BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
HÍRADÁSTECHNIKAI TANSZÉK

Ciklikus polling modellek egységes analízise BMAP érkezési folyamat esetén

Ph.D. disszertáció tézisfüzete

Saffer Zsolt

Konzulens:

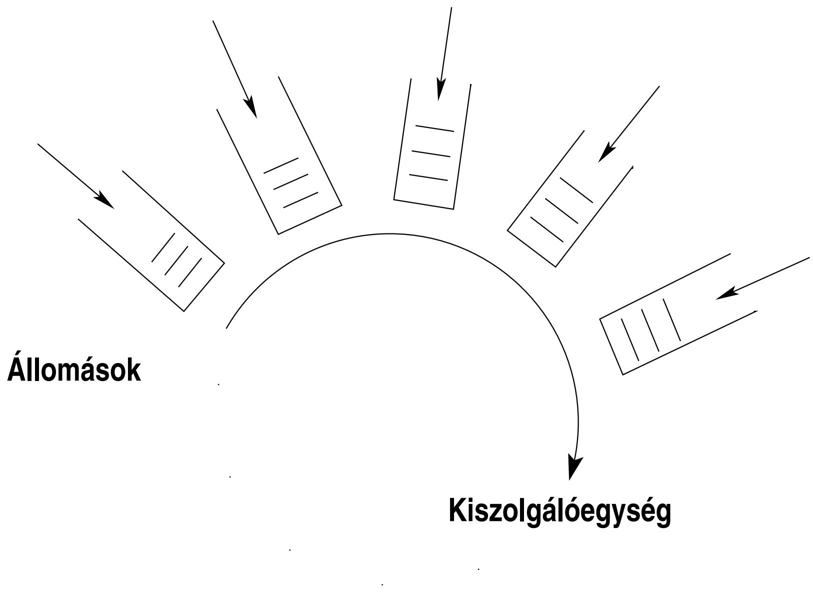
Dr. Telek Miklós egyetemi tanár, BUTE

Budapest
2010

1. Bevezetés

A polling modellt először az 1970-es években alkalmazták szélesebb körben, amikor azt az időosztásos számítógép rendszerek vizsgálatára használták. Az 1980-as években a polling modelleknek fontos szerepe volt a helyi hálózatok vezérjeles busz protokolljainak teljesítményelemzésében. Az azt követő évtizedekben ezt a modellt a nagyvárosi hálózatok, a mobil és műholdas kommunikációs hálózatok és a vezetéknélküli hálózatok csatorna hozzáférési protokolljaiban alkalmazták. A kommunikációs rendszerek növekvő száma a polling rendszerek kutatásának robbanásszerű fejlődését idézte elő. Az alap polling modell számos változatát és kiterjesztését javasolták és vizsgálták (lásd Takagi összefoglaló cikkét [27]).

A klasszikus polling modell eredeti formájában egy egykiszolgálós folytonos idejű összetett sorbanállási rendszer, amelyben az egyetlen kiszolgálóegység ciklikusan látogatja az állomásokat (1 ábra). Minden egyes állomás rendelkezik egy sorral, amelyet a kiszolgálóegység az illető állomás meglátogatásakor szolgál ki. Az az idő, amely alatt a kiszolgálóegység az adott állomástól a soron következő állomásig eljut, az *átkapcsolási idő*.



1. ábra. Klasszikus polling modell

A kiszolgálóegység adott állomáshoz való érkezésének és az adott állomás elhagyásának időpontjai a *polling pillanat* illetve az *átkapcsolási pillanat*. A *ciklus idő* ugyanazon állomáshoz való két egymást követő érkezés közti idő. Az *állomás idő* a kiszolgálóegység látogatásának időtartama. A model további jellemzője az *állomás látogatások közti idő*, amely az adott állomás átkapcsolási pillanatától az ugyanazon állomás soron következő polling pillanatáig tart.

A polling modellek megkülönböztethetőek az állomásokon használt *kiszolgálási* *diszciplina* szerint, amit kiszolgálási politikának is hívnak. Általánosságban a diszciplina feltételt ad az adott állomás kiszolgálásának a kezdetére és a végére. A legelterjedtebben használt kiszolgálási politikák a teljes kiszolgálás (exhaustive), a kapuzott (gated), a G-korlátos (G-limited) és a K-dekrementáló (decrementing-K) diszciplinák. A teljes kiszolgálás politika esetén a kiszolgálás az állomás kiürüléséig tart. A közönséges sorban is ezt a diszciplinát használják. Kapuzott diszciplina mellett az adott állomás meglátogatása során a kiszolgálóegység csak azokat az igényeket szolgálja ki, amelyek már az állomás polling pillanatában jelen voltak. G-korlátos diszciplina esetén a kiszolgálóegység az állomás polling pillanatában jelen lévő igények közül maximum K igényt szolgál ki. K-dekrementáló politika mellett az állomás kiszolgálása addig tart, amíg az állomás polling pillanatában jelen lévő igények száma K-val csökken vagy a sor kiürül. A nem-teljes kiszolgálás (non-exhaustive) és a félteljes kiszolgálás (semi-exhaustive) diszciplinák a G-korlátos illetve a K-dekrementáló politikák $K = 1$ beálllítás esetén előálló speciális esetei. A különböző diszciplinájú klasszikus ciklikus polling modellek analízise megtalálható Takagi alapvető jelentőségű könyvében [26].

Ahogy az a polling modellek számos kiterjesztésének és változatának bevezetéséből látható, a polling modellek további fejlődésének a hajtóereje a modern távközlési rendszerek gyors fejlődése. Az ilyen rendszerek pontosabb modellezése iránt folyamatosan növekszik az igény, miközben ezek a rendszerek egyre bonyolultabbakká válnak. Az újabb modellezési technikák lehetővé teszik ezen rendszerek pontosabb teljesítményelemzését, elősegítik a rendszerparaméterek optimalizálását, megkönnyítve ezzel a paramétereknek az aktuális alkalmazási igényekhez való jobb hozzáillesztését.

A polling modellek továbbfejlődésének egyik lehetséges iránya a pontosabb modellezést lehetővé tevő bonyolultabb sztochasztikus folyamatok alkalmazása. Különösen a számítógéphálózatok széleskörű bevezetése játszott fontos szerepet az újabb érkezési folyamatok fejlődésében. Többek között az Internet forgalom modellezése adott motivációt és segítette elő az általánosabb érkezési folyamatmodellek fejlesztését, analízisét és alkalmazását. Az általánosítás célkitűzései az analitikus kezelhetőség, az érkezések közti idő korrelációjának modellezése és a valósághű forgalom belső struktúrájának megragadása. Ezek a célkitűzések számos új érkezési folyamat bevezetését eredményezték, amelyek érkezések közti időtartama exponenciális eloszlású véletlen idők különböző összetételeiként adható meg (pl. Markov modulált Poisson folyamat (Markov-modulated Poisson process - MMPP) [19]). Ezek az érkezési folyamatok mind a Markovi tipusú érkezési folyamat (Markovian Arrival Process - MAP) [18] speciális esetei. A MAP további általánosítása batch (csoportos) érkezés esetére a Lucantoni által bevezetett batch Markovi tipusú érkezési folyamat (batch Markovian arrival process - BMAP) [16]. A BMAP valósághűbb forgalom modellezési képessége következtében a klasszikus polling modell érkezési folyamatának batch Markovi érkezési folyamattá való kiterjesztése egy ígéretes modellt eredményez.

A BMAP/G/1 ciklikus polling modellben minden egyes állomáson csoportos igények érkeznek BMAP folyamat szerint. Minden egyes állomáson az egymás után következő igény kiszolgálási idők általános független és azonos eloszlásúak. Az átkapcsolási idő az egymásután következő ciklusokban általános független és azonos eloszlású. A *vakációs modell* a ciklikus polling modell azon speciális esete, amely csak egy állomásból áll. Ebben az esetben az egyetlen állomás átkapcsolási idejéből a vakációs modell *vakációs ideje* lesz.

A BMAP sorbanállási modellekre az 1990-es évek kezdetétől fogva kezdtek felfigyelni. A BMAP sorbanállási modellek analízisével foglalkozó publikációk legnagyobb része - a BMAP vakációs modelleket is beleértve - a Neuts által felfedezett - és több más kutató által továbbfejlesztett (pl. [17]) - standard mátrix analitikus-módszeren [20] alapul. Ez a módszer az igény távozás pillanatbeli vagy a tetszőleges pillanatbeli igényszám vektor generátorfüggvényét (vektor GF) adja meg. A standard mátrix analitikus-módszer a model mögöttes M/G/1-típusú struktúráját használja ki, azaz azt, hogy az igény távozás pillanatokba beágyazott Markov lánc M/G/1-típusú ([21]), amelyben a átmenetvalószínűség-mátrix blokk-mátrixainak mérete a BMAP fázisok számával egyezik meg. A kivételes szabályrendszerű határállapotok könnyű beazonosíthatósága nagyon alkalmassá teszi a standard mátrix analitikus-módszert a teljes kiszolgálás diszciplinájú modellek analizálására ([5]). Azonban a BMAP/G/1 sorbanállási modellek széles osztályára ez az eset nem áll fenn ([C2]). Ennek következtében nagyon kevés az ilyen BMAP/G/1 vakációs modellekkel foglalkozó munka ([1, 10, 23, C2, C3]) és ezek mind különböző módszereket alkalmaznak.

Az irodalomban nagyon kevés a többsoros MAP/BMAP sorbanállási modellekkel foglalkozó publikáció. A [22, 28] cikkek a nonpreemptive priorításos sor analízisével foglalkoznak, amely csak csekély mértékben tér el a nulla-átkapcsolási-idejű teljes kiszolgálás diszciplinájú polling modelltől, miután a priorításos modellben közös az érkezési folyamat, amely egy mögöttes véges állapotú folytonos idejű Markov lánccal (Continuous Time Markov Chain - CTMC) irható le.

Polling modellt MAP érkezési folyamat esetén eddig kizárólag csak Markovi tipusú igény kiszolgálási illetve átkapcsolási idővel vizsgáltak ([2, 12, 15]). A nagyon kevés ilyen analízis munka mindegyike kihasználja az igény kiszolgálási illetve átkapcsolási idő Markovi jellegét. Nincs tudomásom olyan munkáról illetve publikációról, amelyben polling modellt MAP érkezési folyamat esetén általános igény kiszolgálási idővel vizsgáltak volna. Nagyon kevesen foglalkoztak olyan BMAP vakációs modellel is, amelyben a kiszolgálási diszciplina a teljes kiszolgálástól eltérő és BMAP priorításos modellekkel is. Tudomásom szerint BMAP polling modellel pedig eddig egyáltalán nem foglalkoztak.

Mindezeket összefoglalva elmondható, hogy habár lenne igény a BMAP polling modellek analízisére a modern telekommunikációs hálózatok pontosabb teljesítményelemzése terén, ilyen polling modellt még nem vizsgáltak. Ez adta a motivációt a klasszikus polling modell BMAP folyamattal való kiterjesztéséhez és annak vizsgálatához.

2. A kutatás célkitűzései

Az értekezés elvi céljának a BMAP ciklikus polling modellek egységes analízisét tűztem ki. Ezen belül is a folytonos idejű nemnulla-átkapcsolási-idejű alap modelleket céloztam meg, amelyben minden állomás sora végtelen kapacitású. Az analízis egységes jellege biztosítja az alkalmazott módszertan és a kapott eredmények alkalmazhatóságát a kiszolgálási diszciplinák széles osztályára, beleértve a legelterjedtebben használt kapuzott, teljes kiszolgálás diszciplinákat és legalább egy bonyolultabb diszciplinát, pl. a G-korlátost.

A disszertáció első célja a fenti modellre és a kiszolgálási diszciplinák egy - a kapuzott, teljes kiszolgálás és G-korlátos diszciplinákat magában foglaló - csoportjára érvényes stabilitás eredmények felállítása. A gyakorlati alkalmazásokban a legfontosabb stabilitás eredmény a rendszer stabilitását biztosító feltétel. Ezért konkrét eredménynek a rendszer teljes stabilitásának elégséges feltételét tűztem ki.

A disszertáció fő célja a BMAP ciklikus polling modellekre érvényes kiszolgálási diszciplina független analízisének a megalkotása. Itt a "kiszolgálási diszciplina független" kifejezés azt jelenti, hogy az analízis eredményei a kiszolgálási diszciplinák széles osztályára érvényesek. A kiszolgálási diszciplina független eredmények az egyes diszciplináktól való függést diszciplina specifikus mennyiségeken keresztül veszik figyelembe. Egy ilyen egységes analízis meglehetősen leegyszerüsiti a rendszer analízisét, miután a kiszolgálási diszciplina független eredmények ismeretében az analízis második felében elegendő csak diszciplina specifikus mennyiségeket meghatározni. Hasonló probléma szétválasztási elvek a sztochasztikus dekompozició [13] vagy a generátorfüggvény (probability-generating function - PGF) faktorizációs formulák [6], amelyeket már sikerrel alkalmaztak sorbanállási modellek analízisében ([2, 5]).

Így az ilyen tipusú analízis két-lépéses módszertant eredményez, amelyben a kiszolgálási diszciplina független analízis első részként ágyazódik be. Erre a módszertanra alkalmas lehet a Borst és Boxma által alkalmazott módszer általánosítása, miután azt már sikerrel alkalmazták a Poisson érkezési folyamatú ciklikus polling modellek analízisében.

A kiszolgálási diszciplina független analízis megalkotásának fő célkitűzése egy zárt formájú kifejezés felállítása a tetszőleges pillanatbeli igények stacionárius számának vektor generátorfüggvényére, diszciplina specifikus mennyiségek függvényében. Az alkalmazásokban a PGF helyett rendszerint az igények stacionárius számának várható értéke a fontos mennyiség. Ennélfogva a kiszolgálási diszciplina független analízis megalkotásának másik célja a tetszőleges pillanatbeli stacionárius igényszám vektor várható értékenek a meghatározása.

A disszertáció harmadik célja a kiszolgálási diszciplina független eredmények alkalmazása a legelterjedtebben használt kiszolgálási politikákra, beleértve a kapuzott, a teljes kiszolgálás és a G-korlátos diszciplinákat. Ezt a diszciplina független eredményekben előforduló diszciplina specifikus mennyiségek meghatározásával lehet elérni. Habár ez diszciplina specifikus módon tehető meg, ennek megvalósítására egy lehetőség szerint egységes módszer vizsgálatát céloztam meg.

Még ha az analízis és az eredmények ki is terjeszthetőek illetve általánosíthatóak is a tárgyalt BMAP ciklikus polling modell különböző változataira, ez a disszertációnak nem célja. A disszertáció nem foglalkozik a várakozási idő analízisével sem. Ezek nyitott kutatási feladatok.

Az értekezésben közzétett eredményeken alapuló alkalmazások kidolgozása szintén nem célja az értekezésnek. Ehelyett ezek kihívásokkal teli jövőbeli feladatok.

3. A kutatás módszertana

3.1. Stabilitás

Az alkalmazott stabilitás módszertan megfelelően megválasztott beágyazott Markov láncokra épül. A módszertan alapelve tartalmaz néhány elemet Fricker és Jaïbi [11] munkájából, ezek a korlátozott és a nem korlátozott tipusú diszciplinák és a megfelelően megválasztott beágyazott Markov láncok. Azonban az általam javasolt módszertan a kiszolgálási diszciplinákra nézve a [11] monotonitás feltételéhez viszonyítva csak gyengébb feltételeket kíván. A javasolt módszertan lehetővé teszi az érkezési folyamatok BMAP folyamatokra történő általánosítását, ugyanakkor a monotonitás tulajdonságokon és dominancia tételeken alapuló meglévő analíziseknél (mint amilyen a [11]) sokkal egyszerübb stabilitás analízist eredményez.

Ezenkivül az alkalmazott stabilitás módszertan alkalmazható a kiszolgálási diszciplinák egy általános osztályára és ennélfogva egy egységes stabilitás analízist eredményez.

3.2. Az egységes analízis megközelítés

Egy adott állomás viselkedése a kiszolgálóegység látogatása alatt egy vakációs rendszerrel modellezhető, amelyben a vakációs idő megfelel a vizsgált állomáshoz tartozó állomás látogatások közti idejének. Így a BMAP/G/1 ciklikus polling modell mind a megfelelő vakációs modell mind pedig a prioritásos sor általánosításának tekinthető. Ezért örökli mindkét modell analitikus nehézségeit:

BMAP/G/1 vakációs modell: a teljes kiszolgálás diszciplina kivételével az $M/G/1$-tipusú strukturát eredményező rendszerállapot definíció nagyon bonyolult állapotteret eredményez

BMAP prioritásos modell: a mátrix analitikus módszerrel szemben, amely a rendszer dinamikájának a leirására egy megszámlálható állapotterű véletlen változót enged meg, ez a modell több egymástól függő, az egyes prioritás osztálybeli igények számait reprezentáló megszámlálható állapotterű véletlen változóval irható le.

Ezen hátrányok leküzdése érdekében az analízist - az adott állomás polling és az átkapcsolási pillanataiban értelmezett mennyiségek segítségével - két részre választom szét, mindegyik részben a fent említett nehézségek közül csak az egyiket kezelve. Ez összességében egyszerübb analízist eredményez. A problémának csak a vakációs modell részével foglalkozó első részben összefüggés állítható fel a tetszőleges pillanatbeli stacionárius igényszám és a polling és az átkapcsolási pillanatokban értelmezett stacionárius igényszámok között. Ennek a faktorizációs formulának a zárt alakja meglehetősen megkönnyíti az analízist. A második részben a probléma szétválasztás következtében a fent említett stacionárius igényszámokat csak az egyes állomások polling és az átkapcsolási pillanataiban kell meghatározni, amihez a rendszer dinamikájának a leirása csak ezekben a pillanatokban szükséges. Ezt olyan egységes módon felállított, rekurziv összefüggések segítségével érjük el, amelyek a polling és az átkapcsolási pillanatokban értelmezett, az összes állomás stacionárius igényszámainak és BMAP fázisainak együttes generátorfüggvényeit hozzák kapcsolatba egymással. Ez a lehetséges más rendszerpillanatbeli leirásokhoz vagy más módszerek alkalmazásához képest (mint pl. a kiegészítő változók módszere) egyszerübb matematikai struktúrát eredményez.

Az első rész eredményei érvényesek a diszciplinák egy egész csoportjára, amelyekben az alkalmazott konkrét diszciplinától való függés a polling és az átkapcsolási pillanatokban értelmezett mennyiségeken keresztül jut érvényre. Ezért ezt a részt kiszolgálás diszciplina független analízis résznek hívjuk. A második részben a polling és az átkapcsolási pillanatokban értelmezett, az első rész eredményeiben előforduló mennyiségek és azok meghatározása diszciplina specifikus. Ez a rész a kiszolgálás diszciplina függő analízis rész.

Ez a két-lépéses módszertan a Borst és Boxma által a Poisson érkezési folyamatú ciklikus polling modellek analízisében alkalmazott módszertan [4] általánosításának tekinthető. A módszertan a mátrix analitikus-módszer néhány elemének magában foglalása mellett inkább a klasszikus ciklikus polling modellek analízisében használt módszerek természetes általánosításának tekinthető.

Miután a kiszolgálás diszciplina független rész a diszciplinák egy széles osztályára érvényes és a diszciplina függő analízis rész egy egységes módszert alkalmaz, ez a módszertan a BMAP polling modellek analízisére egy egységes megközelítést ad.

4. Új tudományos eredmények

A disszertációban bemutatott új eredmények csoportosítása a következő. Az első téziscsoport a stabilitás eredményekkel foglalkozik. A második téziscsoport a kiszolgálás diszciplina független eredményeket foglalja magában. A harmadik téziscsoport pedig a kiszolgálás diszciplina független eredmények alkalmazását taglalja a kapuzott, a teljes kiszolgálás és a G-korlátos diszciplinák esetére.

4.1. BMAP/G/1 ciklikus polling modellek stabilitása

A továbbiakban az i. állomáshoz érkező igényt i-igénynek nevezem. Az i. állomás az N állomás bármelyikét jelenti, vagyis $i = 1, \ldots, N$. Hasonlóan az i. állomás állomás idejét i-állomás időnek nevezem. Valamint az i. állomás polling pillanatára i-polling pillanatként fogok hivatkozni.

A polling modell i. állomása stabil, ha az i-polling pillanatbeli i-igények számának létezik a határeloszlása és a ciklus idő várható értéke véges értékhez tart, amint a ciklusok száma tart a végtelenbe.

Megjegyzendő, hogy az i-igények számának i-polling pillanatbeli határeloszlása megengedi a határeloszlásbeli végtelen várható értéket is. Ez a definició különbözik a Kuehn által adott definiciótól ([14]), mivel az kizárja ezt az esetet.

A polling modell stabil, ha az i-polling pillanatban az egyes állomásokon lévő igények számának létezik az együttes határeloszlása és a ciklus idő várható értéke véges értékhez tart, amint a ciklusok száma tart a végtelenbe. Ez a stabilitás definició ekvivalens a Fricker és Jaibi által adott definicióval [11].

Megkülönböztetünk *nem korlátozott tipusú diszciplinákat* és *korlátozott tipusú diszciplinákat*. Az i. állomás diszciplinája nem korlátozott tipusú, ha $g_i^\infty = \infty$, ahol g_i^∞ az i. állomás idő alatt kiszolgált igények számának várható értéke, feltéve hogy az i-polling pillanatbeli i-igények száma a végtelenbe tart. Egy állomás nem korlátozott tipusú, ha a diszciplinája nem korlátozott tipusú. Másrészt az i. állomás diszciplinája korlátozott tipusú, ha $g_i^\infty < \infty$. Egy állomás korlátozott tipusú, ha a diszciplinája korlátozott tipusú.

1.1. tézis (*Publikálva: [EJOR] folyóiratban*). *Megmutattam, hogy a BMAP/G/1 ciklikus nemnulla átkapcsolási idejű polling modellnek az alábbi 3 stabilitás állapota lehetséges:*

- *Teljes stabilitás: minden állomás stabil.*
- *Részleges stabilitás: 1 vagy több korlátozott tipusú állomás instabil, de a többi állomás stabil.*
- *Instabilitás: minden állomás instabil és a ciklus idő várható értéke végtelenbe tart.*

A 1.1 tézis az alábbi jelemzők egyenes következménye:

- Az összes nem korlátozott tipusú állomásnak egyforma a stabilitás állapota.
- A nem korlátozott tipusú állomások instabilitása maga után vonja a korlátozott tipusú állomások instabilitását, és a ciklus idő várható értékének végtelenbe tartását.
- A nem korlátozott tipusú állomások stabilitása nem zárja ki a korlátozott állomások stabilitását és instabilitását sem.

Ezeknek a jelemzőknek a bizonyítása az alkalmazott kiszolgálás diszciplina *maximum korlát* tulajdonságán és *várható érték korlát* tulajdonságán alapszik. A maximum korlát tulajdonság azt jelenti, hogy $g_i^\infty = g_i^{max}$, ahol g_i^{max} az i. állomás idő alatt kiszolgálható igényszám várható értékének - az i-polling pillanatbeli i-igények számának és az állomáshoz tartozó BMAP fázisnak a lehetséges értékein képzett - maximuma. A várható érték korlát tulajdonság azt állítja, hogy ha $g_i^\infty = \infty$ és az i-polling pillanatbeli i-igények számának várható értéke a végtelenbe tart, akkor az i-állomás idő alatt kiszolgált i-igények számának várható értéke szintén a végtelenbe tart.

Az 1.1 tézis állításának jelentőségét annak átfogó jellege adja.

A továbbiakban legyen az i. állomáshoz tartozó BMAP rövidített hivatkozása i. BMAP. Legyen λ_i az i. BMAP folyamat stacionárius érkezési intenzitása. $\mathbf{D}_{i,\ell}$ jelölje az i. BMAP folyamatnak az ℓ $(\ell \geq 0, i \in \{1, \ldots, N\})$ méretű batch érkezéseihez tartozó állapotátmeneteket vezérlő $\mathbf{D}_\ell$ mátrixát. Szabályozzuk a forgalom intenzitását az ξ skála paraméter alkalmazásával oly módon, hogy $\mathbf{D}_{i,\ell}(\xi) = \xi \mathbf{D}_{i,\ell}$, $l \geq 0$. Ekkor $\lambda_i(\xi) = \xi \lambda_i$ és így az állomások érkezési intenzitásainak relativ arányai állandóak maradnak. Megmutatható, hogy a forgalom intenzitást 0-tól ∞-ig változtatva, az egyes állomások az $i_1, i_2, \ldots, i_N$ sorrendben válnak instabillá, ahol

$$\frac{\lambda_{i_1}}{g_{i_1}^{max}} \geq \frac{\lambda_{i_2}}{g_{i_2}^{max}} \geq \ldots \geq \frac{\lambda_{i_N}}{g_{i_N}^{max}}. \tag{1}$$

Ezért az állomásokat úgy indexeljük, hogy $\frac{\lambda_1}{g_1^{max}} \geq \frac{\lambda_2}{g_2^{max}} \geq \ldots \geq \frac{\lambda_N}{g_N^{max}}$. Ha a rendszer N^l korlátozott tipusú állomást tartalmaz, akkor az 1.1 tézis következtében az első N^l index éppen a korlátozott tipusú állomásokat adja meg.

1.2. tézis (*Publikálva: [EJOR] folyóiratban*). *Bebizonyítottam, hogy a BMAP/G/1 ciklikus nemnulla átkapcsolási idejű polling modellbeli i. állomás stabilitásának a szükséges és elégséges feltétele a következő egyenlőtlenséggel adható meg:*

$$g_i < g_i^{max}, \tag{2}$$

ahol g_i az i-állomás idő alatt kiszolgált igények számának várható értéke.

Ezen túlmenően bebizonyítottam, hogy a korlátozott tipusú i. állomás ($i \leq N^l$) akkor és csak akkor stabil, ha

$$\sum_{k=i}^{N} \rho_k + \frac{\lambda_i}{g_i^{max}} \left(r + \sum_{k=1}^{i-1} g_k^{max} b_k \right) < 1, \tag{3}$$

és a nem korlátozott tipusú i. állomás ($i > N^l$) akkor és csak akkor stabil, ha

$$\rho^u < 1, \tag{4}$$

ahol ρ_k és b_k a k. állomás kihasználtsága illetve a k. állomás igény kiszolgálási idejének várható értéke. r az egyes állomásokhoz tartozó átkapcsolási idők várható értékeinek összege és ρ^u a nem korlátozott állomások kihasználtságainak összege.

A (2) állítás bizonyítása megfelelően megválasztott i-polling pillanatbeli beágyazott Markov láncok állapotterének a strukturáján alapul. A bizonyításhoz a kiszolgálási diszciplina várható érték korlát és maximum korlát tulajdonságain kivül annak egy harmadik, *nem-nulla maximum* elnevezésű tulajdonsága is szükséges. Ez a tulajdonság azt állítja, hogy az i-állomás idő alatt kiszolgálható i-igények várható értéke nullánál nagyobb, azaz $g_i^{max} > 0$.

A kiszolgálási diszciplina nem-nulla maximum és a maximum korlát tulajdonságai Down modelfeltevéseihez [8] hasonlóak.

Az i. állomás stabilitás szükséges és elégséges feltételének az alternativ formája az alábbi egyenlőtlenséggel adható meg

$$a_i < g_i^{max}, \tag{5}$$

ahol a_i az egymást követő i-polling pillanatok között érkező i-igények számának várható értéke.

A stabilitás határon fennáll az $a_i = g_i = g_i^{max}$ egyenlőség és így az állomás még statisztikus egyensúlyban van. Azonban a stabilitás szükséges és elégséges feltételei következtében az adott állomás a stabilitás határon már instabil.

Az i. állomás stabilitás tartományait az 1 táblázat tartalmazza.

<table>
<tr><th>Stabilitás</th><th>Nem korlátozott tipusú
i. állomás</th><th>Korlátozott tipusú
i. állomás</th></tr>
<tr><td>Stabil
$g_i < g_i^{max}$</td><td colspan="2">$a_i = g_i$; $a_i < g_i^{max}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Instabil
$g_i = g_i^{max}$</td><td colspan="2">Stabilitás határ
$a_i = g_i$; $a_i = g_i^{max}$</td></tr>
<tr><td></td><td>Stabilitás határ felett
$a_i > g_i$; $a_i > g_i^{max}$</td></tr>
</table>

1. táblázat. A kiválasztott i. állomás stabilitás tartományai

Az 1.2 tézis második és harmadik állításának bizonyítása kihasználja a ciklus idő várható értékének a részleges stabilitás esetén érvényes formáját. Ha az első N^u korlátozott állomás ($1 \leq N^u \leq N^l$) instabil és a maradék $N - N^u$ állomás stabil, akkor a ciklus idő várható értéke (c) az alábbi képlettel adható meg:

$$c = \frac{r + \sum_{k=1}^{N^u} g_k^{\max} b_k}{1 - \sum_{k=N^u+1}^{N} \rho_k}, \tag{6}$$

(6) egyenlőségből kiindulva a (3) és (4) állítások megmutathatóak.

1.3. tézis (*Publikálva: [EJOR] folyóiratban*). *Megmutattam, hogy a BMAP/G/1 ciklikus nemnulla átkapcsolási idejű polling modell teljes stabilitásának a szükséges és elégséges feltétele*

$$\rho + \left(\frac{\lambda_1}{g_1^{max}}\right) r < 1, \tag{7}$$

ahol ρ a teljes kihsználtság.

Az 1.3 tézis állítása az 1.2 tézis második állításából következik $i = 1$ esetén. Ez az eredmény a Poisson érkezési folyamatú klasszikus ciklikus polling model stabilitás feltételének ([11]) a kiterjesztése BMAP polling modellre.

Megjegyzendő, hogy az 1.1 tézis állítása és az 1.2 tézis harmadik állítása együttesen maga után vonja, hogy a BMAP/G/1 ciklikus nemnulla átkapcsolási idejű polling modell instabilitásának a szükséges és elégséges feltétele

$$\rho^u \geq 1. \tag{8}$$

A teljes stabilitás feltétele egy konkrét diszciplinára a kiszolgálás diszciplina specifikus $g_1^{\max}$ értékének a (7) képletbe való behelyettesítésével adódik. Az 2 táblázat összefoglalja a teljes stabilitás feltételét a kapuzott, a teljes kiszolgálás és a G-korlátos diszciplina eseteire. A G-korlátos diszciplina esetén K_1 a diszciplina korlát 1. állomásbeli értékét jelenti.

Kiszolgálás diszciplina	$\boldsymbol{g_1^{\max}}$	**Stabilitás feltétel**
kapuzott	∞	$\rho < 1$
teljes kiszolgálás	∞	$\rho < 1$
G-korlátos	K_1	$\rho + \left(\frac{\lambda_1}{K_1}\right) r < 1$

2. táblázat. A teljes stabilitás feltétele konkrét kiszolgálás diszciplinák esetén

4.2. BMAP/G/1 ciklikus polling modellekre vonatkozó diszciplina független eredmények

Az ebben a téziscsoportban bemutatott diszciplina független eredmények a kiszolgálás diszciplinák széles osztályára érvényesek. Ez magában foglalja többek között a kapuzott, a teljes kiszolgálás, a nem-teljes kiszolgálás, a fél-teljes kiszolgálás, a G-korlátos és a K-dekrementáló diszciplinákat.

Mostantól az i. állomás átkapcsolási idejére i-átkapcsolási időként hivatkozunk.

2.1. tézis (*Publikálva: [Queueing Systems] folyóiratban*). *Megmutattam, hogy a stabil BMAP/G/1 ciklikus nemnulla-átkapcsolási-idejű polling modellben a tetszőleges pillanatbeli i-igények stacionárius számának vektor generátorfüggvénye ($\widehat{\mathbf{q}}_i(z)$) a következő diszciplina független összefüggéssel adható meg*

$$\widehat{\mathbf{q}}_i(z)\widehat{\mathbf{D}}_i(z)\left(z\mathbf{I}-\widehat{\mathbf{A}}_i(z)\right)=\lambda_i(1-\rho_i^S)(z-1)\frac{\widehat{\mathbf{f}}_i(z)-\widehat{\mathbf{m}}_i(z)}{f_i^{(1)}-m_i^{(1)}}\widehat{\mathbf{A}}_i(z),\quad |z|\le 1, \tag{9}$$

ahol $\widehat{\mathbf{D}}_i(z)$ az i. BMAP mátrix generátorfüggvénye (mátrix GF), $\mathbf{I}$ az egységmátrix, $\widehat{\mathbf{A}}_i(z)$ az i-igény kiszolgálási idő alatt érkező i. BMAP érkezések számának mátrix generátorfüggvénye, $\rho_i^S=\lambda_i^S b_i$ és λ_i^S az i. BMAP stacionárius érkezési intenzitása az i-állomás idő alatt.

Továbbá $\widehat{\mathbf{f}}_i(z)$ és $\widehat{\mathbf{m}}_i(z)$ az i-polling és az i-átkapcsolási pillanatbeli i-igények stacionárius számának vektor generátorfüggvényei. $f_i^{(1)}$ és $m_i^{(1)}$ pedig az i-polling és az i-átkapcsolási pillanatbeli i-igények stacionárius számának várható értékeit jelölik.

A (9) faktorizációs formula a $\widehat{\mathbf{q}}_i(z)$ mennyiséget fejezi ki az $\widehat{\mathbf{f}}_i(z)$ és $\widehat{\mathbf{m}}_i(z)$ mennyiségek függvényében, azaz $\widehat{\mathbf{q}}_i(z)=\mathcal{F}\left(\widehat{\mathbf{f}}_i(z),\widehat{\mathbf{m}}_i(z)\right)$. Az (9) összefüggésben a konkrét kiszolgálási diszciplinától való függést az $\widehat{\mathbf{f}}_i(z)-\widehat{\mathbf{m}}_i(z)$ kifejezés jeleníti meg.

Megmutatható, hogy az (9) összefüggésben az $\frac{\left(1-\rho_i^S\right)}{\left(f_i^{(1)}-m_i^{(1)}\right)}$ kifejezés diszciplina független módon megadható és az $\frac{1-\rho}{\lambda_i r}$ hányadossal egyenlő.

A (9) formula bizonyítása egy "fundamentális összefüggésnek" elnevezett általános állításon alapszik, amely Eisenberg egyik korai munkájában [9] található érvelésének általánosításából kiindulva vezethető le. Ennek felhasználásával az i-igény távozási pillanataiban hátrahagyott i-igények stacionárius számának vektor generátorfüggvénye ($\widehat{\mathbf{q}}_i^d(z)$) megadható az $\widehat{\mathbf{f}}_i(z)$ és az $\widehat{\mathbf{m}}_i(z)$ függvényeként. Ezt és a Takine és Takahashi által felállított, a tetszőleges pillanatbeli és az i-igény távozási pillanataiban hátrahagyott stacionárius i-igényszám vektor generátorfüggvényei közti összefüggést [29] ($\widehat{\mathbf{q}}_i(z)=\mathcal{H}\left(\widehat{\mathbf{q}}_i^d(z)\right)$) alkalmazva kapjuk meg a tetszőleges pillanatbeli i-igények stacionárius számának a vektor generátorfüggvényét.

Az (9) levezetésében a rendszer állapotváltozásának csak az i-polling és a soronkövetkező i-átkapcsolási pillanatok közti részét használjuk ki. Ebben az intervallumban a kiszolgálási folyamat teljesen független a többi állomástól. Ezért ebben az analízis részben a többi állomás állapotának jelölésbeli megjelenítése nélkül csak az i-igények számát vizsgáljuk. Ily módon a 2.1 tézis állítása az i. állomás szemszögéből adódó vakációs modell megoldásaként is értelmezhető.

Néhány általános feltevés mellett a 2.1 tézis állítása a kiszolgálás diszciplina tulajdonságai közül annak csak a work-conservation és nonpreemptive sajátosságait használja ki. Ezen túlmenően ez az eredmény a polling modell nulla-átkapcsolási-idejű megfelelőjére is érvényes. Ennek a modellnek a kikapcsolt kiszolgálóegység melletti üres állapotai pl. a [C1] cikkben bemutatott érvelés alkalmazásával vehetők figyelembe. Így a 2.1 tézis érvényességi köre a kimondottnál általánosabb.

2.2. tézis (*Publikálva: [Queueing Systems] folyóiratban*). *Megalkottam egy rekurziv formulát a stabil BMAP/G/1 ciklikus nemnulla-átkapcsolási-idejű polling modellben a tetszőleges pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumainak diszciplina független kiszámítására.*

A 2.2 tézis formulájának alkalmazásával a tetszőleges pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumai ($\mathbf{q}_i^{(n)}$) $k = 1, \ldots, n$ rekurziv módon számíthatók. Ebben a rekurziv formulában $\mathbf{q}_i^{(n)}$ az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumaitól és az i. BMAP fázis valószínűség vektoraitól ($\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$ a $0 \leq k \leq n+1$ értékekre) függ, amelyek mind kiszolgálás diszciplina specifikus mennyiségek.

A $\mathbf{q}_i^{(n)}$, $n \geq 1$ kiszámítására alkalmazható formula a 2.1 tézis kifejezéséből vezethető le. Ehhez a levezetéshez modell specifikus mátrixok ($\widehat{\mathbf{D}}_i(z)$ and $\left(z\mathbf{I} - \widehat{\mathbf{A}}_i(z)\right)$) újonnan felállított tulajdonságai is szükségesek.

4.3. A diszciplina független eredmények alkalmazása adott diszciplinájú BMAP/G/1 ciklikus polling modellekre

Ebben a téziscsoportban az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumainak és az i. BMAP fázis valószínűség vektorainak ($\mathbf{f}_i^{(k)}$ and $\mathbf{m}_i^{(k)}$ for $0 \leq k$) meghatározását taglaljuk konkrét diszciplinák eseteire. Ezek azok a mennyiségek, amelyek a diszciplina független eredménynek (a 2.2 tézis rekurziv formulája) az adott diszciplinára történő alkalmazásához szükségesek.

3.1. tézis (*Publikálva: [Queueing Systems] folyóiratban*). *Megadtam a stabil BMAP/G/1 ciklikus nemnulla-átkapcsolási-idejű kapuzott diszciplinájú polling modell vezérlő egyenleteit. Megalkottam egy numerikus eljárást a szükséges i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumainak és az i. BMAP fázis valószínűség vektorainak (*$\mathbf{f}_i^{(k)}$ *és* $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$*) a kiszámítására. A vezérlő egyenletek az alábbi módon adhatók meg:*

$$\begin{aligned}
\widehat{\mathbf{m}}_i\left(z_1, \ldots, z_N\right) &= \widehat{\mathbf{f}}_i\left(z_1, \ldots, z_{i-1}, \widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N), z_{i+1}, \ldots, z_N\right), \\
\widehat{\mathbf{f}}_{i+1}\left(z_1, \ldots, z_N\right) &= \widehat{\mathbf{m}}_i\left(z_1, \ldots, z_N\right) \widehat{\mathbf{U}}_i(z_1, \ldots, z_N), \quad |z_1| \leq 1, \ldots, |z_N| \leq 1, \qquad (10)
\end{aligned}$$

ahol $\widehat{\mathbf{f}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *és* $\widehat{\mathbf{m}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli összes állomás stacionárius igényszámainak és az összes BMAP fázisainak az együttes generátorfüggvénye.* $\widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *és* $\widehat{\mathbf{U}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *az i-igény kiszolgálási ideje alatt illetve az i. állomást követő átkapcsolási idő alatt szimultán érkező k-igények (*$k = 1, \ldots, N$*) együttes hypermátrix generátorfüggvénye. Továbbá* $\widehat{\mathbf{f}}_i\left(z_1, \ldots, z_{i-1}, \widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N), z_{i+1}, \ldots, z_N\right)$ *jelöli az* $\widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *hypermátrixnak az* $\widehat{\mathbf{f}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ *hypervektor GF definiáló sorába történő behelyettesítését.*

Valamely konkrét kiszolgálás diszciplina esetére az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$ $(0 \leq k)$ mennyiségeket kell meghatározni. Ehhez a rendszer dinamikájának egymástól kölcsönösen függő diszkrét véletlen változókkal való leirása az i-polling és az i-átkapcsolási pillanatokban szükséges. Az összes állomás stacionárius igényszámainak és az összes BMAP fázisainak ezen pillanatokbeli együttes generátorfüggvényeinek segitségével felállíthatók a rendszer vezérlő egyenletei. Ez állomásonként egy $f_i \to m_i$ összefüggést (a (10) első egyenlete) és egy $m_i \to f_{i+1}$ összefüggést (a (10) második egyenlete) eredményez.

A vezérlő egyenletek levezetésének alapötlete a klasszikus ciklikus polling modellekben használt buffer foglaltsági módszer ([7]) általánosítása. A kapuzott diszciplinájú klasszikus ciklikus polling modelltől eltérően az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám faktoriális momentumaira nem lehet zárt alakú lineáris egyenletrendszert levezetni. Ez a BMAP által bevezetett bonyolultság következménye. Ehelyett képezve a rendszer vezérlő egyenleteinek a megfelelő deriváltjait egy lineáris egyenletrendszert lehet levezetni az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli összes állomás stacionárius igényszámainak és az összes BMAP fázisainak együttes valószínűségeire. Ezen alapszik a numerikus megoldás.

A $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$ mennyiségek kiszámítására megalkotott numerikus eljárás főbb lépései a következők:

- Az $\widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ mátrixok kiszámítása minden $i = 1, \ldots, N$ állomásra.
- A hypermátrixokat tartalmazó egyetlen nagy lineáris egyenletrendszer felépítése.
- Ennek a lineáris egyenletrendszernek a megoldása.
- Az $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$ mennyiségek kiszámítása az együttes valószínűségekből.

Az eljárás legszámításigényesebb része az $\widehat{\mathbf{A}}_i(z_1, \ldots, z_N)$ mátrixok kiszámítása és a hypermátrixokat tartalmazó egyetlen nagy lineáris egyenletrendszer felépítése. A teljes számítási eljárás által igényelt müveletek száma nagyságrendileg $N^2\ L^{3N}(X+1)^{3N}$, ahol L a BMAP fázisok száma és X az i-átkapcsolási pillanatban figyelembe vett maximális i-igény szám.

3.2. tézis (*Publikálva: [Queueing Systems] folyóiratban*). *Megadtam a stabil BMAP/G/1 ciklikus nemnulla-átkapcsolási-idejű teljes kiszolgálás diszciplinájú polling modell vezérlő egyenleteit. Megalkottam egy numerikus eljárást a szükséges i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumainak és az i. BMAP fázis valószínűség vektorainak (*$\mathbf{f}_i^{(k)}$ *és* $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$*) a kiszámítására. A vezérlő egyenletek az alábbi módon adhatók meg:*

$$
\begin{aligned}
&\widehat{\mathbf{m}}_i\left(z_1,\ldots,z_{i-1},1,z_{i+1},\ldots,z_N\right)\\
&=\widehat{\mathbf{f}}_i\left(z_1,\ldots,z_{i-1},\widehat{\mathbf{H}}_i(z_1,\ldots,z_{i-1},z_{i+1},\ldots,z_N),z_{i+1},\ldots,z_N\right),\\
&\widehat{\mathbf{f}}_{i+1}\left(z_1,\ldots,z_N\right)\\
&=\widehat{\mathbf{m}}_i\left(z_1,\ldots,z_{i-1},1,z_{i+1},\ldots,z_N\right)\widehat{\mathbf{U}}_i(z_1,\ldots,z_N),\quad |z_1|\leq 1,\ldots,|z_N|\leq 1, \qquad (11)
\end{aligned}
$$

ahol $\widehat{\mathbf{H}}_i(z_1,\ldots,z_{i-1},z_{i+1},\ldots,z_N)$ az i-igények számának eggyel való csökkenése alatt szimultán érkező k-igények ($k=1,\ldots,i-1,i+1,\ldots N$) együttes hypermátrix generátorfüggvénye.

Az $m_i \rightarrow f_{i+1}$ átmenet diszciplina független. Azonban a teljes kiszolgálás diszciplina esetén az i-átkapcsolás pillanatbeli i-igény szám 0. Ezt és a (10) összefüggés második részét figyelembevéve adódik a (11) második összefüggése.

Az $f_i \rightarrow m_i$ átmenet leírásához a kapuzott diszciplinájú modellnél bemutatotthoz hasonló gondolatmenetet alkalmazunk. A teljes kiszolgálás diszciplina következtében az i-igények i-állomás idő alatti evolúciója kivételes a többi k-igény ($k \neq i$) evolúciójához képest. Ezért szükséges a $\mathbf{G}_i(t)$ mátrix ($t \geq 0$) bevezetése, amelyik az i-igények t-nél nem később bekövetkező eggyel való csökkenése alatti fázis átmeneteket leíró mátrix. Ezek után a $\widehat{\mathbf{H}}_i(z_1,\ldots,z_{i-1},z_{i+1},\ldots,z_N)$ hypermátrixot a $\mathbf{G}_i(t)$ mátrix segítségével definiáljuk.

A rendszer vezérlő egyenleteinek a megfelelő deriváltjait képezve kapjuk a numerikus megoldás alapjául szolgáló lineáris egyenletrendszert az i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli összes állomás stacionárius igényszámainak és az összes BMAP fázisainak együttes valószínűségeire.

A $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$ mennyiségek kiszámítására megalkotott numerikus eljárás főbb lépései a következők:

- A $\widetilde{\mathbf{G}}_i(s)$ (for $Re(s) \geq 0$) mátrixok kiszámítása minden $i=1,\ldots,N$ állomásra. Ezeket a mátrixokat a $\widetilde{\mathbf{G}}_i(0)$ mátrixok kiszámítására alkotott eljárás ([16]) általánosításával adódó rekurziv algoritmus segitségével számíthatjuk ki.
- A $\widehat{\mathbf{H}}_i(z_1,\ldots,z_{i-1},z_{i+1},\ldots,z_N)$ mátrixok kiszámítása minden $i=1,\ldots,N$ állomásra.
- A hypermátrixokat tartalmazó egyetlen nagy lineáris egyenletrendszer felépítése. Ez a mátrixok 0 elemei miatt teljes kiszolgálás diszciplina specifikus lépéseket is tartalmaz. Ez annak a következménye, hogy az i-átkapcsolási pillanatbeli i-igényszám 0.
- Ennek a lineáris egyenletrendszernek a megoldása.
- Az $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$ mennyiségek kiszámítása az együttes valószínűségekből.

Az eljárás legszámításigényesebb része a $\widehat{\mathbf{H}}_i(z_1,\ldots,z_{i-1},z_{i+1},\ldots,z_N)$ mátrixok kiszámítása és a hypermátrixokat tartalmazó egyetlen nagy lineáris egyenletrendszer felépítése. A teljes számítási eljárás által igényelt müveletek száma nagyságrendileg $N^2\ L^{3N}(X+1)^{3N-3}$.

3.3. tézis. *Megadtam a stabil BMAP/G/1 ciklikus nemnulla-átkapcsolási-idejű G-korlátos diszciplinájú polling modell vezérlő egyenleteit. Megalkottam egy numerikus eljárást a szökséges i-polling pillanatbeli és az i-átkapcsolási pillanatbeli stacionárius i-igényszám vektor faktoriális momentumainak és az i. BMAP fázis valószínűség vektorainak ($\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$) a kiszámítására.*

A G-korlátos diszciplina komplexitása következtében a rendszer vezérlő egyenletei az összes állomás stacionárius igényszámainak és az összes BMAP fázisainak ezen pillanatokbeli együttes generátorfüggvényei ($\widehat{\mathbf{f}}_i(z_1,\ldots,z_N)$ and $\widehat{\mathbf{m}}_i(z_1,\ldots,z_N)$) helyett csak azok együttes valószínűségeivel irthatók le. A vezérlő egyenletek levezetéséhez ugyanaz a gondolatmenet használható, mint a kapuzott diszciplina esetén (3.1 tézis).

A $\mathbf{f}_i^{(k)}$ és $\mathbf{m}_i^{(k)}$, $0 \leq k$ mennyiségek kiszámítására megalkotott numerikus eljárás lépései ugyanazok, mint a kapuzott diszciplina esetén (3.1 tézis). Ebből adódóan a teljes számítási eljárás müveleteinek száma nagyságrendileg $N^2\ L^{3N}(X+1)^{3N}$.

5. Az eredmények alkalmazása

A bemutatott, BMAP ciklikus polling modellekre vonatkozó eredmények fő alkalmazási területe a modern telekommunikációs hálózatok, ahol pl. a klasszikus ciklikus polling modellek is alkalmazhatók ([25, C4, C5, C6]). Ezt a minél valósághűbb sorbanállási modellezés és a minél pontosabb teljesítményelemzés megvalósítása motiválja. Potenciális alkalmazási példák az IEEE 802.11 és az IEEE 802.16 rendszerek teljesítménymodellezése vagy az energiatakarékos üzemmódok vizsgálata.

Legalább két világos módon lehet kiaknázni a BMAP általánosabb forgalom modellezési képességét a disszertációban bemutatott eredmények gyakorlati alkalmazásában. Az első a BMAP adott korrelált forgalom modellhez - a vizsgálat tárgyát képező rendszer teljesítményanalízisében való alkalmazhatóság érdekében - történő hozzáillesztése. Számos adat, hang és video forgalom tipusra dolgoztak ki ilyen korrelált forgalom modelleket, pl. az IEEE 802.16 szimuláció alapú teljesítményanalíziséhez [24], [30]. A második esetben a vizsgálat tárgyát képező rendszer forgalom jellemző függő teljesítményelemzése céljából adott forgalom paraméterekből konstruálunk BMAP modellt.

Az értekezésben bemutatott eredmények fontos jelenlegi korlátja, hogy mind a fent említett illesztési feladat mind pedig az adott forgalom paraméterekből való érkezési folyamat konstruálás egyelőre csak a BMAP modell speciális eseteire megoldott, mint pl. a két-fázisú MAP esete ([3]).

A forgalom paramétereknek a vizsgált rendszer teljesítményelemzésére való kihatásának vizsgálatára példa a BMAP vakációs modellnek az IEEE 802.16e energiatakarékos üzemmód modellezésére való alkalmazása ([C7, JIMO]). A [JIMO] munkában példák találhatók az energiatakarékos üzemmód paramétereinek különböző kényszerek melletti optimalizálására is. Ilyenek a csomag késleltetés várható értékére adott felső korlát érvényesítése és az általánosabb szolgáltatásminőségre (Quality of Service - QoS) vonatkozó kivánalmakat figyelembevevő költségmodell. Ezek az optimalizálások megkönnyítik a energiatakarékos üzemmód paramétereinek az aktuális alkalmazás igényeihez való hozzáigazítását és így alkalmazhatók a hálózat szabályozásában.

6. Köszönetnyilvánítás

A szerző ezúton szeretné kifejezni köszönetét a következő projektektől és intézményektől kapott anyagi támogatásokért: OTKA K61709 és a NAPA-WINE FP7-ICT (http://www.napa-wine.eu) projektek valamint WAFF (Wiener ArbeitnehmerInnen Förderungsfonds).

Hivatkozások

[1] A. D. Banik, U. C. Gupta, and S. S. Pathak. BMAP/G/1/N queue with vacations and limited service discipline. *Applied Mathematics and Computation*, 180:707–721, 2006.

[2] D. Bertsimas and G. Mourtzinou. Decomposition results for general polling systems and their applications. *Queueing Systems*, 31:295–316, 1999.

[3] L. Bodrog, A. Heindl, G. Horváth, and M. Telek. A Markovian Canonical Form of Second-Order Matrix-Exponential Processes. *European Journal of Operational Research*, 190(2):459–477, 2008.

[4] S. C. Borst and O. J. Boxma. Polling models with and without switchover times. *Operations Research*, 45:536–543, 1997.

[5] S. H. Chang and T. Takine. Factorization and stochastic decomposition properties in bulk queues with generalized vacations. *Queueing Systems*, 50:165–183, 2005.

[6] S. H. Chang, T. Takine, K. C. Chae, and H. W. Lee. A unified queue length formula for BMAP/G/1 queue with generalized vacations. *Stochastic Models*, 18: 369–386, 2002.

[7] R. B. Cooper. Queues served in cyclic order: waiting times. *The Bell System Technical Journal*, 49:399–413, 1970.

[8] G. Down. On the stability of polling models with multiple servers, Tech. Report BS-R9605. Technical report, CWI, 1996.

[9] M. Eisenberg. Queues with Periodic Service and Changeover Time. *Operations Research*, 20:440–451, 1972.

[10] J. M. Ferrandiz. The BMAP/G/1 queue with server set-up times and server vacations. *Adv. Appl. Prob.*, 25:235–254, 1993.

[11] C. Fricker and M. R. Jaïbi. Monotonicity and stability of periodic polling models. *Queueing Systems*, 15:211–238, 1994.

[12] I. Frigui and A.-S. Alfa. Analysis of a time-limited polling system. *Computer Communications*, 21:558–571, 1998.

[13] S. W. Fuhrmann and R. B. Cooper. Stochastic Decompositions in the M/G/1 Queue with Generalized Vacations. *Operations Research*, 33:1117–1129, 1985.

[14] P. J. Kuehn. Multiqueue Systems with Nonexhaustive Cyclic Service. *The Bell System Technical Journal*, 58:671–698, 1979.

[15] T. Y. S. Lee. Models for Design and Control of Single Server Polling Computer and Communication Systems. *Operations Research*, 46(4):515–531, jul-aug 1998.

[16] D. L. Lucantoni. New results on the single server queue with a batch markovian arrival process. *Stochastic Models*, 7:1–46, 1991.

[17] D. L. Lucantoni. The BMAP/G/1 queue: A tutorial. In L. Donatiello and R. Nelson, editors, *Models and Techniques for Performance Evaluation of Computer and Communications Systems*, pages 330–358. Springer Verlag, 1993.

[18] D. M. Lucantoni, K. S. Meier-Hellstern, and M. Neuts. A single server queue with server vacations and a class of non-renewal arrival processes. *Adv. Appl. Prob.*, sep 1989.

[19] K. Meier-Hellstern and W. Fischer. The Markov-modulated Poisson process (MMPP) cookbook. *Performance Evaluation*, 18:149–171, 1992.

[20] M. F. Neuts. *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models: An Algorithmic Approach.* The John Hopkins University Press, Baltimore, 1981.

[21] M. F. Neuts. *Structured stochastic matrices of M/G/1 type and their applications.* Marcel Dekker, New York, 1989.

[22] S. Nishimura. A spectral method for a nonpreemtive priority BMAP/G/1/N queue. *Stochastic Models*, 21:579–597, 2005.

[23] Y. W. Shin and C. E. M. Pearce. The BMAP/G/1 vacation queue with queue-length dependent vacation schedule. *J. Austral. Math. Soc.*, Ser. B 40:207–221, 1998.

[24] Standard IEEE 802.16.3c-01/30r1. Traffic Model for 802.16 TG3 MAC/PHY Simulations, mar 2001.

[25] H. Takagi. Analysis and Application of Polling Models. In *Lecture Notes In Computer Science: Performance Evaluation: Origins and Directions*, volume 1769, pages 423–442, 2000.

[26] H. Takagi. *Analysis of Polling Systems*. MIT Press, 1986.

[27] H. Takagi. Queueing analysis of polling models. *ACM Comput. Surveys*, 20:5–28, 1988.

[28] T. Takine. The nonpreemtive priority MAP/G/1 queue. *Operations Research*, 47:917–927, 1999.

[29] T. Takine and Y. Takahashi. On the relationship between queue lengths at a random instant and at a departure in the stationary queue with BMAP arrivals. *Stochastic Models*, 14:601–610, 1998.

[30] WiMAX Forum. WiMAX System Evaluation Methodology V2.0, dec 2007.

Publikációs lista

Idegen nyelvű folyóiratcikkek

[EJOR] Zs. Saffer and M. Telek. Stability of periodic polling system with BMAP arrivals. *European Journal of Operational Research*, 197(1):188–195, 2009.

[Queueing Systems] Zs. Saffer and M. Telek. Unified analysis of BMAP/G/1 cyclic polling models. *Queueing Systems*, 64(1):69–102, 2010.

[JIMO] Zs. Saffer and M. Telek. Analysis of BMAP vacation queue and its application to IEEE 802.16e sleep mode. *Journal of Industrial and Management Optimization (JIMO)*, 6(3):661–690, aug 2010.

[Publ. Math. Debrecen] Zs. Saffer and M. Telek. Closed form results for BMAP/G/1 vacation model with binomial type disciplines. *Publ. Math. Debrecen*, 76(3):359–378, 2010.

Magyar nyelvű folyóiratcikk

[HÍRADÁSTECHNIKA] Saffer Zsolt Digitális távközlő rendszerek hibaarány számítási módszereinek összehasonlítása. *HÍRADÁSTECHNIKA*, 4222–26, 1991.

Nemzetközi konferencia-kiadványban megjelent idegen nyelvű cikkek

[C1] Zs. Saffer. An introduction to classical cyclic polling model. In *Proc. of the 14th Int. Conf. on Analytical and Stochastic Modelling Techniques and Applications (ASMTA'07)*, pages 59–64, 2007.

[C2] Zs. Saffer and M. Telek. Analysis of BMAP/G/1 vacation model of non-M/G/1-type. In N. Thomas and C. Juiz, editors, *EPEW 2008. LNCS*, volume 5261, pages 212–226. Springer Verlag, Sept. 2008.

[C3] Zs. Saffer and M. Telek. Analysis of BMAP/GI/1 phase dependent vacation model with decrementing-K discipline. In *Queues: flows, systems, networks: Proceedings of the International Conference "Mathematical Methods for Analysis and Optimization of Information Telecommunication Networks" Minsk*, pages 193–198, jan 2009.

[C4] Zs. Saffer and S. Andreev. Delay analysis of IEEE 802.16 wireless metropolitan area network. In *15th International Conference on Telecommunications (ICT 2008 and MACOM 2008 Workshop Proceedings), Saint-Petersburg, Russia*, jun 2008.

[C5] S. Andreev, Zs. Saffer, and A. Anisimov. Overall Delay Analysis of IEEE 802.16 Network. In *IEEE International Conference on Communications (IEEE ICC-2009 and MACOM-2009 Workshop Proceedings, Dresden, Germany)*, June 2009.

[C6] S. Andreev, Zs. Saffer, A. Turlikov, and A. Vinel. Overall Delay in IEEE 802.16 with Contention-Based Random Access. In K. Al-Begain, D. Fiems, and G. Horváth, editors, *16th International Conference, ASMTA 2009. LNCS*, volume 5513, pages 89–102. Springer Verlag, June 2009.

[C7] Zs. Saffer and M. Telek. Waiting time analysis of BMAP vacation queue and its application to IEEE 802.16e sleep mode. In *4th International Conference on Queueing Theory and Network Applications (QTNA 2009). Singapore*, jul 2009.

[C8] S. Andreev, Zs. Saffer, A. Turlikov, and A. Vinel. Upper Bound on Overall Delay in Wireless Broadband Networks with Non Real-Time Traffic. In K. Al-Begain, D. Fiems, and W. Knottenbelt, editors, *to appear in 17th International Conference, ASMTA 2010. LNCS*. Springer Verlag, June 2010.

[C9] Zs. Saffer, S. Andreev, and Y. Koucheryavy. Modeling the influence of the Real-Time Traffic on the Delay of the Non Real-Time Traffic in IEEE 802.16 Network. *to appear in MACOM-2010 Workshop Proceedings, Barcelona, Spain.*, Sept. 2010.