



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Irányítástechnika és Informatika Tanszék

Lemmer László

---

**Kinematikai korlátozásokkal rendelkező  
többváltozós mechatronikai rendszerek  
egy osztályának modellezése és irányítása**

---

**Modeling and Control of a Class of  
Multi-Variable Mechatronic Systems  
with Kinematic Constraints**

---

Tézisfüzet

Témavezető:  
**dr. Kiss Bálint**

Budapest, 2009. szeptember 25.

## 1. Bevezetés, célkitűzések

A digitális technika és elektromos beavatkozók gépjárművekben történő alkalmazásával nagyobb biztonság és vezetési élmény válik lehetővé az utakon, ennek következtében a mechatronikai rendszerek tartós és gyorsuló fejlődésének egyik fő területe a gépjárműipar. A modern gépjárműben a vezetést segítő mechatronikai eszközök egyik példája az elektromos kormányrendszer, ami egy rásegítő mechanizmus segítségével csökkenti a vezetőtől elvárt erő kifejtés mértékét.

Számos tényező (a járművek nagyobb tömege, szélesebb gumibroncsok használata stb.) miatt mára jelentősen megnövekedett a kormányzáshoz szükséges nyomaték mértéke, ezért a gépjárműiparban elterjedt a szervokormány rendszerek használata. A hagyományos szervokormány rendszerek hidraulikus rendszerek, amelyekben a hidraulika nyomását egy a jármű belsőégésű motorja által meghajtott szivattyú tarja fent. Ezeket *hidraulikus szervokormány rendszereknek* (hydraulic power assisted steering system, HPAS) hívjuk. Modernebb kormányrendszerekben a hidraulika szivattyúját egy külön erre a célra beépített elektromos motor hajtja, ezért ezeket *elektrohidraulikus szervokormány rendszereknek* (electro-hydraulic power assisted steering system, EHPAS) hívjuk. Az EHPAS kormányrendszereknek nagy előnye a konvencionális hidraulikus kormányrendszerekkel szemben, hogy a hidraulikus nyomás közvetlen befolyásolása kifinomultabb rásegítő stratégiák alkalmazását teszi lehetővé. Nyilvánvalóan egy elektromos motorral közvetlenül a fogaslécen vagy a kormányoszlopon történő beavatkozással még rugalmasabb rásegítés válik lehetővé. Az ilyen ún. *elektromos szervokormány rendszerek* (electric power assisted steering system, EPAS) másik szembevetendő előnye az üzemanyag-felhasználás jobb hatásfokában rejlik. Míg a HPAS ill. EHPAS kormányrendszerekben a hidraulikus nyomást állandóan fent kell tartani, addig az EPAS rendszerek csak konkrétan a rásegítés érdekében történő beavatkozás során igényelnek energiát. Másrészt viszont az EPAS rendszerek tovább terhelik a jármű elektromos rendszerét, ezért ma még csak korlátozott méretű járművekben alkalmazható ez a technológia. Az EPAS kormányrendszerek nyújtotta lehetőségek sok új funkció megvalósítását tette lehetővé úgymint a vezetési feltételekhez illesztett változó rásegítést – ami függhet pl. a kormányzási szögtől, annak deriváltjától, a járműsebességtől ill. a jármű gyorsulásától, az egyes kerekek szögsebességétől ill. szöggyorsulásától vagy a legyezési szögsebességtől – de a különböző rásegítési görbék közti választás előtt sincs akadály többé, amivel a vezetési körülményeknek megfelelően tovább javítható a rásegítés hatásossága. Az új funkciók mind-mind növelik a vezető és az utasok kényelmét ill.

biztonságát, de mindezek mellett az EPAS kormányrendszerek súlya is kisebb, ill. könnyebb a járműbe való beépítésük és a szerelésük is a hidraulikus alternatívákhoz képest. Egy EPAS rendszer szabályzására példát ad [3], ahol a rásegítő nyomaték meghatározása egy kétszabadságfokú szabályozási algoritmus segítségével történik.

A logisztikai előnyök tovább növelhetők, ha megengedjük a vezetőtől független beavatkozást is. Az ilyen szabad beavatkozást biztosító kormányrendszerekre az ún. *steer-by-wire* rendszerek szolgáltatnak jó példát. *Steer-by-wire kormányrendszerekben* mind a kormánykerék mind a kormányzott kerekeket mozgató fogasléc egymástól függetlenül mozoghat, mindkettő külön szabadságfokot vezet be. A gépjárművek kormányrendszerének kritikus szerepe miatt azonban érthető módon olyan megoldások részesülnek előnyben, ahol a kormánykerék és a fogasléc között fenntartott mechanikai kapcsolat mindig biztosítani tudja a jármű kormányzásának a lehetőségét. Következésképpen, a szabadabb beavatkozás lehetőségének biztosítása érdekében egy olyan megoldásra van szükség, ahol a kormányrendszer szabadságfokainak száma nagyobb a hagyományos rendszerekhez képest, viszont a komponensek között fennmarad a mechanikai kapcsolat. Ilyen kormányrendszerek már elérhetők a piacon, melyek esetében a két behajtó és egy kimeneti tengellyel rendelkező bolygómű segítségével vezették be az addicionális szabadságfokot. Az egyik bemeneti tengelyre a HPAS rendszer kormányoszlopa csatlakozik, míg a másikra egy extra elektromos motor, ami korábbi kormányrendszerekben még nem volt jelen. Ezeket a kormányrendszereket olyan megfontolással tervezték, hogy szükség esetén az újonnan bevezetett elektromos motorral történő beavatkozás segítségével lehetővé tegye a kormányzási szög módosítását a kormánykerék által meghatározott pozícióhoz képest. Másszóval a kormányzott kerekek effektív kormányzási szögének növelésével vagy csökkentésével a teljes kormányrendszer képes módosítani a kormányzási kinematikát és így megválasztható a vezetési körülményeknek leginkább megfelelő kormányzási áttétel.

Az egyik legjelentősebb kormányrendszereket beszállító cég, név szerint ThyssenKrupp Presta Steering, szintén döntést hozott egy hasonló rendszer kifejlesztéséről. Különböző lehetséges mechanikai összeállítások közül azt választották ki, ahol az addicionális szabadságfokot egy az ún. *super imposed actuator* (SIA) beavatkozó egységbe beépített hullámhajtómű vezeti be. A kormányrendszert a beavatkozó egység után SIA kormányrendszernek nevezték el. A HPAS rendszerekre épülő változtatható áttételű kormányrendszerekkel szemben a SIA kormányrendszer alapja egy EPAS rendszer, és így nemcsak az újonnan bevezetett elektromos mo-

toron, hanem a fogaslécen található, a kormányzási rásegítésért felelős elektromos motoron is lehetőség van egy bonyolult szabályozási algoritmus által meghatározott nyomatékkaal történő beavatkozásra. E megfontolások alapján kutatási munkám gyakorlati célja egy a kormánykerék és a fogasléc mozgását szétcsatoló szabályozási algoritmus kifejlesztése volt, amely a kormánykeréken és a kormányzott kerekekhez csatlakoztatott fogaslécen történő szétcsatoló beavatkozással egy látszólagosan steer-by-wire működés megvalósítását teszi lehetővé.

## 1.1. Kutatási módszerek

A kormányrendszer modellezhető egy több merev testből álló, kinematikai korlátozásokkal rendelkező mechatronikai rendszerként. A hullámhajtóműnek a SIA kormányrendszerbe differenciálmechanizmusként való beépítése egy új alkalmazást valósít meg. A rendszer dinamikájának matematikai modellezése egy általánosabb rendszerosztály bevezetésének lehetőségét sugallta. Ezt az általánosabb esetet modellezés- és rendszertechnikai (irányíthatóság, megfigyelhetőség) tulajdonságok alapján tanulmányoztam.

Ennek az általánosabb vizsgálatnak az eredményei alapján felállítottam két különböző, hullámhajtóművet tartalmazó mechanikai összeállítás mozgásegyenleteit. Az első esetben a hullámhajtóművet egy holonom szkleronom kinematikai korlátozásként modelleztem, amely három egyszabadságfokú merev test mozgását korlátozza. A második esetben a hullámhajtómű egyik tengelyén ki van egészítve egy torziós rugóval. Az így előálló struktúra egy általánosított rugóként modellezhető, amely mindhárom tengelyre hat. Végül a ThyssenKrupp Presta Steering új, kardáncsuklókat is tartalmazó kormányrendszerének nemlineáris dinamikus modelljét írtam fel.

Mindhárom modellezett rendszerre implementáltam egy-egy szétcsatolást megvalósító szabályozási algoritmust. A zárt szabályozási köröknek az elvárásoknak megfelelő működését szimulációs eredményekkel igazoltam.

Kutatási munkám során az Elektromos Jármű és Járműirányítási Tudásközponttal és a ThyssenKrupp Presta Steeringgel működtem együtt. Az utóbbi partner lehetővé tette számomra hardvereszközeik – többek között egy tesztpad, elektromos szabályozó készülékük (electronic control unit, ECU), az erre az eszközre kifejlesztett próbapadi motorok szabályzását megvalósító szoftverük és a valósídejű tesztek elvégzésére használt dSPACE gyors prototípus fejlesztő (hardver-szoftver) eszközeik (AutoBox és ControlDesk) – használatát. A paraméteridentifikáció elvégzéshez

Jelölés	Mechanikai interpretáció	Elektronikai interpretáció
$H$	inercia (tömeg)	induktivitás
$D$	csillapítás	ellenállás
$S$	merevség	elasztancia (kapacitás reciproka)
$q$	elmozdulás	töltésmennyiség
$u$	erő/nyomaték	feszültség

1. táblázat. Mechanikai és elektromos rendszerek közti analógia

szükséges ill. a zárt szabályozási kör viselkedését verifikáló méréseket ezeknek az eszközöknek a segítségével végeztem el.

## 2. Az új eredmények összefoglalása

### 2.1. Korlátozásokkal rendelkező konstans lineáris mechanikai rendszerek modellezése

Számos folyamat írható le a  $H\ddot{q} + D\dot{q} + Sq = Fu$  alakú többváltozós másodrendű lineáris differenciálegyenlet-rendszerrel. Az ilyen alakú differenciálegyenletekkel modellezhető folyamatok legközismertebb példái mechanikai ill. elektromos rendszerek, melyekre az egyenlet baloldalán található együttható mátrixok analógiája az 1. táblázatban van összefoglalva. A jobboldali  $F$  együttható mátrix szerepe szükség esetén a bemenetek leképezése. Ilyen rendszerek mozgását gyakran  $Cq = 0$  alakú holonom szkleronom kényszerek korlátozzák. Egy – a SIA kormányrendszerben is központi szerepet játszó – hullámhajtóművet tartalmazó mechanikai rendszer mozgásegyenletei a fenti alakkal rendelkeznek, és így ehhez a rendszerosztályhoz tartoznak.

**1. Téziscsoport.** *Definiáltam a lineáris konstans mátrixegyütthatós másodrendű többváltozós rendszerek osztályát, ahol a konfigurációs változók lineáris holonom szkleronom kényszerek által vannak korlátozva. A kényszererők ill. a redundáns változók eliminálásával eljárást adtam a mozgásegyenletek egyszerűsítésére és a szükséges transzformáció mátrixának meghatározására. Meghatároztam továbbá a kényszererők számításához szükséges projekciót.*

Kapcsolódó publikációk: [6, 8, 10]

**1.1. Tézis.** *Megmutattam, hogy a definiált rendszerosztályba tartozó rendszerek mozgásegyenleteiben szereplő redundáns változók ill. a kényszererők eliminálhatók*

*a bemenetek együtthatómátrixán végzett lineáris transzformáció és az egyenletben szereplő többi mátrixon végzett kongruens transzformációk segítségével. A transzformációk mátrixa a kényszeregyenletben szereplő együtthatómátrix (C) jobboldali nullterét kifeszítő oszlopvektorokból állítható össze.*

Kapcsolódó publikációk: [6, 8, 10]

**1.2. Tézis.** *Korlátokat adtam a transzformált mátrixok sajátértékeire a kényszeregyenletben szereplő együtthatómátrix jobboldali nullterének egy bázisa felhasználásával. Ezenfelül módszert adtam annak a transzformációs mátrixnak a meghatározására, ami az inerciamátrixot egységmátrixszá transzformálja.*

Kapcsolódó publikáció: [6]

**1.3. Tézis.** *Megmutattam, hogy a rendszerosztályba tartozó rendszerek esetén a kényszererők zárt alakja egy lineáris transzformációval, mégpedig egy projekcióval adható meg. A projekció mátrixa az inerciamátrixnak és a kinematikai kényszerekfeltételek együtthatómátrixának a segítségével fejezhető ki.*

Kapcsolódó publikációk: [6, 8, 10]

## **2.2. Konstans lineáris alulirányított mechanikai rendszerek irányíthatósága és megfigyelhetősége**

Azokat a mechanikai rendszereket, amelyekben a beavatkozók száma kisebb mint a rendszer szabadságfokainak a száma, alulirányított rendszereknek nevezzük. A ThyssenKrupp Presta Steering változtatható áttételű SIA kormányrendszerében a szabadságfokok száma három, de a kormányrendszer csak két elektromos motorral van felszerelve. Ennek megfelelően a SIA kormányrendszer egy alulirányított mechanikai rendszer. Természetesen felmerül a kérdés, hogy milyen feltételek teljesülése esetén irányítható a teljes rendszer. Egy másik a minél gazdaságosabb gyártás szempontjából fontos kérdés, hogy maximálisan mennyire csökkenthető le a beavatkozók (érzékelők) száma úgy, hogy a rendszer még irányítható (megfigyelhető) maradjon és a szabályozási feladat is teljesíthető legyen. Ez a téziscsoport az 1. Téziscsoportban definiált rendszerosztály rendszereinek irányíthatóságát és megfigyelhetőségét tárgyalja ebben a speciális megközelítésben.

**2. Téziscsoport.** *Alsó korlátot adtam irányítható (megfigyelhető) konstans lineáris mechanikai rendszerek beavatkozóinak (érzékelőinek) a számára. A vizsgálataim a Hautus rangteszten alapulnak [Hau69].*

Kapcsolódó publikációk: [6]

**2.1. Tézis.** *Megmutattam, hogy irányítható (megfigyelhető) rendszerek lineárisan független bemeneteinek (kimeneteinek) a minimális száma megegyezik az állapotváltozós modell rendszermátrixának egyetlen sajátértékéhez tartozó lineárisan független sajátvektorok maximális számával. Eljárást adtam a feltételeknek megfelelő bemeneti (kimeneti) mátrix meghatározása.*

Kapcsolódó publikációk: [6]

**2.2. Tézis.** *Megmutattam, hogy irányítható (megfigyelhető) konstans lineáris mechanikai rendszerekben a független nyomaték bemenetek (pozíció kimenetek) száma nem kisebb mint  $\max_{\lambda} \{n - \text{rank}(\lambda^2 H + \lambda D + S)\}$ , ahol  $n$  a rendszer szabadságfokainak száma és  $\lambda$  a maximumot az állapotváltozós modell rendszermátrixának sajátvektorai fölött vesszük. Az irányíthatósági (megfigyelhetőségi) tulajdonság teljesüléséhez nyilvánvalóan legalább egy nyomaték bemenet (pozíció kimenet) szükséges.*

Kapcsolódó publikációk: [6]

**2.3. Tézis.** *Megmutattam, hogy csupán csillapítással rendelkező (azaz nulla merevségi mátrixú) konstans lineáris mechanikai rendszerek akkor és csak akkor irányíthatóak (megfigyelhetőek) ha a független nyomaték bemenetek (pozíció kimenetek) száma megegyezik a rendszer szabadságfokainak a számával.*

Kapcsolódó publikációk: [6]

**2.4. Tézis.** *Megmutattam, hogy irányítható (megfigyelhető) konstans lineáris mechanikai rendszerekben a független nyomaték bemenetek (pozíció kimenetek) száma nagyobb vagy egyenlő a merevségi mátrix legnagyobb multiplicitású sajátértékének a multiplicitásával.*

Kapcsolódó publikációk: [6]



### 2.3. A SIA kormányrendszer szabályozása

A ThyssenKrupp Presta Steering változtatható áttételű SIA kormányrendszere egy több merev testből álló, speciális kinematikai korlátozásokkal rendelkező mechatronikai rendszer. Az előző téziscsoportok gyakorlati célja az volt, hogy keretet adjon a SIA kormányrendszerhez hasonló mechanikai összeállítások modellezéséhez és vizsgálatához, és így lehetővé váljon szabályozási algoritmusok tervezése is. Az eddigi eredményeket ebben a téziscsoportban alkalmazzuk a SIA kormányrendszerre.

**3. Téziscsoport.** *Felírtam a SIA beavatkozó egység mozgásegyenleteit. Azonosítottam a hullámhajtómű-rendszer paramétereit és kifejlesztettem egy a kormányzási alkalmazás által támasztott szempontoknak megfelelő szabályozási algoritmust. A hullámhajtómű-rendszer rugóval történt kiegészítése után megvalósítottam az így kapott alulirányított rendszeren egy szétcsatoló szabályozást. Felállítottam a kardán-csuklókat is tartalmazó SIA kormányrendszer nemlineáris modelljét, és erre a rendszerre is meghatároztam a szétcsatoló szabályozást.*

Kapcsolódó publikációk: [1, 2, 4, 5, 7–10]

**3.1. Tézis.** *Az 1.1. Tétel alkalmazásával megadtam annak a mechanikai rendszernek a dinamikus modelljét, amelyben három darab egy forgási szabadságfokkal rendelkező test csatlakozik egy hullámhajtómű tengelyeire. Az 1.3. Tétel felhasználásával kifejeztem a rendszerre ható kényszererőket. Mérések alapján azonosítottam a súrlódási paramétereket lineáris (viszkóz) és nemlineáris (Coulomb) súrlódási tagok feltételezésével. Az azonosított paraméterek felhasználásával egy szabályozási algoritmust implementáltam, ami egyik tengelyen pozíció-, míg a másik tengelyen nyomatékszabályozást (nyomaték-visszacsatolás a vezető felé) valósít meg. A zárt kör viselkedését mind szimulációkkal mind a ThyssenKrupp Presta Steering teszt-padján elvégzett mérésekkel verifikáltam.*

Kapcsolódó publikációk: [2, 4, 7, 9]

**3.2. Tézis.** *Megmutattam, hogy a hullámhajtómű egyik tengelyén egy rugóval történő kiegészítése után egy általánosított rugóként modellezhető, ami mindhárom csatlakoztatott testre hat. Egy ilyen két kimenetű, két bementű alulirányított rendszerre [Gil69, GP69] alapján felírtam egy szétcsatoló szabályozási algoritmust. Szimulációs vizsgálatokkal verifikáltam a zárt kör viselkedését.*

Kapcsolódó publikációk: [1, 5]



**3.3. Tézis.** *Felírtam a kardáncsuklókat is tartalmazó teljes SIA kormányrendszer nemlineáris modelljét. Megmutattam, hogy a felírt modell differenciálisan sima [FLMR99, FLMR95, Lan03], de a sima kimenetek nem egyeznek meg az irányítási céloknak megfelelő kimenetekkel. A linearizálással kapott alulirányított rendszerre szétcsatolást megvalósító szabályozót terveztem, és szimulációs vizsgálatok elvégzésével megmutattam a szabályozási algoritmus robusztusságát paraméterérték-változásokra, melyek növelik a nemlinearitásokból eredő modellezési hibát.*

Kapcsolódó publikációk: [8, 10]

### 3. Konklúzió

A disszertáció annak a kutatási munkámnak az eredményeit foglalja össze, melynek gyakorlati célja egy látszólagos steer-by-wire működés megvalósítása volt a ThyssenKrupp Presta Steering változtatható áttételű SIA kormányrendszerén. A kormánykerék és a fogasléc közti mechanikai kapcsolat megőrzésével nagyobb biztonsággal válnak hasznos funkciók megvalósíthatóvá.

A kormányrendszert alkotó komponensek kinematikai tulajdonságai egy rendszerosztály bevezetését sugallták, és így általánosabb elméleti eredményekhez jutottunk dinamikus rendszerek modellezése, irányíthatósági ill. megfigyelhetőségi tulajdonságainak a vizsálata tekintetében. A kapott eredményeket sikerrel alkalmaztam a SIA kormányrendszerre és hasonló mechanikai összeállításokra.

## Az értekezés témakörében készült publikációk

- [1] László Lemmer. The decoupling of a harmonic-drive-spring system for position and torque control on two different axes. In *Proceedings, 15th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Athens, Greece, June 2007.
- [2] László Lemmer. Hullámhajtómű-rendszerek modellezése és szabályozása. In *Proceedings, Tavaszi Szél 2007 Conference*, Budapest, Hungary, May 2007.
- [3] László Lemmer, István Jánosi, and Bálint Kiss. Two-degree-of-freedom controller design for electrical steering systems. In *Proceedings, microCAD 2004 International Scientific Conference*, Miskolc, Hungary, March 2004.
- [4] László Lemmer and Bálint Kiss. Modeling, identification, and control of harmonic drives for mobile vehicles. In *Proceedings, IEEE International Conference on Mechatronics*, Budapest, Hungary, July 2006.
- [5] László Lemmer and Bálint Kiss. Decoupling of harmonic drive systems in differential mode configuration. In *Proceedings, 8th International Carpathian Control Conference*, Štrbské Pleso, Slovak Republic, May 2007.
- [6] László Lemmer and Bálint Kiss. Underactuated mechanical systems with constant linear constraints. *Systems Science*, 2008. submitted for publication.
- [7] László Lemmer and Bálint Kiss. *Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics*, chapter Control of Differential Mode Harmonic Drive Systems, pages 223–233. Springer-Verlag, 2009.
- [8] László Lemmer and Bálint Kiss. Noninteracting control of a steering system. *Periodica Polytechnica*, 2009. accepted for publication.
- [9] László Lemmer, Bálint Kiss, and István Jánosi. Modelling, identification, and control of harmonic drives for automotive applications. In *Proceedings, 10th International Conference on Intelligent Engineering Systems*, London, UK, June 2006.
- [10] László Lemmer and Bálint Kiss. Modeling and control of a steering system including a universal joint and a harmonic drive. *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*, 1:7–13, 2009.

**A téziszüzetben hivatkozott irodalom**

- [FLMR95] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of nonlinear systems: Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61(6):1327–1361, 1995.
- [FLMR99] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. A Lie-Bäcklund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(5):922–937, 1999.
- [Gil69] Elmer G. Gilbert. The decoupling of multivariable systems by state feedback. *SIAM Journal on Control*, 7(1):50–63, 1969.
- [GP69] Elmer G. Gilbert and John R. Pivnichny. A computer program for the synthesis of decoupled multivariable feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 14(6):652–659, December 1969.
- [Hau69] M. L. J. Hautus. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. In *Kon. Ned. Akad. Wetensch.*, volume 72 of *A*, pages 443–448, 1969.
- [Lan03] Béla Lantos. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése II*. Akadémiai Kiadó, Budapest, Hungary, 2003.