MŰEGYETEM 1782

# JÓ MINŐSÉGŰ ÉS HATÉKONY TÉRFOGATI ÚJRAMINTAVÉTELEZÉS

PhD értekezés tézisei

**DOMONKOS BALÁZS**

Témavezető:

DR. CSÉBFALVI BALÁZS

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Irányítástechnika és Informatika Tanszék

Budapest

2012

# JÓ MINŐSÉGŰ ÉS HATÉKONY TÉRFOGATI ÚJRAMINTAVÉTELEZÉS

PhD értekezés tézisei

**DOMONKOS BALÁZS**

Témavezető:

DR. CSÉBFALVI BALÁZS

# Témavázlat

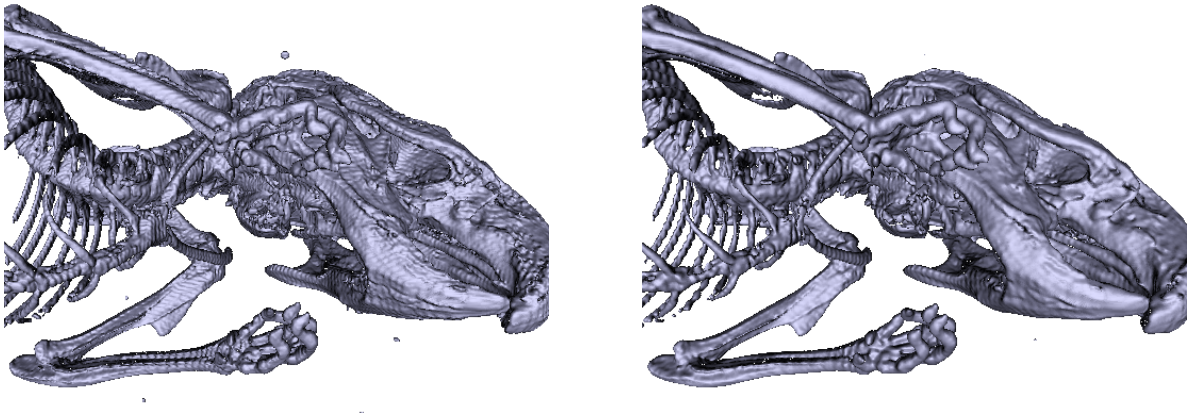
Környezetünkben, térben és időben folytonosan változó jelenségek vesznek bennünket körül. A műszaki tudományokban és a mérnöki alkalmazásokban ezeket a folytonos jeleket leggyakrabban diszkrét mintákkal reprezentáljuk, majd az eredeti folytonos jelet ezekből a diszkrét mintákból állítjuk vissza. A jelfeldolgozás szóhasználatával ezt a műveletet *rekonstrukciós szűrésnek* nevezzük.

A mintavételezés során a folytonos jel origó körül összpontosuló spektruma megismétlődik a mintavételező rács Fourier transzformáltjának rácspontjai körül. A jel rekonstrukciója során a jel eredeti spektrumát próbáljuk megőrizni a lehető legkisebb torzítás mellett, míg a spektrumismétlődéseket igyekszünk eltávolítani. Minél sűrűbben vesszük fel a mintákat a tértartományban, a spektrumismétlődések annál messzebb kerülnek a frekvenciatartományban. A mintavétel és rekonstrukció szempontjából így ideális az a mintavételi távolság, ahol az ismétlődő spektrumokat egymáshoz minél közelebb, de átlapolódás nélkül helyezzük el.

Rekonstrukciós szűrőket hagyományosan egydimenziós jelek, például hang helyreállítására terveznek. Síkbeli és térbeli jelek esetén, az egydimenziós szűrők kiterjesztésével, egyszerűen származtathatók a kép és térfogati adatfeldolgozás rekonstrukciós szűrői. Ez az egyszerű megközelítés azonban csak abban az esetben alkalmazható, ha a mintavételező rács kockarács, azaz bázisvektorai páronként merőlegesek egymásra. Igazolható ugyanakkor, hogy ez a séma mintavételezési szempontból nem a lehető legjobb megoldás. Ha a mintavételi pontok felvételekor nem ragaszkodunk az ortogonális bázishoz, akkor a folytonos jelet kevesebb mintával jellemezhetjük.

Két dimenzióban, amennyiben minden síkbeli irányt azonos súllyal szerepeltetünk, a spektrumnak egy kör alakú tartomány felel meg. Így a síkbeli jelek mintavételezése során nemcsak a mintavétel sűrűségét, hanem a spektrumok elrendezését is megválaszthatjuk. Mivel a spektrumok legszorosabb elrendezése vezet a legritkább, így leggazdaságosabb mintavételezéshez, a mintavételezés optimalizálása egy frekvenciatartománybeli körpakolási feladatra fogalmazható át. Könnyen belátható, hogy a de facto standard négyzetrács mintavételezési szempontból nem optimális. A kör alakú spektrumok elhelyezésére az optimális rács a hatszögrács, amelyhez tartozó mintavételi rács szintén hatszögrács.

A nem-Descartes mintavételező rácsok előnyös tulajdonságai magasabb dimenziókban még inkább jelentkeznek. Három dimenzióban az optimális gömbpakoló rács a lapközepes (FCC) rács, az ennek megfelelő mintavételező rács, a térközepes (BCC) rács, pedig ennek reciprokrácsa. Az értekezésemben ilyen háromdimenziós jelek rekonstrukciójának képminőségét és hatékonyságát vizsgáltam.



(a) Rekonstrukció kockarácson. (b) Rekonstrukció térközepes rácson.

1. ábra. Tomográfiás rekonstrukció eredménye (a) hagyományos kockarácson vett $424^2 \times 509$ mintából, valamint (b) $300^2 \times 360 \times 2$ térközepes mintából. A rekonstruált volume újramintavételezése triköbös B-spline-nal történt.

## Térközepes és lapközepes térfogati reprezentáció előállítása

A kilencvenes évek végén bizonyított Kepler-sejtés segítségével igazolható, hogy érdemes a gömbszimmetrikus sávkorláttal rendelkező jeleket térközepes rácson mintavételezni. Ilyen reprezentáció többféleképpen is előállítható.

Az egyik lehetőség a *tomográfiás rekonstrukció*. Az orvosi képalkotó berendezések a vizsgált test valamilyen anyagi jellemzőjének (például sűrűség vagy jelölő anyag koncentráció) térbeli eloszlásáról készítenek vetületi képeket. Ilyen berendezések a komputertomográf (CT), az egy foton emissziós tomográf (SPECT) vagy a pozitron emissziós tomográf (PET). A tomográfiás rekonstrukciós algoritmusok ezekből a vetületi képekből becsülik meg, hogy mi lehetett a vizsgált fizikai mennyiség térbeli eloszlása. Az egyik legegyszerűbb rekonstrukciós algoritmus a szűrt visszavetítés (FBP). Ezt az algoritmust adaptáltam térközepes rácsra, úgy hogy a visszavetítést a BCC rácspontokban végeztem el.

A Mediso Kft. preklinikai CT berendezésén készült egér felvétel rekonstrukciója látható az 1. ábrán. Az (a) ábrán a hagyományos kockarácson, míg a (b) ábrán a térközepes rácson rekonstruált felvétel térfogatvizualizációs megjelenítése látható. A mintavételi sűrűséget, így a voxelek számát a térközepes reprezentációban 30 százalékkal alacsonyabbra választottam, valamint a két rácson azonos rekonstrukciós képességű újramintavételező szűrőket alkalmaztam. Megfigyelhető, hogy a kevesebb BCC mintapont ellenére a képek részletgazdagsága hasonló, de a térközepes rács esetén simább felületeket kapunk. Ez azzal magyarázható, hogy a térközepes rácsban a mintavételi pontok irányonként egyenletesebben helyezkednek el.

A közvetlen tomográfiás rekonstrukció mellett tér- és lapközepes reprezentációt a kockarácson vett minták ideális alul-, illetve felülmintavételezésével is előállíthatunk.

Egy nagyfelbontású jel *ideális alulmintavételezése* során a jel spektrumát levágjuk, és a csonkolt spektrumot a tértartományba visszatranszformálva kapjuk az alulmintavételezett jel diszkrét reprezentációját. Az alulmintavételezés során akkor járunk el a leggazdaságosabban, akkor károsítjuk legkevésbé a jel spektrumát, ha azt a feltételezett gömbszim-

metrikus sávkorlát mentén minél szorosabban vágjuk le. A gömbszimmetrikus spektrum sérülése nélkül a térközepes mintavételező rács áteresztő sávjára vágással a mintapontok közel 30, míg a lapközepes rács esetén 23 százaléka dobható el. A legvágott mintapontokat az elsődleges spektrum periodikus ismétlésével kell helyettesíteni, a diszkrét spektrum inverz Fourier transzformálásával pedig megkapjuk az alulmintavételezett tér- és lapközepes reprezentációt. Ehhez adaptálnom kellett a diszkrét Fourier transzformációt tér- és lapközepes rácsra. Megmutatható, hogy a levezetett tér- és lapközepes DFT-re érvényes a konvolúciós tétel, így a konvolúciós szűrések frekvenciatartománybeli szorzásként hatékonyan implementálhatók tér- és lapközepes rácsokon is.

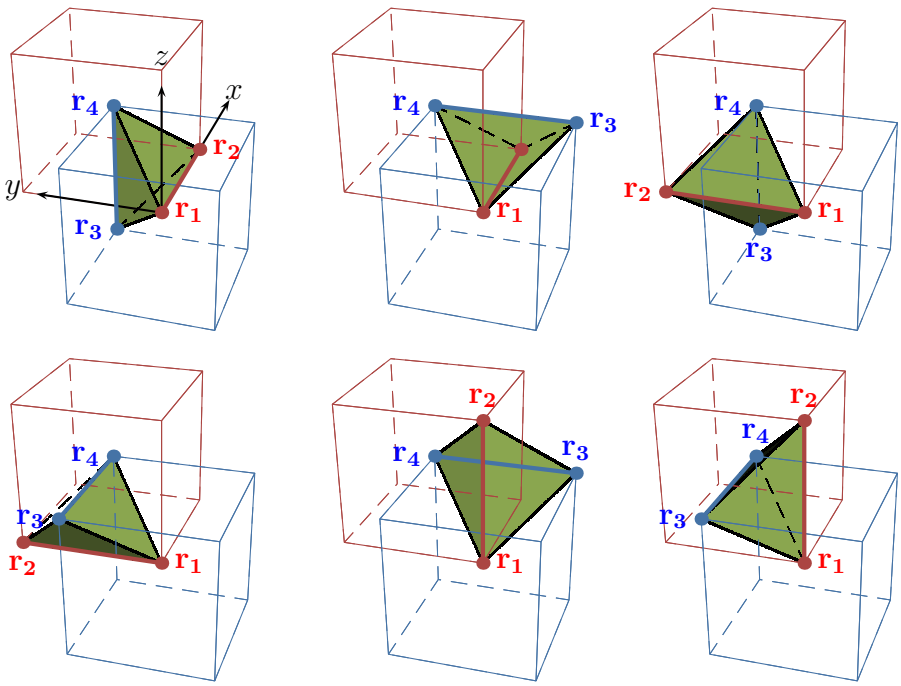
Az alulmintavételezés mellett bizonyos esetekben hasznos a kockarácson definiált diszkrét jel *tér-* és *lapközepes felülmintavételezése* is. Jól ismert ugyanis az az újramintavételezési technika, amelyben ahelyett, hogy a diszkrét mintákat egy komolyabb rekonstrukciós képességű, de egyúttal nagyobb számítási igényű rekonstrukciós szűrővel konvolválnánk, a diszkrét jelet előzőleg kissé felülmintavételezzük, ezzel új mintapontokat állítunk elő, és ezeket a mintákat egy szerényebb képességű, de olcsóbb, például lineáris szűrővel konvolváljuk. Ezzel elérhetjük a komolyabb rekonstrukciós képességű szűrővel kapott eredményt, de az újramintavételezés költségét csökkenthetjük. A felülmintavételezést érdemes a frekvenciatartományban elvégezni, ez a tértartományban vett, a rácshoz tartozó ideális alulateresztő szűrővel történő rekonstrukciónak felel meg. Akkor járunk el a leggazdaságosabban, akkor kapjuk a legtöbb nagyfrekcenciás komponenst a többlet mintapontokért, ha a frekvenciakomponenseket minél inkább gömbszimmertikusan illesztjük az eredeti kocka alakú spektrumhoz. Ennek pedig az alulmintavételezésnél mutatott tér- és lapközepes áteresztő sávok felelnek meg, tehát a felülmintavételezett reprezentációt tér- és lapközepes rácspontokban kapjuk. A BCC/FCC felülmintavételezésre két ekvivalens módszert mutattam. Az első módszer a levezetett BCC/FCC DFT segítségével megvalósított zero padding. A második módszer pedig azt használja ki, hogy a tér- és lapközepes rácsok több eltolt kockarács kompozíciójaként definiálhatók, így a felülmintavételezés frekcenciatartományban megvalósított fáziseltolással is kényelmesen elvégezhető.

## Térfogati approximációs szűrők

A jel tetszőleges pontban történő hatékony rekonstrukciójához tértartománybeli újramintavételezést kell alkalmaznunk. Mivel a mintavételi rács eltolásinvariáns, a jelrekonstrukciót *konvolúciós szűréssel* végezhetjük el. Gyakran azonban nem egyértelmű, hogy mikor milyen szűrőt érdemes alkalmazni. A szűrő tervezésekor alkalmas kompromisszumot keresünk a rekonstrukciós szűrés *képminősége* és *számításigénye* között. A számításigény közvetlenül a szűrő tartójától és a kiértékeléséhez szükséges műveletek bonyolultságától függ, míg a jelrekonstrukció minőségét a jelfeldolgozás és az approximációelmélet szempontrendszere szerint is megvizsgálhatjuk.

A *klasszikus jelfeldolgozási keretrendszer* a megfelelően mintavételezett sávkorlátozott jelek rekonstrukcióját definiálja. Az ideális újramintavételező szűrő az áteresztő sáv karakterisztikus függvényének inverz Fourier transzformáltjaként definiálható. A szűrő működése így jól szemléltethető a frekvenciatartományban: az áteresztősávbeli frekvenciákat torzítás nélkül megőrzi, míg a mintavételezés nyomán, a reciprok rács rácspontjai körül megjelenő spektrumismétlődéseket maradéktalanul elnyomja.

Egy dimenzióban az áteresztő sávot az origó körüli szimmetrikus ablakozó függvény jelöli ki, melynek inverz Fourier transzformáltja a sinc függvény. Két dimenzióban a hexagonális rács áteresztő sávja az origó körül, hatszög alakban helyezkedik el. Míg a három-



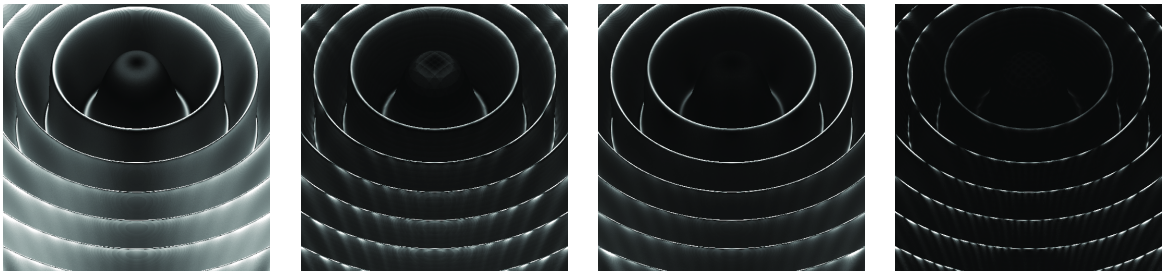

2. ábra. A lineáris box spline szűrés hatékony kiértékelése térközepes rácson. Az ábrákon a tetraéder interpoláció hat lehetséges esete látható.

dimenziós, térközepes rács esetén az áteresztő sáv egy rombikus dodekaéder által határolt tartományon belül található. Az így kapott hexagonális és BCC sinc szűrők azonban a gyakorlatban kevéssé használhatók, mivel a sinc szűrők tartója nem korlátos, a lecsengésük pedig lassú. Így az újramintavételezésben elméletileg az összes mintapont részt venne. Ezért a gyakorlatban a sinc szűrők ablakozott változatát, vagy spline függvényeket alkalmaznak, amelyek lényegesen hatékonyabban kiértékelhetők.

A spline szűrők viselkedése mind jelfeldolgozási, mind approximációelméleti szempontból vizsgálható. Az áteresztő sáv torzítása a rekonstruált jel túlsimítását, a spektrumismétlődések tökéletlen elnyomása ún. postaliasing műtermékeket okoz. Az *approximációelmélet* pedig aszerint osztályozza a szűrőket, hogy a mintavételi sűrűség növelésével a rekonstrukciós hibájuk milyen rendben tart a nullához.

A térközepes rácsra többféle hatékony *spline* újramintavételező szűrő tervezhető eltérő képminőséggel és elméleti számításigénnyel. Ilyen spline szűrőcsaládot alkotnak a box spline-ok, amelyek tagjai $n$-dimenziós kockák karakterisztikus függvényének alacsonyabb dimenziós altérre eső vetületei. Egydimenziós box spline például a sátorszűrő, a kocka síkvetülete hatszögletű interpoláló szűrőt definiál, míg a hiperkocka háromdimenziós vetülete épp a térközepes rács lineáris elemét adja. A box spline-ok elegáns matematikai eszköztárat testesítenek meg többdimenziós bázisfüggvények létrehozására, azonban hátrányuk, hogy a grafikus hardveren nehézkesen implementálhatók. Ezért egy olyan újramintavételezési sémát terveztem, amely képes kihasználni a GPU hatékony trilineáris interpoláló képességét. A lineáris box spline-nal történő újramintavételezés voltaképpen egy tetraéderen belüli interpolációra vezethető vissza, amelyben a négy rácspont kiolvasását egy-egy trilineáris mintával helyettesítettem. A tetraéder orientációjára pedig a 2. ábrán látható hat különböző esetet írtam fel.

Emellett egy olyan szűrőcsaládot javasoltam, ami egyszerűen definiálható tér- és lapközepes rácsokra, és a box spline-okhoz hasonló tulajdonságokkal rendelkezik. Ehhez az ún. BCC trilineáris interpolációt vettem alapul. A térközepes rács ugyanis felfogható egy olyan sűrű kockarács alrácsaként, amiben csak azokat a pontokat őrizzük meg, amelyek



(a) $c * \beta^3$ (b) $\beta^{3\prime}$ (c) $d * \beta^3$ (d) $p * \beta^{3\prime}$

3. ábra. Különböző rekonstrukciós sémák gradienshibája. A fekete szín nulla, a fehér 30 fok szöghibát jelöl. A vizsgált rekonstrukciós sémák: (a) triköbös B-spline + központi különbségek módszere, (b) a triköbös B-spline analitikus deriváltja, (c) triköbös B-spline + optimális gradiens előszűrő, valamint (d) a triköbös B-spline analitikus deriváltja + optimális függvényérték előszűrő.

valamennyi koordinátájának azonos a paritása. A BCC trilineáris interpoláció egy kereszt alakú diszkrét szűrővel a szomszédos rácspontokból lineárisan interpolálja a sűrű kockarács hiányzó pontjait, majd a kapott sűrű kockarácson hagyományos trilineáris interpolációt végez. Az újramintavételezés három-három trilineáris olvasással elvégezhető, amihez hatékony GPU implementációt is terveztem. A BCC trilineáris interpoláló kernel magasabb rendű szűrők generátorelemeként használható, amelyek a konvolúció asszociativitása miatt mindig egy diszkrét szűrő és egy folytonos B-spline szűrő konvolúciójaként írhatók fel. Ezért ennek a szűrőcsaládnak a diszkrét-folytonos spline (discrete-continuous, DC-spline) elnevezést javasoltam. A szűrőcsalád a diszkrét szűrő megfelelő megválasztásával egyszerűen adaptálható lapközepes rácsra is.

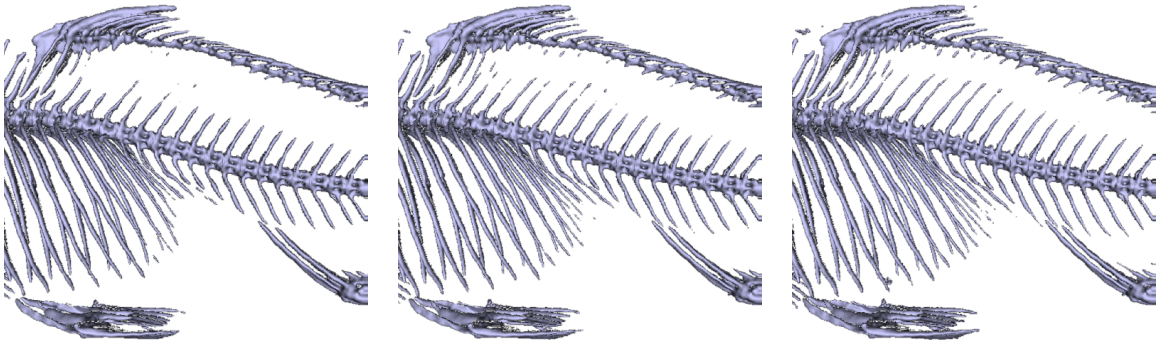
## Térfogati approximációs sémák

A DC-spline approximációs képessége, vagyis az elérhető legmagasabb rendű hibatag, hagyományos mintavételezéssel nem használható ki. Azonban az approximációs potenciál kiaknázható, ha a pontmintákat a folytonos szűrés előtt megfelelően előszűrjük. Ezt ún. *kváziinterpolációnak* nevezik, amely maximális rendű hibatagot biztosít, de nemcsak a mintapontokban, hanem a mintapontok között is. A DC-spline-ok approximációs képességének kihasználásához *diszkrét előszűrőket* terveztem.

Másfelől, a lineáris DC-spline-nal ellentétben a köbös DC-spline nem interpoláló szűrő. Azonban, ha a mintavételezett folytonos rekonstrukciós szűrővel előzőleg dekonvolváljuk a mintapontokat, a kapott együtthatókon a köbös DC-spline szűrő már az eredeti jel interpolációját állítja elő.

A kváziinterpoláló és interpoláló diszkrét előszűrőket a gyakorlatban érdemes előfeldolgozási lépésben lefuttatni a BCC mintákon, így az újramintavételezés költsége nem változik. Az előszűrések hatékony megvalósításához a korábban levezetett BCC DFT-t használtam fel.

Előszűréssel nemcsak a függvényrekonstrukció, hanem a *gradiensrekonstrukció* pontossága is javítható. A gradiensbecslés minőségének javítása érdekében a kockarácshoz és a triköbös B-spline-hoz előszűrőket terveztem. Érdekes megjegyezni, hogy a rendkívül elterjedt központi különbségekkel becsült gradiensek a triköbös B-spline-nal kombinálva csak másodrendű gradiens hibatagot eredményeznek. Meglepő, de ugyancsak másodrendű közelítést ad a triköbös B-spline analitikus deriváltja. A függvényrekonstrukciót opti-



(a) r = 0 (b) r = 1/2 (c) r = 1

4. ábra. Interpoláció az előszűrés nélküli (a) és az interpoláló triköbös B-spline (c) rekonstrukciós sémák között. A (b) ábrán egy közbülső átmenet látható.

malizáló előszűrővel kombinálva azonban már harmadrendűre javítható a közelítés pontossága. Aszimptotikus viselkedését tekintve a legpontosabb, negyedrendű közelítést a kifejezetten a gradiensrekonstrukcióra optimalizált előszűrővel kapjuk (ld. 3. ábra).

A gyakorlati újramintavételező szűrés támogatása érdekében megmutattam, hogyan érdemes több rekonstrukciós séma közt interpolációt megvalósítani. A naív módszer az volna, ha a sémákat az újramintavételezés után kombinálnánk, ez azonban többszörözné az újramintavételezés költségét. Ehelyett érdemes olyan újramintavételező sémákat összekapcsolni, amelyekben a folytonos szűrőkomponens közös. A műveletek asszociativitását kihasználva, így a diszkrét minták lineáris kombinációján lefuttatva a közös folytonos szűrőt, hatékony kombinált sémát kapunk. Az eljárás térfogatvizualizációra is használható, így a szűrőbeállítás hatását valós időben követhetjük nyomon. A módszer illusztrációjaként megmutattam a 4. ábrán látható előszűrés nélküli és az interpoláló triköbös B-spline sémák interpolációját.

## Az újramintavételezés Fourier-analízise

A rekonstrukciós sémák *túlsimítási* (*oversmoothing*) és *postaliasing* hatásának tanulmányozását hagyományosan frekvenciatartománybeli analízissel végzik el. A térközepes rekonstrukciós sémák esetén azonban az egydimenziós rácsokra és szűrőkre levezetett összefüggések nem általánosíthatók tenzorszorzatos kiterjesztés segítségével, mivel a rács nem áll elő alacsonyabb dimenziós esetek külső szorzataként. Ilyen, nem szeparálható esetben a frekvenciatartománybeli analízist három dimenzióban kell elvégezni. Az analízis támogatásához térfogatvizualizációs eljárást alkalmaztam.

A korábban bemutatott rekonstrukciós szűrők frekvenciaválaszának levezetése után azok karakterisztikus szintfelületeinek megjelenítésével a rekonstrukciós sémák tulajdonságai jól jellemezhetők. A frekvenciaválaszok vizualizációja nemcsak az abszolút postaliasing és túlsimítási hatást adja meg, hanem azok irányfüggőségét is feltárja. Az analízist érdemes külön elvégezni mind az áteresztő, mind a zárósávra. Először megjelenítettem a szűrők energiáját a térközepes rács rombikus dodekaéder alakú áteresztő sávjában. Így láthatóvá vált, hogy milyen nagyfrekvenciás komponenseket torzítanak a szűrések. Majd a zárósáv vizualizációjával azt mutattam meg, hogy a különböző irányokban milyen mértékű postaliasing hatásra lehet számítani. A folytonos rekonstrukciós szűrők mellett ismertettem a kváziinterpolációhoz és az általánosított interpolációhoz levezetett diszkrét előszűrőt tartalmazó újramintavételező sémák eredő frekvenciatartománybeli viselkedését is.

# Új tudományos eredmények

A disszertációmban részletesen feldolgoztam a térfogati adatok újramintavételezésének témakörét. A javasolt módszerekkel igazoltam, hogy az alternatív mintavételező rácsok hatékonysága nemcsak elméletben, de a gyakorlatban is kihasználható. Megmutattam, hogyan állíthatunk elő tér- és lapközepes diszkrét adatokat, hogyan szűrhetjük azokat hatékonyan a frekvenciatartományban, hogyan tudjuk a grafikus kártyán hatékonyan újramintavételezni, hogyan biztosítható a szűrők maximális approximációs rendje, és hogyan elemezhetők a rekonstrukciós sémák jelfeldolgozási szempontból.

A téziseimet a disszertáció felépítésének megfelelően négy, egymásra épülő téziscsoportban ismertetem. Az első csoport tér- és lapközepes rácson történő diszkrét térfogatreprezentáció előállítását mutatja be. A második téziscsoport a mintavételezési szempontból optimális térközepes rácshoz tartozó háromdimenziós újramintavételező szűrések hatékony kiértékelésével foglalkozik. A harmadik csoport a szűrők approximációs képességének kihasználására három különböző térfogati approximációs sémát vezet be. Az utolsó téziscsoportban a disszertációban bemutatott approximációs sémák átfogó Fourier-térbeli elemzését ismertetem.

## 1. téziscsoport: *Térfogati jelek reprezentációja*

A nem-Descartes kockarácsokon történő diszkrét térfogatreprezentáció előállítását tomográfiás rekonstrukcióval, valamint frekvenciatartománybeli alul- és felülmintavételezéssel valósítottam meg.

### 1.1. tézis: *Tomográfiás rekonstrukció nem-Descartes rácsokon*

Valódi háromdimenziós jelek diszkrét reprezentációját jellemzően tomográfiás berendezések segítségével állíthatjuk elő. A háromdimenziós gömbpakolási problémán keresztül igazolható, hogy a gömbszimmetrikus sávkorláttal rendelkező jelek kevesebb mintával reprezentálhatók, ha a mintapontokat tér- vagy lapközepes rács rácspontjaiban vesszük fel. Ennek érdekében megmutattam a *szűrt visszavetítési eljárás* (filtered back-projection, FBP) adaptációját nem-Descartes rácsokon történő közvetlen diszkrét adat előállítására [18].

### 1.2. tézis: *Descartes-rács optimális alulmintavételezése nem-Descartes kockarácsokon*

Annak ellenére, hogy a tomográfiás rekonstrukció közvetlenül adaptálható tér- és lapközepes rácsokra, a jelenleg elterjedt tomográfiás képalkotó berendezések a vizsgált térfogati sűrűségfüggvény hagyományos kockarácson vett reprezentációját állítják elő. A munkám során megmutattam, hogy érdemes lehet ezt a diszkrét térfogatreprezentációt tér- vagy lapközepes rácson alul-, illetve felülmintavételezni. Klasszikus Shannon-Nyquist-féle mintavételt és rekonstrukciót feltételezve, olyan optimális *frekvenciatartománybeli diszkrét*

*alulmintavételező eljárást* javasoltam, amely a gömbszimmetrikus sávkorláttal rendelkező jeleket térközepes rácson, a hagyományos kockarácsnál 30 százalékkal kisebb tárigény mellett torzításmentesen reprezentálja [12].

### 1.3. tézis: *Descartes-rács optimális felülmintavételezése nem-Descartes kockarácsokon*

Az 1.2. tézishez kapcsolódóan optimális *frekvenciatartománybeli diszkrét felülmintavételező* eljárást adtam kockarácson definiált diszkrét jelreprezentáció tér- és lapközepes rácsokon történő újramintavételezésére. A zero paddingen, illetve fáziseltoláson alapuló felülmintavételező eljárás segítségével az eredeti folytonos jel rekonstrukciója lényegesen kisebb tartójú és alacsonyabb számításigényű rekonstrukciós szűrők segítségével hasonló minőségben, de gyorsabban végezhető el annál, mintha a jelet az eredeti kockarácson definiált reprezentációjából rekonstruálnánk [8,12].

## 2. téziscsoport: *Térfogati approximációs szűrők*

Levezettem a lineáris box spline szűrés trilineáris B-spline bázisban történő kiértékelését, amely lehetővé tette a hardveresen támogatott trilineáris textúraszűrés alkalmazását. A box spline szűrés mellett hatékony és egyszerű szűrőtervezési eljárást javasoltam nem-Descartes kockarácsokon definiált diszkrét jelek rekonstrukciójára. Az új spline családot diszkrét-folytonos (discrete-continuous, DC) spline-nak neveztem el. Gyakorlati teljesítményük alapján összehasonlítottam a B-spline, box spline és DC-spline család lineáris elemein alapuló térfogati újramintavételező eljárásokat.

### 2.1. tézis *A lineáris box spline kiértékelése trilineáris textúraszűréssel*

A térközepes rácson történő jelrekonstrukciót az ún. box spline valósítja meg a legkisebb tartóval. Mindemellett a box spline séma számítási költsége a legkisebb a spline szűrések közül, ha az implementáció elemi utasításokat tartalmaz. A gyakorlatban azonban ez a nem szeparálható szűrési eljárás nem tudja hatékonyan kihasználni a grafikus processzorok (graphics processing unit, GPU) hardvergyorsított trilineáris textúraszűrő képességét, így a box spline szűrés klasszikus implementációjának teljesítménye elmarad a szeparálható B-spline szűrés teljesítménye mögött. A szűrési idő csökkentése érdekében a lineáris box spline szűrést trilineáris B-spline bázisban írtam fel, amely lehetővé tette a GPU-k által támogatott trilineáris textúraszűrés használatát [2].

### 2.2. tézis *DC-spline szűrőcsalád: hatékony szűrőtervezési megközelítés nem-Descartes kockarácsokra*

A térközepes rácson értelmezett trilineáris interpoláció általánosításként egy új, jó tulajdonságokkal rendelkező, mindemellett egyszerűen származtatható szűrőcsaládot javasoltam. A szűrőcsalád lineáris elemének kiértékeléséhez hatékony GPU-implementációt terveztem. Megmutattam, hogy a trilineáris interpoláció mind a képminőség, mind a gyakorlati implementáció hatékonysága szempontjából összemérhető a lineáris box spline szűrés teljesítményével. A trilineáris kernelt generátorelemként tekintve felírtam a szűrőcsalád magasabb rendű elmeit, amelyek egy nem szeparálható diszkrét szűrő és egy szeparálható B-spline szűrő konvolúciójaként írhatók fel. A diszkrét komponens, így a teljes szűrő egyszerűen származtatható lapközepes és magasabb dimenziós nem-Descartes kockarácsokon megvalósított konvolúciós szűrésekhez.

Miután valamennyi szűrési eljárásra mutattam egy olyan kiértékelési formulát, amely ki tudja használni a grafikus hardver által biztosított hatékony trilineáris textúraszűrést, összehasonlítottam a térközepes rácsra definiált B-spline, box spline, valamint DC-spline jelrekonstrukció gyakorlati teljesítményét [6].

## 3. téziscsoport: *Térfogati approximációs sémák*

A térfogati approximációs szűrők tulajdonságainak javításához három különböző térfogati approximációs sémát definiáltam. Elsőként kváziinterpoláló és interpoláló diszkrét előszűrőket vezettem le a 2.2-es tézisben javasolt DC-spline szűrőcsaládhoz. Ezt követően olyan diszkrét előszűrőket határoztam meg, amelyek a gradiensrekonstrukció hibáját minimalizálják. Végül a gyakorlati újramintavételező szűrések támogatásához egy olyan hatékony eljárást javasoltam, amely lehetővé teszi, hogy több rekonstrukciós séma között hatékonyan interpolálva, valós időben állítsuk be az újramintavételező szűrés paramétereit.

### 3.1. tézis *Kvázi-interpoláló és interpoláló diszkrét előszűrők DC-spline-okhoz*

A DC-spline család esetén – hasonlóan a B-spline és box spline szűrőkhöz – a szintézis szűrő approximációs potenciáljának (approximation power) kiaknázásához megfelelő analízis szűrőt kell alkalmazni. Ennek érdekében levezettem egy véges impulzusválaszú diszkrét előszűrőt, amely a DC-spline család esetén ugyanolyan approximációs rendet biztosít, mint amilyet a megfelelő rendű előszűrt B-spline és box spline rekonstrukciós sémák.

Ezen kívül, a köbös DC-spline-nal történő interpolációhoz meghatároztam egy végtelen impulzusválaszú diszkrét előszűrőt. A kváziinterpoláló és interpoláló előszűrések hatékony kiértékeléséhez az első téziscsoportban levezetett BCC DFT-t alkalmaztam [1].

### 3.2. tézis *Előszűrt gradiens-rekonstrukció*

Térfogatvizualizáció és térfogati szegmentáció esetén a háromdimenziós skalármező rekonstrukciója mellett a függvény gradiensének pontos meghatározása is kiemelt fontosságú feladat. A vizualizáció során, az árnyalási egyenlet megoldásához a skalármezőhöz tartozó szintfelületek normálvektorát kell meghatároznunk. Szegmentációkor pedig a skalármező gyors változásainak pontos lokalizálása a kulcsfontosságú feladat. A gradiensbecslés minőségének javítása érdekében olyan diszkrét előszűrést tartalmazó rekonstrukciós sémát javasoltam, amely adott újramintavételező szűrő esetén a rekonstruált jel gradiensének hibáját minimalizálja. Megmutattam, hogy triköbös B-spline szűrés esetén a rekonstruált gradiensek hibája lényegesen csökkenthető a hagyományos központi különbségek (central differences) módszerhez képest. Ehhez két megközelítést vizsgáltam meg: egyrészt meghatároztam egy diszkrét előszűrőt, amely a triköbös B-spline-nal kombinálva minimalizálja a gradienshibát, másrészt meghatároztam egy diszkrét előszűrőt, amely a triköbös B-spline deriváltjával együtt alkalmazva ad optimális aszimptotikus viselkedésű gradiensbecslőt. A gradiensrekonstrukciós sémákat mind tértartományban, mind pedig frekvenciatartományban elemeztem, valamint szintetikus és gyakorlati adatokon megvizsgáltam azok zajérzékenységét [4].

### 3.3. tézis *Interpoláció különböző rekonstrukciós sémák közt*

Térfogatvizualizációs és térfogati számításokat végző alkalmazások rekonstrukciós szűrőinek finomhangolása gyakran csak a térfogati adat jellemzőinek ismeretében végezhető el

megfelelően. Ez különösen akkor igaz, ha az adat értékes nagyfrekvenciás komponenseket tartalmaz és mindeközben nem elhanyagolható zajjal is terhelt. A gyakorlati újramintavételező szűrések támogatásához egy olyan hatékony eljárást javasoltam, amely lehetővé teszi, hogy több rekonstrukciós séma között interpolálva állítsuk be az újramintavételező szűrés paramétereit. Az eljárás térfogatvizualizációs alkalmazásokba is beépíthető, így a szűrőbeállítás hatását valós időben követhetjük nyomon [10].

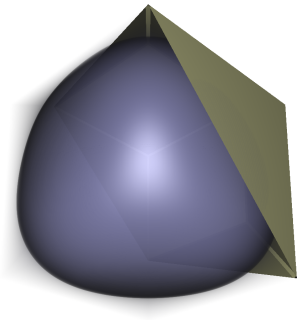
## 4. téziscsoport: *Háromdimenziós Fourier-analízis*

Az utolsó tézis a jelfeldolgozás nézőpontjából értékeli a korábbi tézisekben javasolt újramintavételezési szűrőket és szűrési sémákat. A nem szeparálható háromdimenziós approximációs sémák Fourier-térbeli analíziséhez térfogatvizualizációt alkalmaztam. A módszer segítségével elemeztem a térközepes rácsra definiált approximációs sémák frekvenciatartománybeli viselkedését.

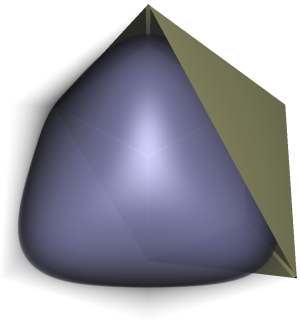
### 4.1. tézis *Függvényrekonstrukciós sémák háromdimenziós frekvenciatartománybeli analízise térközepes rácson*

A rekonstrukciós sémák túlsimítási (oversmoothing) és postaliasing hatásának tanulmányozását frekvenciatartománybeli analízissel végezhetjük el. A térfogati jelek rekonstrukciójakor azonban az egydimenziós rácsokra és szűrőkre levezetett összefüggések nem általánosíthatók tenzorszorzatos kiterjesztés segítségével, amennyiben a rács vagy a szűrő nem áll elő alacsonyabb dimenziós esetek külső szorzataként. Így a frekvenciatartománybeli analízist közvetlenül három dimenzióban kell elvégezni. A frekvenciatartománybeli analízis támogatásához térfogatvizualizációs eljárást javasoltam.

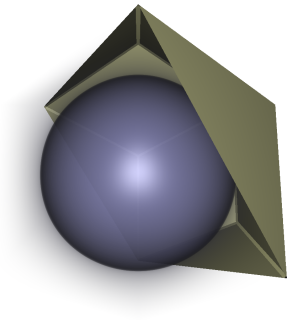
Megvizsgáltam a disszertációban ismertetett, a térközepes rácsra definiált B-spline, box spline és DC-spline család frekvenciatartománybeli viselkedését. Az összehasonlító elemzésben rámutattam a frekvenciatartománybeli viselkedés és a jelrekonstrukció irányfüggő műtermékeinek kapcsolatára (ld. 5. ábra) [1, 7, 17].



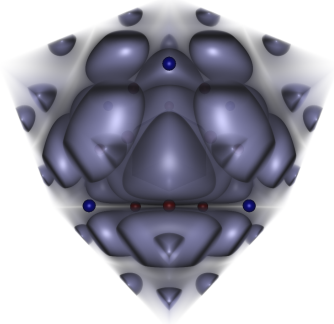
(a) Lineáris box spline



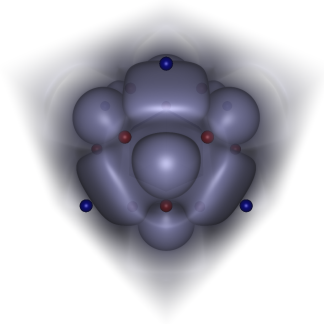
(b) Lineáris DC-spline



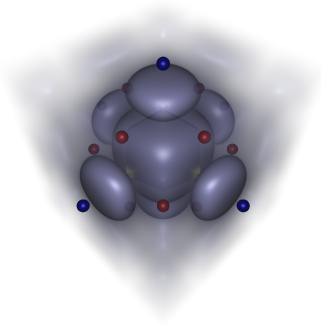
(c) Trilineáris B-spline



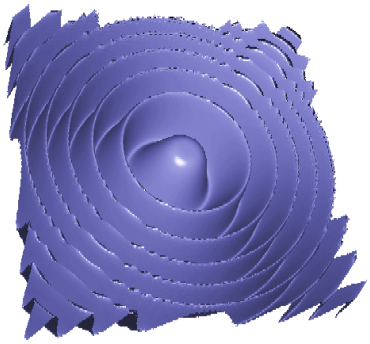
(d) Lineáris box spline



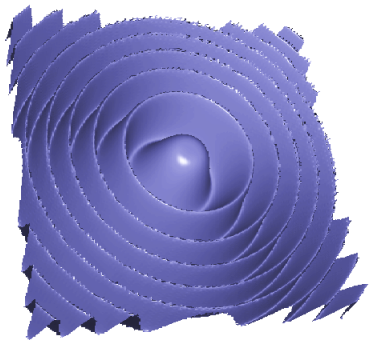
(e) Lineáris DC-spline



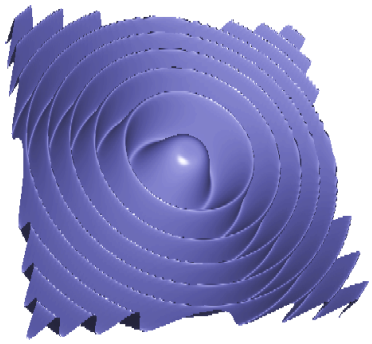
(f) Trilineáris B-spline



(g) Lin. box spline rekonstrukció



(h) Lin. DC-spline rekonstrukció



(i) Trilin. B-spline rekonstrukció

5. ábra. Kváziinterpoláló lineáris rekonstrukciós sémák energiájának eloszlása az áteresztő sávban (a)-(c), valamint a zárósávban (d)-(f). A rekonstrukciós sémák átlós irányú (g), egyenletes (h) és főtengely irányú (i) műtermékei.

# Publikációk

## Külföldön megjelent, lektorált, idegen nyelvű folyóiratcikkek


[1] Domonkos Balázs, Csébfalvi Balázs: 3D Frequency Domain Analysis of Reconstruction Schemes on the Body-Centered Cubic Lattice. *Computer Graphics & Geometry* 13:(1), 31–50. oldal, 2011.

[2] Domonkos Balázs, Csébfalvi Balázs: Evaluation of the Linear Box-Spline Filter from Trilinear Texture Samples: A Feasibility Study. *Journal of Winter School of Computer Graphics* 19:(1-3), 77–84. oldal, Paper J41, 2011.

[3] Szlávecz Ákos, Hesz Gábor, Puskás Zoltán, Kári Béla, Pártos Oszkár, Györke Tamás, Bükki Tamás, Domonkos Balázs, Benyó Balázs: A Fast Iterative GPU-based Reconstruction Algorithm for SPECT Imaging Involving Collimator and Attenuation Compensation. *European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging* 37:(Suppl 2), 284. oldal, Paper OP489, 2010.

[4] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: Prefiltered Gradient Reconstruction for Volume Rendering. *Journal of Winter School of Computer Graphics* 17:(1-3), 49–56. oldal, 2009, 2 hivatkozás.

[5] Domonkos Balázs, Ralovich Kristóf: Parallel Visualization of the Sloan Digital Sky Survey DR6. *Journal of Winter School of Computer Graphics* 16, 57–64. oldal, 2008.


## Nemzetközi konferencia kiadványában megjelent, lektorált, idegen nyelvű cikk


[6] Domonkos Balázs, Csébfalvi Balázs: DC-Splines: Revisiting the Trilinear Interpolation on the Body-Centered Cubic Lattice. *Vision, Modeling, and Visualization.* Siegen, Németország, 2010.11.15–17., 275–282. oldal, Paper 1040.

[7] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: 3D Frequency-Domain Analysis of Non-Separable Reconstruction Schemes by using Direct Volume Rendering. *Spring Conference on Computer Graphics.* Budmerice, Szlovákia, 2010.05.13–15. Comenius University Press, 59–66. oldal, Paper 17.

[8] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: Frequency-Domain Upsampling on a Body-Centered Cubic Lattice for Efficient and High-Quality Volume Rendering. *Vision, Modeling, and Visualization.* Braunschweig, Németország, 2009.11.16–18., 225–232. oldal, 1 hivatkozás.

[9] Wirth András, Cserkaszky Áron, Kári Béla, Légrády Dávid, Fehér Sándor, Czifrus Szabolcs, Domonkos Balázs: Implementation of 3D Monte Carlo PET reconstruction algorithm on GPU. *Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC)*, 2009 IEEE. Orlando, Egyesült Államok, 2009.10.24–11.01., 4106–4109. oldal, Paper HPP-1.

[10] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: Interactively Controlling the Smoothing and Postaliasing Effects in Volume Visualization. *Spring Conference on Computer Graphics*. Budmerice, Szlovákia, 2009.04.23–25., 140–146. oldal.

[11] Domonkos Balázs, Jakab Gábor: A Programming Model for GPU-based Parallel Computing with Scalability and Abstraction. *Spring Conference on Computer Graphics*. Budmerice, Szlovákia, 2009.04.23–25., 115–122. oldal.

[12] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: Pass-Band Optimal Reconstruction on the Body-Centered Cubic Lattice. *Vision, Modeling, and Visualization*. Konstanz, Németország, 2008.10.08–10., 71–80. oldal, 4 hivatkozás.

[13] Domonkos Balázs, Csébfalvi Balázs. Interactive Distributed Translucent Volume Rendering. *Winter School of Computer Graphics*. Plzeň, Csehország, 2007.01.29–02.01., 153–160. oldal, Paper F31, 4 hivatkozás.

[14] Domonkos Balázs, Egri Attila, Fóris Tibor, Szirmay-Kalos László, Juhász Tamás: Isosurface Ray-casting for Autostereoscopic Displays. *Winter School of Computer Graphics, Short Papers*. Plzeň, Csehország, 2007.01.29–02.01., 31–37. oldal, 5 hivatkozás.

[15] Domonkos Balázs, Egri Attila: Volumetric Medical Intervention Aiding Augmented Reality Device. *IEEE International Conference on Information and Communication Technologies*. Damaszkusz, Szíria, 2006.04.26-28., 383–384. oldal, 1 hivatkozás.

[16] Domonkos Balázs, Egri Attila: Volume Rendering in an Optical Tracking based Virtual Environment. *Central European Seminar on Computer Graphics* 2006. Budmerice, Szlovákia, 2006.04.23–26., 41–49. oldal.

## Helyi konferencia kiadványában megjelent, lektorált, idegen nyelvű cikk

[17] Domonkos Balázs, Csébfalvi Balázs: Analyzing Postaliasing and Smoothing Effects of Non-separable Reconstruction Schemes on the BCC Lattice. *Képfeldolgozók és Alakfelismerők (KÉPAF) 8. Konferenciája*. Szeged, 2011.01.25–28., 54–69. oldal.

[18] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs, Viktor Vad: Recent Results on Optimal Regular Volume Sampling. *Ötödik Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia*. Budapest, 2010.01.26–28., 185–192. oldal.

[19] Csébfalvi Balázs, Domonkos Balázs: High-Quality Reconstruction on the Body-Centered Cubic Lattice. *Képfeldolgozók és Alakfelismerők (KÉPAF) 7. Konferenciája*. Budapest, 2009.01.28–30., 1–8. oldal.

[20] Domonkos Balázs, Egri Attila, Fóris Tibor: ParCompMark, a Benchmark Environment for Parallel Image Compositing. *Képfeldolgozók és Alakfelismerők (KÉPAF) 6. Konferenciája*. Debrecen, 2007.01.25–27., 212–219. oldal.

## Helyi konferencia kiadványában megjelent, lektorált, magyar nyelvű cikk

[21] Domonkos Balázs, Jakab Gábor: Valósidejű helikális cone-beam CT rekonstrukció a Mediso NanoPET$^{TM}$/CT készülékben. *Képfeldolgozók és Alakfelismerők (KÉPAF) 7. Konferenciája.* Budapest, 2009.01.28–30., Paper 132.

## Egyéb publikációk

[22] Wirth András, Cserkaszky Áron, Légrády Dávid, Domonkos Balázs, Kári Béla: Monte Carlo Transport Based Iterative PET/CT Reconstruction. *European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging (EANM), Technologist abstracts.* Bécs, Ausztria, 2010.10.09–13., 484. oldal.

[23] Wirth András, Lantos Judit, Czifrus Szabolcs, Cserkaszky Áron, Légrády Dávid, Domonkos Balázs, Kári Béla: A detektorválasz-függvény hatása a Monte Carlo-alapú ML-EM PET rekonstrukcióra. *Magyar Onkológia: a Magyar Orvosfizikai Társaság XVI. Konferenciája (MOFT).* Budapest, 2010.09.24–25., 437. oldal.

[24] Magdics Milán, Szirmay-Kalos László, Szlávecz Ákos, Hesz Gábor, Benyó Balázs, Cserkaszky Áron, Lantos Judit, Légrády Dávid, Czifrus Szabolcs, Wirth András, Kári Béla, Patay Gergely, Völgyes Dávid, Bükki Tamás, Major Péter, Németh Gábor, Domonkos Balázs: TeraTomo project: a fully 3D GPU based reconstruction code for exploiting the imaging capability of the NanoPET$^{TM}$/CT system. *World Molecular Imaging Congress (WMIC)*, poszter, Kiotó, Japán, 2010.09.08–11.

[25] Wirth András, Lantos Judit, Czifrus Szabolcs, Cserkaszky Áron, Légrády Dávid, Domonkos Balázs, Kári Béla: Effect of Detector Response on Monte Carlo-based ML-EM PET Reconstruction. *12$^{th}$ International Workshop on Radiation Imaging Detectors.* Cambridge, Egyesült Királyság, 2010.07.11–15., 109. oldal.

[26] Wirth András, Cserkaszky Áron, Légrády Dávid, Domonkos Balázs, Kári Béla: Iteratív PET rekonstrukciós algoritmus fejlesztése Monte Carlo alapú előre- és visszavetítéssel. *A Magyar Radiológusok Társaságának XXV. Kongresszusa.* Kaposvár, 2010.07.01–03., 36. oldal.

[27] Jakab Gábor, Domonkos Balázs, Bükki Tamás: Practical Implementation of Helical Cone-Beam CT Imaging using Multiple GPUs. *NVISION*, poszter, San Jose, Kalifornia, Egyesült Államok, 2008.08.25–27.

[28] Domonkos Balázs: Benchmarking Parallel Volume Rendering Algorithms. *The International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage, and Analysis*, Tampa, Florida, Egyesült Államok, 2006.11.11–17.