0$ esetére. A elcsavarodó mozgáshoz tartozó derivatívumoknál negyedfokú, az emelkedő mozgáshoz tartozóknál harmadfokú, nullából indított polinomiális függvényt illesztettem a mérési pontokra. Az elcsavarodás A_2^* derivatívuma kis redukált sebességek mellett pozitív értéket vesz fel, amely következménye lehet akár egy mérési hibának is. Ennek ellenére a szerkezetre feltételezett $\delta = 0,035$ csillapítási dekrementummal a fellépő aerodinamik csillapítás nem elegendő az instabilitás beindításához ((4.8) alapján):

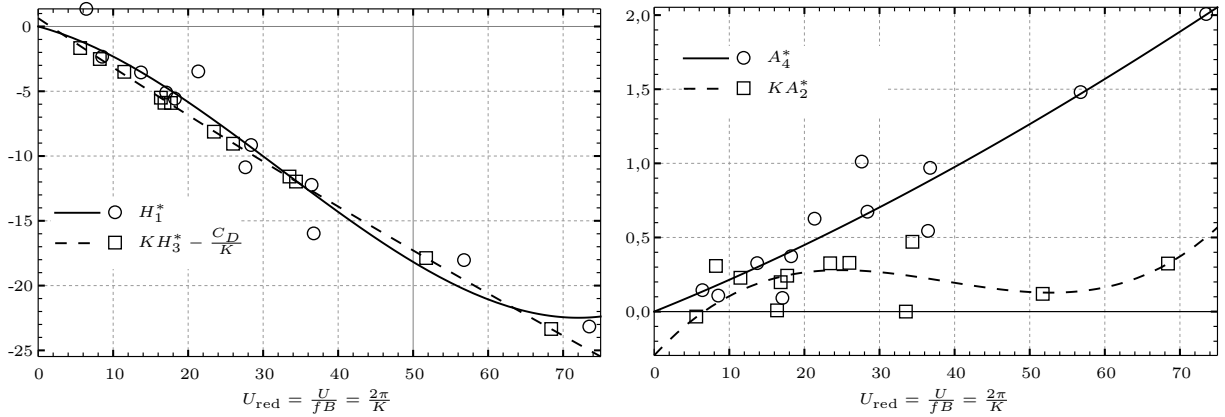
$$\max(A_2^*) \simeq 0,07 < \frac{\delta \pi \mu r_\alpha^2}{8} = \frac{\delta \pi \cdot 50,00 \cdot 0,5071^2}{8} = 0,035 \cdot 5,049 = 0,177. \quad (4.52)$$



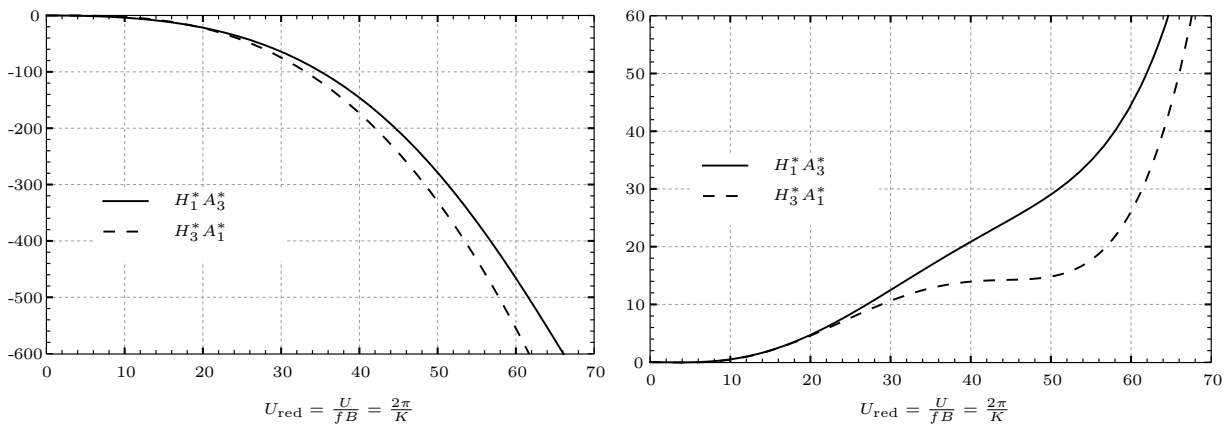
4.16. ábra. M43 ap. Tisza-híd belebegési derivatívumai $\alpha = 0$ állásszögnél

A derivatívumok mért értékei és illesztett függvényei között megvizsgáltam a (3.15) képletekben megadott összefüggések teljesülését (Hunyadi, 2009a), amelyek közül a 4.17. és a 4.18. ábrák mutatnak négyet. Ez alapján bizonyos összefüggések teljesülése látványosan megmutatkozik, míg mások jelentős eltéréseket mutatnak. A nagy redukált sebességeknél mért értékek ellenére a derivatívumok és erőtenyezők közötti, a (3.14)-ben megadott határátmenetes összefüggések teljesülése nem mutatkozott egyértelműen.

A többi állásszöghöz tartozó derivatívumok hasonló jelleget eredményeztek, egyedül a $+6^\circ$ -nál tapasztaltunk érdekes eredményeket, amikor is az A_2^* és A_4^* derivatívumok a többi állásszöghöz képest ellenkező előjelet kapott, valamint a szakirodalomban tapasztaltakkal sem mutatott egyezést.



4.17. ábra. Belebegési derivatívumok közötti összefüggések vizsgálata, $\alpha = 0$



4.18. ábra. M43 ap. Tisza-híd 0° állásszög esetére meghatározott derivatívumok közötti hasonlóság

Az aerodinamikai instabilitás vizsgálatát mind ideiglenes, konzolos építési állapotra, mint végleges, töbttámaszú tartós állapotra elvégeztük, melyek közül az építési állapot mutatkozott mértékadóknak. Az építési állapotban a modell lezáró lemezének elvételével modellezték a „félvégtelen” kialakítását, a keresztmetszetről a kézkorlátokat eltávolították. Építési, konzolos állapotban egy affinitási paraméteren keresztül lehet figyelembe venni a hajlítási és csavarási sajátalakok különbözőségét. A belebegési sebességet úgy határoztuk meg, hogy mely sebesség mellett éri el a fellépő aerodinamikuss csillapítás a szerkezetre feltételezett $\delta = 0,035$ csillapítási dekrementumot. A szerkezeti paraméterek: $\mu = 50,00$ relatív tömeg, $r_\alpha = 0,5071$ tehetetlenségi relatív sugár, $B = 29,94$ m teljes szélesség. Az első 10 rezgés alak között a hajlítási sajátfrekvenciák: $f_{0h} = 0,55, 0,78$ és $2,33$ Hz, a torziós sajátfrekvenciák $f_{0\alpha} = 2,47$ és $2,80$ Hz (Hunyadi, 2008).

A hajlítási és torziós sajátalakok fizikailag „értelmes” párosításaira, valamint a -6° és $+6^\circ$ állásszög esetére is elvégezte a Tanszék a számítást, amely során előfordult valószínűtlenül alacsony belebegési sebesség, amelynek elvetését egyéb megfontolások alapján

tették meg. Az így meghatározott belebegési sebességet összehasonlítottuk a területen feltételezhető maximálisan előforduló szélesebességgel. A levont következtetéseket a Tanácsék jelentésben ismertette a megbízónak.

A mérési eredmények feldolgozása során előállt derivatívumok kisebb-nagyobb mértékű bizonytalanságot tartalmaztak, egyszerűsítések és egyéb feltételezések után a szerkezet aerodinamikai instabilitással szembeni biztonságát ki lehetett mutatni. A vizsgálatokról bővebben a Hunyadi (2009b) publikációban értekeztem.

4.7. Összefoglalás

Az aeroelasztikus hatásokat előidéző öngerjesztett erők leírására használatos lineáris modellek két főbb típusát különböztetjük meg. A permanens állapotot a statikus erőtényezők segítségével lehet jellemezni (3.1.2. fejezet), amelyekkel leginkább az egyszabadságfokú aerodinamikai instabilitást, a divergencia és a torziós belebegés esetét tudjuk vizsgálni (4.2. fejezet). A kapcsolt belebegés vizsgálatához mind a hajlítási, mind a torziós elmozdulások egyidejű figyelembevételére, így azt a szélcsatorna vizsgálatokkal meghatározott belebegési derivatívumok (3.1.1. fejezet) felhasználásával a komplex sajátérték-feladat analízissel (3.3.2. fejezet), vagy a sebességtérbeli analízissel lehet végrehajtani (4.4. fejezet).

A belebegési derivatívumok szélcsatorna vizsgálata során esetlegesen felmerülő geometriai tökéletlenségek okozta hibák mérséklésére kifejlesztett két forgási szabadságfokú modell ad lehetőséget (4.1.1. fejezet). A derivatívumok, már definíciójuk alapján is bizonyos redundanciát rejtenek magukban (3.1.3. fejezet), ami egy egyszerűbb, egyszabadságfokú, unimodális modell kifejlesztésének ad alapot (4.3. fejezet). Bár ennek vizsgálata érdekes, de már ismert összefüggések levezetésére adott lehetőséget, a hozzá fűzött reményeket nem váltotta be.

A teljes csillapítás zérussá válásának körülményeiből, annak a szélesebesség változásának függvényében történő megváltozásából definiált puhaság jelentős részben a derivatívumoktól, részben pedig a szerkezeti paramétereiktől függ (4.5. fejezet). Ennek jelentősége a belebegési sebesség körüli turbulens sebességek okozta elmozdulások mértékében van, amelyet a következő, az 5. fejezetben tárgyalok. Chen X. és Kareem (2003) rámutatott az áramvonalas keresztmetszeteknél a nemlineáris hatások figyelembevételének fontosságára. A nemlinearitás jó modellezésének kifejlesztése a közel jövő feladata.

Ennek kezdeti lépései egyrészt a fentiekben bevezetett egyszerűsítések és fogalmak használatára épít (unimodális modell, puhaság) (Chen A. és Rujin, 2011), ami alátámasztja ezek megismerésének jelentőségét.

5. fejezet

A széllökés-terhek és az öngerjesztett erők együttes figyelembevétele

Nagy támaszközű, karcsú szerkezetek előtérbe kerülésével, az optimális tervezés révén fontossá válik az aeroelasztikus jelenségek és a turbulens áramlás hatásainak együttes kezelése, melynek kutatása az utóbbi évtizedekben indult meg. Chen X. és Kareem (2003) nemlineáris vizsgálatokkal kimutatta, hogy az áramvonalas keresztmetszetek nagyon érzékenyek a szél beesési szögének változására, így a szél függőleges komponensének ingadozására. A turbulencia az elmozdulásokra gyakorolt hatásának mértéke a teljes csillapítással, a szerkezeti és az aerodinamikai csillapítás összegével fordított arányban függ. Ennek fontosságára mutat példát a 4.8. ábra, ahol már a kis sebességeknél megjelenő kicsi negatív aerodinamikai csillapítás ugyan még nem okoz aerodinamikai instabilitás, hiszen a szerkezeti csillapítás azt ellensúlyozza, a turbulencia okozta szerkezeti válaszok igen nagy mértéket tudnak ölteni, a válasz szórása nagy lehet. A belebegési instabilitást jellemző sebességet teherbírási határállapotban kell figyelembe venni, azonban a belebegés előjele már a használhatósági határállapot vizsgálatánál is jelentőséggel bírhat.

Annak ellenére, hogy az aeroelasztikus hatásokat leíró belebegési derivatívumokat lamináris áramlásban határozzák, az a szakirodalom ajánlása szerint alkalmazható a turbulens áramlásban keletkező aeroelasztikus hatások jellemzésére is. Ezt részint indukálja, hogy a szakirodalom nem bővelkedik turbulens áramlásban mért derivatívumokban. Másrészt alátámasztja az a tény, hogy néhány mérés a turbulens áramlás derivatívumokra mért hatásának közömbösségét igazolta, annak ellenére, hogy a szélben jelenlévő örvények elősegíthetik az áramlás leválását a keresztmetszetről, eltolhatják a leválási pontokat.

A szél örvényességének a belebegési sebességre mért hatásával kapcsolatban is megoszlanak a vélemények. Míg egyes szerzők a belebegési sebesség kisebb-nagyobb megváltozását észlelték, addig mások ennek elhanyagolható hatását jelentették.

A két hatás együttes figyelembevételét a lamináris áramlásra meghatározott derivatív-

vumok turbulens közegben való felhasználhatóságával végeztem, amelynek elméleti hátterét az 5.2. fejezetben ismertetem. Turbulencia jelenlétével szükségessé válik a belebegési jelenség és a hozzá társuló sebesség definíciójának általánosítása (5.4. fejezet). Az öngerjesztett erők figyelembevételenek hatásai a csak turbulens szélben számított szerkezeti válaszokra egy olyan szorzó tényező bevezetését eredményezi, amely az alkalmazó mérnök számára is segítségül lehet (5.5. fejezet). Ennek alapgondolatát Kovács (2005) vetette fel, amelyben a nyomott rudak analógiájára az aeroelasztikus hatást, mint a szélörökés-teher okozta elmozdulásokra gyakorolt másodrendű hatást javasolja figyelembe venni. E szorzótényező meghatározása és elemzése olyan megállapításokra vezet (5.6. fejezet), amelyek nemcsak az alkalmazás során nyernek jelentőséget, hanem a belebegés jobb megismeréséhez is vezet.

A vizsgálat az alábbi főbb lépésekből áll:

- i. széltörténetek generálása,
- ii. a szerkezeti elmozdulások és statisztikájuk meghatározása a szélörökés- és az öngerjesztett erők együttes figyelembevételeivel időbeli analízissel,
- iii. a csak szélörökések okozta elmozdulások és statisztikájának meghatározása spektrális analízissel,
- iv. a két számítás arányának kifejezése, az eredmény tárgyalása.

A vizsgálatokat síklapra vonatkozó Theodorsen-féle belebegési derivatívumokkal (Theodorsen, 1935) és a szerkezeti paraméterek számos különböző kombinációjával hajtottam végre kétszabadságfokú keresztmetszeten.

5.1. A széltörténetek generálása

A szélörökés-terhek és az instacioner öngerjesztett erők együttes számítása időbeli analízist követel. Ennek megfelelően a turbulens szélesebesség időtörténetét a 2.2.4. fejezetben ismertetett POD, sajátértékes felbontással generáltam az alábbi paraméterekkel:

- $N_{\text{POD}} = 50$ sajátvektor figyelembevétele,
- $N_t = 2^{14} = 16384$ darab, $\Delta t = 0,04$ s lépésközű időlépcső, a teljes modellezett idő 655 s,
- az alsó vágási frekvencia $1,525 \cdot 10^{-3}$ Hz, a felső vágási frekvencia 12,5 Hz, amelyekkel a turbulens sebesség teljesítmény-sűrűségfüggvény 93%-át modelleztem (5.1b ábra).

A vizsgálat két dimenziós volta miatt nem kellett számolni a szélstruktúra térbeli kiterjedésével. A szélirányú u és függőleges w széllelkések TSF-e Solari és Piccardo (2001) és a (2.6) képlet alapján

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{\lambda_u f_{L,u}}{(1 + 1,5\lambda_u f_{L,u})^{5/3}} \quad (5.1a)$$

$$\frac{nS_w(n)}{\sigma_w^2} = \frac{\lambda_w f_{L,w}}{(1 + 1,5\lambda_w f_{L,w})^{5/3}}, \quad (5.1b)$$

ahol

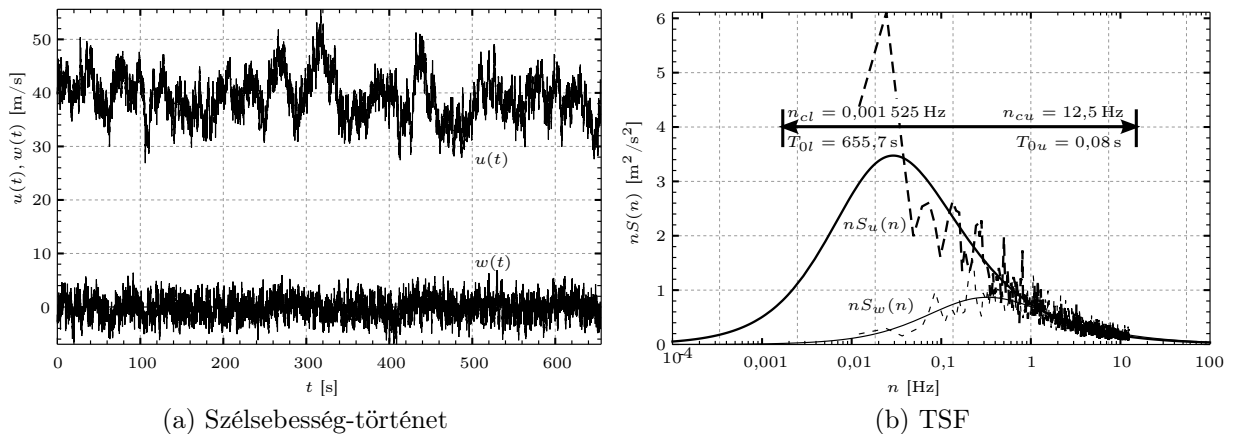
$S_u(n)$ és $S_w(n)$ az n frekvenciától függő egyoldali TSF,

a turbulencia intenzitást $\sigma_u/U = 0,10$ és $\sigma_w/U = 0,05$ értékével vettem fel,

$f_{L,\nu} = nL_\nu/U$ ($\nu = u, w$) a dimenziótlanított frekvencia, ahol $L_u = 200$ m és $L_w = 20$ m az integrálási hosszak,

valamint $\lambda_u = 6,868$ és $\lambda_w = 6,103$ konstansok.

Chen X. et al. (2000a) szerint a két szélirány kereszt-sűrűségfüggvényének nincs számottevő hatása a szerkezeti válaszokra, így azzal nem számoltam. Feltételeztem, hogy a szél a keresztmetszet síkjában működik, így a keresztirány v szélkomponenst figyelmen kívül lehetett hagyni. Egy generált szélsébség történetet mutat az 5.1a ábra $U = 40$ m/s átlagsebesség esetén, az u jel szórása 4,14 m/s, ami a felvett $\sigma_u = 0,10 \cdot 40$ m/s = 4 m/s-hoz (statisztikailag) elfogadható. A w függőleges sebesség tekintetében ugyanez $\sigma_w = 1,94$ m/s $\simeq 0,05 \cdot 40$ m/s = 2 m/s.



5.1. ábra. Egy generált sebességtörténet és a hozzá tartozó teljesítmény-sűrűségfüggvény

A generált szél teljesítmény-sűrűségfüggvényét Welch-féle becsléssel (Welch, 1967), a minta 15 db azonos hosszúságú, félhosszúságú átlapolásaival ellenőriztem (5.1b ábra). A becslés, amint az az 5.1b ábrán is látható, a frekvenciatartomány szűkülését eredményezte, a becslés alapján az u szórása már 4,42 m/s, $\sigma_w = 1,97$ m/s. Minden szélsébséghez 20 futtatást készítettem és a számított értékeket statisztikailag értékeltem. Ez biztosította a

szórások egyezőségét.

A keresztmetszet erőtenyezői Chen X. et al. (2000a) alapján $C_D = 0,3230$, $C'_D = 0$, $C_L = 0,0942$, $C'_L = 1,905$, $C_M = 0,0104$ és $C'_M = 0,2717$, amelyekkel a den Hartog-féle kritérium alapján táncolási instabilitás nem áll fenn. Feltételeztem, hogy a keresztmetszet „végtelen” kiterjedésű; vagyis szél térbeli koherenciáját, a modellezett merevítőtartó hosszirányú sajátalakjainak affinitását, és kettőjük egymásra hatását tökéletesnek feltételeztem. Ez a közelítés számszakilag nagyon nagy támaszközű merevítőtartók esetében biztos, hogy nem teljesül. A levont eredmények minőségi jellemzésére azonban nincs érdemi hatással, ugyanis a koherencia csak a szélterhelés-terhekben jelentkezik és a vizsgálat célja az erre halmozott öngerjesztett erők hatásának kifejezése.

A szerkezetet, a vizsgálatokban a 2D keresztmetszetre ható szélterhelés-erőket a (2.17) képletben megadott összefüggéssel számoltam, annyi eltéréssel, hogy a h emelkedő elmozdulás és a hozzá társított emelőerő előjele a 3.1. ábrán megadott koordináta-rendszernek megfelelően megváltozik, továbbá a χ aerodinamikai admittancia-függvényeket 1,0-nek vettem, csökkentő hatásuktól eltekintettem (keskeny keresztmetszet hipotézise).

5.2. Az instacioner öngerjesztett erők időbeli leírása

Az öngerjesztett erők időbeli vizsgálata történhetne a kvázistacioner állapot alapján az erőtenyezők és állásszög szerinti deriváltjuk felhasználásával (ld. 3.1.2. fejezet), azonban a belebegés számításához elengedhetetlenül szükségesek az instacioner hatások figyelembevétele. A (3.1) képletekkel megadott öngerjesztett erőket a belebegési derivatívumok és a mozgások frekvenciái függvényében kétszabadságfokú keresztmetszetenél a következő mátrixos alakban lehet megadni

$$\mathbf{f}_{se}(t) = \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{B} (\mathbf{A}_s \mathbf{R} \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_d \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(t)), \quad (5.2)$$

ahol \mathbf{f}_{se} a öngerjesztett erők tehervektora, \mathbf{B} a (2.18) szerinti geometriai mátrix,

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} K^2 H_4 & K^2 H_3 \\ K^2 A_4 & K^2 A_3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} K H_1 & K H_2 \\ K A_1 & K A_2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

az aerodinamikai merevségi és csillapítási mátrixok, és

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1/B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

az elmozdulásokat dimenziótlanító mátrix. A frekvenciafüggő leírást pl. Volterra sorba fejtéssel lehet időtérbe átvinni.

Chen X. et al. (2000a) bevezette az öngerjesztett erők racionális függvényes közelítését (továbbiakban RFA=*rational function approximation*), amely lehetővé teszi az erők frekvenciafüggetlen időbeli kezelését. A belebegési derivatívumok 3.23 képlet szerinti közelítése az \mathbf{f}_{se} öngerjesztett erőket az állapotter bővítésével az

$$\mathbf{f}_{se} = \frac{1}{2}\rho U^2 \left(\mathbf{A}_1 \mathbf{y} + \mathbf{A}_2 \frac{B}{U} \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_3 \left(\frac{B}{U} \right)^2 \ddot{\mathbf{y}} + \sum_{l=1}^m \mathbf{y}_{se,l} \right) \quad (5.5)$$

formában eredményezi, ahol $\mathbf{y}_{se,l}$ az aeroelasztikus hatások instacioner részét jelentő állapotter bővítési vektorok, amelyek kielégítik az

$$\dot{\mathbf{y}}_{se,l} = -\frac{U}{B} d_l \mathbf{y}_{se,l} + \mathbf{A}_{l+3} \dot{\mathbf{y}} \quad (l = 1 \dots m) \quad (5.6)$$

differenciál egyenletet. Az \mathbf{A}_i ($i = 1, \dots, m + 3$) aerodinamikusan stacioner és instacioner mátrixokat a (3.23) képlet alapján a legkisebb négyzetek módszerével lehet meghatározni. Az öngerjesztett erők előbbi képletének levezetésénél Chen X. et al. (2000a) feltételezte, hogy a mozgások kis mértékű (pozitív v. negatív) csillapításúak. Bár a csillapítás a szélesség függvényében ettől eltérő is lehet, különösen jóval a belebegési sebesség alatt, ennek elfogadhatóságát tárgyaló szakirodalmi írást nem leltem fel. Ennek megfelelően a számított elmozdulások „jóságát” a belebegési sebesség környezetére szűkítve fogadom el.

A frekvenciafüggő erők átírása frekvenciafüggetlenné lehetővé teszi a $\chi(\omega)$ aerodinamikai admittancia-függvény időbeli figyelembevételét is. Az admittancia-függvény figyelembevételétől eltekintettem tekintettel arra, hogy ennek a belebegés frekvenciájához tartozó értéke közel 1 lenne, továbbá, hogy az általa lényegesen lecsökkenthető mértékű frekvenciák energiája jelentősen kicsiny és így azokat, a belebegés figyelembevételével még jobban csökkentené.

5.2.1. A racionális függvényes közelítés alkalmazása

Az állapotter bővítése veszi figyelembe az öngerjesztett erők instacioner jellegét, amelynek pontosságát a derivatívumok illesztésénél a tagok m számával lehet befolyásolni. A síklap derivatívumaival (Theodorsen, 1935) végrehajtott futtatásnál elegendőnek mutatkozott $m = 2$ instacioner tagot használni. Ekkor $d_1 = 1,0$ és $d_2 = 0,3$ késés-tagok mellett a következő mátrixokat kaptam a síklap derivatívumok $U_{red} = 0, 2, \dots, 12$ értékeinek

legkisebb négyzetes illesztésével

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -0,006096 & -5,884 \\ 0,001524 & 1,471 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -3,168 & -2,356 \\ 0,7920 & -0,1964 \end{bmatrix} \quad (5.7a)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -1,568 & 0,001819 \\ -0,0006924 & -0,04954 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -0,8800 & 0,6502 \\ 0,2200 & -0,1625 \end{bmatrix} \quad (5.7b)$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} -0,5442 & 1,708 \\ 0,1360 & -0,4271 \end{bmatrix}. \quad (5.7c)$$

Az \mathbf{A}_3 aerodinamikai tömegmátrix a $H_4^*(0) \neq 0$ tulajdonságból adódóan nem zérus, hidak keresztmetszete esetében azonban feltételezhető, hogy $\mathbf{A}_3 = \mathbf{0}$.

Mannini (2006) disszertációjában megadott CRIACIV elnevezésű keresztmetszet derivatívumai esetében legalább $m = 3$ racionális polinom figyelembevétele mellett sikerült viszonylag jó illesztést létrehozni az alábbi értékekkel:

$$d_1 = 0,3 \quad d_2 = 0,26 \quad d_3 = 0,2 \quad (5.8a)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 46,12 & -8,150 \\ -3,610 & 1,553 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -0,8769 & -2,115 \\ 1,020 & -0,1024 \end{bmatrix} \quad (5.8b)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -982,6 & 76,14 \\ 24,41 & -27,85 \end{bmatrix} \quad (5.8c)$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 1702 & -112,5 \\ -52,59 & 43,54 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} -769,9 & 41,94 \\ 31,40 & -16,38 \end{bmatrix}. \quad (5.8d)$$

5.3. Az állapotegyenlet és megoldása

A kétszabadságfokú modell mozgásegyenlete a szellőkés- és az öngerjesztett erők RFA közelítésével az

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{z} = \mathbf{q} \quad (5.9)$$

állapotegyenletté alakul, ahol \mathbf{M}_1 , \mathbf{C}_1 és \mathbf{K}_1 az aerodinamikusan additív tagot is magában foglaló tömeg-, csillapítási és merevségi mátrixok, \mathbf{z} az instacioner változókkal bővített

állapotvektor, és \mathbf{f} a szellőkés tehervektora:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}} & \frac{1}{2}\rho U^2 \frac{B}{Ud_1} \mathbf{I} & \cdots & \frac{1}{2}\rho U^2 \frac{B}{Ud_m} \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}_4 & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_{l+m} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.10a)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{Ud_1}{B} \mathbf{I} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \frac{Ud_m}{B} \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}_{se,1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{se,m} \end{bmatrix}. \quad (5.10b)$$

A felülvonással, illetve hullámmal jelölt tömeg-, csillapítási és merevségi mátrixok foglalják magukban a szerkezeti és az aerodinamikai jellemzőket:

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M} - \frac{1}{2}\rho B^2 \mathbf{A}_3 \quad (5.11a)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \underbrace{\mathbf{C} - \frac{1}{2}\rho U B \mathbf{A}_2}_{\tilde{\mathbf{C}}} - \sum_{l=1}^m \frac{1}{2}\rho U^2 \frac{B}{Ud_l} \mathbf{A}_{l+3} \quad (5.11b)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \frac{1}{2}\rho U^2 \mathbf{A}_1. \quad (5.11c)$$

Az (5.10) és (5.11) képletek megmutatják, hogy míg az aerodinamikai tulajdonságok mind a tömeg-, a csillapítási és a merevségi tagokban megjelennek, addig az instacioner hatások csak a képzett csillapítási mátrixban kapnak szerepet, és ez utóbbi felel az egyenletrendszer kapcsolt voltáért.

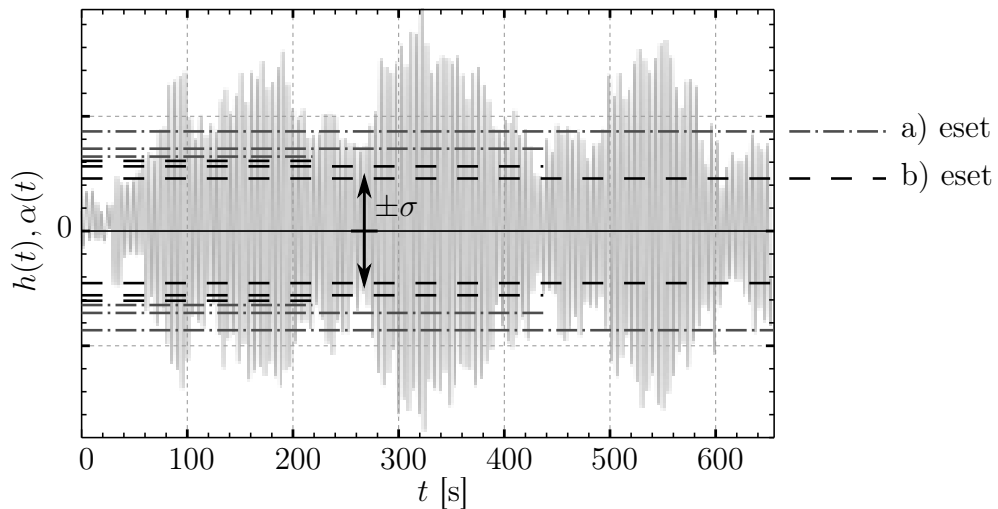
Az így előállt, bővített állapotterű mozgás-egyenletrendszer numerikus megoldására a Newmark- β eljárást alkalmaztam. Bernard és Fleury (2002) sztochasztikus folyamatok mozgásegyenletének megoldására egy módosított Newmark- β módszert javasolt, amellyel a stabilitás az általános módszerhez képest jobban garantálható. A számításaimban választott időlépcső nem kérdőjelezte meg az eredmények konvergenciáját, így egy olyan „alap” eljárással számoltam, ahol minden következő időlépcsőben a mozgásegyenletből a gyorsulást határoztam meg, és ebből származtattam a hozzá tartozó sebességet és elmozdulást.

5.4. A belebegés kritériuma

A szélteher hatására létrejövő szerkezeti elmozdulások időbeli viselkedése alapján kell eldönteni az aerodinamikai instabilitás jelenlétét. A numerikus számítás csak véges időtartam modellezésére alkalmas. Az időtartamot úgy kell megválasztani, hogy elegendően

hosszú legyen a szerkezeti válasz kialakulásához, viszont elengedően rövid legyen a számítási igény csökkentése végett. Kovács et al. (1992) javaslata alapján min. 10 perces időtörténetet vizsgáltam. Ezen időtartam első szakasza a kezdetileg mozdulatlan szerkezet tehetetlenségi erőinek „beindulásával” telik. Ennek megfelelően a kezdeti időtartam szakasz hosszát a saját lengésideők többszöröséhez igazítva az arra kapott eredményektől el kívántam tekinteni. Az elmozdulások statisztikája azonban nem mutatta ilyen szakasz létezését, legalábbis a sajátlengésideő 10, 20, 50 és 100-szoros időtartama alatt érdemben nem változott a vizsgált elmozdulás-komponensek szórása.

A belebegést az alábbi definícióhoz kötöttem: a keresztmetszet egyik elmozduláskomponensének szórása bármilyen hosszú mintavételezési időtartamra vetítve is statisztikailag állandó marad. A szél átlagsebessége ekkor az U_F -el jelölt belebegési sebességet eredményezi. Amennyiben adott U átlagsebesség esetén ez a szórás az időintervallum hosszával arányosan csökken, úgy az átlagsebesség még nem érte el az U_F belebegési sebességet, ha pedig arányosan növekszik, akkor meghaladta azt (5.2. ábra). Matematikai értelemben azonban ebből csak az utóbbi állítás a precíz, hiszen a $U > U_F$ esetén is előfordulhat, hogy ismét pozitív csillapítású legyen a mozgás.



5.2. ábra. Egy elmozdulásjel és a vizsgált időtartam hosszára számított szórása alapján definiált belebegés. a) eset: a szórás az időtartammal arányosan növekszik, akkor a belebegés bekövetkezett ($U > U_F$), b) eset: a szórás az időtartam növekedésével csökken, úgy a belebegés még nem következett be ($U < U_F$).

Nagyon kicsi szerkezeti csillapítás ($\delta_s = 10^{-4}$) esetére, síklap derivatívumaival számolva, az ekképpen meghatározott belebegési sebességet összevetettem a szerkezeti csillapítási nélküli komplex sajátérték-feladat szolgáltatta eredménnyel és jó egyezést tapasztaltam.

5.5. Az öngerjesztett erők figyelembevételének szorzótényezője

Adott átlagos szélességnél az öngerjesztett erők a szellőkésekhez képesti többlethatását az alábbi három ütemű számításban megadott tényezőkön keresztül határoztam meg:

- i. a szellőkés-terhek és az öngerjesztett erők együttes figyelembevételével meghatároztam a keresztmetszet elmozdulásainak szórásnégyzetét,
- ii. meghatároztam a csak a szellőkés-teher okozta elmozdulásokat,
- iii. azonos paraméterek mellett az előző két elmozdulás szórásának arányát képeztem.

Az **i.** pontban lévő elmozdulásokat a bővített állapotér időbeli analízisével vittem véghez. Az **ii.** pontban, a csak szellőkések okozta elmozdulások szórásnégyzetét a **2.3.1.** fejezet szerinti spektrális analízissel számítottam. Az **iii.** pont szerinti arányt a két számított eredmény ψ^2 hányadosával fejeztem ki:

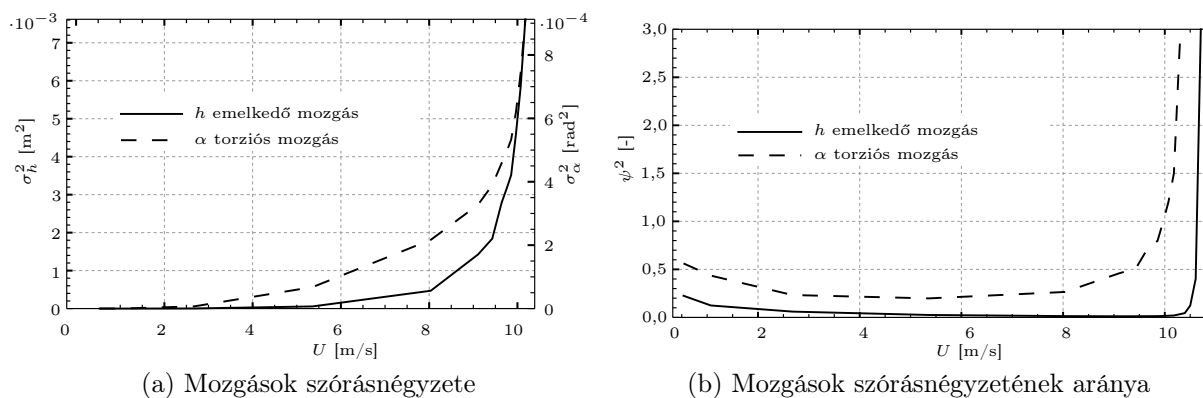
$$\psi_x^2 = \frac{\sigma_{x,b,se}^2}{\sigma_{x,b}^2}, \quad (5.12)$$

ahol $x = h, \alpha$ az elmozduláskomponens, $()_b$ index a szellőkések okozta elmozdulás, $()_{b,se}$ a szellőkések és öngerjesztett erők okozta elmozdulás, σ^2 pedig az elmozdulás szórásnégyzete.

A paraméteres számítást az alábbi értékekkel, feltételekkel hajtottam végre:

- szellőkés-teher generálása az **5.1.** fejezet szerint,
- síklap Theodorsen (1935) és CRIACIV keresztmetszet Mannini (2006) által megadott belebegési derivatívumai,
- (3.27) szerinti relatív tömeg $\mu = 10, 30, 50, 100$,
- tehetetlenségi relatív sugár $r_\alpha = 0,5, 0,75, 1,0$,
- szerkezeti sajátfrekvenciák aránya $\epsilon = \omega_{0\alpha}/\omega_{0h} = 1,5, 2,0, 2,5$,
- a keresztmetszet hajlítási (függőleges mozgási) sajátfrekvenciájára $\omega_{0h} = 1,0, 1,5, 2,5$ rad/s,
- a mindkét módusban azonos szerkezeti csillapítás logaritmikus dekrementuma $\delta_h = \delta_\alpha = \delta_s = 0,1, 0,01, 0,001, 0,0001$,
- a keresztmetszet szélessége $B = 5$ m vagy 20 m.

A felsorolt értékek összesen 120 kombinációját képeztem úgy, hogy egy „átlagos” szerkezethez feleltethető $\epsilon = 1,5$, $B = 5$ m és $\delta_s = 0,01$ értékeket vettem alapként és ettől csak egy-egy paraméterben tértem el. Az 5.4. fejezetben ismertettekkel összhangban, az eljárás gyorsítása végett, a vizsgált U átlagsebességeket úgy választottam meg, hogy azt a csillapítatlan szerkezet komplex sajátérték-feladattal meghatározott belebegési sebességének 5, 10, 25, 50, 75, 85, 88, 90, 91, ..., 102%-ára vettem fel. A belebegési sebesség azonban a csillapítás mértéktől függően akár 15%-kal is eltérhet a csillapítatlan esetétől.



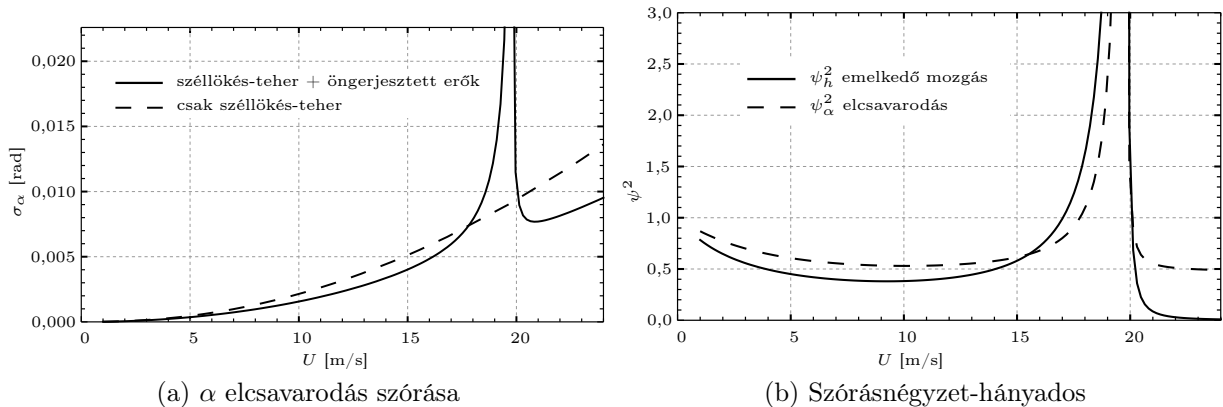
5.3. ábra. Mozcások öngerjesztett mátrixokkal és anélkül számított szórásnégyzetének aránya a frekvenciatérbeli számítással (síklap, $m = 2$ racionális polinom (5.7 képlet), $\mu = 10$, $\epsilon = 1,5$, $r_\alpha = 1,00$, $B = 5$ m, $\omega_{0h} = 1,5$ rad/s, $\delta_s = 0,01$, csillapítatlan esetre a belebegési sebesség $U_F = 10,20$ m/s, csillapítással $U_F = 10,42$ m/s)

A paraméterek egy kombinációjára, a szellőkés-terhek és az öngerjesztett erők együttes hatására számított elmozdulások szórásnégyzetére mutat példát az 5.3a ábra. Ebből leolvasható, hogy a két mozcáskomponens eltérő mértékben reagál a hatásokra, a belebegési sebességhez közeledve, a kapcsolt belebegés torziós-ág jellege miatt, az α elcsavarodás nagyobb szórású, mint a h függőleges elmozdulásé. A szerkezeti válasz azon tulajdonosságát, hogy az elmozdulás milyen mértékben növekszik a sebességgel arányosan, Chen A. és Rujin (2011) „belebegési puhaságnak” nevezi, a folyamatos növekedést definiálják puha belebegésnek. Ez definíciójában eltér Chen X. és Kareem (2006) által definiált, a 4.5. fejezetben a teljes csillapítás sebesség szerinti megváltozására bevezetett puhaság fogalmával, azonban, mint azt később eredményként megállapítom, a két fogalom szoros összefüggésben van egymással, tulajdonképpen ugyanazon jelenség két nézőpontból vett megközelítése.

Az 5.3a ábrából leolvasható, hogy a turbulencia jelenlétében a szerkezet elmozdulásának szórása a belebegési sebességhez közelítve nemlineárisan folyamatosan növekednek. Kovács (2005) nyomán analógiát vélhetünk felfedezni a nyomott oszlopok kihajlási instabilitásával, ahol a kezdeti külpontosságot lehetne a turbulencia okozta elmozdulások szórásával párba állítani, az öngerjesztett erőket pedig mint másodrendű hatást vehetjük

figyelembe. Ezen analógia érvényességét, a Southwell-féle szorzótényező analógiájára, az öngerjesztett erők többlethatásának ψ^2 arányán keresztül kívántam vizsgálni.

Amennyiben eltekintünk a racionális polinomos közelítéssel meghatározott instacioner tagoktól, úgy spektrális analízisben az öngerjesztett erők figyelembevételére lehetőség adódik az \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 és \mathbf{A}_3 stacioner mátrixok segítségével. Ekkor a 2.3.1. fejezetben leírtakat módosítani kell az aerodinamikus tömeg, csillapítási és merevségi mátrixokkal. A szórást összehasonlítottam a csak a szellőkés-teherre adott válaszok szórásnégyzetével. Az 5.4a ábra alapján látható, hogy a belebegés környékén az elmozdulások megnövekednek, a belebegési sebességnél pedig a végtelenbe tartanak. A belebegési sebesség alatt azonban a kialakuló pozitív aerodinamikai csillapítás miatt a szellőkés okozta rezgések kisebb elmozdulásokat okoznak, mint az öngerjesztett erők nélküli esetnél. Ezt jól illusztrálja a szórásnégyzetek ψ^2 hányados 5.4b ábrán látható diagramja, ahol 1-nél kisebb értékeket is felvesz. Ez a hányados kb. a belebegési sebesség 80%-ánál éri el az 1-et, vagyis az ez alatti sebességnél a biztonság javára járunk el, ha nem vesszük figyelembe az aeroelasztikus hatást. Megfigyelhető továbbá, hogy a szerkezeti válasz eltér a két mozgáskomponensében, valamint, hogy a belebegési sebességen túli átlagos szélsősebességek esetén újra pozitívvá válik az aerodinamikai csillapítás. Azonban ennek a tartománynak a vizsgálatára a bemutatott eszköz nem biztos, hogy alkalmas, ugyanis az nem veszi figyelembe a belebegéskor fellépő nemlineáris hatásokat, valamint az öngerjesztett erők instacioner része nincs is számításba véve.



5.4. ábra. A stacioner öngerjesztett erők többlethatása a szellőkés-terheken felül, $\mu = 30$, $\epsilon = 1,5$, $r_\alpha = 0,75$, $B = 20$ m, $\omega_{0h} = 1$ rad/s, $\delta_s = 0,01$, CRIACIV keresztmetszet ((5.8) képletek)

Az öngerjesztett erők instacioner részének figyelembevételéhez azonban szükséges az időbeli analízis végrehajtása és statisztikai kiértékelése. Az előbbieken ismertetekkel analóg módon vizsgáltam, ami alapján az 5.3b ábra ismerteti konkrét adatok esetén az öngerjesztett erők elmozdulásokra gyakorolt hatásának ψ^2 hányadosát. Az 5.4b ábrával összehasonlítva megállapítható, hogy az öngerjesztett erők instacioner része jelentősen

megnöveli az aerodinamikus csillapítás mértékét, legyen az pozitív, vagy negatív. Ez alá-támasztja azt a megállapítást, hogy az instacioner hatások tagjai nélküli számításokkal meghatározott belebegési sebesség jelentősen eltért a komplex sajátérték-feladattal meghatározottól. Ilyen eltérés az instacioner tagok figyelembevétele esetén nem mutatkozott, vagyis azok nélkül nem sikerült „reprodukálni” a belebegést. Továbbá, a belebegési sebesség utáni tartományban nem csökkent vissza olyan mértékben az elmozdulások szórása, mint az instacioner tagok nélküli esetben. Ennek a kérdésnek a további vizsgálatával nem foglalkoztam, habár egy belebegési jelenségen alapuló energia előállító berendezés fejlesztésénél ennek feltárása nagy fontosságú, tudományos érdeklődésre számot tartó.

Az 5.3a ábrával kapcsolatban tárgyalt belebegési puhaság a ψ^2 szórásnégyzet-hányados diagramján úgy jelentkezik, hogy puha belebegésnél ψ^2 értéke a sebesség növekedtével lassabban növekszik, mint a kemény belebegésnél. Az 5.3b ábrán látható, hogy a belebegés a h függőleges elmozduláskomponensnél keményebben jelentkezik, mint az α elcsavarodáskomponensnél.

5.5.1. A szórásnégyzet-hányados képletének illesztése

A kitűzött célnak megfelelően, miszerint a belebegési sebesség környezetében a szélörökés-terhekből számított elmozdulások szórása ismeretében meg lehessen becsülni az öngerjesztett erők hatását, csak a belebegési sebesség 75%-ánál nagyobb sebességek eredményét vizsgáltam. Ez azért is indokolt, mert $U = 0$ -nál a hányados értéke 1-hez tart, azonban a feltételezett kifejezés 0 aszimptotával rendelkezik. Az előző fejezetben tárgyalt ψ^2 hányados empirikus formulájának képzését a következők szerint készítettem.

A kialakítandó képlet a sebesség függvénye, mégpedig úgy, hogy a belebegési sebességhez közeledve a végtelenhez tartson. A sebességtől való függést a nyomott rudak másodrendű, Southwell-féle növelő szorzótényező analógiájára vettem fel. A 3.4. fejezetben levont következtetések és a végrehajtott paraméteres számításorozat alapján a ψ^2 függjön a kapcsolatlan merevségi derivatívumok (H_4^* és A_3^*) és a szerkezeti tömeg arányától. Az aerodinamikus csillapítás, átvitelrel a kapcsolatlan csillapítási derivatívumok (H_1^* és A_2^*) és a szerkezeti csillapítás arányának is szerepelnie kell. Ha belegondolunk a csillapítás meghatározó fontosságú szerepébe, akkor érezhető, hogy ennek az arányhoz igen nagy súlyt kell hozzárendelni. A vizsgálatokból, illetve az előző fejezetben tárgyaltakból következik, hogy a belebegés puhasága is fontos szerepet tölt be a ψ^2 hányados alakulásában. Görbeillesztéssel úgy mutatkozott, hogy a (kapcsolt) aerodinamikus csillapítás csak a deriváltján, a puhaságon keresztül fejt ki hatását.

A vizsgált esetek mindegyikében az aerodinamikai instabilitás torziós belebegési-ágként jelentkezett, így csak az elcsavarodáshoz tartozó szórásnégyzet-hányados meghatározása volt a cél. A paraméterek számos kombinációjával végrehajtott számítás eredmé-

nyeire illeszttem az elcsavarodásra a

$$\psi_{\alpha}^2(U) = \left(\frac{A_3^*(U_{\text{red}})}{\mu\pi r_{\alpha}} \right)^{C_1} \frac{1}{U_F^{C_2}} \frac{C_3}{\left(\frac{U}{U_F} \right)^{0,02 \delta' / \delta_s} - 1} \quad (5.13)$$

kifejezést, ahol

U a szélsősebesség és

U_F a belebegési sebesség [m/s] dimenzióval,

δ_s a szerkezeti csillapítási dekrementum,

δ' a puhasággént definiált teljes csillapítási dekrementum deriváltja a belebegési sebességnél, [s/m] dimenzióval,

A_3^* a belebegési derivatívum értéke az U_{red} belebegési redukált sebességnél,

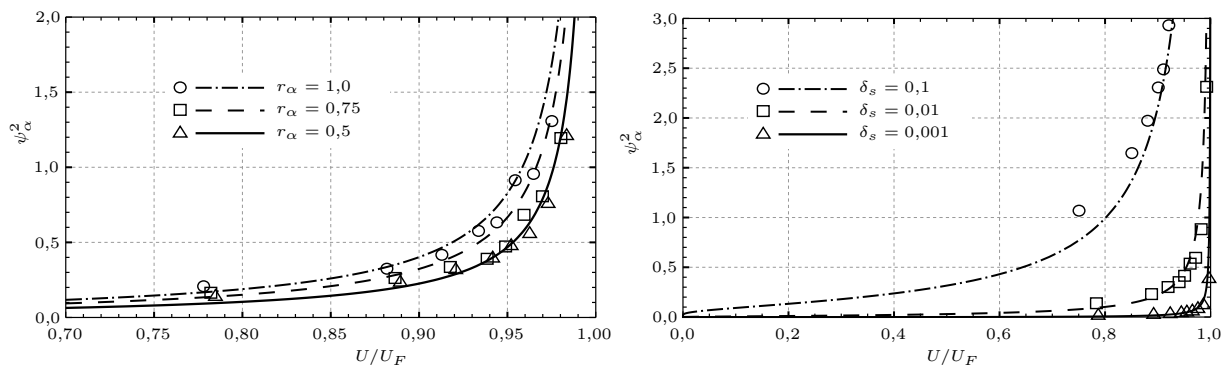
μ és r_{α} a szerkezeti paraméterek,

C_1 , C_2 és C_3 konstansok.

A formula közelítő jellegét nem sértve a konstansokhoz $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ -et rendelve a szórásnégyzet végleges alakja

$$\psi_{\alpha}^2(U) = \frac{A_3^*(U_{\text{red}})}{\mu\pi r_{\alpha}} \frac{1}{U_F} \frac{1}{\left(\frac{U}{U_F} \right)^{0,02 \delta' / \delta_s} - 1}. \quad (5.14)$$

Az elcsavarodás mellett a függőleges, emelkedő mozgás hányadosára is kíséreltem hasonló képletet fektetni (a két mozgásformához tartozó paraméterek konzekvens kicserélésével), de a számított értékek nem mutattak jó illeszkedést. A belebegés torziós-ág jellege miatt ennek gyakorlati jelentősége nem is lenne, ugyanis az emelkedő mozgás szórása az vizsgált sebességek tartományában alulmarad az elcsavarodásénál.



(a) A torziós tehetlenségi relatív sugár hatása, $\epsilon = 2,5$, $\delta_s = 0,01$ (b) A szerkezeti csillapítás hatása, $\epsilon = 2,0$, $r_{\alpha} = 0,5$

5.5. ábra. Elcsavarodás szórásnégyzet-hányadosának számított értékei és görbeillesztése, közös paraméterek: $\mu = 10$, $B = 5$ m, $\omega_{0h} = 1$ rad/s

Az 5.5a ábra mutatja az azonos paraméterek esetén az r_{α} tehetlenségi relatív sugár

hatását, a 4.12. ábrával összhangban a belebegés puhaság hatását. Az 5.5b ábra pedig a szerkezeti csillapítás mértékének hatását ábrázolja, ahol megmutatkozik, hogy a szélesebbeség csökkentésével növekszik a görbe és a számított értékek közötti eltérés. Az eltérés az „érdekesnek” ítélt szélesebbesség-tartomány alsó, 75%-os érték növelésének igényét jelzi.

5.6. Következtetések

Az öngerjesztett erők hatása a kétszabadságfokú keresztmetszet elmozdulásainak szélleőkés-terhelés okozta szórására eltér a két mozgáskomponensben. A vizsgált derivatívumokkal kialakuló torziós-ágú belebegésnél az elcsavarodás szórása már a belebegési sebességnél jóval kisebb sebességek esetében is látványosan megnövekszik, szemben a függőleges elmozdulásával, ahol ez a belebegési sebesség csak szűk környezetében hirtelen következik be. Az illesztéssel kalibrált empirikus kifejezés hangsúlyozza, hogy a különbség mértékét nagyobb súllyal a belebegés puhasága és a szerkezeti csillapítás határozza meg. A számítások alátámasztották azt a megfigyelést is, hogy az öngerjesztett hatások, a légmozgás okozta pozitív aerodinamikus csillapításon keresztül jelentősen csökkenthetik a csak szélleőkésből számított elmozdulások szórását. A kijelentés érvényességét a belebegési derivatívumok határozzák meg, áramvonalas keresztmetszetek esetén ez, a számítások tanúsága szerint igaz, tompa keresztmetszetek esetében cáfolható (lásd pl. a Megyeri-híd esetét, ahol kis sebességek esetében az aeroelasztikus csillapítás negatív volt, 4.8. ábra). A bevezetett formula elveti a nyomott rudak instabilitásával kapcsolatban feltételezett analógiát.

Az ismertett számítás a szakirodalomban a belebegés puhaságára előforduló két, eltérő, független definíció (Chen A. és Rujin (2011) és Chen X. és Kareem (2006)) között teremt kapcsolatot, illetve rámutat az azonosságukra. A ψ^2 -re bevezetett összefüggés közvetlenül nem tartalmazza a kapcsolt belebegést jellemző kapcsolt derivatívumokat, azonban az közvetve a belebegési sebességen és a puhaságon keresztül mégis jelentkezik.

A két mozgási szabadságfokhoz más, a fentiekben bevezetett ψ^2 szórásnégyzet-hányados tartozik. Erre, a mások számításában is megfigyelhető jelenségre (pl. Salvatori és Spinelli (2006)) bevezetett összefüggéssel még nem találkoztam, így azt saját tudományos eredményemnek tekintem.

A témával kapcsolatos tézis értékű megállapításokat a 6.1.3. fejezetben foglaltam össze, az eredményeket a Hunyadi és Hegedűs (2012a) publikációban ismertettem.

6. fejezet

Tudományos eredmények

6.1. Új tudományos eredmények

A dolgozatban ismertetett kutatás tudományos eredményeit az alábbiakban foglalom össze.

6.1.1. 1. tézis

Az öngerjesztett erők hidak merevítőtartójára kifejtett hatásának vizsgálatára létrehoztam a keresztmetszet súlypontjához képest külpontosan elhelyezett két pont körüli forgatási szabadságfokú keresztmetszet-modellt.

- A modellen megvizsgáltam a keresztmetszet feltételezett mozgásainak geometriai tökéletlenségéből a belebegési derivatívumokat terhelő hibákat.
- Ehhez hasonlóan meghatároztam a függőleges elmozdulású és a súlypontja körül elcsavarodó keresztmetszet feltételezett mozgásainak tökéletlenségéből a belebegési derivatívumokat terhelő hibákat.
- Megmutattam síklap keresztmetszet derivatívumaival, hogy a javasolt két forgatási szabadságfokú modellen azonos mértékű geometriai tökéletlenség esetén kisebb a derivatívumokban, valamint a belebegési sebességben keletkező hiba.
- A két forgatási középpont súlyponthoz képesti külpontosságával kapcsolatban bemutattam, hogy annak, a fenti hibák minimalizálása szerinti optimális helyzete nem esik egybe a kapcsolt belebegés látszólagos forgási középpontjával.

Kapcsolódó fejezet: 4.1.

Kapcsolódó publikáció: Hunyadi és Hegedűs (2012b).

6.1.2. 2. tézis

Chen X. és Kareem (2006) által definiált belebegési puhaság vizsgálatára kidolgoztam a belebegési derivatívumok egytagú polinomiális közelítésével egy eljárást, amellyel a belebegési puhaság mértéke kifejezhető a derivatívumok és a szerkezet dimenziótlanított dinamikai jellemzőinek függvényében.

- Az eljárás alkalmas a belebegési puhaság minőségi elemzésére.
- A rendelkezésemre álló derivatívumokkal (síklap és Hardanger híd) fontossági sorrendet állítottam fel a szerkezet dimenziótlanított dinamikai jellemzői között a belebegési puhaságra kifejtett hatásuk alapján. A belebegési puhaságra
 - i. a legerősebb hatást a belebegési derivatívumok okozzák,
 - ii. a hídszerkezetek túlnyomó részét jellemző torziós-ágú belebegésnél a torziós tehetlenségi relatív sugár,
 - iii. a szerkezeti sajátfrekvenciák aránya,
 - iv. legkisebb mértékben a relatív tömeg fejt ki hatását.
- Megmutattam, hogy a H_1^* , H_3^* , A_2^* és A_3^* derivatívumok befolyásolják leginkább a belebegési puhaságot, amely a H_4^* -re gyakorlatilag érzéketlen.
- Javaslatot adtam, hogy az eltérő szerkezeti paraméterekkel rendelkező hidaknál milyen döntések alapján lehet meghatározni a belebegési sebesség megnövelése érdekében alkalmazandó szerkezeti beavatkozásokat.

Kapcsolódó fejezet: 4.5.

Kapcsolódó publikáció: Hunyadi és Hegedűs (2012a).

6.1.3. 3. tézis

Kidolgoztam egy eljárást annak a többlethatásnak a vizsgálatára, amelyet az öngerjesztett erők fejtenek ki a szélökés-terhek okozta elmozdulásokra. A többlethatást egy szórzótényező bevezetésével vizsgáltam.

- A szélökés-terhek és az öngerjesztett erők együttes figyelembevételére alkalmas eljárás szolgáltatva állapotegyenlet átrendezésével megmutattam, hogy a kibővített állapotter kapcsolott voltáért az instacioner hatásokat is magában foglaló csillapítási mátrix felel.
- Paraméteres vizsgálattal megmutattam, hogy a kétszabadságfokú keresztmetszet-mo-dell két elmozduláskomponense, a belebegés hajlítási illetve csavarási ágú jellegétől függően, a belebegési puhaság függvényében eltérően változik a szélesebségtől.

- Síklap esetére megadtam egy empirikus képletet a belebegési sebességnél kisebb szélsőségek esetén az öngerjesztett erők az előzőekben leírt többlethatásának becslésére.
- Bemutattam, hogy a többlethatás mértékét szignifikánsan a belebegési puhaság és a szerkezeti csillapítás hányadosa befolyásolja.
- Megmutattam, hogy az öngerjesztett erők és a szellőkés-terhek közötti kapcsolat nem mutat analógiát a szerkezeti stabilitástanban jól ismert Southwell-féle szorzótényezővel.

Kapcsolódó fejezet: 5.

Kapcsolódó publikáció: Hunyadi és Hegedűs (2012a).

6.2. A folyamatban lévő kutatások megállapításai

A folyamatban lévő kutatásaim következőkben összefoglalt eredményeit formai okok miatt nem szerepeltetem a tézisek között, de azokat tézis erejű megállapításoknak tartom.

- Megalkottam egy unimodális, egyszabadságfokú modellt, amellyel közelítő képletet adtam a kétszabadságfokú modell két mozgáskomponense fáziskésésére és amplitúdóarányára. A szakirodalomban megadott eljárástól független módon levezettem egy közelítő képletet a belebegési frekvencia meghatározására.

Kapcsolódó fejezet: 4.3.

- Megmutattam, hogy kapcsolt belebegés nemcsak az elcsavarodási mozgáskomponens függőleges emelkedéshez képesti fáziskésése, hanem, a belebegési derivatívumoktól függően, fázissietése esetén is bekövetkezhet.

Kapcsolódó fejezet: 4.3.

- A belebegés kritériumának definícióját kiterjesztettem a turbulens áramlásban létrejövő szerkezeti mozgások statisztikájára.

Kapcsolódó fejezet: 5.4.

- A kibővített állapot tér vizsgálatával alátámasztottam, hogy a belebegés létrejöttét minőségileg az instacioner öngerjesztett erők szabályozzák.

Kapcsolódó fejezet: 5.5.

- A keresztmetszet két mozgáskomponensének fáziskülönbsége és a teljes csillapítás közötti összefüggés további vizsgálatokat indokolhat.

Kapcsolódó fejezet: 4.4.2.

6.3. A kutatás fejlesztési irányai

A belebegési sebesség definícióját át kell fogalmazni egy adott időtartamhoz kapcsolhatóan, amelyet a szerkezet dinamikai tulajdonságainak függvényében kell meghatározni. Az így definiált belebegési sebesség túllépése a szabványokban megkövetelt kockázati szintnek megfelelően a biztonsági tényező(k) újrafogalmazását vonhatja maga után, akár áttételes úton is. Ennek kidolgozására nemcsak az elméleti lehetőség adott, hanem gyakorlati és gazdasági igény is mutatkozik.

Turbulens áramlásban a belebegési sebesség környezetében létrejövő elmozdulások nagyobbak az aeroelasztikus hatások modellezésénél feltételezett mértéknél, az így létrejövő nemlineáris hatások és azok vizsgálata mindenképpen előtérbe kerül. Ennek megismerésének és alkalmas modellezésének fontosságát az áramvonalas keresztmetszetek vizsgálatai fokozottan hangsúlyozzák. Az új modellek alapot teremthetnek energia kinyerő berendezések kidolgozásához is.

A. függelék

A belebegési puhaság képlete

A belebegési puhasággal foglalkozó 4.5. fejezetben bevezetett belebegési puhaság képletét ismertetem. A jelöléseket lásd a vonatkozó fejezetben.

A teljes csillapítás logaritmikusan dekrementumának deriváltja a derivatívumok egytagú polinomiális közelítésével

$$\delta' = \frac{4\pi\mu\epsilon_F r_\alpha^2 C_1 C_2 - C_3 C_4}{U C_5 C_6} \quad (\text{A.1})$$

alakra adódik, ahol C_i , hozzárendelt fizikai tartalom nélküli együtthatók az alábbiak.

$$C_1 = \epsilon^2 \left((-\pi r_\alpha^2 (\epsilon_F^2 - 1)\mu + 8A_3^*) H_1^* - 8(A_4^* H_2^* + A_1^* H_3^*) \right) + 4A_2^* (\pi(\epsilon^2 - \epsilon_F^2)\mu + 2\epsilon^2 H_4^*) \quad (\text{A.2})$$

$$C_2 = 32\sqrt{2}a_3\pi^3 (1 + \epsilon^2) \epsilon_F \mu^2 A_3^{*2} - 4\pi\mu A_3^* \left[a_3 \left(-2Y\epsilon^2 + \sqrt{2}\pi\epsilon_F (X(\epsilon^2 + 1) + \pi^2 r_\alpha^2 (\epsilon^4 - 1)\mu^2) \right) + 2\sqrt{2}(a_3 + h_4)\pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 (1 + \epsilon^2) \epsilon_F \mu H_4^* \right] + \epsilon^2 \left\{ 16 \left(Y + \sqrt{2}\pi^3 r_\alpha^2 (1 + \epsilon^2) \epsilon_F \mu^2 \right) \left((a_2 + h_1)A_2^* H_1^* - (a_1 + h_2)A_1^* H_2^* \right) + \pi r_\alpha^2 \mu \left[16\sqrt{2}(a_4 + h_3)\pi^2 (1 + \epsilon^2) \epsilon_F \mu A_4^* H_3^* + h_4 H_4^* (2Y - \sqrt{2}\pi(1 + \epsilon^2)\epsilon_F (X - \pi^2 r_\alpha^2 (\epsilon^2 - 1)\mu^2) + 2\sqrt{2}\pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 (1 + \epsilon^2) \epsilon_F \mu H_4^* \right] \right\} \quad (\text{A.3})$$

$$C_3 = (\pi r_\alpha \mu)^2 (\epsilon_F^2 + \epsilon^2 \epsilon_F^2 - 2\epsilon^2) + 2\epsilon^2 (8A_1^* H_2^* - 8A_2^* H_1^* - \pi r_\alpha^2 \mu H_4^* - 4\pi\mu A_3^*) \quad (\text{A.4})$$

$$C_4 = 4C_{41}A_2^* - 64\sqrt{2}(a_2 + h_1)\pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 \epsilon_F \mu A_2^{*2} H_1^* + r_\alpha^2 \epsilon^2 (8Y ((a_4 + h_2)A_4^* H_2^* + (a_1 + h_3)A_1^* H_3^*) + H_1^* C_{42}) \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned}
C_{41} = & a_2 \pi r_\alpha^2 Y \mu (\epsilon_F^2 - \epsilon^2) - 32\sqrt{2} a_3 \pi^2 \epsilon_F \mu A_3^{*2} - 4\sqrt{2} (a_2 + h_1) \pi^2 r_\alpha^4 \epsilon^4 \epsilon_F \mu H_1^{*2} + \\
& + 16\sqrt{2} \pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 \epsilon_F \mu ((a_1 + h_2) A_1^* H_2^* - (a_4 + h_3) A_4^* H_3^*) - 2r_\alpha^2 Y \epsilon^2 H_4^* (a_2 + h_4) + \\
& + \sqrt{2} h_4 \pi r_\alpha^2 \epsilon^2 \epsilon_F H_4^* (X + \pi^2 r_\alpha^2 \mu^2 (1 - \epsilon^2) - 2\pi r_\alpha^2 \epsilon^2 \mu H_4^*) + \\
& + 4\sqrt{2} \pi \epsilon_F A_3^* (a_3 (X + \pi^2 r_\alpha^2 (\epsilon^2 - 1) \mu^2) + 2(a_3 + h_4) \pi r_\alpha^2 \epsilon^2 \mu H_4^*) \quad (A.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{42} = & -32\sqrt{2} a_3 \pi^2 \epsilon_F \mu A_3^{*2} + A_3^* \left[a_3 \left(4\sqrt{2} \pi \epsilon_F (X + \pi^2 r_\alpha^2 (-1 + \epsilon^2) \mu^2) - 8Y \right) - \right. \\
& - 8h_1 Y + 8\sqrt{2} (a_3 + h_4) \pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 \epsilon_F \mu H_4^* \left. \right] + \\
& + \pi r_\alpha^2 \left[h_1 Y \mu (\epsilon_F^2 - 1) + 16\sqrt{2} \pi \epsilon^2 \epsilon_F \mu ((a_1 + h_2) A_1^* H_2^* - (a_4 + h_3) A_4^* H_3^*) + \right. \\
& \left. + \sqrt{2} h_4 \epsilon^2 \epsilon_F H_4^* (X + \pi r_\alpha^2 \mu (\pi \mu - \pi \epsilon^2 \mu - 2\epsilon^2 H_4^*)) \right] \quad (A.7)
\end{aligned}$$

$$C_5 = \left(-8\epsilon^2 (\pi \mu A_3^* + 2A_2^* H_1^* - 2A_1^* H_2^*) + \pi r_\alpha^2 \mu (\pi (\epsilon_F^2 + \epsilon^2 (-2 + \epsilon_F^2)) \mu - 2\epsilon^2 H_4^*) \right)^2 \quad (A.8)$$

$$\begin{aligned}
C_6 = & \sqrt{2} \pi^2 r_\alpha^2 (-1 + \epsilon^2) \mu^2 (-4a_3 A_3^* + h_4 r_\alpha^2 \epsilon^2 H_4^*) - \sqrt{2} X (4a_3 A_3^* + h_4 r_\alpha^2 \epsilon^2 H_4^*) + \\
& + 2\mu \left\{ 16\sqrt{2} a_3 \pi A_3^{*2} + r_\alpha^2 Y \epsilon_F + r_\alpha^2 \sqrt{2} \pi \epsilon^2 \left[8(a_2 + h_1) A_2^* H_1^* - \right. \right. \\
& \left. \left. - 8(a_1 + h_2) A_1^* H_2^* + 8(a_4 + h_3) A_4^* H_3^* - 4(a_3 + h_4) A_3^* H_4^* + h_4 \epsilon^2 H_4^{*2} r_\alpha^2 \right] \right\} \quad (A.9)
\end{aligned}$$

A képletekben számos helyen megjelenő további együtthatók:

$$Y = X \sqrt{\pi^2 + \pi^2 \epsilon^2 - \frac{X}{r_\alpha^2 \mu^2} + \frac{8\pi A_3^*}{r_\alpha^2 \mu} + \frac{2\pi \epsilon^2 H_4^*}{\mu}} \quad (A.10)$$

és

$$\begin{aligned}
X = & \left\{ \mu^2 \left[(8\pi A_3^* + \pi r_\alpha^2 (\pi (1 + \epsilon^2) \mu + 2\epsilon^2 H_4^*))^2 - \right. \right. \\
& - 4\pi^2 r_\alpha^2 \epsilon^2 (\pi^2 r_\alpha^2 \mu^2 - 16A_2^* H_1^* + 16A_1^* H_2^* - 16A_4^* H_3^* + \\
& \left. \left. + 2\pi r_\alpha^2 \mu H_4^* + 8A_3^* (\pi \mu + 2H_4^*)) \right] \right\}^{1/2} . \quad (A.11)
\end{aligned}$$

Irodalomjegyzék

- Az M43 Tisza-híd szélcsatorna vizsgálata* (2008). Jelentés. BME Áramlástan Tanszék.
- Bartoli G. és Mannini C. (2008). „A simplified approach to bridge deck flutter”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 96.2, 229–256. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2007.06.001](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2007.06.001).
- Bernard P. és Fleury G. (2002). „Stochastic Newmark scheme”. *Probabilistic Engineering Mechanics* 17.1, 45–61. old. ISSN: 0266-8920. DOI: [10.1016/S0266-8920\(01\)00010-8](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(01)00010-8).
- Billah K. Y. és Scanlan R. H. (1991). „Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks”. *American Journal of Physics* 59, 118–124. old. DOI: [10.1119/1.16590](https://doi.org/10.1119/1.16590).
- Caracoglia L. (2010). „Feasibility assessment of a leading-edge-flutter wind power generator”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 98.10-11, 679–686. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2010.04.006](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2010.04.006).
- Carassale L. és Solari G. (2006). „Monte Carlo simulation of wind velocity fields on complex structures”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 94.5. The eighth Italian National Conference on Wind Engineering IN-VENTO-2004, 323–339. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2006.01.004](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2006.01.004).
- Chen A., He X. és Xiang H. (2002). „Identification of 18 flutter derivatives of bridge decks”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 90.12-15. Fifth Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, 2007–2022. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/S0167-6105\(02\)00317-3](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(02)00317-3).
- Chen A. és Rujin M. (2011). „Self-excited Force Model and Parameter Identification for Soft Flutter”. *13th International Conference on Wind Engineering*.
- Chen X. és Kareem A. (2002). „Advances in Modeling of Aerodynamic Forces on Bridge Decks”. *Journal of Engineering Mechanics* 128.11, 1193–1205. old. ISSN: 07339399. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:11\(1193\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:11(1193)).
- (2003). „New frontiers in aerodynamic tailoring of long span bridges: an advanced analysis framework”. *Journal of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics* 91.12-15, SI. Engineering Symposium to Honour Alan G. Davenport, Univ. Western Ontario, Ontario, Canada, Jun. 20-22, 2002, 1511–1528. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2003.09.005](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2003.09.005).
- (2006). „Revisiting multimode coupled bridge flutter: Some new insights”. English. *Journal of Engineering Mechanics* 132.10, 1115–1123. old. ISSN: 0733-9399. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2006\)132:10\(1115\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:10(1115)).
- Chen X., Matsumoto M. és Kareem A. (2000a). „Aerodynamic coupling effects on flutter and buffeting of bridges”. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* 126.1, 17–26. old. ISSN: 0733-9399. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:1\(17\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:1(17)).

- Chen X., Matsumoto M. és Kareem A. (2000b). „Time domain flutter and buffeting response analysis of bridges”. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* 126.1, 7–16. old. ISSN: 0733-9399. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:1\(7\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:1(7)).
- Cremona C. és Foucriat J.-C. (2002). *Comportement au vent des ponts*. Szerk. Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC) P. de l'Ecole. Association Française de Génie Civil (AFGC).
- Davenport A. G. (1961). „The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds”. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 87, 194–211. old.
- (1962). „Buffeting of a suspension bridge by storm winds”. *Journal of the Structural Division* 88.3, 233–264. old.
- (1967). „Gust Loading Factors”. *Journal of the Structural Division* 93, 11–34. old.
- (1995). „How can we simplify and generalize wind loads?": *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 54-55. Third Asian-Pacific Symposium on Wind Engineering, 657–669. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/0167-6105\(94\)00079-S](https://doi.org/10.1016/0167-6105(94)00079-S).
- Holmes J. D. (2002). „Effective static load distributions in wind engineering”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 90.2, 91–109. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/S0167-6105\(01\)00164-7](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(01)00164-7).
- (2007). *Wind loading of structures*. Taylor & Francis. ISBN: 9780415409469.
- Hortmanns M. (1997). „Zur Identifikation und Berücksichtigung nichtlinearer aeroelastischer Effekte”. PhD dissz. Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau.
- Humdinger Wind Energy LLC. (2011). *Windbelt innovation: overview*. URL: <http://www.humdingerwind.com/> (hozzáférés: 2011.11.10.).
- IAWE. International Association for Wind Engineering. URL: <http://iawe.org/> (hozzáférés: 2011.11.22.).
- Kareem A. (2008). „Numerical simulation of wind effects: A probabilistic perspective”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 96.10-11. 4th International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2006), 1472–1497. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2008.02.048](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2008.02.048).
- Klöppel K. és Thiele F. (1967). „Modellversuche im Windkanal zur Bemessung von Brücken gegen die Gefahr winderregter Schwingungen”. *Der Stahlbau* 36.12, 353–365. old.
- Kollár L. (2004). *A szél dinamikus hatása az építményekre*. Terc, Budapest.
- Kovács I. (2005). „A szél dinamikus hatása építményekre néhány gyakorlati példán keresztül”. MTA Szilárd testek mech. biz. 2005. dec. 21-i ülésén elhangzott előadás.
- (2008). „Kétszabadságfokú keresztmetszet belebegés vizsgálata”. [Szóbeli kommunikáció].
- Kovács I., Svensson H. S. és Jordet E. (1992). „Analytical aerodynamic investigation of cable-stayed helgeland bridge”. English. *Journal Of Structural Engineering* 118.1, 147–168. old. ISSN: 0733-9445. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:1\(147\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(147)).
- Li Y. és Kareem A. (1990). „ARMA representation of wind field”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 36, Part 1. The Sixth U.S. National Conference on Wind Engineering, 415–427. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/0167-6105\(90\)90325-7](https://doi.org/10.1016/0167-6105(90)90325-7).
- Mannini C. (2006). „Flutter Vulnerability Assessment of Flexible Bridges”. PhD dissz. Faculty of Engineering Department of Civil Engineering of the University of Florence Department of Architecture, Civil Engineering és Environmental Sciences of the Technische Universität at Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.

- Matsumoto M. (1996). „Aerodynamic damping of prisms”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 59.2-3. Meeting on Structural Damping International Wind Engineering Forum and Additional Papers, 159–175. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/0167-6105\(96\)00005-0](https://doi.org/10.1016/0167-6105(96)00005-0).
- Matsumoto M. et al. (2010). „New consideration on flutter properties based on step-by-step analysis”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 98.8-9, 429–437. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2010.02.001](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2010.02.001).
- MSZ 15021/1-86 (1986). *Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. Magasépítési szerkezetek terhei*.
- MSZ EN 1991-1-4:2007 (2007). *Eurocode 1: A tartószerkezeteket érő hatások. 1-4. rész: Általános hatások. Szélhatás*.
- Nakamura Y. (1978). „An analysis of binary flutter of bridge deck sections”. *Journal of Sound and Vibration* 57.4, 471–482. old. ISSN: 0022-460X. DOI: [10.1016/0022-460X\(78\)90539-4](https://doi.org/10.1016/0022-460X(78)90539-4).
- Øiseth O. és Sigbjörnsson R. (2011). „An alternative analytical approach to prediction of flutter stability limits of cable supported bridges”. *Journal of Sound and Vibration* 330.12, 2784–2800. old. ISSN: 0022-460X. DOI: [10.1016/j.jsv.2010.12.026](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.12.026).
- Patron-Solares A. (1998). „Modelisation numerique de la tenue au vent des ponts souples”. PhD dissz. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Petrini F., Giuliano F. és Bontempi F. (2007). „Comparison of time domain techniques for the evaluation of the response and the stability in long span suspension bridges”. *Computers & Structures* 85.11-14. Fourth MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, 1032–1048. old. ISSN: 0045-7949. DOI: [10.1016/j.compstruc.2006.11.015](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.11.015).
- Rocard Y. (1963). „Instabilité des Ponts Suspendus dans le Vent—Expériences sur Modèle Réduit”. *National Physical Laboratory Paper 10*.
- Salvatori L. és Spinelli P. (2006). „Effects of structural nonlinearity and along-span wind coherence on suspension bridge aerodynamics: Some numerical simulation results”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 94.5. The eighth Italian National Conference on Wind Engineering IN-VENTO-2004, 415–430. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2006.01.013](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2006.01.013).
- Scanlan R. H., Jones N. P. és Singh L. (1997). „Inter-relations among flutter derivatives”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 69-71. Proceedings of the 3rd International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications, 829–837. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/S0167-6105\(97\)00209-2](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(97)00209-2).
- Scanlan R. H. és Tomko J. J. (1971). „Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives”. *Journal of the Engineering Mechanics Division* 97.6, 1717–1737. old.
- Schwarzkopf D. és Hortmanns M. (2003). *M0 Autóút, Északi Duna-híd, Nagy Duna-ág híd szélcsatorna vizsgálat*. Jelentés. Tervszám: CH-1057, Rajzszám: Ck0-0306. Prof. Sedlacek & Partner; CÉH Tervező, Beruházó és Fővállalkozó Rt.
- Selberg A. (1961). *Oscillation and aerodynamic stability of suspension bridges*. Civil Engineering and Construction 13. ACTA Polytechnica Scandinavica.
- Simiu E. és Scanlan R. H. (1996). *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*. Wiley.
- Solari G. és Piccardo G. (2001). „Probabilistic 3-D turbulence modeling for gust buffeting of structures”. *Probabilistic Engineering Mechanics* 16.1, 73–86. old. ISSN: 0266-8920. DOI: [10.1016/S0266-8920\(00\)00010-2](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(00)00010-2).

- Solari G. és Tubino F. (2002). „A turbulence model based on principal components”. *Probabilistic Engineering Mechanics* 17.4, 327–335. old. ISSN: 0266-8920. DOI: [10.1016/S0266-8920\(02\)00016-4](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(02)00016-4).
- Starossek U. (1992). *Brückendynamik, Winderregte Schwingungen von Seilbrücken*. Digitális változat: 2008. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden.
- Szabó G. és Kristóf G. (2010). „Three-dimensional numerical flutter simulation”. *The Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010)*.
- Tang L., Païdoussis M. P. és Jiang J. (2009). „Cantilevered flexible plates in axial flow: Energy transfer and the concept of flutter-mill”. *Journal of Sound and Vibration* 326.1-2, 263–276. old. ISSN: 0022-460X. DOI: [10.1016/j.jsv.2009.04.041](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.04.041).
- Theodorsen T. (1935). *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*. Jelentés 496. National Advisory Committee for Aeronautics.
- Tubino F. (2005). „Relationships among aerodynamic admittance functions, flutter derivatives and static coefficients for long-span bridges”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 93.12, 929–950. old. ISSN: 0167-6105. DOI: [10.1016/j.jweia.2005.09.002](https://doi.org/10.1016/j.jweia.2005.09.002).
- Ubertini F. és Giuliano F. (2010). „Computer simulation of stochastic wind velocity fields for structural response analysis: comparisons and applications”. *Advances in Civil Engineering* 2010. DOI: [10.1155/2010/749578](https://doi.org/10.1155/2010/749578).
- Welch P. D. (1967). „The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms”. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* AU-15, 70–73. old.
- Zagredneva O. (2010). *Аэродинамика моста (Hídaerodinamika (oroszul))*. Радио Свобода. URL: <http://www.svobodanews.ru/content/article/2049669.html> (hozzáférés: 2011.11.20.).
- Żurański J. A. (1986). *A szél hatása az építményekre*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Saját publikációk a témában

Folyóirat cikk

- Hunyadi M. és Hegedűs I. (2012a). „Hidak belebegés-vizsgálata turbulens szélben”. *Magyar Építőipar*. Befogadva.
- (2012b). „The sensitivity of the flutter derivatives and the flutter speed to the eccentricity of the cross section”. *Periodica Polytechnica*. Befogadva.

Konferencia cikk

- Hunyadi M. (2003). „A szél dinamikus hatásainak vizsgálata sztochasztikus eszközökkel”. *ÉPKO'2003: Nemzetközi Építéstudományi Konferencia*. Szerk. Gábor K. Cluj-Napoca: Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság, 95–102. old. ISBN: 973-86097-3-9.
- (2009b). „Flutter analysis of an extradosed bridge in Hungary”. *5th European & African Conference on wind Engineering: Conference Proceedings*. Szerk. Borri C., D'Asdia P. és Spinelli P. Full paper on annexed CD. Firenze, 357–360. old. ISBN: 978-88-6453-038-3; 978-88-6453-041-3.

Előadás

- Hunyadi M. (2005). „A szél dinamikus hatásai hidakra”. *BME Mechanika Szeminárium*.
- (2008). „Hidak aerodinamikai instabilitása”. *BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke PhD szeminárium*.
- (2009a). „Belebegési derivatívumok meghatározása szélcsatorna kísérlettel”. *BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke PhD szeminárium*.
- (2009c). „Szélterhelés vizsgálata kettős modális transzformációval (DMT)”. *BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke PhD szeminárium*.
- (2010a). „A Megyeri híd belebegési vizsgálata”. *BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke PhD szeminárium*.
- (2010b). „Szél okozta hatások vizsgálata végeelem-programmal hidak merevítőtartóin”. *BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke PhD szeminárium*.

Tárgymutató

A, Á		P	
aerodinamikai		puhaság	63
~ csillapítás.....	36	puha belebegés	63
~ tömeg	36		
aerodinamikai admittancia-függvény	15		
aerodinamikus			
~ csillapítás.....	29, 36		
~ merevség.....	29, 36		
aeroelaszticitás	1		
aeroelasztikus hatás	5, 6, 23		
állapotegyenlet	76		
B		R	
belebegés	2	racionális függvényes közelítés.....	36, 75
~i ág	40	részlet-modell.....	30
~i derivatívum	2, 26		
bimodális	40		
D		S	
den Hartog kritérium	50	statikus szélteher.....	3, 5
E, É		Sz	
erős szél.....	6, 7	széllökés-teher	3, 5, 14, 72
		szélteher	24
K		T	
kapcsolt mozgás	26	táncolás	23
komplex sajátérték-feladat	40	teljesítmény-sűrűségfüggvény	10
koordináta-rendszer		turbulencia	15
öngerejlesztett erők ~e.....	26		
repüléstani ~.....	27		
M		U, Ú	
multimodális	40	unimodális	51
O, Ó			
ortogonális felbontás, POD	18		
Ö, Ő			
öngerjesztett.....	24		
~ erők	26		