

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar  
Menedzsment és Vállalatgazdaságtan Tanszék

## **Az időalapú versenyzés támogatása a termelésmenedzsment eszközeivel**

*A sorképzési szabályok szolgáltató rendszerekben történő alkalmazásának  
elméleti megalapozása*

Doktori értekezés

Készítette:

Kalló Noémi  
egyetemi tanársegéd

Tudományos témavezető:

Dr. Koltai Tamás  
egyetemi tanár

Budapest  
2010.

## TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS.....	2
2. HÁTTÉRISMERETEK, IRODALMI ÁTTEKINTÉS.....	5
2.1. A vállalatok működését meghatározó menedzsmentparadigmák.....	6
2.2. Időalapú verseny a szolgáltató vállalatok körében.....	10
3. A VEVŐI VÁRAKOZÁS KVANTITATÍV VIZSGÁLATA SZOLGÁLTATÓ RENDSZEREKBE.....	14
3.1. A várakozó sorok vizsgálatának eszközei.....	16
3.1.1. A sorálláselmélet kialakulása.....	16
3.1.2. Sorállási hálózatok vizsgálata.....	18
3.1.3. Szimuláció.....	19
3.1.4. A sorállási rendszerek vizsgálatának gyakorlati megvalósítása.....	21
3.2. A vevői várakozás leírására alkalmas mutatók.....	26
3.2.1. A vevői várakozás objektív mutatói.....	28
3.2.2. A vevői várakozás hosszát leíró szubjektív mutatók.....	31
3.2.3. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség.....	34
4. EXPRESSZ PÉNZTÁRAKKAL RENDELKEZŐ SORÁLLÁSI RENDSZEREK MŰKÖDÉSÉNEK VIZSGÁLATA.....	39
4.1. Az átlagos várakozási idő minimalizálása.....	40
4.1.1. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas analitikus összefüggések.....	41
4.1.2. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatához szükséges adatgyűjtés és adatfeldolgozás szemléltetése.....	50
4.1.3. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas numerikus modell.....	54
4.1.4. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas szimulációs modell.....	58
4.1.5. Az expressz pénztárak működését leíró jellemzők érzékenységvizsgálata.....	62
4.1.6. Az átlagos várakozási idő minimalizálásának szemléltetése.....	72
4.2. A várakozási idők szórásának minimalizálása.....	75
4.2.1. A várakozási idők szórás csökkentésének elméleti háttere.....	75
4.2.2. A szórásminimalizálás szemléltetése.....	77
4.3. Az észlelt várakozási idők átlagának minimalizálása.....	79
4.3.1. Az észlelt várakozási idő minimalizálásának elméleti háttere.....	79
4.3.2. Az észlelt várakozási idő minimalizálásának szemléltetése.....	81
4.4. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálása.....	83
4.4.1. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálásának elméleti háttere.....	83
4.4.2. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálásának szemléltetése.....	85
5. ÖSSZEFOGLALÁS, TÉZISEK.....	93
6. IRODALOMJEGYZÉK.....	97
7. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE.....	104
8. MELLÉKLETEK.....	106

## 1. BEVEZETÉS

A vállalatok – versenyképességük fenntartása, illetve növelése érdekében – igyekeznek minél magasabb vevői értéket nyújtani, és ennek segítségével megkülönböztetni magukat versenytársaiktól. A kilencvenes évektől kezdődően a versenyelőnyt nyújtó tényezők között egyre nagyobb hangsúlyt kapnak az időparaméterek. A vállalatok folyamataik gyors átfutási idejét, a vállalt határidők betartását, a szükséges várakozás rövidségét hangsúlyozzák. Napjainkra a termelő és szolgáltató vállalatok stratégiájának egyik meghatározó elme lett az időalapú versenyzés.

A versenyképességhez elengedhetetlenül szükséges olyan kompetenciák megszerzése, melyek segítségével létrehozható a szükséges vevői érték. Az időalapú versenyt folytató szolgáltató vállalatok ennek megfelelően olyan rendszer kialakítására törekcszenek, amelyek alacsony vevői várakozást képesek elérni anélkül, hogy a vevői érték más dimenziót (például a költséget és a minőséget) károsan befolyásolnák. A sorállási rendszerek ilyen átalakítását jelenti a sorképzési szabályok bevezetése.

A sorképzési szabályok a vevőket csoportokba sorolják, és az eltérő vevői csoportok kiszolgálását különböző kiszolgáló egységekhez rendelik. A csoportképzés alapját sokféle vevői tulajdonság képezheti, az intézkedés célja azonban mindig az eltérő kiszolgálások egymástól való elkülönítése, az egy kiszolgáló egységnél tapasztalható kiszolgálások standardizálása. A sorképzési szabályok gyakran alkalmazott formája az expressz pénztárak kialakítása.

Expressz pénztárak kialakításakor a kis és nagy mennyiséget vásárló vevők kiszolgálásai kerülnek elkülönítésre. A csoportképzés a limitérték segítségével valósul meg: az ezen értéknek megfelelő számú, illetve annál kevesebb tételt vásárló vevők igénybe vehetik az expressz pénztárakat, a nagyobb mennyiséget vásárlóknak az általános pénztárakat kell használniuk.

Az expressz pénztárak kialakítása és ehhez hasonló menedzsmentintézkedések vevői várakozásra gyakorolt kedvező hatása széles körben elfogadott, de tudományosan nem bizonyított jelenség. Az expressz pénztárak kialakításának fő oka e sorképzési szabály vevők körében tapasztalható népszerűsége. Tudományos igazolás nélkül azonban a menedzsment egy szabályozás tényleges alkalmazását megelőzően nem lehet biztos abban, hogy az adott vállalatnál célravezető-e az intézkedés bevezetése, illetve hogy a szabályozás lehetséges kialakítási módjai közül melyik növelné leginkább a vevők számára nyújtott értéket.

Szükség van tehát a sorképzési szabályok vevői várakozásra gyakorolt hatásának tudományos alapokon nyugvó vizsgálatára, valamint egy olyan eszközre, aminek segítségével a menedzsment előzetes információt szerezhet a bevezetni kívánt változtatás várakozásbefolyásolási képességeiről. Ennek megfelelően kutatásaim fő céljai a következőkben foglalhatóak össze:

- A vevői várakozás mértékének kifejezésére alkalmazott mutatók áttekintése. Az egyes mutatók által figyelembe vett, illetve figyelmen kívül hagyott várakozási jellegzetességek összefoglalása, és az alkalmazásukkal történő működés optimalizálás áttekintése.
- A sorképzési szabályok vevői várakozásra gyakorolt hatásának vizsgálata. Annak elemzése, hogy a rendszer kialakítása (elsősorban a csoportképzés kontrollparamétere) milyen hatással van az adott szabályozás várakozás csökkentési képességére.
- Olyan összefüggések levezetése és vizsgálati eszközök létrehozása, melyek lehetővé teszik a sorképzési szabályok vevői várakozásra gyakorolt hatásának vizsgálatát az adott intézkedés tényleges bevezetését megelőzően is.
- Annak igazolása, hogy a sorképzési szabályok alkalmasak a várakozási mutatók kedvező befolyásolására, vagyis hogy alkalmazásuk versenyelőnyt képes nyújtani időalapú versenyt folytató környezetben.

A megfogalmazott célkitűzések az időalapú versenyben alkalmazott menedzsmentintézkedésekkel, valamint a vevői várakozás vizsgálatára alkalmas eszközökkel és mérőszámokkal kapcsolatos szakirodalmi források áttekintését teszik szükségessé. Ezek alapján dolgozhatók ki olyan összefüggések és eszközök, melyek lehetővé teszik az egyes menedzsmentintézkedések vevői várakozásra gyakorolt hatásának vizsgálatát. Ennek megfelelően az értekezés felépítése a következő:

- A 2. fejezet először a versenyelőny megszerzését, illetve megtartását szolgáló menedzsmentparadigmák változásán keresztül az időalapú versenyzés kialakulását tekinti át. Ezt követően bemutatja az időalapú versenyzés szolgáltató rendszerekben alkalmazható eszközeit.
- A 3. fejezet a vevői várakozás vizsgálatával kapcsolatos kutatások szakirodalomban fellelhető eddigi eredményeit ismerteti. Ezen belül először a várakozási idők vizsgálatára alkalmas eszközöket (a sorállási rendszerek és hálózatok vizsgálatát lehetővé tevő sorálláselmélet eredményeit, illetve a szimuláció lehetőségeit), valamint ezek alkalmazásának példáit mutatja be. Ezt követően a vevői várakozás

leírására alkalmas objektív és szubjektív mérőszámok, illetve a vevők várakozás függvényeként definiált elégedettsége kerül bemutatása, összegezve az egyes mutatók vizsgálatával foglalkozó tudományterületek kapcsolódó eredményeit.

- Az értekezés 4. fejezete az expressz pénztárakkal üzemelő sorállási rendszerek működésoptimalizálását ismerteti különböző célfüggvények alkalmazásával. Bemutatja a vizsgálatok elvégzéséhez levezetett összefüggéseket, és az expressz pénztárakkal üzemelő sorállási rendszerek általános jellemzői alapján létrehozott modelleket. A különböző célfüggvények alkalmazását a fejezet egy barkácsáruház valós példáján keresztül szemlélteti.
- Végül az 5. fejezet összefoglalja a kutatások főbb megállapításait, és ismerteti az értekezés téziseit.

## 2. HÁTTÉRISMERETEK, IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A vállalatok sikerességének feltétele a működésüket meghatározó piacon uralkodó versenyben történő megfelelő helytállás. Egy vállalatnak természetesen nem kell minden létező vállalattal versengenie, csak a szűk, működési környezetét alkotó valós versenytársakkal. Az egymással versengő vállalatok azonos piaci szegmenseket céloznak meg, ezért azonos sikertényezők szabják meg tevékenységüket, hasonló versenystratégiát követnek. Ennek következtében egy vállalat és a tényleges versenytársai által alkotott egységet stratégiai csoportnak nevezzük (Marcsa, 2009).

A stratégiai csoport által meghatározott tényezőket, amelyek megléte elengedhetetlen a sikerhez, kulcs (kritikus) sikertényezőknak nevezzük (Marosán, 2001). A verseny mint külső tényező által meghatározott sikertényezők és a vállalat működéséből fakadó belső tényezők, a magkompetenciák közös része alkotja a vállalat versenyképességét. A versenyképesség a versenyben való helytállás eszköze, az elsajátított tapasztalaton, öröklött adottságon vagy megszerzett tudáson alapszik (Marosán, 2001). A vállalat versenyképességében rejlő lehetőségek kiaknázásához szükséges lépéseket a vállalat versenystratégiájában fogalmazza meg.

Egy vállalat versenystratégiája megjelenhet nyíltan vagy burkoltan, de mindenképp meghatározza a vállalat egészének és egyes részeinek működését (Porter, 1993). A vállalat versenystratégiájához, az annak alapjául szolgáló versenyképességi tényezőkhöz igazodnak azok a paradigmák, amelyek alapján a menedzserek meghozzák egyrészt operatív, másrészt hosszú távú, stratégiai döntéseiket. E paradigmák megléte a döntéshozó számára – a versenystratégiához hasonlóan – időnként tudatos, máskor implicit módon húzódik meg a használt döntési modell, döntési mechanizmus vagy az alkalmazott gyakorlat mögött. A döntéseket meghatározó paradigma explicitté tétele egyrészt segíthet a megfelelő döntéstámogató eszköz kiválasztásában, másrészt hozzájárulhat a versenyképességet növelő további tényezők feltárásában.

A vállalat stratégiája és tényleges működése közötti megfelelő kapcsolat ugyanis elengedhetetlenül fontos a versenyelőny megszerzéséhez (Porter, 1996). Több empirikus kutatás is vizsgálta és megerősítette a vállalati stratégiaépítés és a versenyképesség (Tracey et al., 1998; Meredith–Vineyard, 1993), illetve a stratégiaépítés és a vállalati teljesítmény közötti kapcsolatot (Ward–Duray, 2000; Ward et al., 1994; Swamidass–Newell, 1987).

Alapvetően a versenystratégiák három típusát különíthetjük el: a költségdiktáló, a megkülönböztető és az összpontosító stratégiákat (Porter, 1993). A piaci siker érdekében

kihasználható versenyelőnyök mindegyike visszavezethető két alapelemre: a vevőnek kínált alacsony árra vagy a fogyasztónak nyújtott egyéb előnyökre. Az e két versenyelőny közötti választás mellett a vállalatnak azt is el kell döntenie, hogy a piac egészén vagy annak csak egy részében kíván versenyezni. Az utóbbi esetben beszélünk összpontosító stratégiáról. A versenystratégiák összefoglalása az 1. ábrán látható.

	<b>Versenyelőny: alacsony költség</b>	<b>Versenyelőny: megkülönböztetés</b>
<b>Széles versenyterület (egyszerre több szegmens)</b>	Költségdiktáló	Megkülönböztető
<b>Szűk versenyterület (egy-két szegmens)</b>	Összpontosító	

**1. ábra: A versenystratégiákat összefoglaló Porter-mátrix  
(Porter, 1993)**

### **2.1. A vállalatok működését meghatározó menedzsmentparadigmák**

A megkülönböztető stratégia által a vevő számára kínált előny igen sokféle lehet. Az alacsony ár mellett versenyelőnyt kínálhat a szerződésben rögzített feltételek megbízható betartása, a termék magas minősége, a kapcsolódó szolgáltatások vagy a vevői igény változása esetén mutatott rugalmasság (Miller et al., 1992). Az, hogy melyik tényező segítségével lehet a legnagyobb versenyelőnyre szert tenni, a piacon uralkodó verseny aktuális jellemzőitől függ. A versenyt alapvetően meghatározó sikertényezők köre ugyanis időről időre változik.

A második világháborút követő évtizedekben a sikerhez elengedhetetlenül szükséges tényezők legfontosabbika a költségek alacsony szinten tartása volt. Ezekben az időkben a vállalatok működését a költségalapú versenyzés (Cost Based Competition) határozta meg (Stalk, 1988). A közvetlen költségek csökkentését (alacsony bérköltségek, folyamatracionalizálás) követően az általános költségek mérséklését tűzték ki célul a vállalatok. E költségek egy termékre eső része, és ezen keresztül az egy termékre jutó összes költség, a fajlagos gyártási költség a kibocsátás volumenének növelésével csökkenthető. A kibocsátás növelésével versenyelőnyre törekvő vállalatok mennyiségalapú versenyt (Scale Based Competition) folytatnak.

A hetvenes évekre a költségminimalizálás meghatározó szerepe csökkenni kezdett (Suri, 1998). Ennek oka a rendelkezésre álló költségcsökkentési lehetőségek részbeni kimerülése, valamint a versenytársak által használt hasonló gyakorlatok miatti költségkiegyenlítődésként volt. A piaci verseny legfontosabb szereplői ekkor már nem (kizárólag) a gyártási költségek

segítségével próbáltak előnyre szert tenni. Előtérbe került a minőség hangsúlyozása is. A minőség alapú versenyzés (Quality Based Competition) időszakára a termék és/vagy folyamatminőség erőteljes hangsúlyozása és fejlesztése volt a jellemző.

A kilencvenes évekre a termékminőség-központú minőségjavítás önmagában már nem volt képes megfelelő mértékű versenyelőnyt nyújtani a vállalatoknak. Ekkorra a technológiai fejlődés felgyorsulásának következtében megnőtt az időtényezők jelentősége (Chikán–Demeter, 2001). Az élen járó vállalatok ezért a költség és minőség mellett egyre inkább az időtényezők alapján kezdték megkülönböztetni magukat versenytársaiktól. Az idő alapú versenyzés (Time Based Competition) korszakában a vállalatok először a vevők által közvetlenül érzékelhető (külső), majd a csak közvetett hatással bíró (belső) időtényezők csökkentésére törekedtek. Jellemzően először a gyártás, majd az értékesítés és disztribúció, ezt követően pedig az innováció területén jelent meg az egyes vállalatoknál az idő alapú verseny szemlélete (Stalk, 1988). Az idő alapú versenyzés tehát az ellátási lánc különböző részeihez kapcsolódó időmutatók csökkentésével is lehetséges (Ji, 2008). Azokat az időjellemezőket, amelyeket az idő alapú versenyt folytató vállalatok igyekezhetnek csökkenteni, osztályozhatjuk – a 2. ábrán látható módon – a vevők általi észlelhetőségük és az ellátási láncban való elhelyezkedésük alapján (de Toni–Meneghetti, 2000).

	<b>Belső</b>	<b>Külső</b>
<b>Termékfejlesztés</b>	<p>TTM (<i>Time-To-Market</i>) A piacra jutás ideje</p>	<p>FI (<i>Frequency of Introduction</i>) - új termék megjelenése, - meglévő termék megújítása</p>
<b>Beszerezés, gyártás, disztribúció</b>	<p>LT (<i>Lead Time</i>) Átfutási idő - a beszerzés, - a gyártás, - az elosztás területén</p>	<p>DT (<i>Delivery Time</i>) A szállítás - sebessége, - pontossága</p>

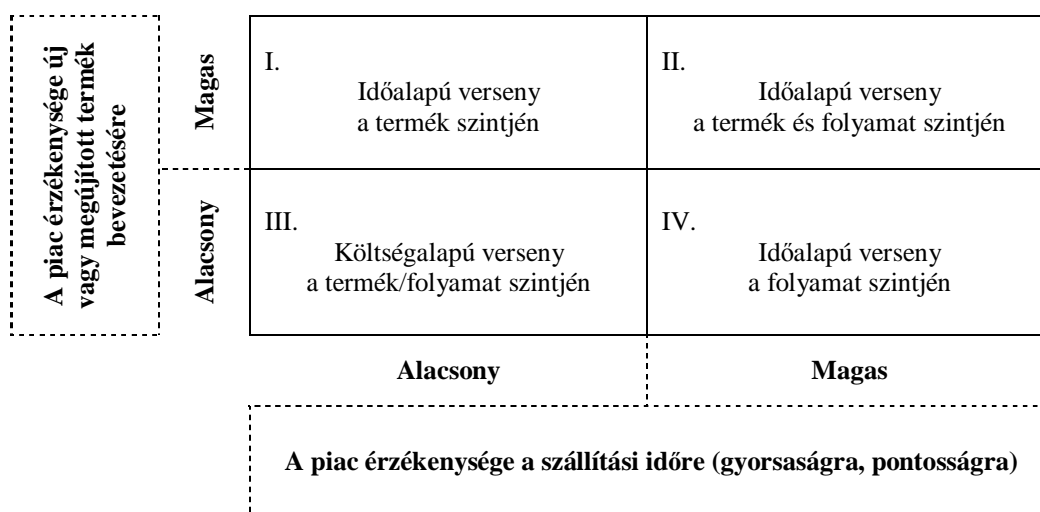
**2. ábra: A belső és külső időjellemezők csoportosítása (de Toni–Meneghetti, 2000)**

A 2. ábra az ellátási láncot két szakaszra, a termékfejlesztés és termékrealizálás szakaszára osztja. A vevők által közvetlenül észlelhető időjellemezők belső, míg a csak közvetve érzékelhető jellemzők külső tényezőként jelennek meg. A termékfejlesztés vevők által közvetlenül nem érzékelt időjellemezője az ötlet felmerülésétől a termék piaci megjelenéséig eltelt idő (TTM). A termékfejlesztés gyorsaságát a vevők az új termékek megjelenési gyakoriságán, illetve a meglévő termékek megújított formában történő



megjelenésének gyakoriságán (FI) keresztül tapasztalják meg. A beszerzés, gyártás, disztribúció területén a vevők közvetlenül nem érzékelik például az alapanyag-beszerzés vagy a gyártás átfutási idejének csökkenését (LT). A termékhez/szolgáltatáshoz jutás idejének rövidegét, a határidők betartásának pontosságát (DT) azonban mindenképp megtapasztalják. A belső időjellemzők javítása természetesen nem öncélúan történik. Azok fejlesztése a külső időtényezőkön át a vevők számára is érzékelhetővé válik. Így, ha kevésbé közvetlenül is, de ugyanúgy a piaci versenyképesség forrásai lehetnek az időalapú versenyt folytató vállalatok számára.

Az, hogy egy vállalatnak mely időtényezők fejlesztésére érdemes koncentrálnia, a piac jellemzőitől függ. Annak függvényében, hogy egy piac mennyire érzékeny a termékfejlesztéshez, illetve termékrealizáláshoz kapcsolódó időmutatók fejlesztésére, más és más stratégia nyújthat versenyelőnyt a vállalat számára (de Toni–Meneghetti, 2000). A piaci jellemzők és a stratégia közötti kapcsolatot a 3. ábra szemlélteti.



**3. ábra: A piac jellemzői és a stratégia közötti kapcsolat (de Toni–Meneghetti, 2000)**

Az új termék gyakori bevezetésére érzékeny, de a szállítás gyorsaságát kevésbé értékelő piac (I. negyed) a termékszintű időalapú versenyzés területe. Az ilyen stratégiát folytató vállalatok elsősorban a termékfejlesztéssel kapcsolatos tényezők (FI, TTM) fejlesztésére koncentrálnak. Ezzel szemben a szállítási sebességre és pontosságra nagyon érzékeny, de az új termék bevezetését kevésbé értékelő piacon (IV. negyed) a termelésmenedzsment eszközeinek megfelelő alkalmazása (a gyors szállítás vagy a rugalmas gyártás) jelenthet versenyelőnyt. Ez ilyen piacokon működő vállalatoknak tehát a folyamatok szintjén kell időalapú versenyt folytatniuk, azaz elsősorban a termékrealizáláshoz kapcsolódó időjellemzőket (DT, LT) kell fejleszteniük. Az új piaci bevezetésre és szállítási teljesítményre

egyaránt érzékeny piacokon (II. negyed) a termék- és a folyamatszintű időalapú versenyzés is elengedhetetlen. A mindkét területen alacsony érzékenyséű piac (III. negyed) nem igényli az időjellemzők javítását, ezért itt a költségcsökkentésre kell koncentrálni.

Az, hogy egy piac nem igényli az időtényezők fejlesztését, nem jelenti azt, hogy azok csökkentésével nem lehet versenyelőnyre szert tenni. Az időparaméterek ugyanis fejleszthetőek a költségcsökkentés érdekében is. Azok a vállalatok pedig, akik belső, vevőik számára nehezen érzékelhető időtényezőik fejlesztésébe fognak, a piac jellemzőitől függetlenül szembekerülnek a „konvertálás dilemmájával” (de Toni–Meneghetti, 2000).

Az ellátási lánc egyes elemeihez kapcsolódó időtényezők fejlesztése ugyanis az időalapú versenyben való helytállás mellett magában hordozza a költségek csökkentésének lehetőségét is. Szimultán (konkurens) termékfejlesztéssel például csökkenthető a termékek piacra kerülésének ideje (Pataki, 2000). Amennyiben azonban változatlanul hagyjuk az új termékek bevezetése között eltelő idő hosszát, akkor az új termékfejlesztési módot a szükséges erőforrások csökkentésére használhatjuk. Ugyanígy az éppen időben gyártás (Just In Time, JIT) eszközeinek alkalmazásával az átfutási idők csökkenthetőek (Koltai, 2003). A vállalat azonban dönthet úgy is, hogy az alacsonyabb készletekből, a nagyobb termelékenységből stb. származó hatásokat változatlan átfutási idő mellett költségcsökkentésre használja. A költségek alacsony szintjét a vevők felé árcsökkentés formájában érvényesítheti a vállalat, azaz költségalapú versenyt folytathat. Az, hogy az időtényezők fejlesztését milyen mértékben érdemes átkonvertálni költségekre, az adott piac jellemzőitől függ. A piacok többségén az optimális megoldás a két szélsőséges helyzet, a tisztán idő- és tisztán költségalapú versenyzés között helyezkedik el.

Az ugyanis, hogy egy vállalat az idővel kapcsolatos paraméterek alapján versenyez, nem jelenti azt, hogy ne kellene a többi versenytényező alakulására is koncentrálnia. A vezető vállalatok egyidejűleg törekszenek az alacsony költségek, a nagy választék és a gyorsaság fenntartására (Li–Lee, 1994). A megelőző időszakokban versenyképességet nyújtó tényezők (alacsony költség, magas minőség), ha versenyelőnyt nem is nyújtanak időalapú versenyt folytató környezetben, de a siker elengedhetetlen feltételei maradnak. Mint ahogy a (a költségdiktáló stratégiával szembeállított) megkülönböztető stratégia sem jelenti a költségek figyelmen kívül hagyását, csak azt, hogy az ilyen stratégiát folytató vállalatok számára nem a költségcsökkentés az elsődleges cél (Porter, 1993). Valójában a költség- és minőség alapú versenyben kiváló teljesítményt nyújtó vállalatok az idővel kapcsolatos mutatók fejlesztésével igyekeznek további versenyelőnyre szert tenni. Ennek köszönhető, hogy az időalapú versenyben jeleskedő vállalatoknál az idő fontossága a pénz, a termelékenység és az

innováció jelentőségéhez mérhető (Stalk, 1988). Az időtényezők csökkentésének fontosságát erősítik azok az empirikus kutatások is, amelyek megállapították, hogy az időalapú versenyt támogató eszközöket alkalmazó vállalatok magasabb teljesítményt képesek nyújtani, mint azon versenytársaik, akik nem aknázzák ki ezeket a lehetőségeket (Nahm et al., 2006; Vickery et al., 1995; Narasimhan–Jayaram, 1998).

## **2.2. Időalapú verseny a szolgáltató vállalatok körében**

A szolgáltató vállalatok sikerességét jelentősebben befolyásolja az időparaméterek alakulása, mint a termelő vállalatokét. A termelő vállalatokhoz hasonlóan ugyan a szolgáltató vállalatok is versenyezhetnek az árak és minőség terén, de a szolgáltatási színvonal ugyanilyen fontos meghatározója a szolgáltatás igénybevételéhez szükséges idő (Stenbacka–Tombak, 1995). A szolgáltatásokhoz kapcsolódó időtényezők bármelyikének fejlesztése hozzájárulhat a vállalat versenyképességéhez, a legnagyobb figyelmet mégis a vevői várakozást leíró mutatók fejlesztésére kell fordítani. A várakozás ugyanis a szolgáltatási színvonal és a vevői elégedettség fontos meghatározója (Taylor, 1994; Hui–Tse, 1996). A szolgáltatás-nyereség láncban való részvételével pedig nagyban befolyásolja a vállalati jövedelmezőséget is (Heskett et al., 1994).

Ennek következtében a szolgáltató vállalatok menedzsmentje igyekszik minél rövidebbre csökkenteni vevői, ügyfelei várakozási idejét. A várakozás azonban a legtöbb esetben elkerülhetetlen, teljes mértékben nem szüntethető meg. A várakozó sorok kialakulása ugyanis természetes jelenség, ami két véletlen folyamat (a vevők beérkezési és kiszolgálási folyamatának) találkozásakor keletkezik (Bitran–Mondschein, 1997). A vevői várakozás a rendszer *átmeneti* kapacitáshiányát, az igény és a rendelkezésre álló kapacitás nem megfelelő összhangját jelzi. A kapacitáshiány problémája két módon orvosolható: az igény alakulásának befolyásolásával vagy a rendelkezésre álló kapacitás megváltoztatásával (Koltai, 2001). Ennek megfelelően a vevői várakozás a sorállási rendszerek bármely főbb jellemzőjének – a beérkezési és kiszolgálási rátának, valamint a kiszolgálási idő szórásának – értékét megváltoztatva befolyásolható. Ugyanis a beérkezési ráta az igényt, a kiszolgálási idő jellemzői pedig a rendelkezésre álló kapacitást leíró mutatók.

Alacsony *beérkezési ráta*, vagyis kis forgalom esetén alacsonyabb átlagos várakozási idő a jellemző. A beérkezési ráta csökkentése természetesen nem jelent megoldást a vevői várakozás problémáira, megfelelő igénymenedzsmenttel azonban kézben tartható a kialakuló várakozás mértéke. Az igénymenedzsment eszközeivel az igény átirányítható a

kapacitáshiánnyal rendelkező időszakokból a kapacitásfelesleggel rendelkezőkbe, vagyis az nagy forgalmú periódusokból az alacsony látogatottságúakba (Koltai, 2001). A szolgáltatások iránti igény befolyásolására nem alkalmazható az igénymenedzsment minden eszköze (például a raktárra termelés), de az árváltoztatások és az időpont-egyeztetés alkalmazása például jó megoldást jelenthet. Az igénymenedzsment ennek megfelelően alkalmazható a vevői várakozás csökkentésére, aminek példáival találkozhatunk az egészségügyben alkalmazott előjegyzések és várakozási listák (Mullen, 2003), a forgalom mérséklésének érdekében bevezetett úthasználati díjak (Seik, 1997), illetve a vendéglátás asztalfoglalásai esetén (Pullman–Thompson, 2002).

A *kiszolgálási ráta* növelésével a vevői várakozás nagymértékben csökkenthető. Egy rendszer kiszolgálási rátáját két tényező határozza meg: az egyes kiszolgáló egységek átlagos kiszolgálási ideje és a kiszolgáló egységek száma. Egy kiszolgáló egység kiszolgálási idejének csökkentési lehetőségei viszonylag korlátozottak. Automatizálással, a kiszolgálási folyamat bizonyos lépéseinek vevőre hárításával azonban elérhető bizonyos mértékű javulás. A kiszolgáló egységek számának növelése a várakozás csökkentésének legegyszerűbb, ugyanakkor legköltségesebb módja (Hillier–Lieberman, 1995).

A *kiszolgálási idő szórásának* csökkentése a várakozás csökkentésének további lehetőségét jelenti. A kiszolgálási idők különbségeinek csökkentése – a kiszolgálások automatizálása mellett – elsősorban szervezési intézkedésekkel, a rendszer működési elveinek átalakításával lehetséges. Ezek a megoldások viszonylag alacsony ráfordításokkal, költséghatékonyan képesek csökkenteni a vevői várakozást. Ennek következtében egyre nagyobb hangsúlyt kap a kiszolgáló egységekből és hozzájuk kapcsolódó várakozó sorokból álló sorállási rendszerek olyan módon történő kialakítása, ami a lehető legkedvezőbben hat a vevői várakozásra (Hill et al., 2002; Sheu–Babbar, 1996).

A különböző szervezési intézkedéseket széles körben alkalmazzák a vevői várakozás csökkentésére. Sok helyen találkozhatunk olyan rendszerekkel, ahol a rendelkezésre álló kiszolgáló egységekhez egyetlen közös sorból érkeznek a vevők. Sok helyen alkalmaznak továbbá különböző sorképzési, sorbaállási vagy egyéb szabályozást a vevői várakozás csökkentése érdekében. E megoldások alkalmazása mellett megfogalmazható néhány általános szabály is a sorállási rendszerek várakozáscsökkentést célzó átalakítási lehetőségeivel kapcsolatban (van Dijk, 1997). Ezek a szabályok a sorállási rendszerek főbb jellemzői közül akár többet is érinthetnek:

- A rendszerben tapasztalható véletlenszerűségeknek (például a vevői beérkezések és a kiszolgálási idők ingadozásainak) a csökkentése.

- A kapacitások rugalmas módon történő használata.
- Az azonos időszükségletű feladatok egy kiszolgálóhoz, az eltérő hosszúságúak különböző kiszolgálóhoz rendelése.
- Az egymástól független feladatok párhuzamosítása, az összefüggőek egyetlen feladattá integrálása.
- Prioritási szabályok alkalmazása.

E szabályok eredményességét jelzi, hogy bevezetésükkel a holland biztosítótársaság, a Levob több mint 20%-kal tudta csökkenteni ügyeinek átfutási idejét – erőforrásainak bővítése nélkül (van Dijk, 1997).

Egy autópálya ellenőrző kapujánál kialakuló várakozó sorokat vizsgáló, valamint a várakozási idő csökkentését megcélzó projekt szintén felhívja a figyelmet arra, hogy nem mindig a kiszolgáló állomások számának növelése a legcélravezetőbb megoldás (Landauer–Becker, 1989). A vizsgálatok ugyanis arra a következtetésre vezettek, hogy a kiszolgáló egységekhez vezető sorok számának növelése (a korábbi egyetlen közös sor helyett kettő alkalmazása) jelentősebb mértékben csökkenti az átlagos várakozási időt, mint a kiszolgáló egységek számának jelentős többletköltséggel járó növelése.

Egy kórház pácienseinek a telefonos időpont-egyeztető rendszerrel kapcsolatos elégedetlenségét szintén a rendszer működésének átalakításával csökkentették (Agnihotri–Taylor, 1991). A sorálláselmélet eredményeinek segítségével meghatározták a hívások gyakoriságának megfelelő optimális alkalmazotti létszámot a nap egyes időszakában. A hívások gyakoriságának változása a szükséges kapacitás ingadozásához vezetett. Az ennek kielégítéséhez szükséges létszámot azonban nem többletmunkaerő alkalmazásával, hanem szervezési intézkedéssel, a műszakok átrendezésével biztosították.

A szervezési intézkedések egy sajátos csoportját alkotják a különféle szabályozások, amelyeket a menedzsment a vevői várakozás csökkentése érdekében vezet be. E szabályozások alkalmazásának költségvonzata elhanyagolható, általában csak a vevők tájékoztatása igényel bizonyos ráfordítás. A szolgáltató rendszerekben kialakuló várakozó sorokhoz két típusú szabályozás kapcsolódhat: a sorbaállási és a sorképzési szabályok (Koltai, 2003).

A szolgáltató rendszerekben leggyakrabban alkalmazott sorbaállási szabályok az érkezési sorrenden alapszanak (FIFO – First In First Out, FCFS – First Come First Served). Az érkezési sorrendben történő kiszolgálás igazságos volta széles körben elfogadott, ezért az ettől való eltérés csak indokolt esetben lehetséges (Larson, 1987). Az igazságtalanság érzése miatti elégedetlenség ugyanis felülmúlhatja az új szabályozással elért várakozáscsökkenés

miatti elégedettség-növekedést. Ennek ellenére e szabályok megfelelő módon történő alkalmazásának várakozásra gyakorolt kedvező hatása megkérdőjelezhetetlen. Termelő rendszerek például magas szintű szolgáltatást nyújthatnak alacsony készletszinttel, amennyiben a készlethiányos megrendeléseknek prioritást adnak (Sox et al., 1997).

Az érkezési sorrend szerinti kiszolgálástól való eltérés kevésbé érzékelhető, így jobban elfogadott lehetőségét jelenti a sorképzési szabályok alkalmazása. Ezekkel a szabályokkal meghatározható, hogy az egyes vevők mely kiszolgáló egységekhez, mely várakozó sorokba kerülhetnek. A sorválasztás természetesen a vevőkön múlik, részben azonban szabályozhatja azt a menedzsment. Szolgáltató rendszerekben gyakran különítenek el kiszolgáló egységeket a különböző prioritású, a különböző mennyiségeket vásárló, az eltérő fizetési módot használó stb. vevők számára. Megfelelően választott vevői tulajdonság alapján kialakított vevői csoportok elkülönített kiszolgálása ugyanis csökkenteni képes a vevői várakozást (Buchanan–Scott, 1992). Ez a korábban megfogalmazott elvek közül többel is alátámasztható. A hasonló tulajdonságokkal bíró vevőket azonos, a különbözőket eltérő erőforrásokhoz rendeli, aminek következtében csökken az egy erőforrásnál tapasztalható kiszolgálási idők szórása. A vevői várakozásra gyakorolt kedvező hatásuk, költség-hatékony alkalmazási lehetőségük és a vevők körében tapasztalható elfogadottságuk következtében a sorképzési szabályok az időalapú versenyben részt vevő szolgáltató vállalatok fontos eszközei lehetnek. Az eredményes alkalmazás érdekében azonban a várakozásra gyakorolt hatásuk, valamint a várakozás-változás vevői elégedettségre kifejtett hatásának mélyreható vizsgálata szükséges.

### 3. A VEVŐI VÁRAKOZÁS KVANTITATÍV VIZSGÁLATA SZOLGÁLTATÓ RENDSZEREKBEN

A gazdaságfejlődés általánosan megfigyelhető tendenciája a szolgáltatások, a tercier szektor gazdaságban betöltött szerepének egyre hangsúlyosabbá válása. A szolgáltatások régóta jelen vannak a gazdaságban, azonban e szektor gazdaságot meghatározó szerepe csak néhány évtizeddel ezelőtt, a hetvenes években alakult ki (Heidrich, 2006). Mára pedig a modern gazdaságok legfontosabb elemévé és további fejlődésük legfőbb meghatározójává váltak a szolgáltató vállalatok (Németh–Papp, 1995). A gazdaság egyes ágazatainak súlyát különböző, objektív mutatók alapján mérik. A szolgáltatásokban dolgozó alkalmazottak számát, a GDP-hez való hozzájárulás mértékét, a szolgáltató vállalatok számát vagy a szolgáltatások igénybevételére fordított kiadások mértékét tekintve egyaránt megfigyelhető a szolgáltatási szektor meghatározó jelentősége (Vágási, 2007).

A szolgáltatások előállítási és fogyasztási folyamata elválaszthatatlan egymástól. Ennek következtében egy szolgáltatás létrejöttéhez feltétlenül szükséges a szolgáltatást igénybe vevő vásárló és a szolgáltatást nyújtó kiszolgáló egyidejű jelenléte. Ez a két szereplő egyszerűen azonosítható, azonban az általuk megtestesített két folyamatnak – azaz a vevők beérkezésének és a szolgáltatás nyújtásának – leírása sokszor igen bonyolult. Ezek a folyamatok ugyanis sztochasztikus jellegűek. Áruházak esetében véletlenszerűen érkeznek a vevők a pénztárakhoz, és egy valószínűségi változóval leírható ideig kötik le annak kapacitását. E két sztochasztikus folyamat eredőjeként várakozó sor alakulhat ki (Koltai, 2003).

A várakozó sorok menedzseléséhez, azaz a sorállási rendszerek működésének tervezéséhez, szervezéséhez és irányításához, elengedhetetlenül szükséges a kialakítási lehetőségek vizsgálata. A legegyszerűbb sorállási problémák esetén a *sorálláselmélet* formuláinak segítségével értékelhetők a különböző megoldási lehetőségek. Az ezekre az eredményekre támaszkodó elemzések általában valós eseteket vizsgálnak (például Andrews–Parsons, 1989), de ezek mellett létezik néhány elméleti vizsgálat is (például Sheu–Babbar, 1996). Bonyolult sorállási rendszerekben, ha a folyamat átalakítása költséges, illetve a menedzsment előzetes eredményekre támaszkodva kíván döntést hozni, *szimulációval* vizsgálhatja az átalakítás hatásait. Amennyiben a sorállási modellek nem alkalmasak a probléma leírására, és a szimulációs vizsgálat sem kivitelezhető, a változtatás hatásának közvetlen megfigyelése alkalmazható. Ilyenkor a régi és az új kiszolgálási folyamat *közvetlen megfigyelését* követően a két eredmény összehasonlításával választható ki a kedvezőbb megoldás (például Luo et al., 2004). Ezek a vizsgálatok – típusuktól függő mértékben –

magas költségekkel járhatnak és időigényesek lehetnek, de ezt általában kompenzálják az így kiválasztható, legkedvezőbb megoldás bevezetésével járó előnyök (Law–Kelton, 1991).

A legkedvezőbb megoldás megtalálásához pontosan definiálni kell azt, illetve azokat a jellemzőket, amelyek alapján összehasonlítjuk a különböző megoldási lehetőségeket. Szolgáltató rendszerekben az egyik elsődleges menedzsmentcél – függetlenül attól, hogy időalapú versenyt folytató környezetben működik-e egy vállalat vagy sem – a vevői várakozás csökkentése. Számos vizsgálat kimutatta ugyanis a vevői várakozás és a vevői elégedettség között fennálló szoros kapcsolatot (Chebat et al., 1995, Carmon et al., 1995). Ennek következtében a vevői várakozás elégedetlenségre gyakorolt kedvezőtlen hatásának mérséklése kiemelt jelentőséggel bír, a szolgáltató vállalatok nagy hangsúlyt fektetnek vevőik várakozásának csökkentésére (Kostecki, 1996; Heskett et al., 1994).

A szolgáltatási színvonal megítélését, a vevői elégedettséget ugyan nagyban befolyásolja a vevői várakozás, a várakozással kapcsolatos elégedetlenség azonban nem csak a várakozás hosszának csökkentésével befolyásolható. A különböző szolgáltató rendszerek várakozási folyamatainak vizsgálata során kapott eredmények ugyanis felhívták a figyelmet arra, hogy a várakozás tényleges hosszának mutatószámai mellett számos környezeti, társadalmi és viselkedési faktor is hatással van a várakozás vevői megítélésére (Chebat et al., 1995; Katz et al., 1991; Larson, 1987). Ez a felismerés vezetett az észlelésmenedzsment (perception management) kialakulásához. Az észlelt várakozási idő általában különbözik a tényleges várakozás idejétől. Ennek a két értéknek a különbsége befolyásolható a várakozás körülményeivel, illetve a várakozási folyamat jellegével (Larson, 1987; Jones–Dent, 1994).

A tényleges és észlelt várakozási idő csökkentésének célja a várakozással kapcsolatos elégedetlenség minimalizálása. Ehhez pedig a vevői várakozás különböző szempontok szerinti vizsgálata szükséges. A várakozó sorok vizsgálatának klasszikus megközelítése az *operációkutatás* eszközeire épül. A sorálláselmélet eredményeinek segítségével meghatározhatók a különböző várakozási mutatók (például a sorban töltött átlagos várakozási idő, a rendszerben tartózkodók átlagos száma), melyek alapján meghozhatók a rendszer kialakításával kapcsolatos menedzsmentdöntések. Tehát bár az operációkutatás sorálláselméletének fő feladata a működés vizsgálata és leírása, a segítségével elvégzett vizsgálatok eredményei alapján számos menedzsmentkérdés válaszolható meg (Hillier–Lieberman, 1995). Ezzel szemben a *termelés- és szolgáltatásmenedzsment* egyik elsődleges célja a működés javítása, a hatékonyság és eredményesség maximalizálása (Vörös, 1991). A termelésmenedzsment területe matematikai modellek segítségével objektív mutatók alapján optimalizálja egy rendszer működését. Az *észlelésmenedzsment* az objektív mutatókon



túlmutató szubjektív paraméterek vevői elégedettségre gyakorolt hatását vizsgálja. Ilyen módon a várakozás függvényeként definiált vevői elégedettséget befolyásoló olyan paraméterek is vizsgálhatóak, mint a várakozás környezete, az igazságosság érzése vagy a kapott szolgáltatás értéke. A három terület összekapcsolásával a várakozó sorok üzemeltetési kérdései átfogó módon vizsgálhatóak: a termelésmenedzsment operációkutatási eredményekre épülő optimalizálási modelljei új, puha tényezőket is figyelembe vevő célfüggvényekkel egészíthetők ki.

### **3.1. A várakozó sorok vizsgálatának eszközei**

A várakozó sorok, a hozzájuk kapcsolódó kiszolgáló egységek (és az azok által nyújtott kiszolgálási folyamat), valamint a kínált szolgáltatást igénylő entitások (és azok beérkezési folyamata) sorállási rendszert alkotnak. A sorállási rendszerek jellegzetessége, hogy oda entitások érkeznek valamilyen szolgáltatás igénybevétele céljából, amennyiben szolgáltatásuk nem kezdődhet meg azonnal, akkor várakozni kényszerülnek, kiszolgálásukat követően pedig elhagyják a rendszert (Gross–Harris, 1985). Valójában minden rendszer, ahol egy véges kapacitású erőforrással szemben támasztanak igényt az entitások, sorállási rendszernek tekinthető (Kleinrock, 1975).

#### **3.1.1. A sorálláselmélet kialakulása**

A várakozó sorok törvényszerűségeinek vizsgálata a sorálláselmülethez, illetve annak különböző alkalmazási lehetőségeihez kapcsolódik. A sorálláselmület a tömegszerű kiszolgálásokkal kapcsolatosan felmerülő, véletlen ingadozásokkal terhelt folyamatok sztochasztikus viselkedésének törvényszerűségeit vizsgálja (Takács, 1962).

A sorálláselmület kialakulása a telefonközpontok megjelenéséhez fűződik. A Koppenhágai Telefontársaság (Copenhagen Telephone Company) ügyvezető igazgatója Fr. Johannsen felfigyelt rá, hogy a telefon-előfizetők számának növekedése miatt az operátoroknak sokszor több kísérletet kell tenniük a kapcsolások létrehozására, ami jelentős kiadásokat okoz a vállalatnak. A problémát az okozta, hogy nem állt rendelkezésre elegendő vonal a kapcsolások számára. Johannsen gazdasági oldalról vizsgálta a kérdést: a szükséges operátorok számának csökkentésével járó költségcsökkenés meghaladja-e a vonalak számának növelésével járó költségemelkedést. Az általa végzett vizsgálatok azonban matematikailag nem voltak teljesen helytállóak (Bhat, 2008). Ezt kiküszöbölendő a fajlagos,

azaz az egy előfizetőre eső vonalak számának meghatározása érdekében tudományos laboratóriumot hozott létre (Stordahl, 2007).

E tudományos laboratórium működésével párhuzamosan egy másik telefontársaságnál, a Telegrafverket-nél Tore Olaus Engset (1865-1943) norvég matematikus végzett vizsgálatokat. Vizsgálatai eredményeként kézi, félautomatikus és automatikus kapcsolással működő telefonközpontok működését leíró sorállási modelleket hozott létre (Stordahl, 2007). Kutatásaiban meghatározta a vonalak foglaltsága által okozott hívásmeghiúsulások valószínűségét a rendelkezésre álló vonalak függvényében. Modelljei segítségével meghatározta a telefonhálózatok bővítési lehetőségeit az előfizetők számának növekedésének függvényében (mely modellek még a rendelkezésre álló állami támogatások mértékét is fegyelembe vették).

Engset munkájával párhuzamosan Agner Krarup Erlang (1878-1929) mint a Koppenhágai Telefontársaság tudományos laboratóriumának vezetője végezte vizsgálatait. Beosztásából adódóan Erlang kutatásai is elsősorban a társaság működése során felmerülő kérdésekre kerestek választ (Brockmeyer et al., 1948). A telefonhívások beérkezésének eloszlásával, és a vonalak foglaltsága miatti hívásmeghiúsulásokkal kapcsolatos eredményeit azonban széles körben alkalmazzák a mai napig. Az úgynevezett Erlang B formula a hívásmeghiúsulások valószínűségét adja végtelen forráspopulációval rendelkező rendszerben. Engset és Erlang hasonló feladatokkal került szembe, vizsgálataik során eltérő megközelítést alkalmaztak, végül azonban azonos eredményre jutottak. Erlang B formulája szélesebb körben ismert és alkalmazott, mint Engset véges forráspopulációra érvényes eredménye, bár az előbbi valójában a gyakorlati alkalmazások jellemzőitől elvonatkoztatott, egyszerűsítő megoldás.

A sorálláselmélet kezdetben tehát a gyakorlati problémák mentén fejlődött, később azonban az elméleti munkák váltak igazán meghatározóvá (Bhat, 1969). A sorállási rendszerek analitikus vizsgálatai – főként a működésük időfüggő leírása – különböző megoldási algoritmusoknak (a differenciálegyenletek generátorfüggvényeinek, Laplace-transzformációknak, a Takács-féle integrodifferenciál-egyenletnek, a felújítási folyamatok elméletének, a beágyazott Markov-láncoknak stb.) az alkalmazását tette szükségessé. A kutatások egy másik területét a különböző közelítő képletek meghatározása jelentette. Ezek a sorállási modellek a gyakorlati problémák szélesebb körében való alkalmazása érdekében a kevesebb megszorítással rendelkező, általánosabb rendszerek működési mutatóit írják le, illetve nem feltételezik a rendszer egyensúlyi állapotát.

A sorállási modellek egyre változatosabbá váltak tehát, az azonosításukat megkönnyítendő David G. Kendall (1918-2007) angol matematikus vezette be a sorállási

rendszerek osztályzási és jelölési módját (Kendall, 1953). Jelölésrendszerének segítségével egyszerűen megadhatók a vizsgált rendszerek főbb jellemzői, ami által könnyen beazonosíthatóvá válnak a modell legfontosabb jellegzetességei. Az  $A/B/C/D/E/F$  jelölésben az  $A$  a beérkezési, a  $B$  a kiszolgálási folyamat statisztikai jellemzőit adja meg. Leggyakoribb értékei  $M$  (Markov folyamat),  $D$  (determinisztikus),  $G$  (általános eloszlás) és  $E_k$  ( $k$ -ad osztályú Erlang eloszlás). A  $C$  jelölés a párhuzamosan dolgozó kiszolgálóegységek számát adja meg. A további ( $D$ ,  $E$ ,  $F$ ) elemek a sorállási rendszer egyéb jellegzetességeit írják le – a rendszer kapacitását, a forráspopuláció méretét, illetve a sorbaállási szabályt –, és Kendall jelölésrendszerének utólagos kiegészítését képezik (Lee, 1966). Ezeket az értékeket csak abban az esetben szokás feltüntetni, ha eltérnek a szokásostól, azaz ha a rendszerkapacitás és a forráspopuláció nem végtelen, illetve ha a kiszolgálások nem érkezői sorrendben (FIFO) történnek.

### 3.1.2. Sorállási hálózatok vizsgálata

A sorálláselmélet gyakorlati alkalmazása az elért eredmények hatására egyre szélesebb körben vált lehetővé. A sorállási rendszerekből álló sorállási hálózatokra érvényes eredmények pedig még tovább növelték az alkalmazási lehetőségeket. Ezek ugyanis kiválóan alkalmasak olyan rendszerek leírására, mint a flow-shop és job-shop elven működő gyártórendszerek, az autópályák forgalma, a számítógépszerverek vagy telekommunikációs hálózatok működése stb. (Stidham, 2002).

A sorállási hálózatok vizsgálatával kapcsolatos eredmények tették lehetővé, hogy a sorálláselmélet eredményei termelőrendszerek működésének leírására is alkalmazhatók legyenek. Sorállási hálózatnak nevezzük a sorállási rendszerek sorozatából álló egységet, ahol az egyik sorállási rendszer távozási folyamata alkotja az azt követő rendszer beérkezési folyamatát (Kleinrock, 1976). A sorállási hálózatoknak két típusát különíthetjük el: a zárt és a nyílt hálózatokat (Zukerman, 2008). A zárt hálózatoknak nincs kapcsolatuk a külvilággal, tehát minden időpillanatban ugyanazok az entitások találhatók meg bennük. Azon entitások, melyek kiszolgálása befejeződik egy kiszolgáló egységnél, egy következőhöz kerülnek, majd egy az utánihoz (és sosem hagyják el a rendszert). A nyílt hálózatokba kívülről is érkehetnek entitások, melyek bármely kiszolgáló egység várakozó sorához csatlakozhatnak, és miután a számukra szükséges kiszolgálások befejeződnek, elhagyják a rendszert. A nyílt hálózatokat Jackson-hálózatoknak is nevezzük, mivel az azokkal kapcsolatos első vizsgálatok Jackson nevéhez fűződnek (Jackson, 1963). A zárt hálózatok első vizsgálóikról Gordon–Newell hálózat néven is ismertek (Gordon–Newell, 1967).

Sorállási hálózatként különböző típusú termelő rendszerek modellezhetőek, és a modellezés eredményeként nyert információk alapján számos döntés támogatható (Rao et al., 1998). Jól alkalmazhatóak többek között job-shop gyártórendszerek ütemezési kérdéseinek megválaszolására, just-in-time rendszerekben a szükséges kanbanok számának meghatározására, rövidtávú kapacitástervezésre, gyártósor-kiegyenlítési problémák megoldására vagy éppen a gyártósorok megfelelő elrendezésének meghatározására.

A sorállási hálózatok ilyen széleskörű alkalmazhatósága az azok vizsgálatához létrehozott algoritmusok (szorzat alakú módszerek, numerikus megoldások (Mean Value Analysis, MVA), dekompozíciós technikák, konvolúció) kidolgozásának köszönhető (Haviv, 2009). E módszerekre alapozva pedig különböző sorállási hálózati szoftverek jelentek meg. Ezek a szoftverek alapvetően két csoportra oszthatóak: egy részük a sorálláselmélet alapos ismeretét igényli, míg mások kifejezetten a gyakorlati szakemberek általi használat érdekében kerültek kifejlesztésre (Rabta et al., 2009). Az előbbi csoportba olyan szoftverek tartoznak, mint a legelső Queueing Network Analyzer (QNA), a csak szöveges felülettel rendelkező QNET, a grafikus felhasználói felülettel rendelkező PEPSY-QNS, QNAT és RAQS, az Excel táblázatként használható QTS vagy a Java alapú JMT. A gyakorlati szakemberek számára összeállított szoftvercsomagok beágyazva alkalmazzák a különböző megoldási algoritmusokat, ezért nem igényelnek a sorálláselmélet matematikájában való különösebb jártasságot a felhasználtól. Az első jelentős, kereskedelmi forgalomba hozott szoftvercsomag a CAN-Q volt. A MANUPLAN alkalmazásával már számos olyan menedzsmentkérdés megválaszolása is kvantitatív oldalról megalapozottabbá vált, mint például az optimális készlet szint meghatározása, az eszközök megbízhatóságának vizsgálata. E szoftvercsomag utódja a ma is széles körben alkalmazott MPX (Suri et al., 1995). Ennek a szoftvernek nagy erőssége a modellépítés egyszerűsége és az eredmények gyors elérhetősége.

### **3.1.3. Szimuláció**

A tudományos élet résztvevőinek köszönhetően a termelőrendszerek modellezésére alkalmas eszközök (és azok alkalmazását segítő szoftverek) jelentős fejlődésen mentek keresztül. Ennek ellenére a termelőrendszerek működésének vizsgálatára a vállalati gyakorlatban leginkább diszkrét, eseményalapú szimulációt alkalmaztak (Suri, 2009). A sorálláselmélet segítségével nyerhető gyors eredményekre utalva alakult ki a Rapid Modeling kifejezés. Az analitikus modellek széles körű alkalmazásának elterjedéséhez azonban elengedhetetlenül szükséges volt az idővel kapcsolatos mutatók felértékelődése. Az időalapú versenyzés korszakában ugyanis nem csak a termelő, illetve szolgáltató folyamatokhoz kapcsolódó

időtényezőket, hanem a döntések meghozatalához szükséges időt is csökkenteni igyekeznek a vállalatok. A termelőrendszerek kialakításának átrendezése általában akkor válik szükségessé, amikor a vállalat piaci nyomást érez erre, így a projektekre szánt idő igen korlátozott (Love–Ball, 2009). A szimulációs modellek létrehozása pedig általában igen időigényes feladat. Az összetett termelőrendszerek szimulációjával foglalkozó projektek 45%-a több mint 3 hónapot vesz igénybe (Cohran et al., 1995).

A szimuláció segítségével végzett vizsgálatok időigényes volta azonban nem jelenti azt, hogy ezen eszközök alkalmazása nem képezi fontos részét a termelő és szolgáltató rendszerek vizsgálatainak. A sorálláselmélet eredményeire épülő Rapid Modelling technikák összetett rendszerek esetében csak bizonyos kérdések megválaszolására alkalmasak (például meghatározható velük a rendszer szűk keresztmetszete vagy az átfutási idő csökkentésének lehetőségei). A működés részleteinek modellezése ilyen rendszerekben azonban csak szimulációval lehetséges.

A szimulációs modellek a valós rendszerek működésének lépésről lépésre (eseményről eseményre) történő leképezésén alapulnak. Leírják tehát a rendszerben zajló folyamatokat (folyamat alapú szimuláció), illetve a rendszer működésének hatására beálló állapotváltozások segítségével (esemény alapon) modellezik az egyes elemek viselkedését (Kelton et al., 1998). Ennek köszönhetően szimulációval a legkülönbözőbb rendszerek működése vizsgálható, és a kapott eredmények alapján azok működése optimalizálható (például Kovács, 2008). A valós rendszerek szimulációs modellezése a tényleges működés pontosabb leírását teszi lehetővé.

Szimulációs modellek alkalmazásakor azonban ajánlatos kerülni azok túlzott mértékű részletezettségét. Egy rendszer modellezésénél annak legegyszerűbb leírási lehetőségéből kell kiindulni (Grassmann, 1988). Az egyszerű modell működését megvizsgálva szabad csak dönteni arról, hogy szükség van-e a modell további részletezésére, újabb és pontosabb elemekkel való kiegészítésére. Ennek megfelelően, a modellépítésnek iterációk sorozatából kell állnia.

Ahogy az a modellépítés során megtapasztalható – pontosság és időigény közötti – kompromisszumból is látható, a szimuláció alkalmazásának nem csak előnyei vannak. Ennek megfelelően erősségeinek ismerete mellett tisztában kell lenni a gyengeségeivel is (Schodl, 2009):

- A szimulációs modellek népszerűségének legfőbb oka, hogy alkalmazásukkal a sorállási rendszerek működésének szinte minden oldala figyelembe vehető, így kiváló eszközei az összetett rendszerek leírásának. Ugyanakkor az analitikus modellekkel ellentétben – mivel az ok-okozati összefüggések a szimuláció során

rejtve maradnak – célérték-keresés vagy optimalizálás közvetlenül nem lehetséges alkalmazásukkal (például *közvetlenül* nem minimalizálható a vevői várakozás, nem tudjuk meghatározni azt a berendezésszámot, ami a menedzsment által előírt műveletközi készleteket eredményezi stb.).

- A szimulációs modellek alkalmazásakor az egyes teljesítménymutatókról több információt kaphatunk, ugyanis nem csak a paraméterek leíró statisztikai mutatói állnak rendelkezésre, hanem eloszlásuk is elemezhető. A kapott eredmények azonban az egyes mutatók lehetséges értékeinek csak egy mintáját jelentik, a mintavételezés folyamata pedig nagymértékben torzíthatják az eredményeket, ezáltal téves következtetésekhez vezethetnek (Hunyadi et al., 2001).
- A szimuláció gyakorlati szakemberek körében tapasztalható népszerűségének másik fontos oka, hogy e modellek a működés (az analitikus modellekhez képest jelentősen) átláthatóbb leírásával segítenek megérteni a rendszerben zajló folyamatokat. Az analitikus megközelítés alkalmazásához képest azonban igen sok időt igényel e modellek létrehozása.

Az analitikus és szimulációs modellek összehasonlításából jól látszik, hogy mindkét típusú modellezésre szükség van a sorállási rendszerek vizsgálata során. Az, hogy melyik megközelítés alkalmazása a célravezető, csak a konkrét probléma alapos megismerését követően dönthető el.

### **3.1.4. A sorállási rendszerek vizsgálatának gyakorlati megvalósítása**

A sorálláselmélet analitikus modelljeit leggyakrabban érő vád, hogy a gyakorlati problémák megoldására alkalmatlanok, mert elvont eseteket írnak le, sok egyszerűsítést alkalmaznak (Bhat, 1969). A sorálláselmélet kezdeti eredményei ennek ellenére mind gyakorlati problémákra adott válaszok voltak (Bhat, 2008). Engset és Erlang munkássága a telefonközpontok napi működésének problémáin alapult. A sorálláselmélet eredményeinek és az azokra épülő alkalmazásoknak példái szép számmal találhatók meg azóta is a szakirodalomban.

A repterek biztonsági ellenőrző pontjainál megfigyelhető várakozási folyamatok leírására például mindenféle egyszerűsítés nélkül alkalmasak a sorálláselmélet analitikus modelljei (Gilliam, 1979). Reptereken kötelező ellenőrizni felszállás előtt az utasok kézipoggyászainak tartalmát, illetve az utasnál lévő egyéb tárgyakat. Egy reptér menedzsmentje mindösszesen az ellenőrző egységek számának, típusának és térbeli elhelyezésüknek a segítségével befolyásolhatja az ellenőrző kapu előtt kialakuló várakozási

folyamatot. A Lockheed Aircraft Service Company az utasok várakozásának csökkentése érdekében 3 elrendezési lehetőséget vizsgált meg (Gilliam, 1979). Az ellenőrzés történhet a terminálra való belépés előtt, a repülőgéphez vezető kapun (gate) történő áthaladást megelőzően vagy a több kaput kiszolgáló váróba (concourse) való belépés előtt. A vizsgált repülőtér az utóbbi megoldást alkalmazta. A széleskörű adatgyűjtést és az utaslétszám jövőbeli alakulásának előrejelzését követően azt vizsgálták, hogy hány berendezésre van szükség ahhoz, hogy az utasok ellenőrzése elvégezhető legyen érkezésük és a repülőgép tervezett indulása között. Az aktuális igénynek megfelelő kialakítás meghatározása mellett (aminek köszönhetően a következő 10 évben elegendő kapacitás áll rendelkezésre a megfelelő átalakítást követően) meghatározták, hogy a későbbiekben milyen további lépések szükségesek a szolgáltatási színvonal (elkövetkező 20 évben történő) fenntartása érdekében.

A repülőterek forgalmának növekedése nem csupán az utasok, hanem a járatok számának növekedésében is megmutatkozik. Ennek következtében a karbantartási munkálatok megfelelő szervezése is egyre fontosabb kérdéssé válik. Az American Airlines Tulsa-i karbantartó állomásának futómű-ellenőrzési munkálatainak ütemezése ennek megfelelően egyre fontosabbá válik (Srikanth-Vinod, 1989). Annak ellenére, hogy az itt tapasztalható folyamatok igen bonyolultak, az elemzők mégsem szimuláció alkalmazása mellett döntöttek. Ennek egyik oka az volt, hogy nem állt rendelkezésükre elegendő mennyiségű adat egy szimulációs modell létrehozásához. Továbbá a vizsgált folyamatok zárt sorállási hálózatként való leírása nagyban felgyorsította a különböző paraméterértékekkel végzett vizsgálatokat, és sorállási hálózatokkal történő közelítéssel igen robusztus eredmények nyerhetők akkor is, ha viszonylag kevés adat áll rendelkezésre. Az elvégzett vizsgálatok nem csak azt példázzák jól, hogy bonyolultabb rendszerek elemzésekor is használhatóak a sorálláselmélet eredményei, hanem azt is, hogy azok – a szimulációhoz hasonlóan – jól támogathatóak szoftveresen, és egy rendszer számos sajátosságát képesek figyelembe venni. Egy QNET modell létrehozásával különböző típusú feladatok elvégzését, a gépek meghibásodásait és azok javításait, valamint az egyes munkadarabok munkaállomások közötti szállítását is figyelembe vették. A vizsgálatok eredményeként meghatározták azon műveleteket, amelyek időszükségletét csökkenteni kell. Emellett a különböző típusú munkaállomások számát olyan értékben állapították meg, hogy azok kapacitáskihasználtsága ne akadályozza a felmerülő igények kielégítését akkor sem, ha azok száma jelentős mértékben növekszik.

A sorálláselmélet eredményeit gyakran alkalmazzák a rendőrségnél is. Megfelelő modellek segítségével a járőrözés számos teljesítménymutatója határozható meg, amelyek

aztán olyan döntések alapjául szolgálhatnak, mint a járőrök szükséges számának meghatározása vagy az egyes járőrökhöz tartozó körzetek megfelelő mértének vizsgálata. A New York-i járőrautók esetében például arra a meglepő következtetésre jutottak, hogy az egy járőrhez rendelt terület növelése csökkenti a kitérkezések átlagos idejét (Larson–Rich, 1987). Ehhez az úgynevezett Hypercube Queueing modellt (HQM) használták, ami a sorálláselmélet telepítési problémákba történő beágyazását jelenti, és járműallokálási és a hozzájuk tartozó terület nagyságával kapcsolatos problémák megoldására szolgál. Ezt a modellt elsősorban a rendőrség, tűzoltóság, mentők és egyéb vészhelyzetben igénybevett szolgáltatások kialakításának vizsgálatára hozták létre (Geroliminis et al., 2006). A New York-i rendőrségnél végzett vizsgálatokat különböző kapacitáskihasználási adatok alkalmazásával is elvégezték, mivel e mutató alakulása a sürgősségi szolgáltatások egyik legfontosabb paramétere.

A bemutatott alkalmazásokból jól látszik, hogy a sorálláselmélet – az általános szemlélettel ellentétben – a sorállási problémák igen széles körének vizsgálatára alkalmas. Az American Exchange Bank & Trust Company oklahomai bankfiókjának kialakításával kapcsolatos vizsgálatok szintén a sorálláselmélet eredményeire támaszkodtak (Foote, 1976). A drive-in rendszerben működő bankfiók kialakításakor a rendelkezésre álló terület és a vevői igény nagysága volt a legfőbb korlátozó tényező. Hagyományos és automata kiszolgáló egységeket kívántak elhelyezni a „bankfiókban” olyan módon, hogy a rendelkezésre álló hely kihasználtsága és a szolgáltatási színvonal is elfogadható legyen. A menedzsment a szolgáltatási színvonalat a vevői elégedettség, azon belül is a várakozási idő függvényében definiálta. Egyszerű  $M/M/k$  modellek alkalmazásával vizsgálták a különböző kialakítási lehetőségeket, és meghatározták a költség, helykihasználás és szolgáltatási színvonal szempontjából legkedvezőbb megoldást. Annak bevezetésekor azonban olyan tényezőt tapasztaltak, ami a sorálláselmélet modelljeinek alkalmazásával nem vizsgálható: a vevői viselkedés sajátosságait. Az ügyfelek ugyanis szokatlannak tartották az automata kiszolgálókat, ezért előnyben részesítették a hagyományos ablakoknál történő kiszolgálást. Ezzel természetesen növelve az átlagos várakozási időt.

Az előző fejezetben már ismertetett kutatás, az autópálya ellenőrző kapuinál folytatott vizsgálatok esetében például sorállási modellek alkalmazását tervezték, a probléma mélyrehatóbb megismerését követően azonban szimuláció használata mellett döntöttek a kutatók (Landauer–Becker, 1989). Az elvégzett vizsgálatok és a kapott eredmény tükrében ez nem is meglepő: a rendszer különböző elrendezéseinek, különböző prioritási szabályok alkalmazásának és az ellenőrző kapuknál közlekedő eltérő típusú járművek különböző



útvonalakhoz rendelésének elemzésére volt szükség. Ilyen összetett vizsgálatok legegyszerűbben szimuláció segítségével hajthatóak végre.

A vizsgálatok hasonlóan összetett voltára való tekintettel alkalmaztak szimulációt a vradóállomások és a vradás folyamatának kialakításával kapcsolatban (Brennan et al., 1992). Az Amerikai Vöröskeresztnél felismerték, hogy a vradás önkéntes jellegéből adódóan nagy hangsúlyt kell fektetni a várakozási idő csökkentésére, hogy az minél kevesebb potenciális vradót riasszon el a részvételtől. Ennek megfelelően több lehetőséget is megvizsgáltak a várakozási idő csökkentése érdekében. A vradást megelőző vizsgálatokat igyekeztek a lehető legkedvezőbb módon összevonni, több férőhellyel és nagyobb személyzettel rendelkező vradéti szobákat alakítottak ki, és szabályozták az állomás egészének működését. A szimulációval kapott eredmények alapján a javasolt megoldásokat bevezették különböző állomásokon. Az így kialakított rendszer működése nem pusztán megerősítette a szimuláció eredményeként tapasztalt várakozáscsökkenést, de a betegek a valósnál jelentősen nagyobb csökkenést észlelték a várakozásukban, és a személyzet is pozitív változásokat tapasztalt (mind magát a vradéti, mind a kapcsolódó adminisztrációs folyamatokat illetően).

A szolgáltatást igénybevevő ügyfelek, vásárlók stb. várakozási idejének csökkentése nem csak a profitorientált vállalatok számára fontos, ahogy az az önkéntes vradók példájából is látszik. Ebben az esetben a Vöröskereszt azonban, ha nem is profitszerzés céljából, de érdekelt „vevői” elégedettségének fenntartásában. Az önkéntes vradásra jelentkezők számához hasonlóan a választásokon résztvevő állampolgárok számát is nagyban befolyásolja a várakozási idő (Grant, 1980). A szavazásokon való részvételi arány ennek megfelelően nagyban befolyásolható a szavazófülkék, illetve a szavazást lebonyolító berendezések (kiszolgáló egységek) számával. Az analitikus összefüggések és a szimuláció együttes alkalmazásával egyszerűen meghatározható a szükséges berendezések száma, de segítségükkel döntés születhet további beszerzésekről, illetve a rendelkezésre álló erőforrások allokálásnak módjáról is.

Az analitikus és szimulációs modellek alkalmazása különböző előnyökkel jár. Ennek következtében sok esetben a legjobb megoldást együttes alkalmazásukkal érhetjük el (van Dijk, 2000). A kétféle megközelítés kombinálásakor hibrid modellezésről, illetve hibrid modellekről beszélhetünk. A hibrid modellezés alkalmazásakor egymástól független analitikus és szimulációs modelleket hozunk létre, azok eredményeit azonban közösen használjuk a problémamegoldás során (Sargent, 1994). A hibrid modellek az analitikus és szimulációs modellezés szorosabb összekapcsolását jelentik (Schodl, 2009). Annak

függvényében, hogy a kétféle modell között milyen mélységű és jellegű kapcsolat áll fenn a hibrid modellek 4 típusát különíthetjük el (Shanthikumar–Sargent, 1983). A kétféle modell működhet egymástól függetlenül (I. típus), illetve egymással párhuzamosan olyan módon, hogy a megoldási folyamat során kapcsolatba lépnek egymással (II. típus). A III. típusú modellekben a szimuláció a rendszert leíró analitikus modellnek alárendelve működik. A IV. típusú modellekben pedig a szimulációs modell írja le a rendszer működését, ehhez azonban az analitikus összefüggéseken alapuló részmodellek eredményeit is felhasználja.

A félvezetőket gyártó rendszerek működése (a különböző termékek, a sokféle erőforrás, a különböző megmunkálási folyamatok és azok eltérő sorrendjének következtében) viszonylag bonyolult, az ezekben a rendszerekben meghozandó döntéseknek azonban (tekintettel a termékek és az alkalmazott technológia rövid életciklusára) gyorsan kell megszületniük (Deuermeyer et al., 1998). Ennek megfelelően egy ilyen rendszer vizsgálata hibrid modellek alkalmazását teszi szükségessé, ugyanis az analitikus modellek csak durva becslést adják a rendszer működésének, a szimulációs modellek alkalmazása pedig túl időigényes. Egy félvezetőket gyártó rendszer vizsgálatára létrehozott hibrid modell eredményei mindössze 5%-kal térnek el a szimulációs eredményektől (szemben az analitikus modellek 30%-os eltéréssel), ugyanakkor az ilyen módon végzett vizsgálatok tized annyi időt vesznek igénybe, mint a szimulációs modell alkalmazása.

A sorállási rendszerek vizsgálatának speciális eseteit jelentik azok a megoldások, amikor nem a működést leíró modellben, hanem közvetlenül a vizsgált rendszerben vezetik be a tervezett változásokat. Ez ilyen jellegű vizsgálatoknak természetesen feltétele, hogy a rendszer átalakításának és az abból eredő esetleges teljesítményromlásnak a költségei ne legyenek túl magasak.

A Burger King saját tulajdonban lévő üzleteiben próbálja ki folyamatainak átalakítási lehetőségeit (Swart–Donno, 1981). Amennyiben az itt, kontrollált körülmények között bevezetett változások pozitív hatásúak, akkor terjesztik csak ki az étteremlánc több mint 90%-át adó franchise alapon működő üzletekre is az új megoldásokat. Manapság vizsgálataikat természetesen szimuláció is segíti.

Egy pizzéria átalakítási lehetőségét szintén a kiszolgálás tényleges átalakítása, majd az eredeti és az új rendszerben tapasztalható várakozás összehasonlítása alapján értékelték (Luo et al., 2004). A vizsgálatok során expressz kiszolgálási lehetőség alkalmazását vizsgálták. Egy külön kiszolgáló egységet hoztak létre azon vevők számára, akik az ételek egy szűk köréből választanak. Az így kialakított – új kiszolgáló egységgel is bővített – rendszer szignifikánsan

csökkentette a vevői várakozást a rendszer egészében, és az egyes vevői csoportokban (az expressz és hagyományos szolgáltatást igénybevevők között) is.

A pizzériában végzett vizsgálatok a vevői várakozást nem csak mint objektív mutatót vették figyelembe. A kutatás fontos részét képezte a várakozás vevők általi észlelésének és értékelésének vizsgálata. Ennek megfelelően vizsgálták a rendszer átalakításának a várakozásészlelésre és a vevői elégedettségre gyakorolt hatását is. Míg a tényleges várakozási idő tekintetében mindhárom vevői csoport körében szignifikáns változás volt tapasztalható, ez nem mondható el az egyéb mutatókról. Az észlelt várakozási idő a hagyományos szolgáltatást választó vevők körében nem változott jelentősen, az expressz sorban álló vevők és a vendégek összességének körében szignifikáns javulást tapasztaltak. A vevők elégedettsége az előzőektől eltérő módon alakult – egyik vevői csoport sem számolt be szignifikáns változásról.

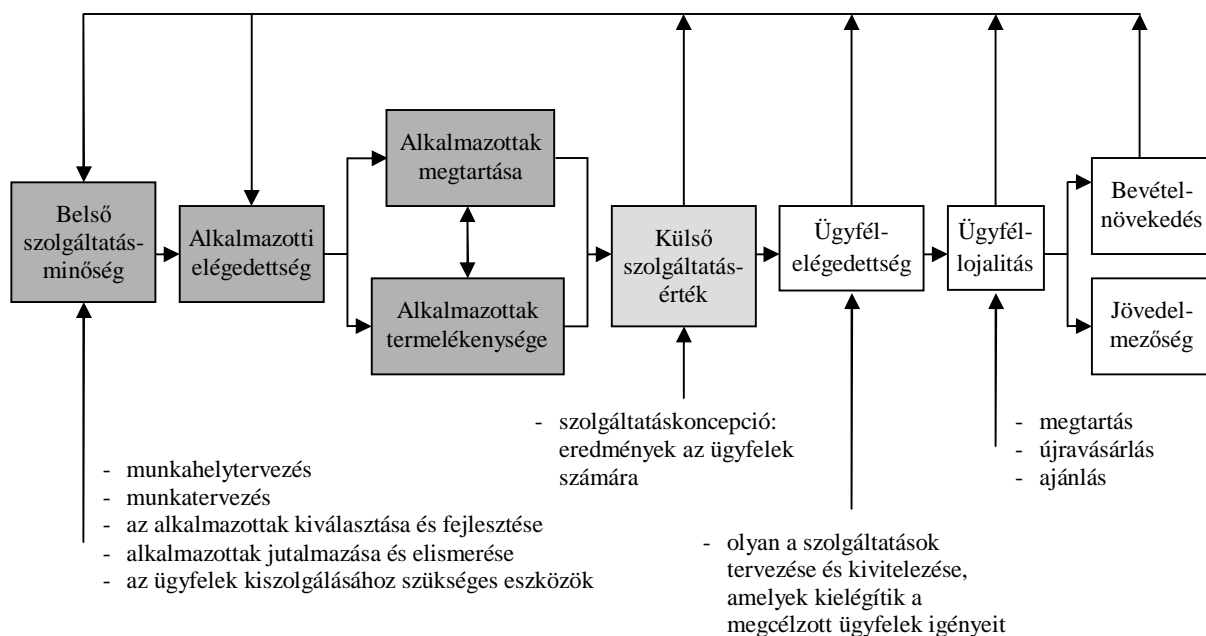
A bevezetett változás sikerességének megítélése tehát nagyban függ attól, hogy milyen módon definiáljuk a vevői várakozást. A vevői várakozás leírására használt különböző mérőszámok természetükből adódóan eltérő módokon befolyásolhatóak, és különböző módon reagálnak a rendszerek átalakítási lehetőségeire. Ennek megfelelően ahhoz, hogy megítélhessük egy sorállási rendszer átalakításának vevői várakozásra gyakorolt hatását, a várakozási mutatók mindegyikének alakulását meg kell vizsgálni.

### **3.2. A vevői várakozás leírására alkalmas mutatók**

Az előző fejezetben ismertetett módszerek segítségével a sorállási rendszerek különböző teljesítménymutatói határozhatóak meg. Ezek a mutatók vonatkozhatnak a rendszert felkereső entitásokra, a szolgáltatást nyújtó kiszolgáló egységre, a várakozó sorra, illetve a sorállási rendszer egészére (Koltai, 2003). Ilyen módon meghatározhatjuk például a kiszolgáló egységek kapacitáskihasználását vagy annak valószínűségét, hogy bizonyos számú entitás tartózkodik a rendszerben. A vállalati versenyképesség, jövedelmezőség szempontjából azonban a legfontosabb teljesítménymutatók a vevői várakozással kapcsolatosak.

A szolgáltatások és a vállalati nyereségesség kapcsolatát – a 4. ábrán látható – szolgáltatás-nyereség lánc írja le (Heskett et al., 1994). A belső szolgáltatások magas szintje elégedetté teszi az alkalmazottakat, ami alacsony fluktuációhoz és magas termelékenységhez vezet. A megfelelően képzett, a feladat elvégzésére kiválóan alkalmas munkaerő számára is biztosítani kell a jó minőségű munkavégzéshez szükséges eszközöket. Ezek segítségével a vállalat kifejezheti, hogy fontos számára az alkalmazottak tevékenysége, ami elégedetté, végső soron pedig lojálissá teszi a munkatársakat. A megfelelő eszközöknek

és a kellő motiváltságnak köszönhetően az alkalmazottak hosszú távon is képesek magas teljesítményt nyújtani. Ennek következtében a külső szolgáltatások minősége is magasává válik. Amennyiben a magas szolgáltatásérték jól tervezett és kivitelezett, az ügyfelek igényeinek megfelelő szolgáltatással párosul, akkor a vállalat tevékenysége elégedettséget szül a vevők, ügyfelek körében. Az ügyfél-elégedettség pedig az ügyfelek lojalitásának, a szolgáltatás újbóli igénybevételének köszönhetően növeli a bevételeket és a jövedelmezőséget.



**4. ábra: Szolgáltatás-nyereség lánc (Heskett et al., 1994)**

A vevői igények megfelelő színvonalú kielégítéséhez természetesen a szolgáltatáshoz kapcsolódó belső (sötétszürke háttérrel jelölt) folyamatok is elengedhetetlenül szükségesek, de a vevők által csak a szolgáltatás-nyereség lánc külső (fehér háttérű) szakasza érzékelhető. A két szakaszt a külső szolgáltatásérték – a belső szakasz eredménye és a külső szakasz bemenete – kapcsolja össze egymással. A vevőknek nyújtott érték elsősorban a szolgáltatás igénybevételével megszerezhető haszonból fakad, de azt sok egyéb tényező is befolyásolja. Egy szolgáltatás értékére nagy hatással van például az annak igénybevételéhez kapcsolódó várakozás. A megfelelően tervezett és kivitelezett szolgáltatás egyik jellemzője ugyanis, hogy az azok igénybevételéhez szükséges várakozás a vevők számára elfogadható mértékű.

### 3.2.1. A vevői várakozás objektív mutatói

A vevői várakozás vizsgálatához különböző mutatók határozhatóak meg a sorálláselmélet eredményeinek segítségével. Ilyen módon például számolhatóak a várakozók számát és a várakozás hosszát leíró paraméterek, melyeknek értelmezhetjük csak a várakozó sor(ok)ban, illetve a rendszer egészében tartózkodó vevők összességére jellemző értékét (Kleinrock, 1975). Emellett a várakozási mutatók megkülönböztethetők a szolgáltatáshoz viszonyított relatív időbeliségük szerint is. Ennek megfelelően beszélhetünk szolgáltatás előtti, szolgáltatás közbeni és szolgáltatás utáni várakozásról (Maister, 1985). Az, hogy melyik mutatóra kell elsősorban koncentrálnia a menedzsmentnek, a vizsgált szolgáltatás jellemzőitől függ.

A várakozók száma nagy hatással lehet a vevők elégedettségére, hiszen a várakozás e jellemzője az, ami akár a szolgáltatás igénybevétele nélkül is könnyen észlelhető. Ennek függvényében dönthetnek a vevők arról, hogy csatlakoznak-e egyáltalán a várakozó sorhoz. Túl hosszú sorok általában riasztóak a vevők számára, ugyanakkor – ismeretlen szolgáltatások esetén – előfordul, hogy a várakozók magas számát a szolgáltatás magas színvonalával azonosítják a potenciális vásárlók, ügyfelek. A várakozók átlagos száma és a várakozás átlagos hossza természetesen nem egymástól független jellemzők, közöttük – a beérkezési ráta segítségével – a Little-formula teremt kapcsolatot (Little, 1961). Ennek ellenére a várakozók száma sokszor nem pontos indikátora a várakozás várható hosszának. Főként azokban az esetekben nem, amikor különböző jellegű kiszolgálásokat kell összehasonlítani. Olyan szolgáltatásoknál, ahol a kiszolgálási idők jelentős eltéréseket mutatnak – vagyis ahol a sorképzési szabályok alkalmazása a leginkább indokolt lehet –, a menedzsmentnek a várakozási mutatók közül elsősorban a várakozási időkre kell koncentrálnia.

Attól függően, hogy a vevőknek a szolgáltatás előtt, alatt vagy azt követően kell várakozniuk, a várakozás hossza igen különböző hatást fejthet ki az elégedettségükre. Kevésbé zavaró, ha a saját kiszolgálásunk húzódik el, mint ha valakié, aki előttünk áll a sorban. A szolgáltatás előtti várakozás negatív megítélését fokozza, hogy a vevők várakozásuk befejeződéséig nem lehetnek biztosak abban, hogy igénybe tudják-e majd venni a szolgáltatást. Éppen ezért a szolgáltatás előtti várakozás csökkentése fontosabb, mint a szolgáltatás közbeni és szolgáltatás utáni várakozás mérséklése (Maister, 1985). Ennek megfelelően a sorban és a rendszerben töltött várakozási idők közül, a menedzsmentnek elsősorban a sorra jellemző várakozási mutatók csökkentését kell szem előtt tartania.

Időalapú versenyt folytató piaci környezetben tehát a termelésmenedzsment célja a sorálláselmélet segítségével meghatározható várakozási mutatók, főként a szolgáltatás előtti, sorban töltött átlagos várakozási idő csökkentése. A várakozási idő azonban egy valószínűségi változó, aminek alakulásáról önmagában a várható érték nem ad teljes képet. Ahhoz ugyanis a középérték-mutatók mellett az ingadozást mutatók figyelembevételére is szükség van (Hunyadi et al., 2001). Ennek megfelelően az átlagos várakozási idők mellett a várakozási idők szórásának nyomon követésére is nagy hangsúlyt kell fektetni. A várakozási idő nagyfokú ingadozása ugyanis bizonytalanságot, kiszámíthatatlanságot jelent a vevők számára. Az előre nem ismert hosszúságú várakozás következtében egy szolgáltatás igénybevételekor kockázatot kell, hogy vállaljanak az ügyfelek. Nem tudják ugyanis előre, hogy a szolgáltatás által számukra nyújtott érték meghaladja-e az ezen érték megszerzéséhez szükséges várakozás miatti veszteségüket. Ennek következtében fordulhat elő, hogy akár egy átlagosan hosszabb várakozási idő (alacsonyabb szórással) vonzóbb lehet a vevők számára, mint egy várhatóan rövidebb várakozás, aminek hossza azonban igen ingadozó, így elhúzódására nagy a valószínűség.

A várakozási idő sztochasztikus jellegével összhangban a várakozásra adott pszichológiai reakciók két csoportja különíthető el: egy részük a frusztrációval, más részük a bizonytalansággal kapcsolatos (Taylor, 1994). Ha a vevők várakozásra kényszerülnek, akkor – ideiglenesen – nem kapják meg az igényelt szolgáltatást. A várakozás átmenetileg gátolja tehát igényeik kielégítését, ami frusztrációt, bosszúságot okoz (Lawson, 1965). Ráadásul mivel a várakozás hossza valószínűségi változó, értéke nem adható meg pontosan előre. Ezáltal az emberek idővel kapcsolatos tervezését igen megnehezítheti a várakozási idő nagy szórása (Leclerc et al., 1995). A várakozás következményeinek kiszámíthatatlansága bizonytalanságban tartja a vevőket, ami nyugtalanságot, aggodalmat és egyéb, a bizonytalansághoz kapcsolódó érzéseket szül (Maister, 1985).

Amennyiben a menedzsment az átlagos várakozási időt csökkenti, a vevők várakozással járó bosszúságát igyekszik mérsékelni. A várakozás és az azzal kapcsolatos bosszúság minimalizálására való túlzott koncentráció során azonban a menedzsment könnyen elmulaszthatja a bizonytalanság csökkentéséből származó előnyöket. Márpedig a bizonytalanság sokféle, viszonylag egyszerű módon csökkenthető (információ szolgáltatásával a várakozás várható hosszáról, a várakozási időben tapasztalható ingadozások csökkentésével, a szolgáltatások standardizálásával stb.). Ilyen módon a vevőkkel éreztethető, hogy kiszolgálásuk megkezdésére és teljesítésére belátható időn belül sor fog kerülni.

A kiszolgálások standardizálásának, vagyis a kiszolgálási időkben tapasztalható ingadozások csökkentésének egyik lehetséges módja a sorképzési szabályok alkalmazása. Ha a szabályozás nem is csökkenti az átlagos vevői várakozást, az egy kiszolgáló egységhez tartozó kiszolgálások egységesebbé tétele révén csökkenti a kiszolgálási, és ennek következtében a várakozási idők szórását és sok esetben azok átlagos hosszát is. Egy specializált kiszolgálóra várva előfordulhat ugyan, hogy a vevők nem várakoznak rövidebb ideig, mint egy általános sorban (és így a várakozással kapcsolatos bosszúságuk sem csökken). A szabályozás azonban még ebben az esetben is növelheti a vevők elégedettségét. Ugyanis e vevőknek nem kell aggódniuk, hogy kiszolgálásuk esetleg túlságosan elhúzódik (a tapasztalt bizonytalanságuk tehát csökken). Ezzel természetesen lemondanak a jelentősen rövidebb várakozás lehetőségéről is. Ami azonban, kockázatkerülő tulajdonságot feltételezve, az elégedettség maximalizálásához vezető döntés.

A csökkenő határhasznosság elvének (Gossen I. törvényének) értelmében egy adott jószág fogyasztásának növelésével csökken az abból származó hasznosság növekedésének mértéke (Kopányi, 2007). Ennek következtében az emberek többsége rendelkezésre álló erőforrásait érintő döntéseiben kockázatkerülőnek tekinthető, hiszen a nagyobb kockázatért (szórásért) nagyobb várható hasznosságot vár el (Kövesi, 2007). Az idő a rendelkezésre álló erőforrások egyik fajtája, és mint ilyen, a pénzhez hasonlóan, megszerzhető, illetve elveszíthető – vagyis megspórolható, illetve elpazarolható. A várakozás ennek tükrében a lehetséges veszteségek egy fajtája. A veszteségek csökkentése növeli a hasznosságot, amivel teljes összhangban vannak a különböző várakozáscsökkentési törekvések.

A várható hasznosság elmélete által megfogalmazott általános kockázatkerülő tulajdonságot a kilátáselmélet (prospect theory) azzal egészíti ki, hogy a veszteségek tekintetében az emberek hajlamosak kockázatkereső módon viselkedni (Kahneman–Tversky, 1979). A várakozás tekintetében ez azt jelentené, hogy a várakozási idő szórásának csökkentése valójában csökkenti a várakozás által képviselt hasznosságot (azaz a vevői elégedettséget), nem pedig növeli. Kutatások eredményeként azonban megállapítható, hogy kockázatkedvelési szempontból a várakozás nem veszteség: a várakozással kapcsolatos döntéseikben az emberek többsége kockázatkerülő módon viselkedik (Leclerc et al., 1995). Ennek következtében a várakozás várható értékének csökkentése mellett szórásának mérséklésére is nagy hangsúlyt kell fektetni.

### 3.2.2. A vevői várakozás hosszát leíró szubjektív mutatók

A várakozási idő várható értéke és szórása egzakt módon meghatározható, mérhető mutatók. Értékük – egyszerű rendszerekben – a sorálláselmélet analitikus összefüggéseivel meghatározható, illetve heurisztikák segítségével jól közelíthető. Szimuláció alkalmazásával pedig a várakozási idő alakulását folyamatosan nyomon követhetjük – a leíró statisztikai mutatók által szolgáltatottaknál több információt tudhatunk meg. Ezek ismeretében a termelés- és szolgáltatásmenedzsment feladata az e tényezők értékét csökkentő megoldások megtalálása és bevezetése. Az ilyen célokat teljesítő megoldásokat széles körben alkalmazzák a különböző termelő és szolgáltató rendszerekben. Ez a megközelítés azonban a várakozási időket pusztán statisztikai mutatóik segítségével vizsgálja, így nem feltétlenül vesz figyelembe minden releváns információt. Szolgáltató rendszerekben, ahol a várakozás alanyai emberek, a csak kvantitatív információkra épülő menedzsmentintézkedések sok esetben nem képesek maximalizálni a vevői elégedettséget, mivel számos tényező hatását figyelmen kívül hagyják.

A vevői várakozás vizsgálatakor ugyanis kétféle várakozási idő különböztethető meg. A *tényleges* várakozás, ami a menedzsment által viszonylag könnyen mérhető, így az ennek csökkentését célzó intézkedések hatásai is könnyen ellenőrizhetőek. A vevők által *észlelt* várakozási idő viszont a várakozás azon hossza, amit a vevők tapasztalnak, és – ami ebből kifolyólag – csak általuk ismert. A két érték között pedig jelentős különbségek lehetnek.

Az eltérések egyik oka, hogy az emberi időészlelés nem lineáris (Stevens, 1957). Ennek megfelelően, még ha ismerjük is az egyes intézkedések vevői várakozásra gyakorolt hatását, akkor sem rendelkezünk pontos ismeretekkel arról, hogy a vevők milyen várakozásváltozást tapasztalnak. Ennek meghatározása ugyanis kizárólag objektív mutatók tanulmányozásával nem lehetséges. Egy adott értékű várakozásváltozást ugyanis a ténylegesnél hosszabbnak és rövidebbnek is észlelhetnek a vevők.

A várakozással kapcsolatos értékítéletet – a várakozásészlelés általános nemlineáris jellege mellett – számos más pszichológiai és környezeti tényező is befolyásolja (Katz et al., 1991). Ezek pedig nagy eltéréseket okozhatnak egy adott mértékű várakozás mind az egyes személyek által, mind a különböző rendszerekben észlelhető hossza között. A várakozás észlelését befolyásolják többek között az előzetes tapasztalatok, ismeretek, a pillanatnyi hangulatállapot, a pillanatnyi szükségletek, az érdeklődési kör, a kulturális élettér és számos környezeti tényező is.



A várakozás szubjektív megítélésének (a vevők várakozásészlelési folyamatának és annak befolyásolási lehetőségeinek) vizsgálata az észlelésmenedzsment feladata. Ennek következtében olyan eszközöket alkalmaz a szolgáltatás-színvonal fejlesztésére, amivel a vevők észlelési folyamatát képes kedvezően befolyásolni (Chebat et al., 1995). Az észlelt várakozási idő ugyanis nagymértékben befolyásolható a várakozás körülményeivel, illetve a várakozási folyamat jellegével (Larson, 1987; Jones–Dent 1994).

A várakozás befolyásolása azon tényezők segítségével lehetséges, amelyek a szolgáltatási folyamatokból adódnak, azaz amelyek a szolgáltatás nyújtója által meghatározottak. Éppen ezért menedzsmentszempontról fontos az észlelést befolyásoló tényezők megkülönböztetése aszerint, hogy azok elsősorban a vevőtől függenek vagy főként a vállalat által meghatározottak (Maister, 1985). A vevőtől függő tényezők a menedzsment által egyáltalán nem vagy csak nehezen befolyásolhatóak. A csoportos várakozás például bizonyítottan lerövidíti az észlelt várakozási időt az egyéni várakozás esetén észlelthez képest – azonban nem írható elő a kiszolgálás feltételeként a csoportos várakozás. Hasonlóan nehezen befolyásolható tényező például a vevők pillanatnyi érzelmi állapota. Néhány vevőkhöz köthető tényezőt azonban kis mértékben képes befolyásolni a menedzsment. Ezek főként a vevők feltételezéseinek, értékítéletének befolyásolásával kapcsolatosak. A vevők a várakozás hosszáról kialakított előzetes (tapasztalaton, információon alapuló) feltételezései ugyanis nagymértékben módosítják a várakozás észlelt időtartamát. A szolgáltatás várható hosszára vonatkozó információ így képes befolyásolni a várakozás hosszának észlelését. Ugyanakkor például a várakozás tárgyának, a szolgáltatásnak a vevők számára nyújtott értéke vagy a vevők várakozás iránti attitűdje – a várakozásészlelést befolyásoló további tényezők – nehezen módosíthatóak a vállalat oldaláról. Ezeket a hatásokat adottnak tekintve tehát a vállalat által kontrollálható tényezők kedvező alakítására kell nagy hangsúlyt fektetni. Ezek között a tényezők között számos olyan található, amelyek alkalmazása széles körben elterjedt. Ilyen például a kényelmes, kellemes várakozási környezet kialakítása vagy a várakozás közbeni szórakoztatás. Ugyancsak fontos eszköz a várakozás okáról szóló tájékoztatás vagy a kiszolgálás közbeni és kiszolgálás megkezdése előtti várakoztatás helyes arányának megválasztása.

Az észlelt várakozási idő csökkentésének egyik legegyszerűbb és leggyakoribb módja, hogy a vevőknek, ügyfeleknek valamilyen elfoglaltságot nyújtanak a várakozás során. Az aktívan töltött várakozás ugyanis rövidebbnek tűnik, mint egy azonos hosszúságú passzív várakozás. A várakozásészlelés e pszichológiai jellemzőjét használják ki a többemeletes irodaépületekben is, ahol a legtöbb panasz a liftek előtti hosszú várakozással kapcsolatos

(Kostecki, 1996). Ez a probléma újabb felvonók üzembe helyezésével nem orvosolható, valamint a liftek menetideje sem csökkenthető jelentősen. Tehát az átlagos várakozási idő nem mérsékelhető. A liftek mellé kihelyezett tükrök segítségével azonban a várakozás miatti panaszok száma jelentősen csökkenthető, ezek ugyanis lekötik a figyelmet, elfoglaltságot nyújtanak várakozás közben, ami csökkenti a várakozás észlelt hosszát.

A vevők várakozásészlelése kedvezően befolyásolható a várakozás körülményeinek megfelelő átalakításával is. Ilyen módon érte el vendégei elégedettségének növekedését a New Yorkban található Swissair Hotel is (Kostecki, 1996). E szálloda vendégei általában csoportosan érkeznek a hotelbe a repülőtérrel, ezért a bejelentkezés folyamata gyakran elhúzódik. E probléma orvoslására a menedzsment több megoldást is bevezetett, amelyek egyike sem volt lényeges hatással a várakozás időtartamára, azonban a vendégek elégedetlenségét jelentős mértékben csökkentette. A vendégeket a hallba kísérték, hogy ott kényelmesen kitölthessék a regisztrációs űrlapot, italt szolgáltak fel nekik, és gondoskodtak a csomagjaikról. Ezzel egyrészt kényelmesebbé tették a várakozást és elfoglaltságot nyújtottak a vendégek számára, akik ennek következtében kellemesebbnek és rövidebbnek érezték a várakozást. A csomagok átvételével pedig kifejezték, hogy várakozás hamarosan befejeződik, az igényelt szolgáltatást biztosan megkapják a vendégek.

A várakozással kapcsolatos elégedetlenség legfontosabb befolyásoló tényezői a tényleges várakozási idő és a várakozás hosszának észlelését befolyásoló különböző hatások. E tényezők mellett azonban megjelenhetnek más, hasonló jelentőségű tényezők is. Ilyen a várakozás igazságosságának kérdése. Az érkezési sorrend szerinti kiszolgálás az általánosan elfogadott, ennek indokolatlan (vagy akár indokolt) megsértése jelentősen növeli a várakozással kapcsolatos vevői elégedetlenséget. Ezt a jelenséget figyelték meg a texasi repülőtéren is (Larson, 1987). A repülőtéren biztosították ugyan, hogy az utasok a leszállást követő 8 percen belül kézhez kapják csomagjaikat, ennek ellenére bizonyos kora reggeli járatok utasaitól folyamatos panaszok érkeztek a menedzsmenthez a túlzott várakozás miatt. A vizsgálatok során megállapították, hogy a várakozás két, jól elkülöníthető szakaszra bontható: egy átlagosan egy perc hosszúságú sétára a csomagkiadóig és egy átlagosan hét perces várakozásra a csomagok megérkezéséig. A kora reggeli járatokon az utasok egy jelentős részét munkába igyekvő üzletemberek teszik ki, akik kézipoggyással utaznak. Ők az egyperces sétát követően távoztak a reptérről. Ennek következtében „kiszolgálásuk” korábban befejeződött, hamarabb hagyták el a „rendszer”, mint a poggyászra várakozók – függetlenül attól, hogy előbb érkeztek-e a csomagkiadóhoz. Ezáltal pedig sérült az érkezés szerinti (First Come First Served – FCFS) kiszolgálási sorrend, ami nagy elégedetlenséget okozott a

„megelőzött” utasok körében. Az utasok e pszichológiai sérelmét úgy orvosolta a menedzsment, hogy a reggeli járatokat egy, a főtermináltól távolabb eső kapuhoz irányította, és a csomagok átvételét is egy távolabbi csomagkiadóhoz helyezte át. A megnőtt távolság miatt a várakozás sétával töltendő része 6 percre nőtt. A menedzsment tehát növelte az átlagos várakozási időt, ugyanis minden utas lassabban jut a kijáratához. Ennek ellenére a változtatás bevezetését követően a panaszok gyakorlatilag megszűntek, így ugyanis az utasok nem tapasztaltak igazságtalanságot a szolgáltatás során.

A várakozó sorok vizuális megjelenésének is nagy hatása van a vevői várakozásészlelésre (Kostecki, 1996). Ennek érdekében a Walt Disney-nél a várakozó sorok egy részét elrejtik a vendégek elől és a sorok megfelelő telerésének köszönhetően eléri azok folyamatos haladását. Hasonló eljárást figyelhetünk meg a bankokban is, ahol az elektronikus ügyfélszolgálat tábláknak köszönhetően az ügyfelek folyamatosan észlelik a sorok haladását, a sorszámrendszer pedig biztosítja az érkezési sorrend szerinti kiszolgálást.

### **3.2.3. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség**

Ahogy az a 3.2.2. fejezet példáiból is kiderül az észlelt várakozási idő a vevői elégedettség egyik fontos meghatározója. Az észlelt várakozási idő a tényleges várakozás alapján, különböző befolyásoló tényezők hatására alakul ki. A tényleges várakozási idő és a vevői elégedettség értékláncában az észlelt várakozás tehát közvetítő szerepet játszik (Pruyn–Smidts, 1998). A szolgáltatáshoz kapcsolódóan keletkező tényleges várakozási idő ugyanis először mint észlelt várakozás jelenik meg a vevőkben. Az észlelt várakozás hosszát értékelve pedig a vevőkben kialakul egy bizonyos szintű elégedettség, illetve elégedetlenség. Mivel a vevői elégedettség a szolgáltatás-nyereség lánc kapcsolatrendszerének megfelelően a vállalat jövedelmezőségének egyik meghatározója, a rövid várakozás – a vevői elégedettségen keresztül – végső soron a vállalati profitszerzés egyik forrásává válik.

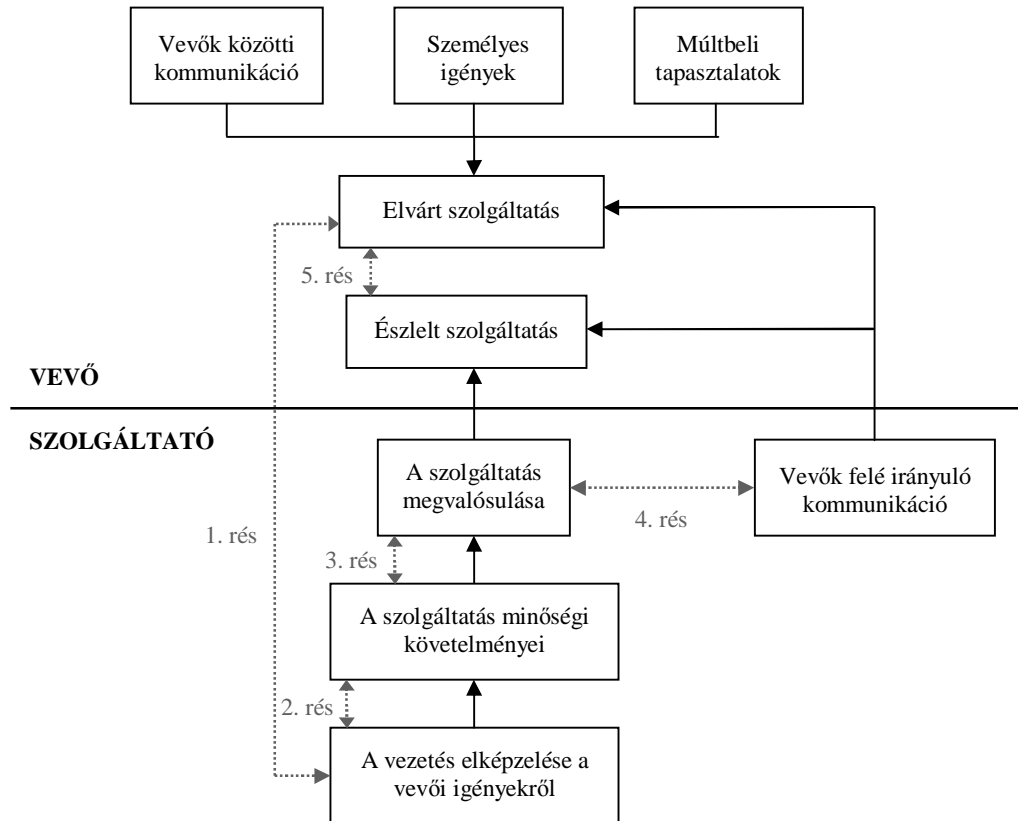
A vevői várakozással kapcsolatos mutatók (a tényleges várakozási idő, a várakozás észlelt hossza és a várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség) tehát önmagukban is egy szűken értelmezett szolgáltatás-nyereség láncot alkotnak. A vevői elégedettség és a várakozás kapcsolatrendszerében betöltött szerepének köszönhetően az észlelt várakozási idő pedig szorosabb kapcsolatban áll a vevők elégedettségével, mint a tényleges várakozás (Hornik, 1984). Sok példával találkozhatunk, amikor az átlagos várakozási idő csökkentése, a várakozási idő eloszlásának megváltoztatása nélkül, illetve éppen a várakozás növelése mellett volt képes növelni a menedzsment a vevők elégedettségét. Ennek következtében a

vevői elégedettséget maximalizáló törekvés közelebb áll az észlelt várakozás minimalizálásához, mint a tényleges várakozási idő csökkentésének céljához.

Az, hogy egy adott hosszúságú (tényleges és észlelt) várakozás milyen mértékű elégedettséget, illetve elégedetlenséget vált ki az egyes vevőkből, sok tényezőtől függ. A szolgáltatások minőségét ugyanis a vevők az előállítási folyamat és a végeredmény alapján is értékelik (Heidrich, 2006). Ennek megfelelően különböztetjük meg a funkcionális és a technikai minőséget, amelyek legfőbb meghatározói – mindkét esetben – az elvárt és az észlelt teljesítmény (Grönroos, 2001). A megfelelő minőséget ugyanis a vevői igényeknek való megfelelés határozza meg (Kövesi–Topár, 2006). E két érték különbségeként definiálja az elégedettséget a tudomány első törvénye – First Law of Science – (Maister, 1985) és a szolgáltatások minőségét leíró modellek többsége, így például a rés-modell (Zeithalm et al., 1990) is. Ez a szolgáltatásminőség-modell – az 5. ábrán látható módon – öt részt fogalmaz meg, amelyek csökkentésével a szolgáltatások minősége fejleszthető, és amelyek mértéke a szolgáltatások minőségének meghatározója:

- Eltérés lehet a vevők elvárásai és a menedzserek által feltételezett vevői elvárások között (1. rész). Ennek két oka lehet. Vagy a vevő nem tudja egyértelműen megfogalmazni az igényeit, illetve nem is ismeri pontosan azt. Vagy a szolgáltató nem értelmezi helyesen az elvárásokat.
- A menedzsment által megfogalmazott vevői igények és azok minőségcélokként való megfogalmazása között újabb eltérés lehetséges (2. rész). Előfordulhat, hogy a megfogalmazott célok nem teljes körűek, azok teljesülését nem követik figyelemmel, vagy hogy teljesíthetetlen követelményeket támasztanak.
- A megfogalmazott minőségi követelményeknek nem feltétlenül felel meg a tényleges szolgáltatás (3. rész). Amennyiben nem állnak rendelkezésre a szükséges feltételek, vagy a vállalat egymásnak ellentmondó célokat fogalmaz meg, a szolgáltatás eltérhet a tervezettől. Továbbá mivel a szolgáltatások előállítása és fogyasztása egyidejűleg történik, a tényleges szolgáltatás tervezetthez képesti eltéréseinek javítására sokszor nincs lehetőség.
- A megvalósuló szolgáltatás és annak a vevők felé történő kommunikálása további eltérési lehetőséget hordoz magában (4. rész). A vállalat kommunikációja nagyban befolyásolja a vevők, ügyfelek szolgáltatással kapcsolatos elvárásait. A kommunikáció egyik célja általában a vevői igények fokozása, így az sokszor fokozza a vevői elvárásokat – növelve a tényleges szolgáltatáshoz képesti különbséget.

- A vevők, ügyfelek által elvárt és az általuk tapasztalt szolgáltatás között pedig újabb különbség lehetséges (5. rész). Ez az eltérés egyrészt összegzi a korábbi eltérések hatásait, másrészt egyéb hatásokat is magába foglal. Nagyságát ugyanis számos szubjektív tényező befolyásolja – mind az elvárt, mind az észlelt szolgáltatás oldaláról.



**5. ábra: A szolgáltatásminőség rész-modellje (Zeithalm et al., 1990)**

A modell 5. rése az elvárt és az észlelt teljesítmény közötti különbséget írja le. A modell megalkotói ugyan ezt a részt elsősorban a szolgáltatás minőségének egyik jellemzőjeként definiálták, azonban széles körben elterjedté vált a rész-modell és az az alapján kifejlesztett SERVQUAL kérdőív vevői (vagy alkalmazotti) elégedettség vizsgálatára történő alkalmazása.

Egy nyak- és hátfájdalmak kezelésével foglalkozó holland csontkovács-rendelő betegeinek elégedettségét szintén a SERVQUAL modell alkalmazásával vizsgálták (de Ruyter et al., 1997). A felmérést megelőző elméleti kutatások megállapították, hogy a szolgáltatás minőségének és a vevők, ügyfelek elégedettségének definiálási lehetőségei között eltérések tapasztalhatóak. Ennek következtében vizsgálták a két jellemző egymással való kapcsolatát,

és a SERVQUAL modell alapján kidolgoztak egy, a szolgáltatásminőség és az elégedettség együttes mérésére alkalmas eljárást.

Az utazásszervezési szolgáltatásokat igénybevevő ügyfelek elégedetlenségét és az ahhoz kapcsolódó kompenzációs lehetőségeket is a SERVQUAL modell segítségével vizsgálták (Urdang–Howey, 2001). A turizmus területén számos esettel találkozhatunk, amikor az igénybevett utazási szolgáltatás nem váltotta be a hozzá fűzött reményeket, és az elégedetlen utasok végül jogi útra terelték a probléma rendezését. A bíróságoknak azonban igen nehéz megállapítaniuk a jogos kárpótlások mértékét, hiszen azoknak ezekben az esetekben az anyagi mellett a nem anyagi károkat is fedezniük kell. A SERVQUAL modell segítségével azonban könnyebben számszerűsíthetővé válhatnak az ügyfelek által elszenvedett károk.

A koreai kórházakban dolgozó ápolók és a kórházakat felkereső betegek elégedettségének vizsgálatára szintén a SERVQUAL kérdőívet alkalmazták (Lee–Yom, 2007). Megvizsgálták a szolgáltatással szembeni várakozásokat és az annak igénybevétele során észlelt teljesítményt mindkét csoport (a betegek és az ápolók) körében. A két csoport véleménye között szignifikáns különbségeket tapasztaltak, de nagy különbségek voltak felfedezhetőek ez egyes csoportok által elvárt és észlelt teljesítmények között. Azzal összhangban, hogy mindkét csoportban meghaladta az elvárt teljesítmény az észlelt értéket, mindkét vizsgált csoport elégedetlenségéről számolt be összességében.

Ahogy az a gyakorlati alkalmazásokból is látszik, az elégedettség nagyban függ a vevők elvárásaitól (Anderson–Sullivan, 1993; Oliver, 1980). Amennyiben úgy ítélik meg, hogy az adott szolgáltatás igénybeviteléhez szükséges várakozás elfogadható, akkor igénybe veszik a szolgáltatást. A várakozási idő azonban sztochasztikus változó, így annak aktuális értékéről csak becslései lehetnek a vevőknek. Valójában tehát akkor vesznek igénybe egy szolgáltatást, ha az általuk feltételezett várakozás nem haladja meg az általuk elfogadhatónak tartott értéket. Amennyiben tényleges várakozásuk (illetve annak észlelt hossza) meghaladja ezt az értéket, az nagymértékben növeli elégedetlenségüket. A vevők által elfogadhatónak tartott várakozás mértéke szolgáltatásonként, vevőnként, időben stb. változó.

A vevői elégedettség várakozás függvényében való alakulását meghatározó két tényező, az előre feltételezett és az észlelt várakozási idő mindegyike szubjektív érték. Ennek megfelelően a vevői elégedettség maga is szubjektív, az adott vevőre jellemző érték. A várakozás objektív célfüggvényének minimalizálása helyett tehát valójában a szubjektív elégedettség maximalizálására kell törekedniük a vállalatoknak. A Bernoulli-elvnek megfelelően ugyanis az egyének döntéseiket nem egy objektív mutató (hozam, illetve

várakozási idő) várható értékére alapozva hozzák, hanem egy szubjektív mutató (hasznosság, illetve elégedettség) átlagos értékét igyekeznek maximalizálni (Bernstein, 1998). A várakozás ezen egyedi megítélése, figyelembe véve az idő erőforrásjellegét, hasznosságfüggvények segítségével közelíthető. A vevői elégedettség maximalizálása pedig hasznosságmaximalizálásként írható le. Ennek megfelelően e hasznosságfüggvények természetének ismeretében a vevői elégedettség növelésének további módjai állhatnak a menedzsment rendelkezésére. Segítségükkel pontosabban tudja felmérni tevékenységének a vevői elégedettségre gyakorolt hatásait.

A szakirodalom áttekintése alapján megállapítható, hogy ahhoz, hogy a menedzsment teljes képet kapjon egy intézkedés vevői várakozásra gyakorolt hatásáról, és megalapozott döntést hozhasson, a vevői várakozást és annak vevői elégedettségre gyakorolt hatását több szempont szerint szükséges vizsgálni. A vizsgálatok eredményei alapján pedig a várakozás és az azzal összefüggésben kialakuló elégedettségi szint kapcsolatrendszerének azon pontján érdemes beavatkozni, ahol a lehető legkedvezőbb hatás érhető el. A termelés- és szolgáltatásmenedzsment eszközeivel a tényleges várakozás csökkenthető. Az észlelésmenedzsment a várakozás vevők által tapasztalt relatív hosszát igyekszik mérsékelni. Megfelelő szervezési megoldásokkal pedig a várakozás értékelése, azaz a vevői elégedettség befolyásolható. A legkedvezőbb, ha minden ponton kedvező hatást sikerül gyakorolni. A végeredményt tekintve azonban az is elegendő, ha az összességében kifejtett hatás előnyös. Ezért a sikeres szolgáltató vállalatok egyidejűleg a vevői elégedettség fokozására alkalmas eszközök több fajtáját is alkalmazzák (Nie, 2000). A következő fejezet egy a termelés- és szolgáltatásmenedzsment, illetve az észlelésmenedzsment szempontjait ötvöző eszköz, a sorképzési szabályok alkalmazásának vizsgálatát mutatja be.

#### 4. EXPRESSZ PÉNZTÁRAKKAL RENDELKEZŐ SORÁLLÁSI RENDSZEREK MŰKÖDÉSÉNEK VIZSGÁLATA

A szakirodalmi áttekintés rávilágított a vevői várakozás és a vevői elégedettség összetett kapcsolatára. A sorképzési szabályok alkalmazása e kapcsolatrendszer egyik meghatározó elemének több pontjára is hatást gyakorol. A sorképzési szabályok a vevőket valamilyen tulajdonságuk alapján csoportokra osztják, és a különböző vevői csoportokat különböző kiszolgáló egységekhez rendelik (Koltai, 2003). A csoportosítás alapja szinte bármilyen vevői tulajdonság lehet. Elkülöníthető például a törzsvásárlók, a VIP ügyfelek, az első osztályt választó utasok, a bankkártyával fizető, az áfás számlát igénylő vagy a kis, illetve nagy mennyiséget vásárló vevők kiszolgálása.

Áruházakban, szupermarketekben gyakran találkozhatunk vásárolt mennyiségen alapuló sorképzési szabályok (expressz pénztárak) alkalmazásával. Ebben az esetben a vevőket az általuk vásárolt mennyiség alapján rendelik különböző pénztárakhoz. Az expressz pénztárakat azok a vevők vehetik igénybe, akik a megjelölt mennyiségnél – a *limitértéknél* – nem vásárolnak többet. A limitérték tehát az expressz sorokhoz csatlakozás kontrollparamétere.

E szabályozás arra a feltételezésre épül, hogy az expressz pénztárak rövid kiszolgálásai csökkentik az ezekben a sorokban tapasztalható átlagos várakozási időt és a várakozások szórását, illetve ezen keresztül kedvezően hatnak a rendszer egészében megfigyelhető várakozási mutatók értékeire is. Emellett fontos pszichológiai hatással is rendelkeznek. Ugyanis a kis mennyiséget vásárló, és ezért türelmetlenebb vevői kör számára nyújtanak előnyt – a nagy mennyiséget vásárló vevők rovására. A két hatás előnyei és hátrányai azonban összességében kedvezően befolyásolják a rendszer működését, amit az expressz pénztárak vevők körében tapasztalható népszerűsége igazol leginkább.

Szolgáltató rendszerek struktúrájának kialakításakor a menedzsment többféle célt is megfogalmazhat. Törekedhet például a kapacitások kihasználtságának maximalizálására vagy kiegyenlítésére, a kiszolgáló egységek által végzett folyamatok standardizálására vagy a vevői várakozás csökkentésére. A szolgáltató rendszerek összetettségéből adódóan e célok sokszor ellentmondanak egymásnak, megvalósításuk a sorállási rendszerek különböző kialakítását igényli. A menedzsment céljainak megfogalmazását követően térhet tehát csak rá a rendszer kialakítására és a működés – e céloknak megfelelő – optimalizálására.

Az időalapú versenyt folytató szolgáltatók menedzsmentjének a vevői várakozás csökkentésére kell törekednie, a várakozás mérséklésére alkalmas kialakítási lehetőségeket kell megvalósítania. A vevői várakozás csökkentése önmagában azonban nem egyértelmű



menedzsmentcél. Ahogy az a 3.2. fejezetből kiderült, a vevői várakozás különböző mutatókkal írható le. A várakozás nagyságának kifejezésére objektív és szubjektív mérőszámok is alkalmazhatóak. A várakozást leíró objektív mutatók a tényleges várakozási idő statisztikai jellemzőit jelentik elsősorban: a várakozási idő átlagos értékét és szórását. A szubjektív mutatók a várakozás tényleges hosszának vevőkre gyakorolt hatását írják le: a várakozás észlelt hosszát vagy a várakozással kapcsolatban kialakuló elégedettségi szintet.

Egy expressz pénztárakat is tartalmazó sorállási rendszer működésének optimalizálása tehát különböző aspektusokból vizsgálható. Egy bonyolult modell több szempontú optimalizálására van szükség. A következő fejezetek az expressz pénztárakkal rendelkező sorállási rendszerek működésének kérdéseit tekintik át, bemutatva az elemzésekhez használható eszközöket és ismertetve a menedzsment által alkalmazható – objektív illetve szubjektív mutatókra épülő – célfüggvényeket és az ezek alkalmazásával végzett működésoptimalizálás eredményeit. Ennek megfelelően a 4.1. fejezet az átlagos várakozási idő minimalizálásának kérdését mutatja be. A 4.2. fejezet a várakozási idő szórásának minimalizálását ismerteti. A 4.3. fejezet a pszichofizikai és észlelésmenedzsment-kutatások eredményeit felhasználva mutatja be az észlelt várakozási idő minimalizálásának lehetőségét. A 4.4. fejezet pedig a hasznosságelmélet eredményeire épülő elégedettségfüggvényekkel végzett működésoptimalizálást ismerteti.

#### **4.1. Az átlagos várakozási idő minimalizálása**

A vevők várakozása, ahogy az a szakirodalmi áttekintésből kiderült, számos mutató segítségével definiálható. Az időalapú versenyt folytató szolgáltató vállalatok fő célkitűzése rendszerint azonban a vevői várakozás általános csökkentése, azaz az átlagos várakozási idő minimalizálása. Ennek következtében az időalapú versenyben gyakran alkalmazott expressz pénztárak bevezetésekor is nagy hangsúlyt kell fektetni e rendszerek olyan módon történő kialakítására, amivel a legrövidebb átlagos várakozási idő érhető el.

Az átlagos várakozási idő a vevői várakozást leíró mutatók egyik leggyakrabban alkalmazott és legegyszerűbben meghatározható paramétere. Értéke egyszerűen mérhető, és az analitikus modellekkel meghatározható alapvető várakozási mutatók közé tartozik. Az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszerek leírására alkalmas analitikus formulák azonban nem állnak rendelkezésre, így e mutató értéke – a rendszer tényleges átalakítása nélkül – csak szimuláció alkalmazásával becsülhető. Kutatásaim egyik célja egy olyan modell

kidolgozása volt, aminek segítségével lehetőség nyílik az átlagos várakozási idő gyors becslésére.

Kutatásaim eredményeként az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszereken tapasztalható átlagos várakozási időt leíró analitikus összefüggéseket vezettem le. Az összefüggések alkalmazhatóságát elsőként az adatigény felmérésével, és egy konkrét esetben végzett tényleges adatgyűjtéssel ellenőriztem. Megbizonyosodva arról, hogy az analitikus modell alkalmazásához szükséges információk egyszerű adatgyűjtés és statisztikai adatfeldolgozás eredményeként rendelkezésre állnak, kialakítottam egy numerikus modellt az analitikus formulák alkalmazásának megkönnyítésére. Az analitikus formulák érvényességét – hibrid modellezés keretében – egy szimulációs modell alkalmazásával ellenőriztem. A verifikáláshoz a korábbi adatgyűjtésből rendelkezésre álló valós esetre vonatkozó adatokat alkalmaztam. Miután meggyőződtem arról, hogy az analitikus modellekkel kapott eredmények nem különböznek jelentősen a szimulációval nyerhető adatoktól, megvizsgáltam a rendszer működését, a rendszer egyes jellemzőinek vevői várakozásra gyakorolt hatásait. A konkrét esetben tapasztaltak alapján megfogalmazott következtetéseket kiegészítettem az érzékenységvizsgálatokból származó eredményekkel. Az így rendelkezésre álló információk alapján elvégezhető a rendszer működésének optimalizálása, vagyis meghatározható a rendszer azon kialakítása, amivel minimális vevői várakozás érhető el.

#### **4.1.1. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas analitikus összefüggések**

Egy rendszer leírására alkalmas analitikus modell kiválasztásához – a Kendall-féle jelölésrendszernek megfelelően – a sorállási rendszerek alapvető jellemzőit kell meghatározni. Vizsgálni kell tehát a beérkezési és kiszolgálási folyamat jellemzőit, valamint a kiszolgáló egységek számát. A jelölésrendszer kiegészítését jelentő egyéb tulajdonságokat csak abban az esetben kell feltüntetni, ha azok eltérnek az alapértelmezett értékektől. Ezek az alapértelmezett értékek azonban a valós rendszerekben leggyakrabban tapasztalt jellemzők, ezért érvényesnek tekinthetjük a legtöbb sorállási rendszerben. A forráspopulációt és a sorkapacitás nagyságát tehát végtelennek, a sorbaállási szabályt FIFO jellegűnek tekinthetjük.

1) *Beérkezési folyamat.* Az időegység alatt érkező vevők száma – a sorálláselméletben általánosan alkalmazottaknak megfelelően – Poisson eloszlásúnak feltételezhető. Ennek a feltételezésnek az alapja, hogy amennyiben egy esemény előfordulása (a vevők beérkezése) egy adott átlagos gyakorisággal történik, függetlenül a korábbi eseményektől (azaz a korábbi beérkezésektől), és egyidejűleg csak egy beérkezés történik, akkor az események

bekövetkezése Poisson-eloszlással írható le (Kaufmann–Faure, 1969). Továbbá a Palm és Khintchine által bebizonyított határeloszlás-tétel értelmében nagyszámú független stacionárius folyamatnak (az egyes vevők beérkezési folyamatának) az összege Poisson-folyamathoz tart (Kleinrock, 1975). Ezek érvényében tehát a vevői beérkezések folyamata a valós rendszerekben általában Poisson eloszlással közelíthető.

Az egyes pénztártípusokhoz – az expressz és az általános pénztárakhoz – érkező vevők körét a limitérték határozza meg. Alacsony limitértéknél sokan kényszerülnek az általános pénztárakhoz, magas limitértéknél sok vevőt jogosítunk fel az expressz pénztárak használatára. Amennyiben ismerjük a vevők által vásárolt mennyiség eloszlását, a limitérték függvényében meghatározható a limitértéknél többet vásárló (az általános pénztárhoz rendelt) és azzal egyenlő, illetve kisebb mennyiséget vásárló (az expressz pénztárakat igénybe vehető) vevők aránya. A vevők beérkezését leíró Poisson-folyamat tehát a vevők által vásárolt mennyiség alapján két folyamatra bontható. A Rényi által bizonyított határeloszlás-tétel értelmében a Poisson-folyamat invariáns a véletlen ritkításokra (Rényi, 1956), tehát a ritkított folyamat továbbra is Poisson-eloszlású marad. Ennek, valamint e tétel általánosításainak (Szántai, 1971a; Szántai, 1971b) következtében a két vevői csoport beérkezési folyamatai szintén Poisson-eloszlással írhatóak le – természetesen az eredetitől eltérő várható értékkel.

2) *Kiszolgálási folyamat.* A vevők kiszolgálási folyamatát nagyban befolyásolja a rendszer kialakítása, a limitparaméter értéke. Alacsony limitérték esetén az expressz pénztáraknál alacsony kiszolgálási idők tapasztalhatóak. Az általános pénztáraknál ugyanakkor hosszú és viszonylag nagy szórású várakozási idők a jellemzőek. Magas limitérték alkalmazásakor a korábbinál hosszabb és nagyobb szórású várakozási idők tapasztalhatóak az expressz pénztáraknál. Az általános pénztáraknál a kiszolgálási idők szórása csökken, az átlagos kiszolgálási idő növekszik. Az egyes pénztártípusoknál tapasztalható várakozási idők eloszlása tehát változik a limitérték függvényében. Mivel ezeket az eloszlásokat nem ismerjük, a sorálláselméletben alkalmazott általános eloszlással – azaz várható értékével és szórásával – közelíthetjük azokat.

3) *A kiszolgálóegységek száma.* A sorálláselmélet analitikus modelljei a kiszolgáló egységek száma alapján két csoportra oszthatóak: megkülönböztetünk egycsatornás és többcsatornás sorállási rendszereket. A több kiszolgáló egységet tartalmazó, többcsatornás modellek sajátossága, hogy egyetlen közös várakozó sorral rendelkeznek, ahol az éppen felszabaduló erőforráshoz kerül a sor elején tartózkodó entitás. Ezekkel a modellekkel nem írható le a vevők sorok, pénztárak közötti választása. Az egy kiszolgálót tartalmazó, egycsatornás modellek egyetlen kiszolgáló egységéhez önálló várakozó sor tartozik. Ezek

alkalmazásakor azonban a vevők sorválasztását előre rögzíteni kell, és az nem függhet a rendszer állapotától (például a várakozó sorok hosszától, a kiszolgálások aktuális sebességétől). Így tehát a sorválasztás nem adható meg ok-okozati összefüggésként, csak a vevők szokásos viselkedésének eredményeként kialakuló eloszlás segítségével. Amennyiben például a vevők egy bizonyos pénztárat preferálnak annak gyors kiszolgálásai miatt, akkor ezt a jellemzőjüket csak az adott pénztárhoz kerülés valószínűségével fogalmazhatjuk meg, az eloszlás oka (a gyors kiszolgálás) nem jelenik meg a szabályban.

A több kiszolgáló egységgel rendelkező sorállási rendszerekben azonban a gyakorlatban általában minden kiszolgálóhoz külön várakozó sort rendelnek. Az ilyen sorállási rendszerek analitikus leírása – a rendelkezésre álló analitikus modellek előzőekben ismertetett jellemzői következtében – csak közelítőleg lehetséges. A sorálláselmélet segítségével a többcsatornás és több várakozós sorral rendelkező rendszerekben tapasztalható várakozásnak csak egy alsó, illetve felső becslése határozható meg.

Egy  $k$  darab kiszolgáló egységgel és azokhoz tartozó önálló várakozó sorokkal rendelkező rendszer működése – nagy forgalom esetén – közelíthető e rendszer  $k$  részre osztásával, és az egyes részek egymástól független egycsatornás sorállási rendszerként való modellezésével (Maaløe, 1973). Mivel ez a megközelítés csak maximális kapacitáskihasználás esetén helytálló, ezért a gyakorlatban előforduló esetekben *felső becslését* adja a tényleges várakozásnak. Az egyes kiszolgáló egységek (és várakozó soraik) egymástól független modellezése ugyanis csak korlátozottan képes figyelembe venni a vevők sorok közötti választását. Mivel a vevők várakozási idejük minimalizálása érdekében legtöbbször a rendszer jellemzőitől függő sorválasztási szabályokat alkalmaznak, ez a megközelítés felülbecsli a vevői várakozást.

Amennyiben a sorállási rendszert úgy írjuk le, mintha a kiszolgáló egységekhez egy közös várakozó sor tartozna, akkor a várakozási idő *alsó becslését* határozzuk meg. Ekkor ugyanis azt feltételezzük, hogy a vevők mindig a lehető legrövidebb és leggyorsabban haladó sort választják, és várakozásuk során is alkalmazkodni tudnak a sorok hosszában bekövetkező változásokhoz. Amennyiben a vevők maximálisan várakozási idejük csökkentésére törekszenek, akkor ez a modell viszonylag pontos közelítést adja a várakozási időnek (Rothkopf–Rech, 1987). Sokszor azonban a vevők nem képesek kihasználni minden várakozáscsökkentési lehetőséget. A várakozó sorok hossza és haladási sebessége nem minden esetben érzékelhető, az egyes sorok között nincs mindig észlelhető különbség, és a vevők nem feltétlenül tudnak élni a sorválasztás, sorok közötti váltás lehetőségével (például a nagy távolságok vagy a nagy vásárolt mennyiségek miatt). Ennek következtében a

többszorosítás, egy közös sort tartalmazó analitikus modellek alsó közelítését adják a vevői várakozásnak.

Az átlagos várakozási idő alsó becslésére egy többszorosítás, közös várakozó sorral rendelkező (G/G/k) modell alkalmazható. A várakozási idő felső becslése pedig egymással párhuzamosan működő egyszorosítás (G/G/1) sorállási modellek alkalmazásával határozható meg. Az expressz és általános pénztárakra jellemző beérkezési és kiszolgálási folyamatok nagymértékben különböznek egymástól, ezért az egyes pénztártípusok működésének leírására különálló modelleket kell alkalmazni. Mivel a gyakorlatban kialakuló sorállási rendszerek általános jellemzője a Poisson beérkezési folyamat, a várakozási idők alsó becslése M/G/k modellekkel, felső becslése M/G/1 modellek alkalmazásával lehetséges. A várakozási idő alsó becslésére két M/G/k modell alkalmazható  $k=E$  kiszolgáló egységgel az expressz pénztárak és  $k=R$  kiszolgáló egységgel az általános pénztárak esetén. A várakozási idő felső becslésének meghatározásához a teljes sorállási rendszer a pénztárak összes számának ( $P=E+R$ ) megfelelő számú M/G/1 modell szükséges. E modellek használatához azonban meg kell határozni a sorállási modellek főbb paramétereinek (a beérkezési rátának, a kiszolgálási rátának és a kiszolgálási idők szórásának) értékeit is.

Az expressz pénztárak tényleges bevezetése nélkül a várakozási jellemzők meghatározásához szükséges paraméterek nem állnak rendelkezésre közvetlenül az adatgyűjtés, illetve az adatfeldolgozás eredményéből. E jellemzők meghatározását az is nehezíti, hogy az expressz pénztárak kialakításának vizsgálatakor azt a limitértéket keressük, aminek alkalmazásával a lehető legalacsonyabb átlagos várakozás érhető el. Mivel a limitérték határozza meg az egyes vevői csoportokat (a keveset és sokat vásárlók körét), ezért a sorállási rendszer főbb paramétereit a limitérték is módosítja. Ennek megfelelően az expressz pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerek vizsgálatakor meg kell határozni a különböző limitértékek alkalmazásával kialakuló vevői csoportokat és azok beérkezési és kiszolgálási paramétereinek értékét. Az összefüggések levezetésénél arra törekedtem továbbá, hogy azok csak olyan adatokra épüljenek, amelyek értéke minden sorállási rendszerben megállapítható az expressz pénztárak kialakítása nélkül is. Az összefüggések alkalmazásához szükséges adatgyűjtés folyamatát a következő, 4.1.2. fejezet tekinti át egy konkrét sorállási rendszer példáján keresztül. A paraméterértékek levezetésénél (és a dolgozat további részében) alkalmazott jelölések jegyzékét az 1. számú melléklet foglalja össze.

A beérkező vevők pénztártípusok (az expressz és általános pénztárak) közötti megoszlása a vevők által vásárolt mennyiség eloszlásának segítségével határozható meg. A limitértéknél több tétel vásárlásának valószínűsége ugyanis egyértelműen meghatározza az

általános pénztárhoz rendelt vevők arányát. A limitértéknél többet vásárló vevők biztosan az általános pénztárakat veszik igénybe, hiszen a szabályozás csak ezt teszi lehetővé a számukra. A limitértéknél kevesebbet vásárlókról pedig feltételezhetjük, hogy az expressz pénztárakat használják, mivel – egy megfelelően kialakított rendszerben – így lesz a legrövidebb a várakozási idejük. Feltételezve, hogy minden vevő a számára kijelölt pénztártípust veszi igénybe, az áruház egészére jellemző beérkezési ráta a vásárolt mennyiség eloszlásának segítségével felosztható az egyes pénztártípusok között, vagyis meghatározható az expressz és általános pénztárakhoz érkező vevők beérkezési rátája:

$$\lambda_E = \lambda \sum_{i=1}^L p_i \quad \text{és} \quad (1)$$

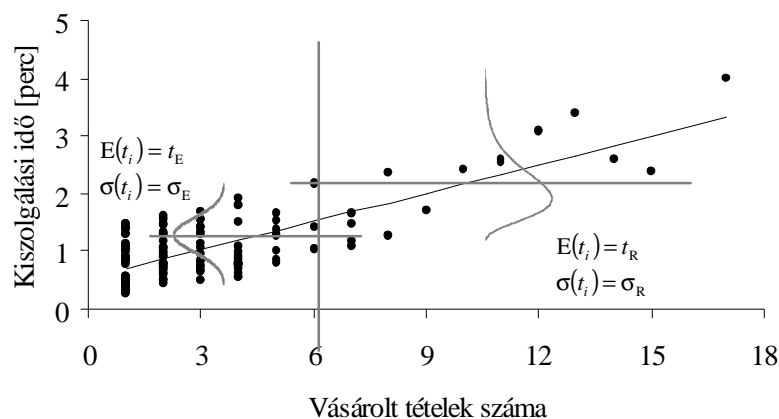
$$\lambda_R = \lambda \sum_{i=L+1}^K p_i, \quad (2)$$

ahol  $\lambda$  az áruház egészére,  $\lambda_E$  az expressz pénztárakra,  $\lambda_R$  az általános pénztárakra jellemző beérkezési ráta,  $L$  a limitérték,  $K$  a vásárolt tételek maximális száma, és  $p_i$  az  $i$  darab tétel vásárlásának valószínűsége.

A kiszolgálási folyamat statisztikai jellemzőinek meghatározása a vevők által vásárolt mennyiség és a hozzájuk tartozó kiszolgálási idő közötti kapcsolaton alapszik. A kiszolgálások folyamatából adódóan azok időszükségletét két részre bonthatjuk: a vásárolt tételek számlázására (aminek időszükséglete feltehetően egyenesen arányos a vásárolt tételek számával) és a fizetésre (aminek időszükségletét nagy valószínűséggel nem befolyásolja a vásárolt mennyiség). Ennek megfelelően vásárolt mennyiség és a kiszolgálási idő között lineáris kapcsolat tételezhető fel. E kapcsolat ismeretében pedig számítható a különböző mennyiségeket vásárló vevők kiszolgálási ideje.

A különböző limitértékek alkalmazásakor különböző vevői csoportokat képzünk. Ennek következtében a limitérték változásával az egyes pénztártípusoknál tapasztalható kiszolgálási idők is változnak. Az egyes pénztártípusokra jellemző kiszolgálási idők várható értékét és szórását tehát a limitérték határozza meg. A 6. ábra szemlélteti egy adott limitérték ( $L=6$ ) esetén az expressz és általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási időket és azok eloszlásait. A fekete pontokkal jelölt tényleges kiszolgálási idő vásárolt mennyiséggel való kapcsolatát a fekete vonallal jelzett (regressziós) egyenes írja le. Szürkével az egyes pénztártípusokhoz tartozó kiszolgálási idők eloszlásait jelképező görbék kerültek feltüntetésre. A limitérték változásakor az ábrán látható függőleges egyenes eltolódik, ezért

megváltozik az egyes pénztártípusokra jellemző kiszolgálási idők köre, így azok eloszlása, várható értéke és szórása is.



**6. ábra: A kiszolgálási idők jellemzőinek számítása különböző vevői csoportok esetén**

Az  $i$  darab tételt vásárló vevő teljes kiszolgálási ideje ( $t_i$ ) a kiszolgálás két részét leíró – lineáris regresszió eredményeként meghatározható – paraméterértékekkel a következőképpen határozható meg:

$$t_i = a + b \cdot i, \quad (3)$$

ahol  $a$  a fizetéshez szükséges átlagos idő, azaz a regressziós egyenes tengelymetszete,  $b$  egy tétel számlázásának időszükséglete, vagyis a regressziós egyenes meredeksége.

A vevői csoportokra jellemző átlagos kiszolgálási idők a különböző mennyiségeket vásárló vevők kiszolgálási idejének súlyozott átlagaként számíthatók. A súlyszám az adott vevői csoportba tartozás – vagyis a limitértéknél többet vagy azzal egyenlő, illetve annál kisebb mennyiséget vásárlás – valószínűsége. Az expressz és az általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők (a kiszolgálási ráták ( $\mu$ ) reciprokjainak) várható értéke a következő módon határozható meg:

$$t_E = \sum_{i=1}^L \left( \frac{p_i}{\sum_{j=1}^L p_j} t_i \right) \text{ és} \quad (4)$$

$$t_R = \sum_{i=L+1}^K \left( \frac{p_i}{\sum_{j=L+1}^K p_j} t_i \right). \quad (5)$$

ahol  $t_E$  az expressz pénztáraknál,  $t_R$  az általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők várható értéke.

A lineáris regresszió tulajdonságait felhasználva az egyes pénztártípusokra jellemző kiszolgálási idők szórása is meghatározható. Egy minta szórásnégyzetén a mintaelemek mintaátlagtól vett eltéréseinek négyzetes átlagát értjük (Hunyadi et al., 2001). A szórásnégyzet a korrigált tapasztalati szórásnégyzettel becsülhető:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t})^2}{\sum_{i=1}^N n_i - 1}, \quad (6)$$

ahol  $t_{ij}$  a mintaelemeket,  $\bar{t}$  a minta átlagát,  $n_i$  pedig az  $i$ -vel indexelt minták számát jelöli. A kifejezés számlálóját a következőképpen alakítható át:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t})^2 &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} [(t_{ij} - \bar{t}_i) + (\bar{t}_i - \bar{t})]^2 = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t}_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{t}_i - \bar{t})^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} [2(t_{ij} - \bar{t}_i)(\bar{t}_i - \bar{t})] = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t}_i)^2 + \sum_{i=1}^N \left[ (\bar{t}_i - \bar{t})^2 \sum_{j=1}^{n_i} 1 \right] + 2 \sum_{i=1}^N \left[ (\bar{t}_i - \bar{t}) \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t}_i) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Figyelembe véve, hogy a (7) összefüggés utolsó alakjának első tagja egy szórásnégyzet kifejezésének számlálóját tartalmazza, továbbá felhasználva, hogy  $\sum_{j=1}^{n_i} 1 = n_i$  és hogy az utolsó tag értéke nulla, a számláló a következő módon alakítható tovább:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - \bar{t})^2 = \sum_{i=1}^N [\sigma_i^2 (n_i - 1)] + \sum_{i=1}^N [n_i (\bar{t}_i - \bar{t})^2] + 0. \quad (8)$$

Ezt az összefüggést visszahelyettesítve a korrigált tapasztalati szórásnégyzet (6) összefüggésébe megkapjuk a szórásnégyzet számítására alkalmas képletet:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N [(n_i - 1)\sigma_i^2] + \sum_{i=1}^N [n_i (\bar{t}_i - \bar{t})^2]}{\sum_{i=1}^N n_i - 1} = \frac{\sum_{i=1}^N [(n_i - 1)\sigma_i^2]}{\sum_{i=1}^N n_i - 1} + \frac{\sum_{i=1}^N [n_i (\bar{t}_i - \bar{t})^2]}{\sum_{i=1}^N n_i - 1}. \quad (9)$$

Ennek az összefüggésnek a segítségével határozhatjuk meg az expressz és általános pénztárak kiszolgálási idejének szórásnégyzetét. Mivel a limitérték határozza meg az egyes pénztártípusokhoz kerülő vevők körét, és ennek megfelelően az expressz, illetve általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási időket, az összefüggésben szereplő paraméterek



mindegyike függ a limitparaméter aktuális értékétől. Ahelyett, hogy az egyes paraméterértékeket minden lehetséges limitértékkel meghatároznánk, közelíthetjük azokat a lineáris regresszió segítségével is.

A szórásnégyzet számítására alkalmas (9) összefüggés az egy pénztártípusnál tapasztalható kiszolgálási idők (teljes) szórását két részre, a minta belső és külső szórására bontja. Az összefüggés első tagja a részsokaságok (különböző mennyiségekhez tartozó kiszolgálási idők) belső szórását határozza meg. Azt fejezi ki tehát, hogy mekkora az ismérvértékek (kiszolgálási idők) részátlagtól (egy adott mennyiség vásárlásához tartozó átlagos kiszolgálási időtől) vett eltéréseinek négyzetes átlaga. Ennek meghatározásához ismerni kell az egy adott részsokaság (adott  $i$  tétel vásárlásához tartozó) kiszolgálási idők szórásnégyzetét ( $\sigma_i$ ). Az összefüggés második tagja a minta külső szórását, a részátlagok (adott mennyiség vásárlásához tartozó átlagos kiszolgálási idők) főátlagtól (a vizsgált pénztártípusra jellemző átlagos kiszolgálási időtől) vett eltéréseinek a négyzetes átlagát írja le. Ezen érték meghatározása az adott pénztártípusra jellemző átlagos kiszolgálási idő ismeretében lehetséges ( $\bar{t}$ ). Az összefüggés alkalmazásához a minta elemszámának ( $n_i$ ) kell még rendelkezésre állnia.

Az expressz pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők szórásnégyzetének meghatározásakor a minta átlaga az expressz pénztárakra jellemző átlagos várakozási idővel egyezik meg. Ez az érték a lineáris regresszió segítségével közelíthető a (4) összefüggés felhasználásával. Az egy adott mennyiséghez (adott  $i$  értékhez) tartozó kiszolgálási idők szórásnégyzete szintén rendelkezésre áll a lineáris regresszió eredményeiből a regressziós értékek szórásnégyzeteinek meghatározásával. Az összefüggés átalakítása során alkalmazható az  $n_i = N \cdot p_i$  helyettesítés, ahol  $N$  a teljes minta elemszáma,  $p_i$  pedig a korábbiaknak megfelelően az  $i$  darab tétel vásárlásának valószínűsége. Ezek alapján az expressz és általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idő szórásnégyzetét a következő módon közelíthetjük a lineáris regresszió eredményeinek felhasználásával:

$$\sigma_E^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^L [(N \cdot p_i - 1) \cdot \sigma_i^2] + \sum_{j=1}^L [N \cdot p_j (t_j - t_E)^2]}{\sum_{k=1}^L [N \cdot p_k] - 1} \quad \text{és} \quad (10)$$

$$\sigma_R^2 \approx \frac{\sum_{i=L+1}^K [(N \cdot p_i - 1) \sigma_i^2] + \sum_{j=L+1}^K [N \cdot p_j (t_j - t_R)^2]}{\sum_{k=L+1}^K [N \cdot p_k] - 1}. \quad (11)$$

ahol  $\sigma_E$  az expressz,  $\sigma_R$  az általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők szórása.

Az egyes pénztártípusok beérkezési rátájának, átlagos kiszolgálási idejének és a kiszolgálási idők szórásának értékét ismerve kiszámíthatók az egyes vevői csoportokra jellemző várakozási mutatók értékei. Ezek ismeretében pedig meghatározható a teljes vevői körre, az áruház egészére érvényes átlagos várakozás. A továbbiakban a várakozási időt kifejező összefüggésekben a kapcsos zárójelben lévő tag azt jelöli, hogy a sorban töltött várakozási idő melyik sorállási modell segítségével került meghatározásra.

A várakozási idő *alsó becsléséhez* a korábban megfogalmazottaknak megfelelően M/G/k modellt alkalmaztam, ahol  $k=E$  az expressz pénztárak és  $k=R$  az általános pénztárak esetén. A sorban töltött átlagos várakozási idő M/G/k modell esetén nem határozható meg egzakt módon, e modell várakozási jellemzői csak közelítő képletekkel számolhatók. Vizsgálataim során a következő közelítést alkalmaztam (Lee–Longton, 1959):

$$t_s\{M/G/k\} \approx \frac{1 + \sigma^2 \mu^2}{2} t_s\{M/M/k\}. \quad (12)$$

A közelítés alkalmazásához meg kell tehát határozni a sorban töltött átlagos várakozási időt az M/M/k modell segítségével. M/M/k modell esetében a sorbeli várakozás átlagos hossza a következő módon számolható (például Hillier–Lieberman, 1995):

$$t_s\{M/M/k\} = \frac{1}{\lambda} \frac{(\lambda/\mu)^k [\lambda/(k\mu)]}{k! [1 - \lambda/(k\mu)]^2} P_0, \text{ ahol} \quad (13)$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} \left( \frac{k\mu}{k\mu - \lambda} \right)}. \quad (14)$$

A várakozási idő *felső becsléséhez* a rendszer működése a pénztárak összes számának ( $P=E+R$ ) megfelelő számú M/G/1 modellként közelíthető. Az M/G/1 modell alkalmazásakor a sorban töltött átlagos várakozási idő a Pollaczek–Khintchine formulára épülő összefüggés segítségével határozható meg (például Hillier–Lieberman, 1995):

$$t_s\{M/G/1\} = \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda^2 \sigma^2 + (\lambda/\mu)^2}{2(1 - \lambda/\mu)}. \quad (15)$$

A (15) összefüggés az expressz és általános pénztárak esetén is az egy pénztárra érvényes beérkezési rátát veszi figyelembe. A vevők pénztárak közötti egyenletes megoszlása esetén ez  $\lambda_E/E$ , illetve  $\lambda_R/R$  értékek alkalmazását jelenti.

Ezekkel az összefüggésekkel külön-külön az egyes pénztártípusokra jellemző átlagos várakozási idők határozhatók meg. Az áruház egészére érvényes átlagos várakozási idő a pénztártípusokra jellemző várakozások súlyozott átlagaként számítható, súlyként az adott pénztártípushoz érkezés valószínűségét alkalmazva:

$$t_S = \sum_{i=1}^L p_i t_{SE} + \sum_{j=L+1}^K p_j t_{SR} \quad (16)$$

ahol  $t_S$  az áruház egészében,  $t_{SE}$  az expressz pénztáraknál,  $t_{SR}$  az általános pénztáraknál tapasztalható sorban töltött várakozási idők átlagos értéke.

Az áruház egészére jellemző átlagos várakozási idő számítására alkalmas (16) összefüggésbe behelyettesíthetők az M/G/k (12), illetve az M/G/1 (15) modellekben érvényes képletek. Ilyen módon az analitikus összefüggések segítségével a vevői várakozás alsó és felső becslése határozható meg. A főbb paraméterek kifejezésével kapott – a beérkezési rátára (1), (2), átlagos kiszolgálási időre (4), (5) és annak szórására (10), (11) vonatkozó – összefüggések pedig beágyazhatók az M/G/k és M/G/1 modellekbe.

#### **4.1.2. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatához szükséges adatgyűjtés és adatfeldolgozás szemléltetése**

Az előző fejezetben ismertetett analitikus összefüggések alkalmazásához meg kell határozni a létező sorállási rendszer beérkezési és kiszolgálási folyamatainak legfőbb jellemzőit. Ezen információk egy része a vevők vásárlási szokásaira, viselkedésére vonatkozik (beérkezési ráta, a vevők megoszlása a nyitva tartó pénztárak között, a vásárolt tételek számának eloszlása), más részük pedig a szolgáltatóval kapcsolatos (a kiszolgáló rendszerben található pénztárak száma, a kiszolgálási idő és a vásárolt tételek számának kapcsolata).

Az expressz pénztárak kialakításának lehetőségét és a vevői várakozásra gyakorolt hatását két áruházban vizsgáltam. A továbbiakban az egyik vizsgált áruházban végzett adatgyűjtés és statisztikai adatfeldolgozás folyamatát mutatom be. Az áruházak sorállási szempontból fontos adatai között jellegében nem, csak értékeiben volt különbség, így az itt megfogalmazottak mindkét vizsgált esetre érvényes megállapítások.

1) A vevők *beérkezési folyamatának* vizsgálatához 3 hónap adatai álltak rendelkezésre. Az adatok gyors elemzését követően megállapítottam, hogy a beérkezési ráta igen változékony, nagy ingadozások figyelhetők meg az óránként a pénztárakhoz érkező vevők átlagos számában. Ennek következtében az egyes időszakokban az óránként beérkező vevők száma különálló mintát alkot, így a rendelkezésre álló minták a vizsgált időtartam méretének ellenére sem voltak nagyszámúak. Az egy-egy időszakra vonatkozó adatok a 3 hónap által

lefedett 12-13 hét adataiból származtak. A munkaszüneti napok és más speciális okok miatt jelentkező kiugró értékek (outlier adatok) elhagyása ráadásul tovább csökkentette a minták elemszámát. Az előző fejezetben ismertetett megfontolásoknak megfelelően feltételeztem, hogy a beérkezési ráták Poisson eloszlásúak. Az egy mintába tartozó adatok alacsony számára való tekintettel Kolmogorov–Smirnov próbák segítségével vizsgáltam e hipotézisem helytállóságát.

Az átlagos beérkezési ráták között ugyan nagy ingadozások voltak megfigyelhetőek, egymáshoz közeli időszakok azonban sok esetben hasonló beérkezési intenzitást mutattak. Az eltérő beérkezési rátával rendelkező intervallumok számának csökkentése érdekében a közel azonos paraméterű Poisson eloszlást mutató intervallumokat összevontam, és megvizsgáltam az így kapott adatokra is a Poisson eloszlás elfogadhatóságát. Az így elvégzett Kolmogorov–Smirnov próbák a különböző intervallumokhoz tartozó adatok összevonásával jelentősen nagyobb mintán alapultak, ezért eredményük is megbízhatóbb. A próbák eredménye alapján az 1. táblázatban látható intervallumokat alakítottam ki. A táblázatban a beérkezési ráta értéke mellett feltüntettem azt a szignifikancia szintet, melyen az adott várható értékű Poisson eloszlás feltételezését elfogadhattam, valamint a minta nagyságát is, melyen a statisztikai próba alapult. Például a hét első 4 napján 10 és 13 óra között a beérkezési ráta várható értéke 95 fő/óra, és a Poisson eloszlás a 150 adatot tartalmazó minta alapján 0,195-es szignifikancia szinten fogadható el.

**1. táblázat: A beérkezési ráta értéke [fő/óra] (szignifikancia szintje) és a statisztikai próba alapját képező adatok száma (n) az egyes intervallumokban**

	hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
8:00-9:00	30 (0,286) n=50				31 (0,690) n=12	46 (0,995) n=13	zárva
9:00-10:00	85 (0,328) n=50				86 (0,977) n=12	154 (0,444) n=13	144 (0,901) n=12
10:00-11:00	95 (0,195) n=150				100 (0,756) n=72	171 (0,302) n=39	180 (0,351) n=24
11:00-12:00							149 (0,428) n=24
12:00-13:00	82 (0,110) n=100				140 (0,349) n=39	112 (0,207) n=48	
13:00-14:00							
14:00-15:00	87 (0,301) n=100				125 (0,371) n=39	125 (0,371) n=39	
15:00-16:00							
16:00-17:00	108 (0,121) n=100				125 (0,374) n=48	102 (0,494) n=13	
17:00-18:00							
18:00-19:00	106 (0,362) n=50						zárva
19:00-20:00							

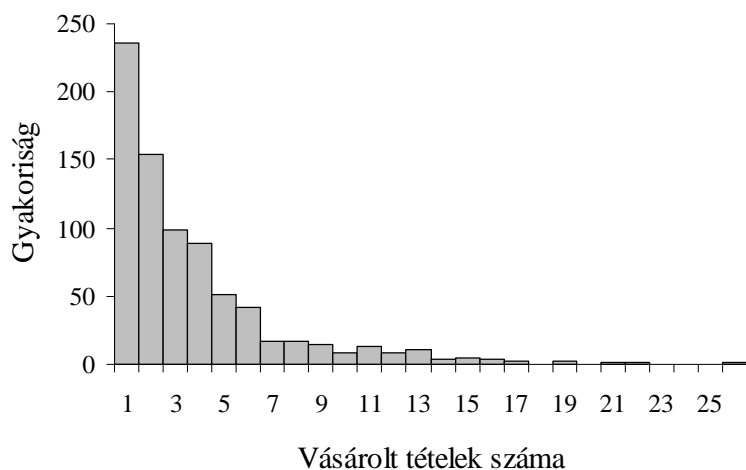
2) Az áruházba érkező összes vevő beérkezési folyamata mellett megvizsgáltam *a vevők pénztárok közötti megoszlását* is. Ugyanis csak így kaphattam képet az egyes pénztárok beérkezési folyamatairól. Az M/G/1 modellek alkalmazásához ugyanis nem elegendő az egyes pénztártípus beérkezési rátáinak ismerete. Ezek a modellek az egyes pénztárok működését írják le, ezért alkalmazásukhoz az egyes pénztárok beérkezési rátáját is ismerni szükséges. Egy hónap adatai alapján elemeztem tehát a különböző pénztárok beérkezési folyamatait.

Homogenitásvizsgálatokkal ellenőriztem, hogy az egyes pénztárokhoz érkező vevők naponkénti száma azonos eloszlásból származik-e. Az egyes pénztárokra vonatkozó mintákat (az outlier adatok kiszűrését követően) azonos osztályokba rendezve felírtam azok kontingencia-táblázatát. Az ebből rendelkezésre álló adatok segítségével  $\chi^2$ -próbát végeztem két-két pénztár beérkezési adatainak alapján. Mivel 0,1-es szignifikancia szinten a számított  $\chi^2$ -értékek alacsonyabbak voltak, mint az elméletiek, elfogadhattam a két minta azonos eloszlásból való származását kimondó nullhipotézist. Így tehát megállapítottam, hogy a vevők közel egyenletesen oszlanak meg a rendelkezésükre álló pénztárok között.

3) Egy sorállási rendszer működése csak akkor tartható fenn hosszú távon, ha az időegység alatt érkező vevők száma nem haladja meg az ezen idő alatt kiszolgálható ügyfelek számát. Vagyis, ha a rendszernek létezik egyensúlyi állapota. Mivel a vizsgált áruházban a beérkezési ráta igen változékony, azért az annak értékében bekövetkező változásokra a kiszolgálási rátának is reagálnia kell. Egy rendszer egészére jellemző kiszolgálási ráta az egy kiszolgáló egység átlagos kiszolgálási idejétől, valamint a rendszerben található kiszolgáló egységek számától függ. Ezért egy sorállási rendszer igen fontos jellemzője a működő *kiszolgáló egységek száma*. A vizsgált áruházban 7 pénztár található, ezek közül hétköznapokon általában 5, hétvégén általában 7 pénztár üzemel egyidejűleg.

4) Expressz pénztárok alkalmazásakor a vevőket az általuk vásárolt mennyiség alapján osztjuk két csoportba. Ennek megfelelően az egyes vevői csoportokra jellemző paraméterek számítására alkalmas analitikus összefüggések felhasználják a különböző mennyiségek vásárlásának valószínűségét ( $p_i$ ). Az expressz pénztárral rendelkező rendszerek kialakításakor fontos tehát információval rendelkezni *a vevők által vásárolt tételek számának* eloszlásáról. Az adatgyűjtést követően egy több mint 100 elemű minta állt rendelkezésre. Az adatok grafikus ábrázolása (7. ábra) alapján geometrikusnak feltételeztem az eloszlást. A minta megfelelően nagy elemszáma alapján  $\chi^2$ -próbával végeztem illeszkedésvizsgálatot. 0,1-es szignifikancia szinten a számított  $\chi^2$ -értékek alacsonyabbak voltak, mint az elméletiek, ezért

elfogadható volt az a nullhipotézis, amely szerint az adatok egy 3,089 darab várható értékű csonkított geometrikus eloszlásból származnak.



**7. ábra: A vásárolt mennyiség tapasztalati sűrűségfüggvénye**

5) Az analitikus összefüggések levezetésekor feltételeztem, hogy a vásárolt tételek száma és a kiszolgálási idő között lineáris kapcsolat áll fenn. A kiszolgálási idők két tagja – az egy tétel számlázásához szükséges átlagos idő és a fizetéshez szükséges átlagos idő – megfeleltethető a regressziós egyenes meredekségének, illetve tengelymetszetének. E kapcsolat fennállásnak azért is nagy a jelentősége, mert a vevők által vásárolt mennyiségek eloszlásának vizsgálatából látszik, hogy viszonylag nagy ingadozások tapasztalhatóak a vásárolt tételek számában. Expressz pénztárak alkalmazása akkor indokolt, ha ezek a különbségek a kiszolgálási időkben is megjelennek. Az eltérő tulajdonságokkal rendelkező vevői csoportok elkülönítése ugyanis csak akkor jár kedvező hatásokkal, ha a csoportokhoz tartozó kiszolgálási idők között szignifikáns különbség tapasztalható (Whitt, 1999). A vásárolt mennyiség és a kiszolgálási idő közötti kapcsolaton keresztül a vásárolt mennyiség ingadozásai a kiszolgálási időkben is megjelennek.

A két változó közötti lineáris összefüggés feltételezését megerősítette a közöttük fennálló kapcsolatot jellemző 0,778-es korrelációs együttható. A korrelációs együttható szignifikanciáját t-próba elvégzésével ellenőriztem. 0,1-es szignifikancia szinten a számított t-érték messze meghaladta az elméleti értéket, ezért elutasítottam a nullhipotézist, és 0,9-es megbízhatósági szinten elfogadtam, hogy a két változó között sztochasztikus kapcsolat áll fenn.

A lineáris regressziót elvégezve megállapítottam, hogy a két változó kapcsolatát legpontosabban követő lineáris függvény a  $t_i = 0,5463 + 0,1622 \cdot i$  [perc] összefüggéssel

írható le (8. ábra). Egy t-próba segítségével ellenőriztem, hogy a függő és független változók között szignifikáns-e a lineáris kapcsolat. 0,1-es szignifikancia szinten az elméleti t-értéket egy nagyságrenddel meghaladó számított t-érték következtében elvethető a nullhipotézis, és megállapítható, hogy a lineáris kapcsolat szignifikáns.



**8. ábra: Lineáris regresszió a vásárolt tételek száma és a kiszolgálási idő között**

A regressziós egyenes paramétereinek meghatározott értékei csak pontbecslések. A valóságban a regressziós egyenes mindkét paramétere – az egy tétel számlázásához, illetve a fizetéshez szüksége idő is – sztochasztikus érték. E valós megfigyelésekkel összhangban a statisztika a regressziós egyenes paramétereit normális eloszlású valószínűségi változóknak tekinti, melyeknek az előbbieken ismertetett értékek csupán várható értékei. A paraméterekre elvégzett vizsgálatok alapján megállapítottam, hogy a konstans tag szórása 0,0470 perc, az egyenes meredekségét kifejező tagé pedig 0,0109 perc. Szimuláció alkalmazásakor a regressziós paraméterek e mutatók és t-eloszlás segítségével állíthatóak elő, amelyek segítségével meghatározhatóak a kiszolgálási idők.

A további fejezetekben közölt adatok egy hétköznapi, forgalmas időszakra vonatkoznak. A beérkezési ráta 95 fő/óra, 5 pénztár tart nyitva, a kiszolgálási időre és a vásárolt mennyiségre vonatkozó adatok a korábban ismertetteknek megfelelőek. Az egy adott időszak adatai alapján meghatározott eredmények általános érvényességét érzékenységvizsgálatok segítségével ellenőriztem.

#### **4.1.3. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas numerikus modell**

A 4.1.1. fejezetben bemutatott analitikus összefüggések alkalmazása sok számítást tesz szükségessé. Egy expressz pénztárakat tartalmazó rendszer kialakítása – amikor az átlagos vevői várakozást minimalizáló limitérték meghatározása a cél – ráadásul megsokszorozza ezt

a számítási igényt. A várakozási idő alsó és felső becsléséhez, valamint az optimális limitérték meghatározásához szükséges számítások megkönnyítésére létrehoztam egy, az analitikus formulákra épülő, numerikus vizsgálatokat lehetővé tevő modellt. Ez a 4.1.1. fejezetben ismertetett összefüggések alapján minden lehetséges limitértékre ( $L = 1 \dots K$ ) meghatározza az áruház egészére jellemző sorban töltött átlagos várakozási idő alsó és felső becslését.

A modell tehát néhány, a menedzsment számára könnyen hozzáférhető, a 4.1.2. fejezetben ismertetett adat segítségével számítja ki a vevői várakozás átlagos idejét. A numerikus modell fő táblájának felépítése a 9. ábrán látható. A bemeneti adatok az adatgyűjtés és statisztikai adatfeldolgozás eredményeként megkapott információk:

- A Poisson eloszlású beérkezési ráta várható értéke (órában megadva).
- A csonkított geometrikus eloszlással leírható vásárolt mennyiség várható értéke (aminek eloszlása is egyszerűen módosítható).
- A lineáris regresszió eredményeként meghatározható fizetési és fajlagos számlázási időszükséglet (percben kifejezve).
- A nyitva tartó pénztárak száma.
- Az expressz pénztárként működő kiszolgáló egységek száma (az összes pénztár számán belül).
- A lineáris regresszió alapját képező minta elemszáma (mint segédváltozó).
- A lineáris regresszió alapján meghatározható becslések szórása.

A numerikus modell a limitérték ( $L$ ) sorban feltüntetett minden értékre meghatározza a sorban töltött átlagos várakozási időt. A bemeneti adatok ismeretében a modell először a különböző mennyiségeket vásárló vevők átlagos kiszolgálási idejét (3), majd külön az expressz és külön az általános pénztárakra jellemző beérkezési és kiszolgálási rátát, valamint a kiszolgálási idők szórását határozza meg – az (1) és (2), a (4) és (5), valamint a (10) és (11) összefüggéseknek megfelelően. Ezek ismeretében – a szükséges mellékszámításokat elvégezve – meghatározható az egyes pénztártípusokra, majd az áruház egészére jellemző sorban töltött átlagos várakozási idő alsó és felső becslése az  $M/G/k$  és  $M/G/1$  modellek segítségével – (12), (15) és (16). A szükséges számításokat 3 további táblázat segíti, amelyek a vevői várakozás  $M/G/k$  modell alkalmazásakor szükséges közelítés részszámításait tartalmazzák. Ezek a táblázatok az  $M/M/k$  modellben az expressz pénztáraknál, az általános pénztáraknál, illetve az áruház egészében várakozó vevőkre érvényes  $P_0$  értékek számítását végzik el külön-külön.



Beérkezési ráta ( $\lambda$ ) [vevő/óra]	95
Vásárolt tételek átlagos száma ( $l$ )	3,0890
Kiszolgálási idő állandó tagja ( $a$ ) [perc]	0,5463
Kiszolgálási idő változó tagja ( $b$ ) [perc]	0,1622
Pénztárak száma ( $P$ )	5
Expressz pénztárak száma ( $E$ )	2
Mintanagyság ( $N$ )	146

Limitérték ( $L$ ) / Vásárolt mennyiség ( $i$ )	1	2	3	4	5	6
Sűrűségfüggvény ( $p_i$ )	0,3237	0,2189	0,1481	0,1001	0,0677	0,0458
Eloszlásfüggvény ( $P_i$ )	0,3237	0,5427	0,6907	0,7908	0,8585	0,9043
Kiszolgálási idő $i$ tétel vásárlásakor ( $t_i$ )	0,7085	0,8707	1,0329	1,1951	1,3573	1,5195
A kiszolgálási idő szórásnégyzete ( $\sigma_i^2$ )	0,0016	0,0012	0,0011	0,0012	0,0015	0,0021
Beérkezési ráta az expressz pénztáraknál ( $\lambda_E$ )	0,5126	0,8592	1,0936	1,2522	1,3594	1,4319
Kiszolgálási idő az expressz pénztáraknál ( $t_E$ )	0,7085	0,7739	0,8294	0,8757	0,9137	0,9444
Kiszolgálási ráta az expressz pénztáraknál ( $\mu_E$ )	1,4114	1,2921	1,2056	1,1419	1,0944	1,0589
A kiszolgálási idő szórásnégyzete ( $\sigma_E^2$ )	0,0016	0,0078	0,0178	0,0305	0,0452	0,0608
Beérkezési ráta az általános pénztáraknál ( $\lambda_R$ )	1,0708	0,7241	0,4897	0,3312	0,2240	0,1515
Kiszolgálási idő az általános pénztáraknál ( $t_R$ )	1,2095	1,3717	1,5339	1,6961	1,8583	2,0205
Kiszolgálási ráta az általános pénztáraknál ( $\mu_R$ )	0,8268	0,7290	0,6519	0,5896	0,5381	0,4949
A kiszolgálási idő szórásnégyzete ( $\sigma_R^2$ )	0,1557	0,1483	0,1373	0,1207	0,0954	0,0562
<b>Sorban töltött átlagos várakozási idő {M/G/1}</b>						
Expressz pénztárak ( $t_{SE}$ )	0,0788	0,1953	0,3531	0,5526	0,7892	1,0529
Általános pénztárak ( $t_{SR}$ )	0,5083	0,3663	0,2711	0,2036	0,1538	0,1163
Teljes rendszer ( $t_S$ )	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633
<b>Sorban töltött átlagos várakozási idő {M/G/k}</b>						
Expressz pénztárak ( $t_{SE}$ )	0,0121	0,0487	0,1102	0,1957	0,3024	0,4247
Általános pénztárak ( $t_{SR}$ )	0,0663	0,0330	0,0160	0,0075	0,0034	0,0015
Teljes rendszer ( $t_S$ )	0,0488	<b>0,0415</b>	0,0810	0,1563	0,2601	0,3842

**9. ábra: A numerikus modell fő táblájának felépítése**

A numerikus modell azonban nem csupán a várakozási mutatók értékeinek meghatározására, hanem a működés optimalizálására is használható. Az optimális – azaz a z átlagos várakozási időt minimalizáló – limitértéket úgy határozza meg a modell, hogy minden lehetséges limitérték alkalmazásával kiszámítja az átlagos sorban töltött várakozási időt, és e várakozási idők közül kiválasztja a legkisebb értéket. Ezek az értékek bekeretezve és félkövéren szedve jelennek meg. A minimális várakozási idő pedig egyértelműen azonosítja az optimális limitértéket, ami a 9. ábrán látható módon mindkét modellel 2 tételre adódik.

Az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszerek működését meghatározó legfontosabb mutatók (4.1.5. fejezet) közül csak az egyik a limitérték. A várakozási időt és magát az optimális limitértéket is nagyban befolyásolja a pénztártípusok aránya. A pénztárak számát konstansnak tekintve ez az expressz sorok számának változását jelenti. Mivel ennek a paraméterértéknek a változtatása – a vevői várakozásra gyakorolt hatása és költségmentessége

miatt – fontos menedzsmenteszköz, a modellt kibővítettem e paraméter numerikus vizsgálatát megkönnyítő lehetőséggel is.

A numerikus modellel eredeti állapotában is vizsgálható az expressz pénztárak számának változtatása, ezen elemzések elvégzése és a kapott eredmények összefoglalása azonban viszonylag nehézkes. Ennek következtében a Visual Basic for Application segítségével készítettem egy Excel makrót, ami az expressz pénztárak számát minden lehetséges értékkel figyelembe veszi, és az így kapott eredményeket egy külön munkalapon rögzíti. A különböző számú expressz pénztárral végzett vizsgálatok eredményei ilyen módon egy gombnyomásra rendelkezésre állnak. Az így elvégzett vizsgálatok eredményeként a várakozási idők a limitérték és az expressz pénztárak számának függvényében egy kétdimenziós táblázatban jelennek meg – a várakozási idő alsó és felső becslését adó két modell alkalmazásával külön-külön (10. ábra). Az expressz pénztárak számának különböző értékeire meghatározva az optimális limitértéket, jól látható annak alakulása az expressz pénztárak számának függvényében.

A 10. ábrán látható eredményeket az eredeti adatok módosításával kapjuk. Annak érdekében, hogy az expressz pénztárak száma (rögzített teljes pénztárszám mellett) jelentősen változtatható legyen, a rendelkezésre álló pénztárak számát megnöveltem. Az eredmények relevanciájának megőrzése végett a pénztárszám növelésének megfelelően módosítottam a beérkezési rátát.

<i>k</i> ·M/G/1 modell		Limitérték			
		1	2	3	4
Az expressz pénztárak száma	1	<b>0,4882</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
	2	<b>0,2823</b>	0,5340	2,9276	$\lambda > \mu!$
	3	<b>0,3026</b>	0,3035	0,5182	1,0141
	4	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4797
	5	0,5060	0,3002	<b>0,2752</b>	0,3349
	6	0,8475	0,3946	<b>0,2784</b>	0,2796
M/G/ <i>k</i> modell		Limitérték			
		1	2	3	4
Az expressz pénztárak száma	1	<b>0,3054</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
	2	<b>0,0179</b>	0,1687	1,3649	$\lambda > \mu!$
	3	<b>0,0039</b>	0,0232	0,0895	0,2404
	4	0,0075	<b>0,0056</b>	0,0179	0,0449
	5	0,0276	0,0073	<b>0,0053</b>	0,0109
	6	0,1127	0,0288	0,0083	<b>0,0045</b>

**10. ábra: A minimális várakozási idő [perc] alakulása a limitérték és az expressz pénztárak számának függvényében**

A 10. ábra eredményeiből jól látszik az is, hogy a kétféle közelítés által meghatározott optimális limitértékek az esetek többségében azonosak. Előfordulnak azonban kisebb eltérések is. Amennyiben 6 expressz pénztárt alkalmaz az áruház, az egycsatornás (M/G/1) sorállási rendszerekre épülő közelítés az optimális limitértéket 3, a többcsatornás, közös várakozó sorokat alkalmazó (M/G/k) modell pedig 4 tételben határozza meg. A 10. ábrán látható módon ezek a limitértékek egymással szomszédosak. Jól látszik továbbá az is, hogy amennyiben a sorállási rendszer működése közelebb áll az egycsatornás megközelítés által adott eredményekhez, a menedzsment azonban mégis az M/G/k modelleken alapuló közelítés által javasolt 4 tételes optimális limitértéket alkalmazza, akkor sem okoz szignifikáns várakozásnövekedést. A 3 és 4 tételes limitérték alkalmazásakor tapasztalható várakozási idők között ugyanis mindösszesen 1,6% eltérés van. Vizsgálataim során azt tapasztaltam, hogy amennyiben eltérés mutatkozik a két megközelítés által meghatározott optimális limitértékekben, akkor jár el helyesen a menedzsment, ha az M/G/k modellekre épülő közelítés eredményét alkalmazza. Akkor ugyanis, ha a limitértéket 3 darabban határozzák meg, és a rendszer működése inkább a többcsatornás, közös várakozó sorral rendelkező esethez áll közelebb, majdnem duplájára növeli a vevők átlagos várakozási ideje. Az M/G/k modell által szolgáltatott eredményekre támaszkodva azonban a menedzsment nyugodtan eltérhet az optimális limitértéktől, ezzel nem okoz szignifikáns növekedést a vevők sorban töltött átlagos várakozási idejében.

#### **4.1.4. Az expressz pénztárak működésének vizsgálatára alkalmas szimulációs modell**

Az expressz pénztárakkal rendelkező rendszerek, mint minden más kiszolgálási folyamat, alapvetően két módon vizsgálható: analitikus megközelítésben és szimulációval. Kutatásaim célja az expressz pénztárak optimális (vevői várakozást minimalizáló) limitértékének meghatározása volt. Az expressz pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerek működésének vizsgálatára létrehozott analitikus összefüggések csak közelítő leírását adják a rendszer működésének. Ennek következtében az analitikus összefüggések segítségével elvégzett vizsgálatokat egy szimulációs modell alkalmazásával folytatott elemzésekkel egészítettem ki. Hibrid modellezést alkalmaztam tehát, amihez létrehoztam egy szimulációs modellt az Arena (Rockwell Automation) diszkrét szimulációs szoftver segítségével (Kelton et al., 1998). Expressz pénztárak vizsgálatokor hibrid modellezésre két okból van szükség.

Egyrészt az analitikus modellek nem teszik lehetővé a sorállási rendszerek bizonyos jellemzőinek figyelembevételét, illetve az ezekkel a modellekkel meghatározható eredmények köre korlátozott. Így például analitikusan nem vehetők figyelembe a vevői viselkedések

jellegzetességei, és nem vizsgálható azok várakozásra kifejtett hatása. Az analitikus modellek emellett általában csak néhány várakozási mutató leíró statisztikai paramétereinek meghatározását teszik lehetővé. Ahogy azonban az a szakirodalmi áttekintésből is kiderült, a vevői várakozás leírására számos mutató alkalmazható, amelyekről a menedzsmentnek általában pontosabb információval kell rendelkeznie, mint ami a várható értékekből (esetleg szórásokból) rendelkezésre áll. Ennek megfelelően a szimulációval végzett vizsgálatok az analitikus modellekkel nyert eredmények fontos kiegészítését jelentik.

Másrészt az analitikus összefüggések – és ennek következtében a numerikus modell – eredményei az alkalmazott egyszerűsítések és közelítések következtében csak durva becslést adják a valós rendszernek működésének. Az analitikus modellektől függetlenül létrehozott szimulációs modelleket gyakran alkalmazzák a sorálláselmélet segítségével nyert eredmények verifikálására (Zukerman, 2008). Szimuláció használatával ugyanis pontosabb képet kaphatunk egy rendszer valós működéséről, mivel azok nem tartalmaznak olyan szintű egyszerűsítéseket, mint az analitikus modellek:

– *Bemeneti adatok.* Az analitikus modellekkel nem vehető figyelembe a beérkezési és kiszolgálási ráták bármilyen eloszlása. A gyakran alkalmazott eloszlások mellett az általános eloszlással való közelítés ugyan jól használható, ez azonban csak az adatsor első két momentumát veszi figyelembe. Szimulációs modellek alkalmazásakor nem szükséges az adatok valamilyen elméleti eloszlással való közelítése, alkalmazhatóak empirikus eloszlások is. Továbbá figyelembe vehetők az adatok értékeit befolyásoló ok-okozati összefüggések. Például a vevők által vásárolt tételek számát egy megfelelő eloszlás alapján generálva a kapott értékeket és a lineáris regresszió eredményeit felhasználva határozható meg a kiszolgálási idő, aminek során a regressziós paraméterek mint valószínűségi változók jelenhetnek meg a modellben.

– *A modell struktúrája.* A rendelkezésre álló analitikus modellek a sorállási rendszerek egy bizonyos körének működését képesek csak közelíteni megfelelő pontossággal. A vevők speciális viselkedésének modellbe való beépítése azonban analitikus eszközökkel csak korlátozottan lehetséges. Nehezen vizsgálható például a vevők rendelkezésükre álló pénztárak és sorok közötti választása.

– *A kapott eredmények.* Az analitikus modellekkel meghatározható működési mutatók köre korlátozott. A legtöbb mutatónak ráadásul csak leíró statisztikai jellemzőit képesek meghatározni a modellek. Szimulációval tetszőleges méretű minták gyűjthetők az egyes mutatók értékeiről, amit statisztikai módszerekkel elemezve a működés pontosabb megismerésére nyílik lehetőség. A rendelkezésre álló adatok felhasználásával pedig olyan

további működési mutatók is definiálhatók és elemezhetőek, amelyek jobban megfelelnek a menedzsment célkitűzéseinek (4.2.-4.4. fejezetek).

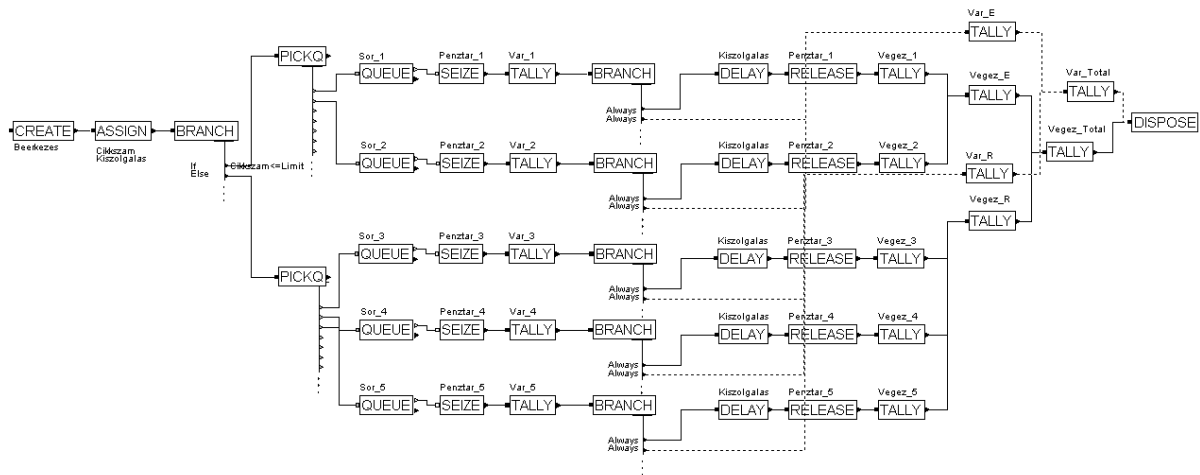
Szimulációval tehát pontosabb képet kaphatunk egy sorállási rendszer működéséről, e modellek kialakítása azonban igen erőforrás-igényes feladat. Speciális szoftverek szükségesek hozzá, továbbá meg kell szerezni az azok használatához szükséges szaktudást. Emellett a modellek kialakítása sok időt vesz igénybe, ezen túl pedig jelentős időt igényel a modell lefuttatása és karbantartása is. Ennek megfelelően a szimulációs modellek alkalmazása csak akkor indokolt, ha azokkal jelentősen pontosabb eredmények nyerhetőek, mint az analitikus modellek használatával.

Az expressz pénztárat tartalmazó sorállási rendszer vizsgálatára létrehozott szimulációs modell a 11. ábrán látható. A szimulációs modell működése a következő. A modell a megadott Poisson eloszlásnak megfelelően generálja a kiszolgálást igénylő vevőket (CREATE). Ezt követően a modell a főbb vevői tulajdonságokat hozzárendeli az egyes vásárlókhoz (ASSIGN):

- A beállított valószínűségi eloszlásnak megfelelően meghatározásra kerül a vevők által vásárolt mennyiség.
- A vásárolt mennyiség függvényében a vevő kiszolgálásának ideje is meghatározható. A két változó közötti kapcsolat a lineáris regresszió eredménye alapján írható fel. A szimulációs modell – ugyancsak a regressziós eredmények alapján – sztochasztikus változóként kezeli a regressziós egyenlet paramétereit.

A vevők által vásárolt mennyiség és a beállított limitérték függvényében egyértelműen eldönthető, hogy mely vevők vehetik igénybe az expressz pénztárat, és melyek nem. Ennek megfelelően a modell két vevői csoportot képez (BRANCH). Az egyes vevői csoportok számára rendelkezésre álló pénztárak közül a vásárlók az előre definiált sorválasztási szabály szerint választanak (PICKQ). A sor-, illetve pénztárválasztást követően csatlakoznak a megfelelő sorhoz (QUEUE), ahol addig várakoznak, amíg a pénztár fel nem szabadul, hogy megkezdhesse a kiszolgálást. A szabad pénztárhoz kerüléssel (SEIZE) a vevő sorban töltött várakozási ideje véget ér. Ekkor a vevő útja a modell folytonos útvonala mentén folytatódik, az elágazásból (BRANCH) kiinduló szaggatott vonal mentén a vevők várakozási ideje kerülnek rögzítésre (TALLY) és továbbításra. Amint a vevő a pénztárhoz kerül, megkezdődik a korábban meghatározott értéknek megfelelő ideig tartó kiszolgálása (DELAY). Ennek végeztével a pénztár újfent szabadabbá válik (RELEASE), vagyis elérhető lesz a sorban tartózkodó következő vevő számára. Ebben az időpillanatban a vevő rendszerben töltött

várakozási ideje is véget ér, amit szintén rögzít a modell (TALLY). Ezt követően a vevő (és a hozzá tartozó összes adat) elhagyja a rendszert (DISPOSE).



**11. ábra: A szimulációs modell felépítése**

A későbbi fejezetekben bemutatásra kerülő célfüggvényekkel történő működés optimalizálást az adatgyűjtést végző (TALLY) blokkok teszik lehetővé. Ezek segítségével ugyanis többféle statisztikai jellemző határozható meg, illetve különböző transzformációk hajthatók végre az egyes értékeken. Ennek megfelelően szimuláció alkalmazásával az expressz pénztárt tartalmazó sorállási rendszerek – és általában minden sorállási rendszer – működésének optimalizálása több szempont alapján lehetséges. A szimulációs modellezés – leíró jellegéből adódóan – azonban optimalizálási kérdések megválaszolására csak korlátozottan alkalmas. Expressz pénztárakkal rendelkező sorállási rendszerek optimális limitértékének meghatározásakor a szimulációt több lehetséges limitértékkel kell lefuttatni. Annak vizsgálatához pedig, hogy különböző számú expressz pénztár alkalmazásakor hogyan alakul az optimális limitérték több szimulációs modell kialakítására van szükség. Ezek létrehozását követően a szimulációk futtatása automatizálható a szimulációs szoftver Scenario Manager-ének segítségével, a modellek létrehozása és a szimulációk futtatása azonban így is igen időigényes. Ennek megfelelően, amennyiben ez a többletráfordítás nem párosul az eredmények pontosságának megfelelő arányú javulásával, az analitikus összefüggésekkel való közelítés alkalmazása az indokolt.

A szimulációs modellek alkalmazásának fontos területét képezik az analitikus modellekkel nyert eredmények verifikálásához szükséges vizsgálatok. Azáltal, hogy ezek a modellek pontosabb leírását adják a valós működésnek, alkalmasak az analitikus modellek egyszerűsítéseivel járó torzítások mértékének meghatározására. Mivel vizsgálataim során nem állt rendelkezésemre adat olyan áruházról, ahol jelenleg is alkalmaznak expressz pénztárakat,

ezért a numerikus modell eredményeinek elfogadhatóságát a szimulációs modell segítségével ellenőriztem. A verifikáláshoz a szimulációs modellt eredeti beállításával és az analitikus modellekben alkalmazott, a modell struktúráját érintő egyszerűsítéseket bevezetve (független beérkezési folyamatokat, illetve közös várakozó sorokat alkalmazva) is lefutattam. Ilyen módon képet kaptam a strukturális eltérések, illetve az egyéb közelítésekből (paraméterbecslésekből) származó különbségek hatásairól is. Figyelembe véve, hogy az analitikus összefüggésekkel kapható eredmények a rendszer egyensúlyi állapotára vonatkoznak, és hogy ennek eléréséhez viszonylag hosszú időre van szükség, a verifikáláshoz hosszú szimulációkat alkalmaztam. Az elvégzett vizsgálatok eredményeit a 2. táblázat foglalja össze.

**2. táblázat: A verifikálás eredményei**

		Limitérték			
		1	2	3	4
<b>Analitikus összefüggés</b>	M/G/k	0,0488	<b>0,0415</b>	0,0810	0,1563
	M/G/1	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796
<b>Szimuláció</b>	M/G/k	0,0481	<b>0,0431</b>	0,0838	0,1580
	M/G/1	0,3155	<b>0,2414</b>	0,3244	0,4882
	Egyszerűsítés nélkül	0,3403	<b>0,2570</b>	0,3125	0,4614

A 2. táblázat eredményeiből jól látható, hogy nincs jelentős eltérés az analitikus és a szimulációs modellekkel nyerhető eredmények között. A strukturális és paraméterbecslésből származó torzítások mértéke elfogadható, az analitikus összefüggésekre épülő numerikus modell tehát alkalmas az expressz pénztárakkal rendelkező sorállási rendszerek vizsgálatára. Továbbá mivel a szimulációs vizsgálatok nem szolgáltatnak szignifikánsan pontosabb eredményt, mint a numerikus közelítés, ezért – amennyiben más nem indokolja – elegendő az analitikus modellekkel gyorsan rendelkezésre álló eredmények (Rapid Modelling) alkalmazása a menedzsment döntéseinél.

#### **4.1.5. Az expressz pénztárak működését leíró jellemzők érzékenységvizsgálata**

A szimulációs modellel kapott eredmények viszonylagos pontossága sem biztosítja, hogy a rendszer működését teljesen valósan képes leírni az alkalmazott modell. A kapott eredmények több ok miatt is pontatlanok lehetnek. Egyrészt a szimuláció eredményeként kapott teljesítménymutatók értékei a lehetséges értékeknek csak egy mintáján alapulnak. A mintavételezés pedig bizonyos mértékben torzítja ezeket az értékeket (Hunyadi et al., 2001). Ezeknek a torzításoknak a csökkentése érdekében a szimulációt többször kell megismételni, több replikációt kell végezni. A minta elemszámának növelése ugyanis növeli a becslés

megbízhatóságát (Hunyadi et al., 2001). Másrészt a modellépítés során alkalmazott egyszerűsítések, illetve az adatfelvétel pontatlanságai befolyásolják a kapott eredményeket. Annak érdekében, hogy meggyőződhessünk egy modell által nyújtott eredmények elfogadhatóságáról, kiegészítő vizsgálatok elvégzésére van szükség. Ilyen elemzést jelent annak vizsgálata, hogy a kapott eredmények milyen mértékben érzékenyek a modell egyes paramétereinek, illetve a modell struktúrájának változására.

Ennek megfelelően az eredményeket különböző modellbeállításokkal is ellenőriztem, illetve elvégeztem a legfőbb paraméterek érzékenységvizsgálatát. Ehhez elsősorban azokat a jellemzőket, paramétereket kellett meghatározni, amelyek a leginkább befolyásolni képesek a rendszer működését. A sorálláselmélet eredményein alapuló modellek matematikai összefüggései átláthatóbbá teszik a sorállási rendszerek egyes változóinak a rendszer működésére gyakorolt hatását, ezért e főbb tényezők meghatározását az analitikus összefüggések segítségével végeztem el. Az analitikus modellek összefüggései ugyanis olyan kapcsolatokra hívják fel a figyelmet, amelyek a pontosabb szimulációs modellek alkalmazásakor rejtve maradhatnak (Hillier–Lieberman, 1995). A rendszer működését meghatározó főbb tényezők tehát a következők:

- a forgalom nagysága, az óránként érkező vevők száma (beérkezési ráta);
- a vásárolt mennyiség eloszlása (az eloszlás típusa és annak paraméterei; a vásárolt tételek átlagos száma);
- a kiszolgálási idő (a regressziós egyenes meredeksége és tengelymetszete);
- az üzemelő pénztárak száma (az összes, az expressz és az általános pénztárak száma);
- a pénztárakhoz kerülést szabályozó kontrollparaméter (limitérték);
- a vevők várakozáscsökkentési törekvése (a vevők rendelkezésükre álló sorok közötti választása, a modell alapstruktúrája).

Azoknak a tényezőknek, amelyek a rendszer paramétereit alkotják, a működésre és a vevői várakozásra gyakorolt hatásuk egyszerű érzékenységvizsgálattal eldönthető. A vevők által vásárolt mennyiség eloszlásának és a vevők pénztárak közötti választásának vizsgálatához azonban a modellek bizonyos mértékű átalakítására van szükség.

#### **4.1.5.1 A modell paramétereinek érzékenységvizsgálata**

Az expressz pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerek főbb paraméterei a korábban megfogalmazottaknak megfelelően a beérkezési ráta, az átlagosan vásárolt mennyiség, a kiszolgálási idő, a különböző típusú pénztárak száma és a limitérték. Ezen értékek



változásának a működésre és a vevői várakozásra kifejtett hatását *független* érzékenységvizsgálatokkal ellenőriztem. Az elvégzett érzékenységvizsgálatok függetlensége azt jelenti, hogy egyidejűleg csak egy paraméter értékét módosítottam. Ennek megfelelően a kapott eredmények is csak akkor érvényesek, ha egyszerre csak egy paraméter értéke változik.

Az érzékenységvizsgálatok elsődleges célja annak vizsgálata, hogy a paraméterek változásának hatására hogyan módosul a vevői várakozás. Az elvégzett független érzékenységvizsgálatok eredményeit a 2-8. sz. mellékletek tartalmazzák. Ezek értelmében megállapítható, hogy a beérkezési ráta, az átlagosan vásárolt mennyiség és a kiszolgálási idő paraméterértékének növekedésével nő az átlagos várakozási idő. A nyitva tartó (akár expressz, akár általános) pénztárak számának növelése csökkenti az áruház egészére jellemző átlagos várakozási időt. Az expressz pénztárak rögzített teljes pénztárszám melletti változtatása (azaz a pénztártípusok arányának módosítása) egy pontig csökkenti, majd növeli az átlagos várakozási időt. Ennek oka, hogy a változás hatására az expressz sorokban tapasztalható várakozás csökken, az általános pénztáraknál nő. Amíg a kis mennyiséget vásárló vevők várakozáscsökkenése meghaladja a sokat vásárlók várakozásának növekedését, addig az átlagos várakozás csökken. Amikor ez az arány megfordul, az átlagos várakozási idő növekedni kezd. A limitérték változtatásának hatására hasonló jelenség figyelhető meg. A limitérték növelésével egy ideig csökken, majd növekedni kezd a sorban töltött átlagos várakozási idő.

Az eredmények értelmezésékor természetesen figyelembe kell venni azt is, hogy az egyes paraméterek milyen mértékben változhatnak, és hogy ez a változás milyen mértékben befolyásolható a menedzsment által. A beérkezési ráta és a vásárolt tételek átlagos száma nem befolyásolható jelentős mértékben a menedzsment által. A kiszolgálási idő változásának mértéke igen korlátozott. A különböző típusú pénztárak száma és a limitparaméter értéke azonban teljes mértékben a menedzsment döntésén múlik. Figyelembe véve ezeket a megállapításokat és az érzékenységvizsgálatok eredményeit megállapítható, hogy a vevői várakozást leginkább az egyes típusokból nyitva tartó pénztárak száma és a limitérték befolyásolja. A két tényező közötti legfőbb különbség az, hogy míg a limitérték változtatása szinte költségmentes, addig az üzemelő pénztárak számának növelése igen költséges, és bármilyen irányú (akár a rögzített pénztárszám melletti arány) változtatása komoly szervezési tevékenységet igényel. Ennek megfelelően a vevői várakozás befolyásolásának legfőbb eszköze expressz pénztárak alkalmazásakor a limitérték változtatása.

A limitérték vevői várakozásra kifejtett jelentős hatásának következtében a vevői várakozásra vonatkozó érzékenységvizsgálatokat kiegészítettem az optimális limitérték

változásának elemzésével. A 2-8. sz. mellékletekben látható táblázatok félkövén szedve jelölik az adott paraméterérték esetén tapasztalható minimális várakozási időt a limitérték függvényében. Az eredmények rövid összefoglalása, vagyis az optimális limitérték érvényességi tartományai a 3. táblázatban láthatóak.

**3. táblázat: Érzékenységvizsgálati eredmények és az egyes paraméterek befolyásolhatósága**

	Jelenlegi érték	Független érvényességi tartomány	Befolyásolhatóság
<b>Beérkezési ráta</b>	180	$...25 \leq \lambda \leq 250...$	elhanyagolható
<b>A vásárolt tételek átlagos száma</b>	3,089	$2,6 \leq l \leq 3,5$	elhanyagolható
<b>A kiszolgálási idő fix része [perc]</b>	0,5463	$0,225 \leq a \leq 1...$	korlátozott
<b>Az egy tétel számlázásához szükséges idő [perc]</b>	0,1622	$0,05 \leq b \leq 0,3...$	korlátozott
<b>Az általános pénztárak száma</b>	3	$3 \leq R \leq 4$	teljes
<b>Az expressz pénztárak száma</b>	2	$2 \leq E \leq 2$	teljes
<b>Az expressz és általános pénztárak aránya</b>	2/3	$2/3 \leq E/R \leq 2/3$	teljes

– *Beérkezési ráta ( $\lambda$ )*. Az óránként érkező vevők száma időről időre változik. Mint az adatgyűjtés során is kiderült (1. táblázat), ez az érték igen nagy ingadozásokat mutat. Az érzékenységvizsgálati eredményekből azonban látható, hogy a limitparaméter optimális értéke igen robusztus a beérkezési ráta változására nézve. Minden forgalmas időszakban, amelyekben az expressz pénztárak kialakításának igénye felmerülhet az optimális limitérték állandó. A felső érvényességi határ után lévő pontok azt jelentik, hogy az érvényességi tartomány a jelzetnél feltehetőleg szélesebb, azonban, mivel a vizsgált rendszer a feltüntetettől több vevő kiszolgálására nem alkalmas, a vizsgálatokat megszakítottam.

– *A vásárolt tételek átlagos száma ( $l$ )*. Ez az érték változhat, például, speciális értékesítési időszakokban, illetve ünnepek idején. Ha az érték a feltüntetett határok között marad, akkor az optimális limitérték nem változik. Ha  $l$  kisebb, mint az alsó határ, akkor túl sok vevő érkezik az expressz pénztárakhoz, és az átlagos várakozási idő megnő. Ha  $l$  nagyobb, mint a felső érvényességi határ, akkor túl kevés vevő veheti igénybe az expressz pénztárakat. Ekkor az általános pénztáraknál tapasztalható beérkezési ráta növekedése növeli az átlagos várakozási időt. Mindkét esetben új limitérték alkalmazása szükséges.

– *A kiszolgálási idő fix része ( $a$ )*. Ez az érték a fizetési technológia, illetve a fizetési szokások változása miatt módosulhat. Például, ha a bankkártyás fizetések vagy a vásárlási utalványok használatának gyakorisága megnő. Az érvényességi tartomány relatív széles voltából látható, hogy e paraméter értékének növekedése gyakorlatilag semmilyen hatással

nincs az optimális limitértékre. Ha azonban  $a$  értéke jelentősen csökken, a kiszolgálás olyan gyorsá válik, hogy a limitérték növelése kedvezőbb átlagos várakozási időt eredményez (vagyis az optimális limitérték nő).

– *Az egy tétel számlázásához szükséges idő ( $b$ ).* Ez az érték a kiszolgálási folyamat technológiai fejlesztésének következtében változhat. Például, ha vonalkód-leolvasó kerül bevezetésre, vagy új, gyorsabb adatfeldolgozásra képes pénztárgépeket alkalmaznak. Az ilyen jellegű változások nem gyakoriak, de ha sor kerül rájuk, az alkalmazott limitértéket felül kell vizsgálni.

– *Az általános pénztárak száma ( $R$ ).* Ez az érték csökkenhet, ha technikai, személyi okokból vagy menedzsmentdöntés következtében be kell zárni bizonyos pénztárakat.  $R$  értéke nőhet, ha például a kialakult hosszú sorok miatt a menedzsment újabb pénztárakat nyit. Az érvényességi tartomány jelzi, hogy ha  $R < 3$ , akkor az általános pénztáraknál a várakozási idő megnő. Ebben az esetben, ha több vevőt engedünk az expressz pénztárakhoz, kedvezőbben alakul a várakozás – azaz az optimális limitérték nő. Ha az általános pénztárak száma nagyobb, mint a feltüntetett felső határ, akkor az általános pénztáraknál tapasztalható várakozás lecsökken. Ebben az esetben jobb szolgáltatás nyújtható, ha kevesebb vevő veszi igénybe az expressz pénztárakat – vagyis az optimális limitérték csökken.

– *Az expressz pénztárak száma ( $E$ ).* Erre az érvényességi tartományra az előbbihez hasonló magyarázat adható. Az érvényességi tartomány jelzi, hogy ha  $E < 2$ , akkor az expressz sorokban tapasztalható várakozás olyan mértékben megnő, hogy az expressz pénztárak igénybevételének szigorúbb kontrollálása szükséges – azaz az optimális limitérték csökken. Ha  $E > 2$ , akkor az expressz sorokban nagyon megnő a várakozás. Ebben az esetben jobb szolgáltatás nyújtható, ha több vevő veszi igénybe az expressz pénztárakat – tehát az optimális limitérték nő.

– *Az expressz és általános pénztárak aránya ( $E/R$ ).* Az expressz és általános pénztárak számának változása általában nem független egymástól. A menedzsment a pénztárak összes számát ( $P$ ) sokszor állandó értéken tartja, ezért az expressz pénztárak számának ( $E$ ) növelése csökkenti az általános pénztárak számát ( $R$ ), és fordítva. A 3. táblázat utolsó sorából kiolvasható, hogy az általános és expressz pénztárak számának aránya (konstans összes pénztárszám esetén) nem változtatható anélkül, hogy az ne módosítaná az optimális limitértéket.

Az előbbi eredmények független érzékenységvizsgálatokból származnak. A vizsgált változók értékei azonban nem minden esetben függetlenek egymástól. A változók nem független voltának legkézenfekvőbb példája a forgalomnagyság és a nyitva tartó pénztárak

száma közötti összefüggés. Minél nagyobb forgalom tapasztalható egy áruházban, annál több pénztárat nyit ki a menedzsment. Így ha közvetlenül nem is, de a nyitva tartó pénztárak számának változtatásával a beérkezési ráta nagy hatással van az optimális limitértékre. Ez a fajta változás azonban könnyen leírható a pénztárak számának változásként, ugyanis az optimális limitérték beérkezési ráta változására való robusztussága a nyitva tartó pénztárak számától függetlenül érvényes tulajdonság.

A numerikus modell 4.1.3. fejezetben bemutatott kibővítése valójában egy két változót érintő érzékenységvizsgálat. A modell ugyanis különböző limitértékek és különböző pénztártípus-arányok esetén határozza meg a sorban töltött átlagos várakozási időt. A minimális várakozási idők azonosításával pedig az optimális limitérték érzékenységvizsgálata is elvégezhető ilyen módon. Ezekre az elemzésekre azért szükséges kiemelt figyelmet fordítani, mert két, a menedzsment által könnyen és költségmenetesen befolyásolható paraméter változását vizsgálják. Ennek megfelelően a menedzsment számára további várakozáscsökkentési lehetőséget jelent e két paraméterérték egyidejű változtatása. Az elvégzett vizsgálatokból kiderült, hogy amennyiben a menedzsment nem alkalmaz szélsőségesen kevés vagy sok expressz pénztárat, a numerikus modellben alkalmazott kétféle megközelítés azonos optimális limitértéket határoz meg (10. ábra).

Más esetekben, ha egyidejűleg több paraméterérték változásának, illetve az egyes paraméterek érvényességi tartományon kívüli értékeinek az optimális limitértékre gyakorolt hatását szükséges vizsgálni, az könnyedén és gyorsan kivitelezhető a numerikus modell megfelelő paraméterértékeinek módosításával. Ilyenkor azonban a menedzsment nem kap információt arra vonatkozóan, hogy az újonnan megállapított optimális limitérték milyen határok között marad optimális. Elesik tehát az érvényességi tartományok ismeretéből fakadó többletinformációtól.

#### **4.1.5.2 A modell struktúrájának érzékenységvizsgálata**

A modell struktúrájának érzékenységvizsgálata a nem paraméterjellegű adatok változásával járó hatások elemzését jelenti. Ennek megfelelően ide sorolható az alkalmazott valószínűségi változók eloszlásának vizsgálata is. A létrehozott modellek három valószínűségi változót alkalmaznak: a beérkezési rátát, a kiszolgálási időt és a vásárolt mennyiséget.

– *A beérkezési ráta eloszlása.* A beérkezési ráta Poisson eloszlását a konkrét esetben végzett statisztikai vizsgálatok és az elméleti eredmények is megerősítették. A beérkezési folyamat Poisson eloszlása emellett igen gyakori a valós rendszerekben. Az alkalmazott analitikus összefüggések alapvető meghatározója a beérkezési ráta Poisson eloszlása, így a

létrehozott numerikus modell esetében nehézkes e jellemző megváltoztatása, de más analitikus modellekre épülő numerikus vizsgálatokkal, egy új modell létrehozásával természetesen vizsgálható ez a kérdés is. A szimulációs modellben azonban bármilyen eloszlás alkalmazható a beérkezési folyamat leírására. Különböző (normális, Erlang, lognormális) eloszlásokat és különböző paraméterértékeket, illetve determinisztikus értékeket alkalmazva a beérkezési időköz generálására a limitérték és a sorban töltött átlagos várakozási idő közötti kapcsolatot leíró függvény grafikonjának lefutása (4.1.6. fejezet) nem változott.

– *A kiszolgálási idő eloszlása.* Analitikus megközelítésben a kiszolgálási idő eloszlását általános eloszlásként közelítettem, azaz nem tételeztem fel semmilyen konkrét eloszlást ezen adatokra vonatkozóan. A szimulációs modell a lineáris regresszió eredményei alapján generálja a kiszolgálási időket, így e jellemző változtatása igen nehézkes. Ennek megfelelően eltekintettem e jellemző változtatásának közvetlen vizsgálatától. Meg kell azonban jegyezni, hogy a vásárolt mennyiség eloszlásának változtatásával a kiszolgálási idő eloszlása is változik.

– *A vásárolt mennyiség.* A vásárolt mennyiség eloszlását mind a numerikus, mind a szimulációs modell közvetlenül tartalmazza, így ez a jellemző mindkét modellben könnyen változtatható. Ennek megfelelően a vásárolt mennyiség eloszlását több, különböző típusú eloszlással is modelleztem. Az érzékenységvizsgálatokat elsősorban a numerikus modell segítségével hajtottam végre. Ilyen módon ugyanis a vizsgálatok időszükséglete jelentősen csökkenthető. Ennek a fajta érzékenységvizsgálatnak a célja pedig csak a változások átfogó megismerése, nem számszerű adatok gyűjtése. Ennek megfelelően a működést csak közelíteni tudó analitikus összefüggések is elegendő eredményt szolgáltatnak. Különböző eloszlások (geometrikus, Poisson, diszkrét normális) és azok különböző paraméterértékeinek alkalmazásával a limitérték és a sorban töltött átlagos várakozási idő közötti kapcsolatot leíró függvény grafikonjának lefutása (4.1.6. fejezet) nem változott.

A vevők pénztárak közötti választásának két különböző esetét írja le a numerikus modell két közelítése. Ezek azonban nem ok-okozati összefüggéseken alapulnak, az ilyen jellegű szabályok csak a szimulációs modell segítségével vizsgálhatóak. Ezekhez a vizsgálatokhoz a szimulációs modellben különböző sorválasztási szabályokat alkalmaztam. A szoftver beépített sorválasztási szabályai csak korlátozottan alkalmasak a vevői pénztár-, illetve sorválasztás leírására, ezért azok közül csak a véletlen sorválasztást alkalmaztam, és vizsgálataimhoz definiáltam néhány egyedi szabályt. Az így megfogalmazott sorválasztási viselkedések, bár nem írják le az összes lehetőséget, de lefedik a – szabályszerűen megfogalmazható – sorválasztások nagy részét. E szabályok ugyanis a legegyszerűbb véletlen

sorválasztástól a legkifinomultabb minden tényezőt figyelembe vevő szabályokig terjednek. A vevők valós viselkedése természetesen a két véglet között helyezkedik el. A vizsgált sorválasztási szabályok a következők voltak:

– *Véletlen (RANDOM, RAN) sorválasztás.* A véletlen sorválasztás az Arena egyik beépített sorválasztási szabálya. A sorok közötti véletlenszerű választás feltételezi, hogy a vevők nem törekednek, illetve nem tudnak törekedni várakozásuk csökkentésére. Ezt magyarázhatja, ha a várakozó sorok hossza, haladási sebessége stb. nem észlelhető a vevők számára, vagyis nem tudnak dönteni arról, hogy melyik lenne számukra a kedvezőbb várakozó sor. Előfordulhat az is, hogy úgy ítélik meg, nem tudják jelentősen csökkenteni várakozásukat, vagyis nem tapasztalnak szignifikáns különbséget a várakozó sorok között. Lehetséges azonban, hogy bár észlelnek várakozáscsökkentési lehetőséget a vevők, nem áll módjukban élni azzal. Ilyen lehet, ha például a bevásárló kocsik miatt nem tudnak könnyen mozogni a rendelkezésükre álló sorok között. A véletlen sorválasztás alkalmazása akkor is indokolt, ha nem áll rendelkezésre semmilyen információ a vevők viselkedését illetően.

– *A pénztárnál várakozók legalacsonyabb száma (Smallest Number in System, SNS) szerinti sorválasztás.* E szabályt a szoftverbe beépített a sorban várakozók legalacsonyabb száma (Smallest Number in Queue, SNQ) sorválasztási szabály módosításával hoztam létre. Az SNQ szabály csak a sorban, vagyis a kiszolgáló egység előtt várakozó vevőket veszi figyelembe, az SNS szabály azonban a rendszerben található (sorban várakozó és kiszolgálás alatt lévő) vevők számát összegzi. Azonban mindkét szabály csak a várakozók számát veszi figyelembe, eltekint az egyes vevők által vásárolt mennyiségek és az azok kiszolgálásához szükséges idők közötti különbségektől. Az általam létrehozott (SNS) szabály nagy forgalom esetén azonos eredményre vezet, mint a beépített (SNQ) szabály. Kevésbé forgalmas időszakban azonban az SNS szabály írja le pontosabban a rendszer működését. Alacsony forgalom esetén ugyanis előfordulhat, hogy a rendszerben egyidejűleg találhatóak olyan üres várakozó sorok, amelyekhez foglalt, és olyanok, amelyekhez szabad pénztár tartozik. Az SNS szabály ezek között nem tesz különbséget, így előfordulhat (és a szabály működéséből adódóan gyakran elő is fordul), hogy a vevő olyan üres sort választ, ahol várnia kell az éppen folyó kiszolgálás befejezésére, holott a rendszerben található szabad pénztár, ahol nem kellene várakoznia. Ez a fajta viselkedés valós viszonyok között nem reális.

– *A legkisebb munkamennyiség (Minimal WorkLoad, MWL) szerinti sorválasztás.* Az SNS szabály szerint várakozó sort választó vevők igyekeznek ugyan csökkenteni várakozási idejüket, de nem veszik figyelembe, hogy az egyes vásárlók kiszolgálása más és más munkamennyiséget jelent. Ennek megfelelően a kiszolgálási idők is különbözőek, ami pedig

nagyban befolyásolja a várakozást. Expressz pénztárak alkalmazása pedig olyan esetekben indokolt, ahol a kiszolgálási idők között nagy különbségek tapasztalhatóak. Éppen ezért egy expressz pénztárakat tartalmazó rendszerben a vevők sorválasztásuk során nagy valószínűséggel figyelembe veszik a sorban tartózkodók kiszolgálásához szükséges munkamennyiséget is, és azt a sort választják, amelyben az összes vevő kiszolgálásának munkaszüksége a lehető legkisebb. Egy vevő kiszolgálásához szükséges munkamennyiséget az általa vásárolt mennyiség függvényeként definiáltam. A szabály összegzi tehát minden sorban a vevők által vásárolt mennyiségeket, és a legkisebb összmennyiséggel bíró sorhoz rendeli az új vevőt. Ennek a szabálynak az alkalmazása természetesen csak olyan esetekben indokolt, ha a vevők valóban képesek észlelni a többiek által vásárolt mennyiségeket, és ez alapján össze tudják hasonlítani a különböző várakozó sorokat.

– *A sor végén állók közül legkevesebbet vásárló vevő (Fewest Last Items, FLI) szerinti sorválasztás.* Az MWL szabály alkalmazásának feltétele, hogy a vevők képesek legyenek a rendszerben várakozó összes többi vevő által vásárolt mennyiség észlelésére. Sok pénztárral és hosszú várakozó sorokkal rendelkező rendszerben ez a feltételezés azonban irreális. Nagy forgalmú időszakokban a várakozó sorok hossza általában kiegyenlített, ezért a sorban várakozó vevők száma sem ad megfelelő információt a sorok közötti választáskor. Ilyen esetekben az egyes várakozó sorok között könnyen tesznek az alapján különbséget a vevők, hogy a sorban utolsónak várakozó vevő hány tételt vásárolt, és azt a sort választják, ahol ez az érték a legalacsonyabb. A vevők természetesen elsősorban a várakozó sorok hossza alapján döntenek, így amennyiben a várakozó sorok hossza között szignifikáns különbségek vannak, az SNQ, illetve SNS szabály alkalmazása az indokolt. E megfontolás alapján az FLI szabályt a várakozó sorok hosszát figyelembe vevő szabályok kiegészítéseként definiáltam, vagyis amennyiben az SNQ, illetve SNS szabályok nem adnak egyértelmű eredményt, akkor kerül sor e szabály figyelembevételére. Ez a szabály tehát másodlagos szabályként alkalmazható.

– *A legkisebb észlelt mennyiség (Minimal Perceived Amount, MPA) szerinti sorválasztás.* Az a feltételezés, hogy a más vevők által vásárolt mennyiségeket a vevők képesek pontosan felmérni, nem életszerű. Azt eldönteni azonban, hogy az egyes vevők sokat vagy inkább keveset vásároltak, nem kíván nagy erőfeszítést. Ezt követően az egyes vevők, megfelelő súlyozással, megállapíthatják, hogy a különböző sorokban összesen milyen vásárolt mennyiségeket *észlelnek*. A döntés tehát nem objektív, egyértelmű és pontos értékek alapján születik, hanem a vevők személyes benyomásainak megfelelően. A vásárolt mennyiségek nagymértékű ingadozásai következtében négy vevői csoportot definiáltam (nagyon keveset,

keveset, sokat, nagyon sokat vásárlók). A vásárolt mennyiség növekedésével exponenciálisan növekvő súlyokat rendeltem az egyes vevői csoportokhoz, figyelembe véve, hogy a vásárlókra általában riasztóan hatnak a túlságosan nagy vásárolt mennyiségek.

– *A legrövidebb kiszolgálási idő (Shortest Service Time, SST) szerinti sorválasztás.* A korábbi szabályok – különböző módokon ugyan, de – figyelembe veszik az egyes vevők kiszolgálásai közötti különbségeket, eltekintenek azonban attól, hogy a kiszolgálások időszükségletének egy része független a vásárolt mennyiségtől. A kiszolgálási idő ugyanis két részre osztható: a vásárolt tételek számlázásának időszükségletére és a fizetéshez szükséges időre. Az előbbi értelemszerűen arányos a vásárolt mennyiséggel, az utóbbi azonban független attól. A kiszolgálási idő e két komponense jelenik meg a két változó kapcsolatát leíró regressziós egyenes meredekségében és tengelymetszetében is. Ahhoz tehát, hogy a vevők pontos képet alkossanak az egyes sorokban várható várakozásról, a sorban előttük állók által vásárolt mennyiségeken túl figyelembe kell venniük az előttük tartózkodók számát is. A két mennyiség megfelelő – a vevők korábbi tapasztalatain alapuló – súlyozásával az egyes vevők teljes kiszolgálási ideje jól közelíthető (vizsgálataim során a lineáris regresszió eredményeivel összhangban lévő súlyokat alkalmaztam). Amennyiben a vevők számához kis súlyt rendelünk, az SNS szabályt közelítjük. Ha a vevők által vásárolt mennyiség kap nagy súlyt, akkor az MWL szabály közelítését kapjuk. Megfelelő súlyokkal a kiszolgálási idők – és így a várakozás – legpontosabb becslése kapható ilyen módon. E szabály gyakorlati alkalmazhatósága nem jelentős, azonban elméleti szempontból a véletlen sorválasztás szabályával együtt a várakozáscsökkentési viselkedés végleteit képviselik. A vizsgált sorválasztási szabályok így lefedik a lehetséges vásárlói magatartások teljes tartományát.

A különböző sorválasztási szabályokkal végzett szimulációk eredményeit a 4. táblázat foglalja össze. Az eredményekből jól látszik, hogy az alkalmazott sorválasztási szabálytól – azaz a vevők feltételezett várakozáscsökkentési viselkedésétől – függően különböző átlagos várakozási idők tapasztalhatóak a rendszerben. A vevők várakozási idejének limitérték függvényében való alakulását vizsgálva megállapítható továbbá az is, hogy a limitérték és sorban töltött átlagos várakozási idő közötti kapcsolatot leíró függvény grafikonjának 4.1.6. fejezetben ismertetett lefutását azonban nem módosítja a különböző sorválasztási szabályok, azaz nem befolyásolja a vevők várakozáscsökkentési viselkedése.

A modell struktúrájának és paraméterértékeinek érzékenységvizsgálati eredményei alapján megállapítható, hogy az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszerekben tapasztalható átlagos várakozási időt számos tényező befolyásolja. Ezek közül a menedzsment legfontosabb várakozásbefolyásolási eszközét a limitérték változtatása jelenti. Ez a paraméter



ugyanis nagymértékben képes befolyásolni a vevői várakozást, módosítása ugyanakkor szinte költségmenetesen lehetséges. Az érzékenységvizsgálatokat kiegészítve az optimális limitérték változásának elemzésével az is megállapítható, hogy a várakozási idő limitérték függvényében való alakulását leíró grafikon lefutása független a modell struktúrájának és paraméterértékeinek változásától.

**4. táblázat: A sorválasztási szabályok hatása a várakozási időre [perc]**

		Limitérték				
		1	2	3	4	
Sorválasztási szabály	Beépített	Véletlen (RAN)	0,3403	<b>0,2570</b>	0,3125	0,4614
		A sorban várakozók legalacsonyabb száma (SNQ)	0,3638	<b>0,3219</b>	0,3366	0,3945
	Egyedi	A pénztárnál várakozók legalacsonyabb száma (SNS)	0,0688	<b>0,0561</b>	0,1002	0,1821
		Legkisebb munkamennyiség (MWL)	0,3631	<b>0,3218</b>	0,3358	0,3911
		A sor végén állók közül legkevesebbet vásárló vevő (FLI)	0,3636	<b>0,3218</b>	0,3356	0,3909
		Legkisebb észlelt mennyiség (MPA)	0,3632	<b>0,3218</b>	0,3359	0,3916
	Legrövidebb kiszolgálási idő (SST)	0,3632	<b>0,3217</b>	0,3356	0,3908	

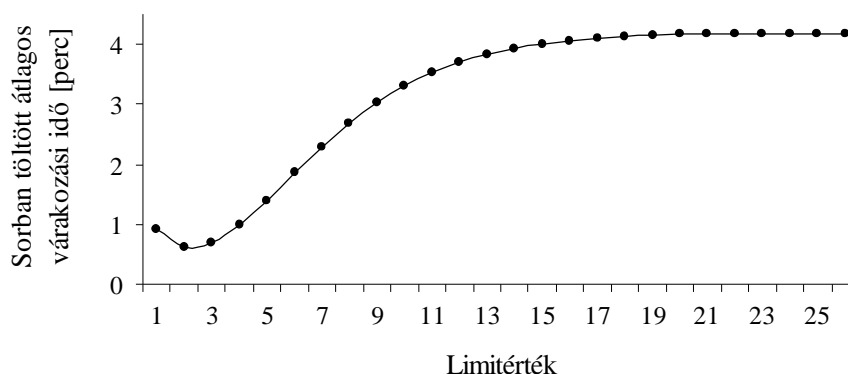
#### 4.1.6. Az átlagos várakozási idő minimalizálásának szemléltetése

Az előzőekben ismertetett vizsgálatok alapján megállapítottam, hogy az expressz pénztárakat is tartalmazó sorállási rendszerekben a menedzsment által alkalmazható legfontosabb befolyásoló tényező a limitérték változtatása. E paraméter segítségével a menedzsment nagymértékben képes befolyásolni a vevők várakozási idejét.

A vevői várakozást minimalizáló limitérték megtalálásának érdekében megvizsgáltam az átlagos vevői várakozás alakulását a limitérték függvényében. Vizsgálataimat – a 4.1.5. fejezetben ismertetett módon – különböző paraméterértékekkel, valószínűségi eloszlásokkal végeztem. E változtatásoktól függetlenül azonos – a 12. ábrán látható – lefutású grafikonnal írható le a vevői várakozás a limitérték függvényében. Az elvégzett érzékenységvizsgálatok során a valós rendszerétől sok esetben jelentősen eltérő jellemzőket is vizsgáltam, amelyek így a vizsgált áruháztól szignifikánsan különböző sorállási rendszereket írtak le. Ennek következtében a várakozási idő alakulásának jellege széles körben, az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszerek nagy részére érvényes tulajdonságnak tekinthető.

Az átlagos várakozási időt a limitérték függvényében leíró, 12. ábrán látható görbe – a (16) összefüggésnek megfelelően – az expressz és az általános pénztáraknál tapasztalható átlagos várakozási idők súlyozott átlagaként alakul ki. Márpedig a limitérték változása a két pénztártípusnál tapasztalható várakozási időkre ellentétesen hat. Ameddig az egyik

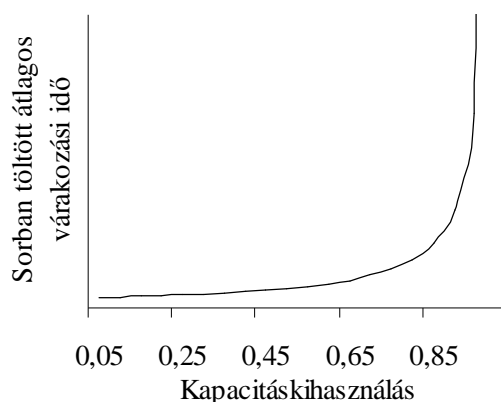
pénztártípusnál tapasztalható várakozásnövekedés nem haladja meg a másiknál megfigyelhető várakozáscsökkenést, az átlagos várakozási idő csökken. Amint ez a viszony megfordul, az átlagos várakozás nőni kezd. Az átlagos várakozási időt leíró függvény meredeksége tehát kezdetben negatív, majd pedig pozitívvá válik. Ennek következtében létezik minimuma a sorban töltött átlagos várakozási időnek, és meghatározható a minimumhoz tartozó, *optimális limitérték*.



**12. ábra: Az átlagos várakozási idő alakulása a limitérték függvényében**

A görbe alakja tehát két ellentétes hatás eredőjeként alakul ki. A limitérték növelésével az expressz sorokban tapasztalható várakozási idők növekszenek, mivel többen veszik igénybe ezeket a pénztárakat. (Természetesen amennyiben szélsőségesen sok vevőt rendel a menedzsmint az expressz pénztárakhoz, az általános pénztáraknál tapasztalható várakozás olyan mértékben lecsökken, hogy a keveset vásárló vevők egy része inkább az általános pénztárakat választja. A limitérték reális megválasztásakor azonban ezeknek a vevőknek az aránya nem számottevő.) A limitérték növelésekor az általános pénztáraknál ugyanakkor egyre rövidebb várakozások tapasztalhatóak, ugyanis egyre kevesebben kényszerülnek ezekhez a pénztárakhoz. A kétféle átlagos várakozási idő súlyozott átlagaként kialakuló átlagos várakozás ennek megfelelően a kezdeti csökkentést követően növekedni kezd.

A limitérték növekedésével, illetve csökkenésével nem csak az egyes pénztártípusok beérkezési rátái módosulnak. Az egyes pénztártípusok beérkezési rátájának változásával módosul a pénztártípusok kapacitáskihasználása is. A kapacitáskihasználás növelésének, illetve csökkentésének hatására a vevői várakozás exponenciálisan nő, illetve csökken – a 13. ábrán látható módon. Ezen exponenciális változásnak a következtében a limitérték növelése az expressz pénztáraknál folyamatosan növekvő várakozásnövekedést, az általános pénztáraknál folyamatosan csökkenő várakozáscsökkenést okoz. A várakozásnövekedés egy adott limitértéken felül tehát meg fogja haladni a várakozáscsökkenés mértékét.



**13. ábra: A sorban töltött átlagos várakozási idő változása a kapacitáskihasználás függvényében**

Ezt a hatást erősíti az áruháza egészére jellemző átlagos várakozási idő számításakor alkalmazott súlyok limitérték függvényében történő alakulása is. A súlyokat ugyanis a vásárolt mennyiségek – vizsgált esetben tapasztalható – geometrikus eloszlása határozza meg. Ez az eloszlás pedig még meredekebbé teszi az egyes pénztártípusoknál tapasztalható súlyozott várakozási idők függvényeit azáltal, hogy a kismértékű változásokhoz alacsony, míg a nagymértékűekhez nagy súlyt rendel. Ez a jellegzetesség bármilyen más eloszlás alkalmazásakor is megmarad. Ugyanis a rendszer egészére jellemző átlagos várakozási idő számítása során a vásárolt mennyiség eloszlásfüggvényéből nyeri a modell a súlyszámokat. Az eloszlásfüggvények pedig – az eloszlás típusától függetlenül – monoton növekvőek (Hunyadi et al., 2001).

Az átlagos várakozási időt minimalizáló limitérték meghatározásához természetesen először magukat a lehetséges várakozási időket kell meghatározni. Ez a korábbiakban ismertetteknek megfelelően történhet az analitikus formulákra épülő numerikus modell, illetve szimuláció alkalmazásával. A numerikus modell segítségével végzett vizsgálatok esetében a szükséges adatok bevitelét követően azonnal rendelkezésre áll az optimális limitérték. Szimulációval a várakozási mutatók értékei pontosabban határozhatóak meg ugyan, de a működést optimalizáló limitérték kiválasztása sokkal időigényesebb. A limitérték ugyanis a rendszer egyik fő paramétere, ezért a különböző limitértékekkel kapható várakozási mutatók összehasonlításához több szimuláció lefuttatására van szükség. Vizsgálataim kimutatták, hogy a két modellel kapott eredmények csak a várakozási mutatók értékeiben különböznek, az átlagos várakozási időt minimalizáló limitérték tekintetében azonos eredményre vezetnek. Amennyiben tehát a menedzsment a rendszerkialakításhoz szükséges

információkra (az alkalmazandó limitértékre) kíváncsi, elegendő az analitikus megközelítésre épülő numerikus modell alkalmazása.

## **4.2. A várakozási idők szórásának minimalizálása**

A vevői várakozás átlagos hosszának csökkentése fontos törekvés. Olyannyira, hogy a vevők maguk is igyekeznek csökkenteni várakozási idejüket: a szolgáltatás igénybevétele előtt (például a szolgáltató kiválasztásával vagy a szolgáltatás igénybevételének időpontjával) és a szolgáltatás során is (például a várakozó sorok közötti választással). Mivel az idő egy olyan erőforrás, ami korlátozottan áll rendelkezésre, az emberek igyekeznek csökkenteni annak elpazarolását – a rendelkezésükre álló idő várakozással töltését. A gazdasági értelemben racionális emberek erőforrásaikkal kapcsolatos döntéseinek meghatározója ugyanis az azzal nyerhető haszon maximalizálása. A sorban állás, mivel egyetlen gazdasági szereplőt sem juttat előnyhöz, holtteher-veszteséget jelent (Varian, 2008). A szolgáltatás igénybevételéhez szükséges várakozás során a vevőknek ugyanis le kell mondaniuk az ezen időtartam alatti – a szolgáltatás értékét sokszor meghaladó – pénzkereseti lehetőségéről, illetve a szabadidő más elfoglaltsággal való eltöltésekor jelentkező egyéb előnyökről.

Az erőforrásokkal kapcsolatos döntések másik általános tulajdonsága a kockázatkerülés. A várakozással kapcsolatos döntésekben is megfigyelhető a vevők kockázatkerülő magatartása (Leclerc et al., 1995). A kockázat leírására széles körben alkalmazott jellemző a szórás, illetve variancia (Rubinstein, 2006). Ennek következtében a szolgáltató vállalatok menedzsmentjének, az átlagos vevői várakozás csökkentése mellett, a várakozási idő szórásának csökkentésére is figyelmet kell fordítania.

### **4.2.1. A várakozási idők szórás csökkentésének elméleti háttere**

A várakozási idők szórásának minimalizálásához elsősorban a várakozási idők szórását kell meghatározni. Egyszerű sorállási problémáknál ez az érték könnyen meghatározható analitikusan. Emellett néhány összetettebb modell esetében rendelkezésre állnak közelítő képletek a várakozási idők szórásának becslésére. M/G/1 modellel pontosan meghatározható, az M/G/k modell alkalmazásakor pedig közelítő összefüggéssel becsülhető a várakozási idő szórása.

M/G/1 modellben a sorban töltött várakozási idő második momentuma pontosan meghatározható a következő összefüggés – és a Pollaczek–Khintchine formula – alkalmazásával (Kleinrock, 1975):

$$E\{t_s^2\}\{M/G/1\} = 2 \left( \frac{\frac{\lambda}{\mu^2} + \lambda\sigma^2}{2\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \right)^2 + \frac{\lambda m_3}{3\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} = 2(t_s\{M/G/1\})^2 + \frac{\lambda m_3}{3\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)}, \quad (17)$$

ahol  $m_3$  a kiszolgálási idő harmadik momentuma. A momentumok közötti összefüggések segítségével a második momentumból ( $m_2$ ) az első momentumot ( $m_1$ ) felhasználva meghatározható a szórás. A várható érték ismeretében tehát a szórásnégyzet ( $\sigma^2$ ) a következőképpen alakul:

$$\sigma^2 = m_2 - m_1^2. \quad (18)$$

Az első és második momentumok közötti (18) összefüggést felhasználva a második momentum számítására alkalmas (17) képlet alapján meghatározható az M/G/1 modellben tapasztalható várakozási idő szórásnégyzete:

$$\sigma_{t_s}^2\{M/G/1\} = \left( \frac{\frac{\lambda}{\mu^2} + \lambda\sigma^2}{2\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \right)^2 + \frac{\lambda m_3}{3\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} = (t_s\{M/G/1\})^2 + \frac{\lambda m_3}{3\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)}. \quad (19)$$

M/G/k modellben a sorban töltött várakozási idő szórásnégyzete nem határozható meg pontosan. A variancia értékének becslésére a következő közelítő összefüggés használható (Takahashi, 1977):

$$\sigma_{t_s}^2\{M/G/k\} \approx (t_s\{M/G/k\})^2 + \left( \frac{m_\alpha}{m_1^\alpha} \right)^{\alpha-1} \left( \sigma_{t_s}^2\{M/D/k\} - (t_s\{M/D/k\})^2 \right), \quad (20)$$

ahol  $m_i$  a kiszolgálási idő  $i$ -edik momentuma és  $\alpha$  pozitív szám, ami kielégíti a következő egyenlőséget:

$$\sigma_{t_s}^2\{M/M/k\} - (t_s\{M/M/k\})^2 = (\Gamma(\alpha+1))^{\frac{2}{\alpha-1}} \left( \sigma_{t_s}^2\{M/D/k\} - (t_s\{M/D/k\})^2 \right), \quad (21)$$

ahol  $\Gamma(x)$   $x$  gamma függvénye.  $\alpha$  pozitív szám, vagyis  $(\alpha+1)$  egynél nagyobb, így  $\Gamma(\alpha+1)$  valójában  $\alpha$  faktoriálisa. Az összefüggés alkalmazásához meg kell határozni a várakozási idő átlagát és szórását M/M/k (Kleinrock, 1975) és M/D/k (Whitt, 1993) rendszerekben is. A számítások elvégzését megkönnyítendő rendelkezésre állnak táblázatok, melyek különböző kapacitáskihasználási értékek mellett tartalmazzák a szórásnégyzet és az átlagos érték négyzetének különbségét mindkét modell esetében (Takahashi, 1977).

Ahogy az M/G/1 és M/G/k modellekre vonatkozó összefüggésekből is látszik, a várakozási idők szórását az átlagos várakozási idő négyzetét felhasználva határozhatjuk meg. Az M/G/1 modellben érvényes (19) összefüggés és az M/G/k modellben alkalmazható (20) közelítő képlet egyaránt ezt az értéket módosítja egy plusz taggal a kiszolgálási idő szórásnégyzetének meghatározásához. Az átlagos várakozási idő limitérték függvényében való alakulását a 4.1. fejezet részletesen vizsgálta. A szórásnégyzet számítására alkalmas összefüggések alapján feltételezhető, hogy a várakozási idők szórása az átlagos várakozásához hasonló lefutású görbével írható le a limitérték változtatásának függvényében.

#### 4.2.2. A szórásminimalizálás szemléltetése

A várakozási idők várható értékét és szórását a limitérték függvényében leíró görbék hasonló lefutásának feltételezését megerősítették vizsgálataim eredményei is, melyeket – röviden összefoglalva – az 5. táblázat tartalmazza. Vizsgálataimat – tekintettel a szórásnégyzet számítására alkalmas összefüggések bonyolultságára – a 4.1.4. fejezetben bemutatott szimulációs modell segítségével végeztem el.

A várakozási idő várható értékének és szórásának hasonló alakulása a limitérték változásakor az egyes pénztártípusok esetén is megfigyelhető. A limitérték növelésének hatására ugyanis az expressz pénztáraknál kiszolgált vevők által vásárolt mennyiségek egyre eltérőbbek, ezért a kiszolgálási idők és így a várakozási idők változékonysága, szórása egyre nő (az 5. táblázat első sorában látható módon). Az általános pénztárakat igénybe vevő vásárlók köre azonban szűkebbé válik, közülük a legkisebb mennyiséget vásárló, legrövidebb kiszolgálást igénylő vevők expressz pénztárakhoz kerülésével a kiszolgálások egyre standardizáltabbá válnak, a kiszolgálási idők és így a várakozási idők változékonysága, szórása egyre csökken (az 5. táblázat második sorában látható módon). Az áruház egészére jellemző várakozási idők szórásában pedig mind az expressz, mind az általános pénztárakban tapasztalható várakozási idők (illetve azok ingadozásai is) megjelennek. Így a várakozási idő szórásának limitérték függvényében való alakulását kifejező görbe hasonló lefutású, mint az átlagos várakozási idő viselkedését jellemző függvény.

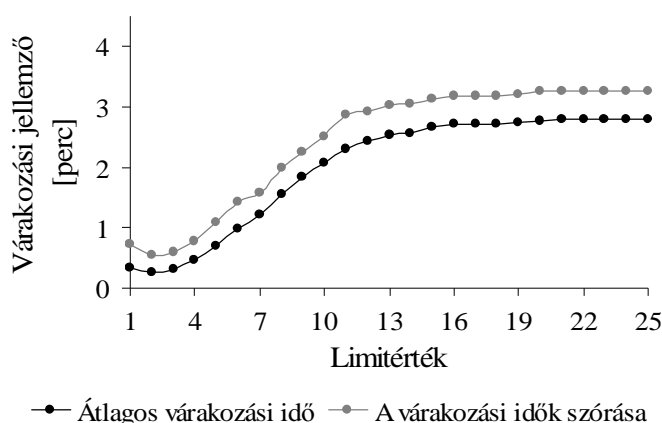
5. táblázat: A várakozási idők szórásának [perc] alakulása a limitérték függvényében

	Limitérték			
	1	2	3	4
<b>Expressz pénztárak</b>	0,1962	0,3517	0,5855	0,8082
<b>Általános pénztárak</b>	0,8388	0,7135	0,5849	0,5126
<b>Teljes rendszer</b>	0,7225	<b>0,5527</b>	0,5880	0,7723

Az előbbieken megfogalmazottakat támasztják alá az általános elméleti eredmények is. A várakozási idők eloszlását vizsgáló kutatások ugyanis megállapították, hogy az  $M/G/k$  (és annak speciális esetét képező  $M/G/1$ ) modellekkel leírható sorállási rendszerekben magas kapacitáskihasználtságkor (vagyis amikor az expressz pénztárak alkalmazása indokolt) a várakozási idők eloszlása közel exponenciális (Kimura, 1983). Az exponenciális eloszlás várható értéke és szórása pedig azonos. Ennek következtében a két paraméter limitérték függvényében vett alakulása hasonló kell, hogy legyen (100%-hoz közeli kapacitáskihasználtságkor meg kell, hogy egyezzen). Továbbá a kétféle – a várakozási idők átlagát és szórását minimalizáló – célfüggvényekkel kapott optimális limitértéknek egybe kell esnie, de legalábbis nem lehet közöttük jelentős különbség.

Az alkalmazott modellek várakozási idő szórására vonatkozó összefüggéseinek összetettsége következtében analitikusan csak nehezen vizsgálható e paraméter értékének alakulása a limitérték függvényében. A szimulációs modellel generált várakozási időkből azonban egyszerűen meghatározható azok szórása is. Ennek megfelelően a szimulációs modell segítségével vizsgáltam a limitparaméter értékének a várakozási idők szórására gyakorolt hatását.

A kapott eredmények az előzetes feltevéseknek megfelelően hasonló lefutású görbével írhatóak le, mint a várakozási idők várható értéke a limitérték függvényében. A 14. ábrán látható, hogy bár a két jellemző értékei között tapasztalható némi eltérés, a limitérték függvényében leírt görbék lefutása azonos. Emellett az optimum helye is változatlan, azaz a várakozási idők átlaga és szórása azonos limitérték ( $L = 2$ ) alkalmazásával minimalizálható.



**14. ábra: A várakozási idő átlagának és szórásának alakulása a limitérték függvényében**

### **4.3. Az észlelt várakozási idők átlagának minimalizálása**

A tényleges várakozási idő átlagos értéke és szórása pontosan meghatározható, mérhető mutatók. A vevők számára azonban ezek az értékek csak inger jelentenek, a hatásukra kialakuló észlelet, az észlelt várakozási idő az a mutató, amit ténylegesen megtapasztalnak. Ennek következtében a szolgáltató rendszerek menedzsmentjének a várakozás vevők által észlelt hosszát leíró, szubjektív mutatók csökkentésére is figyelmet kell fordítania.

Az idő múlásának észlelése a pszichofizika és az észlelésmenedzsment által részletesen kutatott terület. Számos pszichofizikai kutatás tárgya a szolgáltatások igénybevételére várakozva eltöltött idő vevők által észlelt hosszának meghatározása, míg az észlelésmenedzsment e folyamat befolyásolási lehetőségeit vizsgálja.

#### **4.3.1. Az észlelt várakozási idő minimalizálásának elméleti háttere**

A pszichofizikával foglalkozó szakemberek vizsgálatai megállapították, hogy az idő észlelése nem lineáris, hanem határértelmben csökkenő (Eisler, 1976; Fraisse, 1984). Azaz a tényleges várakozási idő egységnyi növekedését a vevők rövidebbnek érzélik, mint az ugyanekkora mértékű csökkenést. Ennek következtében ahhoz, hogy a vevők által észlelt várakozási idő egységnyivel csökkenjen, a tényleges várakozási időt kisebb mértékben szükséges csökkenteni, mint az észlelt várakozás egységnyi növekedésekor megengedhető tényleges időnövekmény. A tényleges és észlelt idő (mint inger és észlelet) közötti kapcsolat leírásához hatványfüggvények használhatóak (Stevens, 1957).

E függvények paramétereinek értékét vizsgáló kutatások, melyek különböző befolyásoló tényezők hatását is elemezték (például a tapasztalatét vagy a csoportkülönbségeket), arra a megállapításra jutottak, hogy a szükséges paraméter értéke mindezekről a tényezőktől függetlenül közel állandó (Eisler, 1976). Vizsgálatok kimutatták továbbá azt is, hogy a sor típusának (például hogy expressz pénztárhoz tartozik-e, vagy hogy több pénztár közös várakozó soráról van-e sor) nincs hatása az időészlelésre (Hornik, 1984). Függetlenül attól tehát, hogy a vevők egy általános pénztárhoz tartozó sorban vagy egy expressz sorban várakoznak-e várakozási időiket egyformán torzítja a vevői időészlelés.

A valós esetekben tapasztalható várakozás hosszának észlelését vizsgáló gyakorlatorientált kutatások eredményeként különböző tényezőket figyelembevevő összefüggések állnak rendelkezésre, melyek a tényleges és észlelt várakozási idő közötti kapcsolatot írják le. Vizsgálataim során a várakozás tényleges hossza alapján a következő összefüggés segítségével határoztam meg az észlelt várakozási időt (Antonides et al., 2002):



$$\ln \psi_j = \alpha_p + \beta_p \ln t_{sj} + \gamma_p X_j + \varepsilon_{pj}. \quad (22)$$

A (22) összefüggés a  $j$ -edik vevő tényleges várakozási idejének ( $t_{sj}$ ) az észlelt várakozási idővel ( $\psi_j$ ) való kapcsolatát írja le.  $X_j$  a várakozásészlelés befolyásolása érdekében alkalmazott eszköz hatásának mértékét fejezi ki. Ilyen észlelésmenedzsment-eszköz lehet például zene vagy információ szolgáltatása a várakozás várható hosszáról.  $\alpha_p$  konstans az észlelt várakozási idő transzformációt követően kapott értékét a megfelelő szintre korrigálja, és azt fejezi ki, hogy a vevők általában milyen mértékben becslik alul, illetve felül a várakozás tényleges hosszát.  $\beta_p$  észlelési és  $\gamma_p$  befolyásolási együtthatók a hozzájuk kapcsolódó paraméterek észlelt várakozási időre gyakorolt hatásának mértékét szabályozzák.  $\varepsilon_{pj}$  a transzformációs egyenes illesztéséből származó, normális eloszlású véletlen hiba.

A tényleges és észlelt várakozási idő közötti kapcsolatot leíró (22) összefüggés mindkét változót logaritmizáltan tartalmazza. Ennek a paraméterértékek meghatározása miatt van jelentősége. A Stevens-törvény értelmében ugyanis a két változó (a tényleges és észlelt várakozási idő) közötti kapcsolat hatványfüggvény segítségével írható le. Egy hatványfüggvényt kétszeresen logaritmizálva – azaz ábrázoláskor mindkét tengelyt logaritmizáltan feltüntetve –, lineáris függvényt kapunk eredményül. Így az egyes paraméterek értékei többváltozós lineáris regresszió segítségével egyszerűen meghatározhatóak.

A vevők észlelt várakozási idejének minimalizálását kifejező célfüggvény elemzésekor a következőket vettem figyelembe:

- Mivel a vevők időészlelése független attól, hogy milyen típusú pénztár előtt várokoznak, azonos paraméterértékek ( $\alpha_p$ ,  $\beta_p$ ,  $\gamma_p$ ) alkalmazhatóak a különböző vevői csoportok (a keveset és sokat vásárlók) észlelt várakozási időinek meghatározására.
- A (22) összefüggés első tagja független a tényleges várakozási időtől. Ennek következtében független a limitértéktől is. Befolyásolja az észlelt várakozási idő minimális értékét, de nincs hatással az optimális limitértékre. Megváltoztathatja tehát a célfüggvény optimális értékét, de a minimumhelyet nem befolyásolja.
- Az összefüggés harmadik tagja elhagyható, mivel az áruházak általában minden sortípus esetén ugyanolyan észlelésmenedzsment-eszközöket alkalmaznak vevőik időészlelésének befolyásolására. Ekkor ugyanis ez a tag csak a célfüggvény optimális értékét befolyásolja, a minimumhelyre, az optimális limitértékre nincs hatással.

- Mivel az észlelt várakozási idők átlagának minimalizálása a cél, az összefüggés utolsó tagja is elhagyható. Az átlagszámítás során ugyanis a normális eloszlású hibatényezők kiejtik egymást.

Az előbbi megfontolásokat figyelembe véve a tényleges és a (módosított) észlelt várakozási idő ( $\psi_j^*$ ) kapcsolatát leíró függvény a következőképpen alakul:

$$\ln \psi_j^* = \beta_p \ln t_{sj} . \quad (23)$$

Mivel az észlelt és a tényleges várakozási idő kapcsolatának kétszeres logaritmizálására csak az összefüggésben szereplő paraméterek becslései végett van szükség, a két változó közötti kapcsolat vizsgálatához nem szükséges a logaritmusok alkalmazása. A várakozási idők logaritmusainak kapcsolatát leíró (23) összefüggést átalakítva a két paraméter közötti kapcsolat közvetlenül a következő módon írható fel:

$$\psi_j^* = t_{sj}^{\beta_p} . \quad (24)$$

Az észlelt és tényleges várakozási idők kapcsolatát leíró (24) összefüggés felhasználásával könnyen megfogalmazható a vevők által észlelt várakozást minimalizáló célkitűzés. Az észlelt várakozási idők átlagát minimalizáló célfüggvény a következő módon fejezhető ki a tényleges várakozási idők függvényében:

$$\min E[\psi_j^*] = \min E[t_{sj}^{\beta_p}] . \quad (25)$$

A kitevőben szereplő észlelési együttható ( $\beta_p$ ) pontos értéke – a korábbi megállapításoknak megfelelően – lineáris regresszió segítségével egyszerűen meghatározható. Ehhez természetesen a vevők által észlelt várakozási idők ismeretére van szükség. Bizonyított azonban, hogy az időészlelés határértékben csökkenő. Ennek következtében az azt leíró függvények meredeksége is csökkenő kell, hogy legyen, vagyis a  $\beta_p$  paraméter értéke 0 és 1 közé esik (Eissler, 1976; Fraisse, 1984). A szubjektív időészlelést leíró függvények kitevőjének különböző befolyásoló tényezők hatására bekövetkező változását vizsgáló kutatások arra a megállapításra jutottak, hogy e paraméter átlagos értéke 0,9 (Eissler, 1976).

#### **4.3.2. Az észlelt várakozási idő minimalizálásának szemléltetése**

Vizsgálataim többsége során a szakirodalom által javasolt átlagos észlelési együtthatót alkalmaztam. A 0,9-es kitevő azonban csak egy átlagos érték, ezért attól bizonyos mértékben eltérhet az egyes esetekre tényleges jellemző érték. Amennyiben ezen átlagos paraméterérték nem megfelelő, akkor alkalmazása torzíthatja a kapott eredményt. Mivel vizsgálataim során nem állt rendelkezésemre adat a várakozási idők vevők által észlelt hosszáról, így nem tudtam

meghatározni az észlelési együttható vizsgált esetre jellemző értékét. A nem megfelelő együtthatóérték esetleges torzításának kizárása érdekében a vizsgálatok egy részét több lehetséges paraméterérték használatával is elvégeztem.

Az analitikus modellek segítségével a várakozási idők leíró statisztikai mutatói fejezhetőek ki, ezek alkalmazásakor nem kapunk információt az egyes vevők várakozásának hosszáról. Az észlelt várakozási idők átlagának megállapításához azonban nem elegendő a tényleges várakozási idők átlagának ismerete. A rendelkezésre álló összefüggések segítségével ugyanis egy adott várakozási idő észlelt hossza határozható meg. Könnyen belátható, hogy az egyes elemek (24) összefüggés szerinti transzformálása, és az így kapott értékek átlaga nem egyezik meg az elemek átlagának transzformáltjával (a két érték csak lineáris transzformáció esetén lenne egyenlő). Ennek következtében az észlelt várakozással kapcsolatos vizsgálatok elvégzése csak szimuláció segítségével lehetséges. Így állnak ugyanis rendelkezésre olyan adatok, amelyek az egyes vevők várakozási időire vonatkoznak, és ezek megfelelő transzformációjával fejezhető ki az észlelt várakozás, majd az észlelt várakozási idők átlaga.

A szimulációs modell szolgáltatotta adatokra épülő vizsgálataim eredményeit a 6. táblázat tartalmazza. A kapott eredmények alapján megállapítható, hogy az észlelt várakozási idő limitérték függvényében való változása a korábbi paraméterek esetében megfigyelt lefutású görbével írható le – függetlenül az észlelési együttható értékétől. Továbbá az optimum helye, a limitérték optimuma is változatlan ( $L = 2$ ). A várakozási idők átlaga és szórása, valamint az észlelt várakozási idők átlaga is azonos limitérték alkalmazásával minimalizálható.

**6. táblázat: Az észlelt várakozási idők átlagának [perc] alakulása a limitérték és az észlelési együttható függvényében**

		Limitérték			
		1	2	3	4
Észlelési együttható	0,1	0,3914	<b>0,3716</b>	0,4222	0,5034
	0,2	0,3225	<b>0,2959</b>	0,3508	0,4438
	0,3	0,3106	<b>0,2784</b>	0,3332	0,4314
	0,4	0,3070	<b>0,2691</b>	0,3235	0,4269
	0,5	0,3066	<b>0,2626</b>	0,3168	0,4258
	0,6	0,3086	<b>0,2581</b>	0,3124	0,4277
	0,7	0,3130	<b>0,2554</b>	0,3098	0,4323
	0,8	0,3197	<b>0,2544</b>	0,3091	0,4394
	0,9	0,3288	<b>0,2550</b>	0,3100	0,4491

A 4.2. fejezetben bemutatott, a vevők kockázatkerülő tulajdonságára épülő célfüggvény az észlelt várakozási idők alkalmazásával is kifejezhető. A várakozási idők észlelt hosszának

ingadozásai ugyanis – a tényleges várakozási idő változékonyságához hasonlóan – nagyban befolyásolják a szolgáltatás vevők általi megítélését. Szimuláció segítségével, különböző észlelési együtthatókkal elvégzett vizsgálatok eredményeként azonban megállapítható, hogy az észlelt várakozási idő átlaga és szórása azonos lefutású görbével írható le a limitérték változásának függvényében, és az esetek többségében értékük is azonos limitérték alkalmazásával minimalizálható. Az így kapott optimális érték egyben a tényleges várakozási idő leíró statisztikai mutatóit is optimalizálja.

#### **4.4. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálása**

A vevői várakozás csökkentése – a tényleges várakozási idő, észlelt várakozás, várakozás függvényében változó elégedettség kapcsolatrendszerének köszönhetően – a vevői elégedettség növelésén keresztül válik a vállalati versenyképesség forrásává. A vállalat versenyképességét maximalizálni igyekvő menedzsmentnek ezért tisztában kell lennie azzal is, hogy a vevői várakozás csökkentésére irányuló kezdeményezései hogyan és milyen mértékben befolyásolják a vevők elégedettségét. Ezen információk birtokában dönthető csak el ugyanis, hogy a bevezetni kívánt változtatások ráfordításai meghaladják-e az azokból származó előnyöket – hogy gazdaságilag racionális döntés-e a változtatás bevezetése. A különböző várakozáscsökkentési menedzsmentintézkedések, így az expressz pénztárak alkalmazásának bevezetésekor tehát a vevők elégedettségének alakulását is vizsgálni kell.

##### **4.4.1. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálásának elméleti háttere**

A várakozás elégedettségre kifejtett hatását alapvetően a várakozás hossza határozza meg, mértékét azonban számos szubjektív tényező is befolyásolja. Ilyen módon a kimenet (a tényleges vagy észlelt várakozási idő) az egyén saját preferenciarendszerétől függően eltérően értékelhető – eltérő (negatív) hasznosság, elégedettség rendelhető hozzá (Kövesi, 2007). Ennek az analógiának köszönhetően a vevők várakozás függvényében definiált elégedettsége hasznosságfüggvények segítségével közelíthető. A megfelelő hasznosságfüggvény kiválasztásánál a következő információkat kell figyelembe venni:

- A hasznosságfüggvényeket általában exponenciális függvényekkel közelítjük (Keeney–Raiffa, 2003).
- A várakozással kapcsolatosan megfigyelhető kockázatkerülő magatartás következtében negatív exponenciális hasznosságfüggvény alkalmazása javasolt (Leclerc et al., 1995).

- Az elégedettség a tényleges és az elvárt teljesítmény különbségeként definiálható (Grönroos, 2001). A hasznosságfüggvénynek tehát e két jellemző különbségének függvényeként kell meghatározni a vevői elégedettséget.

Figyelembe véve az előbbi megfontolásokat és a szakirodalomban ismertett kutatások eredményeit a következő hasznosságfüggvény alkalmazható a várakozás függvényeként kifejezhető vevői elégedettség, illetve hasznosság leírására (Kumar et al., 1997):

$$E[U(W_x, T_0)] = E[-A_1 T_0^{\gamma_1} e^{(-r(T_0 - W_x))}], \quad (26)$$

ahol  $A_1$ ,  $\gamma_1$  és  $r$  pozitív konstansok. Az  $A_1$  paraméter a vevők idejének értékességét fejezi ki.  $\gamma$  a feltételezett várakozási idő ( $T_0$ ) hasznosságra gyakorolt *közvetlen* hatásának nagyságát írja le. Az  $r$  paraméter a vevők várakozással kapcsolatos kockázatkerülésének mértékét fejezi ki.  $W_x$  a tényleges várakozási időt leíró valószínűségi változó, ahol az  $x$  az S, SE vagy SR jelöléseknek feleltethető meg. A paraméter tehát vonatkozhat a teljes áruházban, az expressz sorokban vagy az általános sorokban tapasztalható várakozási időre.

A vevői elégedettség meghatározására alkalmas (26) összefüggés – az észlelt várakozási időt meghatározó transzformációhoz hasonlóan – egy adott várakozási idő esetén érvényes. A várható hasznosság elméletének alkalmazásakor tehát ismerni kell az egyes vevők tényleges várakozási idejét. Ezek az információk analitikusan nem határozhatóak meg, csak szimuláció alkalmazásával állnak rendelkezésre.

A várható hasznosság elméletének egyszerűsítéseként alkalmazott várható érték – variancia megközelítés segítségével azonban jelentősen egyszerűsíthető a hasznosság meghatározása (Levy–Markowitz, 1979; Meyer, 1987). Ilyen módon a várakozási idő első két momentumának ismeretében közelíthető az elégedettség várakozási idő függvényében való alakulása. Ez egyben azt is jelenti, hogy – egyszerűbb esetekben – az analitikus összefüggések, illetve a numerikus modell által szolgáltatott adatok segítségével is meghatározható a vevők elégedettségének átlagos szintje.

A számítások akkor is nagyban egyszerűsödnek, ha ismerjük a várakozási idők eloszlását. A várható hasznosságot, illetve elégedettséget kifejező (26) összefüggésben ugyanis egyetlen valószínűségi változó szerepel, a tényleges várakozási idő. A tényleges várakozási idő ( $W_x$ ) várható értéke  $t_x$ , ahol az  $x$  az S, SE vagy SR jelöléseknek feleltethető meg (vagyis vonatkozhat a teljes áruházban, az expressz sorokban vagy az általános sorokban tapasztalható átlagos várakozási időre). A várható hasznosság meghatározásakor ezen a sztochasztikus változón kívül minden más tényező kihozható a várhatóérték-operátor elé,

ugyanis egy konstans várható értéke önmaga. A várható hasznosságot, illetve elégedettséget kifejező (26) összefüggés ennek megfelelően a következő módon alakítható tovább:

$$\begin{aligned} E[U(W_x, T_0)] &= -A_1 T_0^{\gamma_1} E[e^{(-r(T_0 - W_x))}] = -A_1 T_0^{\gamma_1} E[e^{(-rT_0)} e^{(rW_x)}] = \\ &= -A_1 T_0^{\gamma_1} e^{(-rT_0)} E[e^{(rW_x)}]. \end{aligned} \quad (27)$$

A várható hasznosság meghatározásához tehát egy valószínűségi változó ( $W_x$ ) exponenciális transzformáltjának ( $e^{(rW_x)}$ ) várható értékét kell meghatározni. E várható értékek – a leggyakoribb eloszlások esetében – a szakirodalomban rendelkezésre álló összefüggések segítségével egyszerűen meghatározhatóak (Keeney–Raiffa, 1993).

#### 4.4.2. A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség maximalizálásának szemléltetése

Egy M/G/k modellben nagy forgalom esetén a várakozási idő eloszlása közel exponenciális (Kimura, 1983). Mivel expressz pénztárak alkalmazása nagy forgalmú időszakokban javasolt, azért ez a feltételezés elfogadható a vizsgált rendszer esetében. Továbbá, mivel az M/G/1 modell az M/G/k modell egyik speciális esete, ezért az alkalmazott közelítéstől függetlenül feltételezhető a várakozási idő exponenciális eloszlása. Egy exponenciális eloszlású változó ( $\lambda_e e^{(-\lambda_e x)}$ ) exponenciális transzformáltjának ( $e^{(-rX)}$ ) várható értéke a következő összefüggéssel számolható (Keeney–Raiffa, 1993):

$$E[e^{(-rX)}] \Big|_{X=\lambda_e e^{(-\lambda_e x)}} = E[e^{(-r(\lambda_e e^{(-\lambda_e x)}))}] = \frac{\lambda_e}{\lambda_e + r}. \quad (28)$$

Az összefüggésben csak a kockázatkerülés mértékét kifejező paraméter ( $r$ ), illetve az exponenciális eloszlású valószínűségi változó paramétere ( $\lambda_e$ ) – azaz várható értékének reciproka – jelenik meg. A várható hasznosságot kifejező (27) összefüggés valószínűségi változót tartalmazó tagjának várható értéke tehát a következő összefüggéssel határozható meg:

$$E[e^{(rW_x)}] = E\left[\frac{1}{e^{(-rW_x)}}\right] = \frac{1}{E[e^{(-rW_x)}]} = \frac{1}{\frac{1/t_x}{1/t_x + r}} = 1 + r \cdot t_x. \quad (29)$$

A várakozási idő exponenciális transzformáltjának várható értékét ismerve már egyszerűen felírható a várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség ( $S$ ), a várható hasznosság meghatározására alkalmas összefüggés:

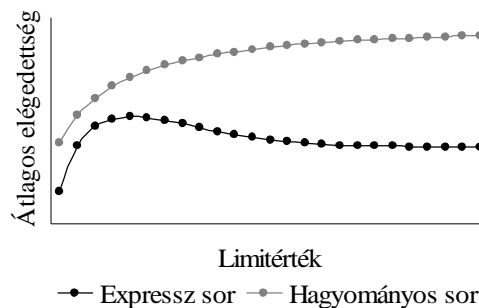
$$S = E[U(W_x, T_0)] = -A_1 T_0^{\gamma_1} e^{(-rT_0)} (1 + r t_x). \quad (30)$$

A várható hasznosság számítására alkalmas (30) összefüggés mind az expressz, mind az általános pénztáraknál várakozó vevőkre érvényes. Az ugyanis csak olyan információkat használ fel, amelyek a vevők általános tulajdonságainak tekinthetőek. Az egyes vevői csoportok elégedettségfüggvényeinek paraméterértékei azonban különbözőek, így – még azonos tényleges várakozási idő esetén is – különbözhet az átlagos elégedettségük is. A paraméterek értékeinek megállapításához először azt kell megvizsgálni, hogy a vevői elégedettség hogyan alakul a limitérték függvényében az expressz, illetve általános pénztárakat igénybevevő vásárlók körében:

- *Expressz sorok.* A limitérték növelésének hatására növekszik az expressz pénztárakat igénybe vevő vásárlók átlagos várakozási ideje, ami kedvezőtlenül hat az elégedettségükre. Ugyanakkor a limitérték növelésével nő az ezeknél a pénztáraknál kiszolgált vevők által vásárolt átlagos mennyiség is. Növekszik tehát a kapott szolgáltatás átlagos értéke, ami viszont kedvezően befolyásolja a vevők elégedettségét. Az értékesebb szolgáltatást igénybevevő vásárlók ugyanis hosszabb várakozást tartanak elfogadhatónak, mint azok, akiknek a szolgáltatás igénybevétele nem kínál magas értéket (Maister, 1985). Két egymásnak ellentmondó hatás érvényesül tehát, aminek végső kimenetét a két hatás aránya határozza meg. Ezt az arányt pedig a kiszolgálási folyamat (az átlagos várakozási idő limitérték függvényében vett változása) és a vevők vásárlási szokásai (a vásárolt átlagos mennyiség limitérték függvényében vett változása) határozzák meg. Ezen aránytól függően a limitérték növelése kezdetben növelheti a vevői elégedettséget, egy limitértéken felül (a várakozási idő növekedésének meghatározóvá válásával) azonban az elégedettség csökkenni kezd.
- *Általános sorok.* A limitérték növelésének hatására az általános pénztáraknál várakozó vevőknek egyre rövidebb ideig kell várakozniuk, emellett egyre nő az itt vásárolt átlagos mennyiség, azaz a kapott szolgáltatás átlagos értéke. E két tényező hatására a vevők átlagos elégedettsége növekszik a limitérték növelésének hatására.
- *Az expressz és általános sorok viszonya.* Az előbbieket mellett feltételezhető, hogy alacsony limitérték alkalmazásakor a kis mennyiséget vásárló vevők elégedettsége meghaladja az általános pénztárakat használó vásárlókét. Amennyiben feltételezzük, hogy magas limitérték alkalmazásakor sem veszik igénybe a limitértéknél kevesebbet vásárló vevők az általános pénztárakat, akkor nagy limitérték esetén a nagy mennyiséget vásárló vevők elégedettsége lesz magasabb.

Amennyiben az expressz pénztárak használatára feljogosított vevők igénybe veszik az általános sorokat is, egy limitérték felett a két vevői csoport közötti különbségek eltűnnek. A pénztárak közötti váltással ugyanis a vevők kiegyenlítik az egyes pénztártípusoknál jelentkező átlagos elégedettségeket.

A kétféle pénztártípusnál várakozó vevők elégedettségének alakulását a limitérték függvényében a 15. ábra szemlélteti. Az ábrán látható eredményeket a numerikus modell alkalmazásával rendelkezésre álló várakozási időre vonatkozó adatok és a (30) összefüggés felhasználásával határoztam meg. A várakozási idők alakulására vonatkozó korábbi megállapítások és az ábra alapján megállapítható, hogy a két pénztártípust igénybevevő vásárlók átlagos elégedettsége nagyobb mértékben is különbözhet egymástól, mint ahogy az a két sortípusban tapasztalható várakozási idők különbségéből következik. A vevők átlagos elégedettsége e két érték súlyozott összegeként határozható meg.



**15. ábra: A különböző vevői csoportok elégedettségének alakulása a limitérték függvényében ( $s_{0E}=8$ ,  $r_E=1,2$ ;  $s_{0R}=9$ ,  $r_R=0,8$ )**

A várható hasznosság számítására alkalmas (30) összefüggés alapján megállapítható, hogy a várható hasznosság a tényleges várakozási idő lineáris függvényeként határozható meg, amennyiben a várakozási idők exponenciális eloszlást követnek. A lineáris függvények pedig két paraméter segítségével írhatóak le, a várható hasznosság összefüggésének négy paraméterével szemben. E paraméterek összevonásával tehát definiálhatóak a lineáris kapcsolatot leíró egyenes meredekségére és tengelymetszetére vonatkozó együtthatók. Ilyen módon nagymértékben leegyszerűsödik az elégedettség limitérték alakulásának függvényében történő vizsgálata (természetesen, ha a tényleges elégedettségi szint vizsgálata a cél, akkor ez az egyszerűsítés nem megengedhető). A kétféle pénztártípusnál kiszolgálásra kerülő vevők eltérő tulajdonságainak következtében az expressz és általános pénztárak előtt várakozó vevőkre jellemző paraméterértékek különböznek. Az elégedettségfüggvény kétparaméteres közelítése így jelentősen megkönnyíti az együtthatóértékek elégedettségre gyakorolt



hatásának vizsgálatát. A vevői elégedettség tehát két részre bontható: egy a várakozási időtől független elégedettségre és egy a várakozási időtől függő elégedettségi szintre:

$$S = -A_1 T_0^{\gamma_1} e^{(-rT_0)} - A_1 T_0^{\gamma_1} e^{(-rT_0)} r \cdot t_x = S_0 + S_1 t_x. \quad (31)$$

A vevők várakozás által módosított elégedettségét kifejező (31) összefüggés két tagja azonosítható úgy is, mint egy előzetes, a tényleges várakozást megelőző elégedettségi szint és a várakozás hatására kialakuló elégedettségváltozás összege. A (31) összefüggés a várakozás vevői elégedettségre kifejtett hatását írja. A várakozás növekedésének hatására az elégedettség csökken, amit a paraméterek negatív előjele fejez ki. Ennek megfelelően tehát az összefüggésben szereplő paraméterek ( $S_0$  és  $S_1$ ) negatív előjelűek, negatív elégedettséget, vagyis elégedetlenséget fejeznek ki. Ezeknek az együtthatóknak az egyes vevői csoportokra jellemző értékei egy adott sorállási rendszer jellemzőitől függetlenül a következő módon alakulnak.

A *kezdeti elégedetlenség* ( $S_0$ ) mértéke két forrásból származik: a szolgáltatás funkcionális (az előállítási folyamatból eredő) és technikai (a végeredmény alapján meghatározott) minőségéből (Grönroos, 2001). Expressz pénztárak alkalmazásakor a vevők észlelik a vállalat menedzsmentjének a várakozási idők csökkentése iránti elkötelezettségét, a vállalat vevőközpontúságát. Ennek hatására tehát csökken a várakozással kapcsolatos elégedetlenségük – függetlenül attól, hogy igénybe vehetik-e az expressz pénztárakat. A változtatás tényleges kedvezményezettjei, az expressz pénztárakat igénybevevő vásárlók kezdeti elégedetlensége természetesen alatta marad a sokat vásárlókra jellemző értéknek. A kezdeti elégedetlenséget befolyásoló másik tényező az igénybevett szolgáltatás értékessége. A szolgáltatás értéke magasabb kezdeti elégedetlenséget okoz az expressz sorokban, mint az általános pénztáraknál várakozó vevők körében. Továbbá a tényező értéke a limitérték függvényében – az adott pénztártípusnál átlagosan vásárolt mennyiségnek megfelelően – változik:

$$S_0 = s_0 f\left(\sum_i i \cdot p_i\right). \quad (32)$$

A *várakozási időtől függő elégedetlenség* ( $S_1$ ) az elvesztegetett idő értékéként írható le, aminek nagysága alternatívaköltség-szemléletben határozható meg. A vevők a várakozással töltött időt ugyanis pénzkeresésre fordíthatnák, illetve más, nem materiális hasznot realizálhatnak szabadidejük eltöltésekor. A várakozással töltött idő értéke tehát az alternatív tevékenységgel nyerhető haszon elmulasztásából fakad (Kövesi, 2007). Ugyanakkor – mivel a várakozás valamilyen értékkel bíró szolgáltatás érdekében történik – az elvesztett idő

értékességét nagyban befolyásolja a kapott szolgáltatás értéke. A várakozással elvesztegetett idő értéke függ tehát az igénybe vett szolgáltatás fontosságától, a vásárolt mennyiség nagyságától is. Ennek következtében megállapítható, hogy a várakozási idő elégedettségfüggvényben szereplő együtthatója nagyobb az expressz pénztárnál várakozó vevők esetében, mint az általános pénztárakhoz rendelt vevőknél. A vevők összességére jellemző érték természetesen e két érték között helyezkedik el. E tényező értéke, az  $S_0$  paraméteréhez hasonlóan, a limitérték függvényében változik. Az átlagos elégedettséget kifejező (31) összefüggés alapján az is megállapítható, hogy a várakozástól függő elégedettség együtthatója az előzetes elégedettségi szint és a kockázatkerülési együttható szorzataként határozható meg:

$$S_1 = S_0 r = s_0 r \cdot f\left(\sum_i i \cdot p_i\right). \quad (33)$$

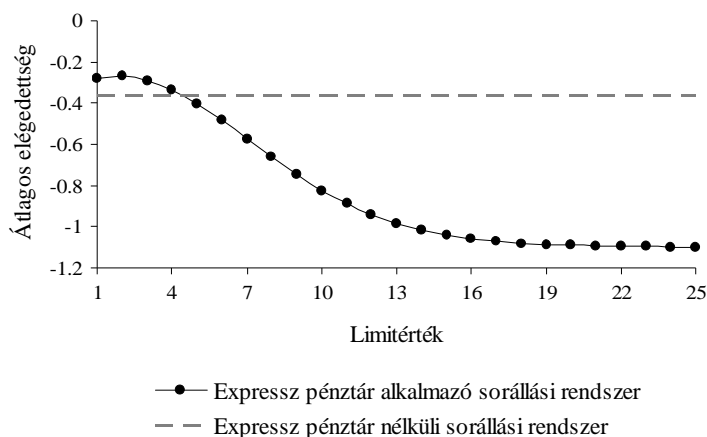
Mivel az expressz pénztárakat használó vevők kezdeti elégedetlensége alacsonyabb, egységnyi várakozásnövekedés miatti elégedetlenségnövekedése azonban magasabb, mint a nagy mennyiséget vásárló vevőké, a két vevői csoport kockázatkerülési együtthatója is különbözik egymástól. A keveset vásárlók esetében magasabb, a sokat vásárlók körében alacsonyabb mértékű kockázatkerülés a jellemző.

A vevők átlagos elégedettségének vizsgálatát a numerikus modell által szolgáltatott eredmények felhasználásával végeztem el. Az előzetes és a várakozástól függő elégedettségi szintre vonatkozó paraméterek értékeit a korábbi megfontolásoknak megfelelően határoztam meg. Az egyes paraméterek értékeit tehát a limitérték függvényében, az adott sortípusban álló vevők által vásárolt átlagos mennyiségek függvényeként definiáltam. Az így kapott értékeket egy konstans segítségével olyan módon korrigáltam, hogy a kis mennyiséget vásárló vevők átlagos elégedettsége meghaladja a nagy mennyiséget vásárlókét kis limitérték alkalmazásakor. Vizsgáltam továbbá, hogy az azonos várakozási idők, illetve azok változása a korábbi megfontolásoknak megfelelő elégedettségi szintet, illetve elégedettségváltozást okozzon az egyes vevői csoportok esetén.

Az előbbi megfontolásoknak megfelelően 3 paramétert alkalmaztam a vevői elégedettséget leíró függvényekben. Egy az  $S_0$  tényező nagyságrendjét befolyásoló értéket ( $s_0$ ) és egy paramétert, mely a vásárolt mennyiség  $S_0$  tényezőre való hatását fejezi ki ( $f(l)$ ). Emellett alkalmaztam a vevők kockázatvállalási hajlandóságát leíró  $r$  paramétert. Ezek értékét a vevői elégedettséget vizsgáló kutatások eredményei alapján olyan módon határoztam meg,

hogy azok az előzetes és várakozástól függő elégedettségi szintek gyakorlatban tapasztalt arányát tükrözzék (Kumar et al., 1997).

A paraméterek azonban még e korlátozások esetén is igen sokféle értéket vehetnek fel. Az ezeknek a feltételezéseknek megfelelő, ám különböző paraméterértékekkel nyert eredmények jellege azonban nem mutatott nagy eltéréseket. Az expressz pénztárakkal és azok nélkül működő sorállási rendszereket igénybevevő vásárlók várakozás függvényeként definiált elégedettségének alakulását a limitérték függvényében a 16. ábra szemlélteti.

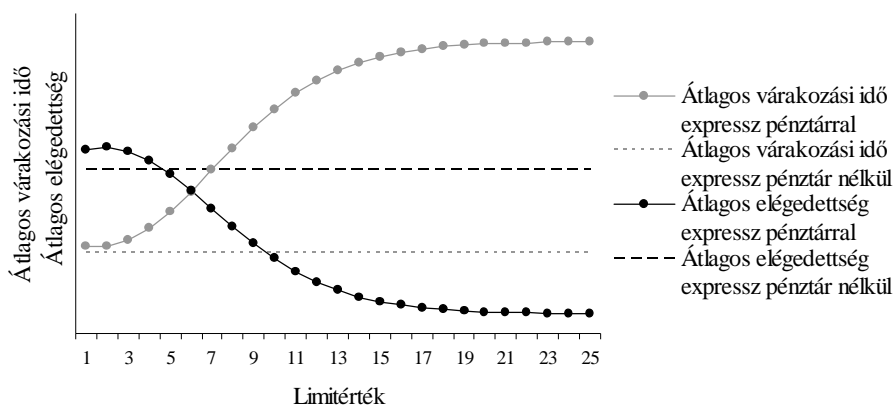


**16. ábra: Az átlagos vevői elégedettség alakulása az expressz pénztárakat alkalmazó és nem alkalmazó sorállási rendszerekben ( $s_0=10, r=1; s_{0E}=8, r_E=1,2; s_{0R}=9, r_R=0,8$ )**

A 16. ábrán látható görbék általános jellemzője, hogy az expressz pénztárt alkalmazó rendszerek csak alacsony limitértékeknél eredményezhetnek magasabb vevői elégedettséget, mint az általános sorállási rendszerek. Ennek oka, hogy nagy limitérték esetén a vevők jelentős része használhatja az expressz pénztárakat. Amennyiben ténylegesen ezeket a pénztárakat veszik igénybe, a vevők átlagos elégedettsége jelentősen megnő. A növekvő várakozási idő miatt e vevők elégedettsége nagymértékben csökken, ami csökkenti az átlagos elégedettséget is. Amennyiben e vevők nem veszik igénybe az expressz pénztárakat, akkor a rendszer működése az expressz pénztárakat nem alkalmazó sorállási rendszeréhez lesz hasonló, így a vevők átlagos elégedettsége is azzal lesz azonos. Nagy limitérték esetén tehát az expressz pénztárral rendelkező sorállási rendszerek átlagos elégedettsége biztosan nem múlja felül a csak általános pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerekben tapasztalható értéket. Az expressz pénztárt is tartalmazó sorállási rendszerekben az átlagos elégedettség – a 16. ábrán látható módon – a limitérték növelésének hatására kezdetben nő, majd csökkenni kezd. Ennek következtében e rendszerek csak alacsony limitértékeknél eredményezhetnek

magasabb vevői elégedettséget, mint a csak általános pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerek.

További általános érvényű következtetések vonhatók le az elégedettségfüggvény – a korábban ismertetett feltételezéseknek megfelelő – paramétereinek érzékenységvizsgálataiból. Ezek elvégzésével megállapítható, hogy az alkalmazott paraméterértékektől függetlenül az expressz pénztárakat alkalmazó és nem alkalmazó sorállási rendszerekben tapasztalható átlagos vevői elégedettség a 16. ábrán látható módon alakul. Kis limitértékek alkalmazásakor az expressz pénztárakkal rendelkező rendszerek átlagos elégedettsége meghaladja a csak általános kiszolgáló egységeket tartalmazó rendszerben tapasztalható értéket. Magas limitértékkel bevezetett expressz pénztárak azonban csökkentik az átlagos vevői elégedettséget. Megállapítható továbbá az is, hogy expressz pénztárak alkalmazásakor az átlagos elégedettséget a limitérték függvényében leíró görbének létezik maximuma. A maximális értéket természetesen nagymértékben befolyásolják az alkalmazott paraméterértékek, a maximumhelyre azonban nincsenek jelentős hatással. Az elégedettségmaximalizálásra épülő működésoptimalizálás a korábbi célfüggvényekkel azonos optimális limitértéket határoz meg – a 17. ábrán látható módon.



**17. ábra: Az átlagos várakozási idő és az átlagos elégedettség alakulása a limitérték függvényében ( $s_0=10, r=1; s_{0E}=8, r_E=1,2; s_{0R}=9, r_R=0,8$ )**

A vevői elégedettség maximalizálását leíró célfüggvény alkalmazása tehát nem szükséges a rendszer kialakításával kapcsolatos kérdések megválaszolásához. Az optimális limitérték meghatározásához elegendő a korábban bemutatott, egyszerűbb célfüggvények alkalmazása. Az elégedettség vizsgálatának azonban nagy jelentősége van az expressz pénztárak bevezetésének és népszerűségének indoklása szempontjából. Mert bár a hasznosságmaximalizáló célfüggvény nem vezet más eredményre, mint a korábbi célfüggvények, de az expressz pénztárak bevezetése másképpen befolyásolja a vevők

elégedettségét, mint a várakozási idejüket. Expressz pénztárak bevezetésével ugyanis az átlagos várakozási idő sok esetben nő. A 17. ábrán látható módon a vevői elégedettség azonban meghaladja a speciális kiszolgáló egységek nélkül üzemelő sorállási rendszerben tapasztalható értéket. Az expressz pénztárak bevezetésének előnye tehát nem az átlagos vevői várakozás csökkentésében, hanem a rövid és hosszú várakozási idők különböző mennyiségeket vásárló vevők közötti kedvezőbb allokálásában rejlik. Ennek tükrében érthető, hogy a vevői elégedettségre – a kis mennyiséget vásárló vevőknek kedvező – alacsony limitértékek alkalmazása van kedvező hatással.

A hasznosságot kifejező függvények felírására tehát nincs szükség az operatív döntések meghozatalához, stratégiai szinten azonban figyelembe kell venni a segítségükkel nyerhető többletinformációkat. Ezek alkalmazásával dönthető csak el ugyanis, hogy az expressz pénztárakat tartalmazó rendszerek elégedettebbé teszik-e a vevőket, mint az a nélkül üzemelők, azaz magasabb szolgáltatási színvonalat nyújtanak-e. Segítségükkel pedig – a vevői várakozás költségeinek meghatározásán keresztül – a szolgáltatás-nyereség lánc további elemei (bevétel-növekedés, jövedelmezőség) is könnyebben számszerűsíthetőek.

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS, TÉZISEK

A vállalatok igyekeznek úgy alakítani folyamataikat, hogy megfeleljenek versenykörnyezetük elvárásainak. Az időalapú versenyt folytató környezetben működő vállalatoknak ezért időparamétereik csökkentésére kell koncentrálniuk. Emellett azonban nem hagyhatják figyelmen kívül az egyéb versenytényezők alakulását sem. Ezért az időparaméterek csökkentésekor a folyamatok átalakításának minőség- és költségkövetkezményeivel is számolniuk kell. Ennek megfelelően az időalapú versenyt folytató vállalatok legfontosabb eszközeit azok a megoldások képezik, melyek alacsony költségekkel, a folyamat minőségét nem rontva képesek csökkenteni az átfutási, várakozási időket. A szolgáltató vállalatoknál – ahol időalapú versenyt folytatva elsődleges cél a vevői várakozás csökkentése – ezen elvárások következtében van nagy jelentősége a sorképzési szabályoknak.

Sorképzési szabályokat széles körben alkalmaznak a szolgáltató vállalatok. A gyakorlatban azonban szokásokon, egyszerű pragmatikus szabályokon alapul a sorképzési szabályt alkalmazó rendszerek működtetése. Nincs olyan, a gyakorlatban is alkalmazható, tudományos alapokra épülő módszer, amely segítene vizsgálni e menedzsmentintézkedések várakozást leíró mutatókra, illetve vevői elégedettségre kifejtett hatását. A kiszolgálási folyamatok átalakítása azonban igen kockázatos lehet anélkül, hogy előzetesen ismernénk a változtatás legfőbb működési mutatókra való hatását. Ezért elengedhetetlenül fontos olyan eszközök kialakítása, melyek segítségével az adott sorképzési szabály bevezetése nélkül, előzetesen becsülhető annak vevői várakozásra kifejtett hatása.

Kutatásaim során az expressz pénztárak bevezetésének vevői várakozásra gyakorolt hatását vizsgáltam. Ez a sorképzési szabály a vásárolt mennyiség alapján osztja két csoportra a vevőket, és kiszolgálásukat külön pénztárakhoz rendeli. Mivel az expressz pénztárakat tartalmazó sorállási rendszerek működését az alkalmazott kontrollparaméter értékének – a limitértéknek – a megválasztása lényegesen befolyásolja, igen fontos ismerni a bevezetni kívánt szabályozás vevői várakozásra gyakorolt hatását.

**1. tézis: Levezettem a sorban töltött átlagos várakozási idő és az expressz pénztárak kontrollparamétere közötti összefüggést  $M/G/1$  és  $M/G/k$  modellek esetében. Megállapítottam, hogy a várakozási idő és a limitérték kapcsolatát leíró függvényeknek létezik minimuma, és meghatároztam az átlagos várakozási időt minimalizáló, optimális limitértéket.**

*(Kapcsolódó saját publikációk: S1, S4, S8, S12, S15)*

Elméleti megfontolások alapján megállapítottam, hogy a sorban töltött átlagos várakozási idő a limitérték függvényében egy U-alakú görbével írható le. A várakozási időnek létezik tehát minimuma, ami az optimális limitérték alkalmazásával valósítható meg. A levezetett összefüggés szélsőértékének meghatározása analitikus eszközökkel nem lehetséges. A lehetséges limitértékek – a megengedett megoldások – halmaza azonban nem nagy, így az optimális érték meghatározható numerikus módon. Az expressz pénztárakkal rendelkező sorállási rendszerek vizsgálatához a Microsoft Excel segítségével létrehoztam egy numerikus modellt. A modellt alkalmazva, egy barkácsáruház valós adataival szemléltettem a sorban töltött átlagos várakozási idő és a limitérték függvényének U-alakját.

Az összefüggések levezetésekor alkalmazott analitikus modellek – egyszerűsítéseik következtében – nem képesek figyelembe venni a valós rendszer működésének minden aspektusát. Az expressz pénztárakat alkalmazó sorállási rendszerek működésének részletes vizsgálatához tehát szükség van empirikus modellek, szimuláció alkalmazására is.

**2. tézis: Létrehoztam egy szimulációs modellt, amely figyelembe veszi a vevői viselkedés várakozási időre gyakorolt hatását. A vevők várakozáscsökkentési magatartásának vizsgálatához különböző sorválasztási szabályokat definiáltam és meghatároztam, hogy a definiált sorválasztási szabályok milyen vevői viselkedésnél alkalmazhatóak.**

*(Kapcsolódó saját publikációk: S1, S5, S7)*

A létrehozott sorválasztási szabályok egy része a vevők várakozáscsökkentési viselkedését egyszerű szabályokkal írja le és korlátozott mértékűnek tekinti, más része egy összetett, sok tényezőt figyelembe vevő döntésként modellezi. A két véglet között elhelyezkedő szabályok segítségével a vevők különböző mértékű várakozáscsökkentési viselkedése modellezhető. Az egyes sorválasztási szabályok alkalmazásával elvégzett szimulációk eredményei alapján megállapítható, hogy e szabályok a várakozási idő értékét befolyásolják, azonban a limitérték és sorban töltött átlagos várakozási idő közötti kapcsolatot leíró függvény grafikonjának lefutására, illetve az optimális limitértékre nincsenek hatással.

**3. tézis: Érzékenységvizsgálatok elvégzésével bizonyítottam, hogy a limitparaméter optimális értékét nem befolyásolja jelentősen a modell paraméterértékeinek és struktúrájának változása egy meghatározott pénztári rendszer (rögzített expressz és általános pénztárszám) esetén.**

*(Kapcsolódó saját publikációk: S4, S5, S8, S11, S15)*

Az elvégzett érzékenységvizsgálatok eredményeként megállapítottam, hogy az expressz pénztárakkal rendelkező sorállási rendszerek általános tulajdonságának tekinthető, hogy az átlagos vevői várakozás és a limitérték kapcsolata egy U-alakú függvénnyel írható le, illetve hogy létezik egy vevői várakozást minimalizáló, optimális limitérték.

A vevők sorban töltött várakozási idejének leírására leggyakrabban alkalmazott mutató a várakozás hosszának várható értéke. Ez az érték azonban önmagában nem ad teljes képet a várakozásról, annak hossza ugyanis valószínűségi változó. A rendelkezésre álló idő eltöltésével kapcsolatos döntéseik során az emberek kockázatkerülők. A várakozással kapcsolatos kockázat leírására a várakozási idő szórása alkalmazható. A szolgáltatásokra jellemző várakozással kapcsolatos kockázat mellett ezekben a rendszerekben meg kell különböztetni egymástól a várakozás tényleges és észlelt hosszát. A szolgáltatások esetében ugyanis a várakozás alanyai emberek, akik a várakozási idő hosszát különbözően érzélik. A tényleges várakozási idő mellett, ezért a várakozás észlelt hosszát leíró mutatók vizsgálatára és csökkentésére is figyelmet kell fordítani a menedzsmentnek.

**4. tézis: Levezettem a limitértéknek és a tényleges várakozási idő szórásának, valamint a limitértéknek és az észlelt várakozási idő várható értékének kapcsolatát leíró összefüggéseket. Elméleti megfontolások alapján és szimulációval elvégzett vizsgálatokkal igazoltam, hogy a limitérték függvényében a tényleges és az észlelt várakozási idő várható értéke és szórása azonos lefutású görbével írható le. Megállapítottam továbbá, hogy értéküket az esetek többségében azonos limitérték minimalizálja.**

*(Kapcsolódó saját publikációk: S1, S5, S6, S14)*

A tényleges és az észlelt várakozási idő várható értéke és szórása igen különböző értékekhez vezethet eltérő limitértékek alkalmazásakor. Az optimális limitérték megtalálása elengedhetetlen ahhoz, hogy az expressz pénztárak kialakításával a menedzsment ne növelje túlzott mértékben a vevői várakozás mértékét. Azonban még a megfelelően kialakított, optimális limitértéket alkalmazó sorállási rendszerek sem képesek szignifikánsan csökkenteni a jellemzők értékeit a sorképzési szabály nélkül tapasztalható értékhez képest. Ennek ellenére az expressz pénztárak igen népszerűek a vevők körében, bevezetésük növeli a vevők elégedettségét. A vevői várakozást ezért a vevők elégedettségét befolyásoló tényezőként szükséges definiálni.



**5. tézis: A várakozás függvényeként definiált vevői elégedettségét hasznosságfüggvényekkel közelítve levezettem a vevői elégedettség és a limitérték kapcsolatát leíró összefüggést. Elméleti megfontolások alapján és számszerű vizsgálatokkal igazoltam, hogy a megfelelő limitértékkel rendelkező expressz pénztárak kialakítása képes növelni a vevők elégedettségét. Megállapítható tehát, hogy az expressz pénztárak bevezetésének előnye nem az átlagos vevői várakozás csökkentésében, hanem a rövid és hosszú várakozási idők különböző mennyiségeket vásárló vevők közötti kedvezőbb allokálásában rejlik.**

*(Kapcsolódó saját publikációk: S5, S10, S18)*

Vizsgálataimmal igazoltam, hogy expressz pénztárak bevezetésekor a vevői elégedettség megfelelő limitérték alkalmazásakor meghaladja a speciális kiszolgáló egységek nélkül üzemelő sorállási rendszerben tapasztalható szintet. Az expressz pénztárak tehát képesek növelni a vevőknek nyújtott értéket, alkalmazásukkal a vállalatok versenyelőnyre tehetnek szert.

Vizsgálataim eredményeként azt is megállapítottam, hogy a hasznosságmaximalizáló célfüggvény ugyanazt az optimális limitértéket határozza meg, mint a korábbi célfüggvények. Ennek következtében az expressz pénztárak limitértékének meghatározásához nincs szükség bonyolult célfüggvények és azok vizsgálatát lehetővé tevő bonyolult modellek alkalmazására. Az optimális limitérték a numerikus modell közelítő összefüggéseinek segítségével a sorban töltött átlagos várakozási idő célfüggvényének alkalmazásával is meghatározható.

## 6. IRODALOMJEGYZÉK

1. Agnihotri, S. R., Taylor, P. F. (1991): Staffing a Centralized Appointment Scheduling Department in Lourdes Hospital. *Interfaces*, Vol. 21, No. 5, pp. 1-11.
2. Anderson, E. W., Sullivan, M. W. (1993): The Antecedents and Consequences of Customer Satisfaction for Firms. *Marketing Science*, Vol. 12, No. 2, pp. 125-143.
3. Andrews, B. H., Parsons, H. L. (1997): L.L. Bean Chooses a Telephone Agent Scheduling System. *Interfaces*, Vol. 19, pp. 1-9.
4. Antonides, G., Verhoef, P. C., van Aalst, M. (2002): Consumer Perception and Evaluation of Waiting Time: A Field Experiment. *Journal of Consumer Psychology*, Vol. 12, No. 3, pp. 193-202.
5. Bernstein, P. L. (1998): *Szembeszállni az istennel – A kockázatvállalás különös története*. John Wiley & Sons Ltd. – Panem Könyvkiadó Kft., Budapest.
6. Bhat, U. N. (2008): *An Introduction to Queueing Theory*. Springer, Birkhäuser Boston.
7. Bhat, U. N. (1969): Sixty Years of Queueing Theory. *Management Science*, Vol. 15, No. 6, Application Series (Feb., 1969), pp. B280-B294.
8. Bitran, G., Mondschein, S. (1997): Managing the Tug-of-War between Supply and Demand in the Service Industries. *European Management Journal*, Vol. 15, No. 5, pp. 523-536.
9. Brennan, J. E., Golden, B. L., Rappoport, H. K. (1992): Go with the Flow: Improving Red Cross Bloodmobiles Using Simulation Analysis. *Interfaces*, Vol. 22, No. 1, pp. 1-13.
10. Brockmeyer, E., Halstrom, H. L., Jensen, A. (1948): *The Life and Works of A.K. Erlang*. Transactions of the Danish Academy of Technical Sciences.
11. Buchanan, J., Scott, J. (1992): Vehicle Utilization at Bay of Plenty Electricity. *Interfaces*, Vol. 22, No. 2, pp. 28-35.
12. Carmon, Z., Shanthikumar, J. G., Carmon, T. F. (1995): A Psychological Perspective on Service Segmentation Models: The Significance of Accounting for Customers' Perceptions of Waiting and Service. *Management Science*, Vol. 41, No. 11, pp. 1806-1815.
13. Chebat, J.C., Filiatrault, P., Gélinas-Chebat, C., Vaninsky, A. (1995): Impact of Waiting Attribution and Consumer's Mood on Perceived Quality. *Journal of Business Research*, Vol. 34, No. 3, pp. 191-196.
14. Chikán, A., Demeter, K. (2001): *Az értékteremtő folyamatok menedzsmentje*. Aula, Budapest.
15. Cohran, J. K., Mackulak, G. T., Savory, P. A. (1995): Simulation Project Characteristics in Industrial Settings. *Interfaces*, Vol. 25, No. 4, pp. 104-113.
16. De Ruyter, K., Bloemer, J., Peters, P. (1997): Merging Service Quality and Service Satisfaction: An Empirical Test of an Integrative Model. *Journal of Economic Psychology*, Vol. 18, pp. 387-406.
17. De Toni, A., Meneghetti, A. (2000): Traditional and Innovative Paths towards Time-Based Competition. *International Journal of Production Economics*, Vol. 66, pp. 255-268.
18. Deuermeyer, B. L., Curry, G. L., Feldman, R. M. (1998): An Automatic Modeling Approach to the Strategic Analysis of Semiconductor Fabrication Facilities. *Production and Operations Management*, Vol. 2, No. 3, pp. 195-220.

19. Eisler, H. (1976): Experiment on Subjective Duration 1868-1975: A Collection of Power Function Exponents. *Psychological Bulletin*, Vol. 83, No. 6, pp. 1154-1171.
20. Foote, B. L. (1976): A Queueing Case Study of Drive-In Banking. *Interfaces*, Vol. 6, No. 4, pp. 31-37.
21. Fraisse, P. (1984): Perception and Estimation of Time. *Annual Review of Psychology*, Vol. 35, pp. 1-36.
22. Geroliminis, N., Karlaftis, M. G., Skabardonis, A. (2006): A Generalized Hypercube Queueing Model for Locating Emergency Response Vehicles in Urban Transportation Networks. *85th Annual Meeting Transportation Research Board*, January 22-26, Washington, D.C., USA, p. 22.
23. Gilliam, R. R. (1979): An Application of Queueing Theory to Airport Passenger Security Screening. *Interfaces*, Vol. 9, No. 4, pp. 117-123.
24. Gordon, W. J., Newell, G. F. (1967): Closed Queueing Networks with Exponential Servers. *Operations Research*, Vol. 15, pp. 252-267.
25. Grant, F. H. III (1980): Reducing Voter Waiting Time. *Interfaces*, Vol. 10, No. 5, pp. 19-25.
26. Grassmann, W. K. (1988): Finding the Right Number of Servers in Real-World Queueing Systems. *Interfaces*, Vol. 18, No. 2, pp. 94-104.
27. Gross, D., Harris, C. (1985): *Fundamentals of Queueing Theory*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
28. Grönroos, C. (2001): *Service Management and Marketing*. John Wiley & Sons, Inc.
29. Haviv, M. (2009): *Queues – A Course in Queueing Theory*. Classnote, <http://pluto.huji.ac.il/~haviv/book30.pdf> [2009.08.16]
30. Heidrich B. (2006): *Szolgáltatás menedzsment*. Human Telex Consulting, Budapest.
31. Heskett, J. L., Jones, T. O., Loveman, G. W., Sasser, W. E. Jr., Schlesinger, L. A. (1994): Putting the Service Profit Chain to Work. *Harvard Business Review*, Vol. 72, No. 2, pp. 164-174.
32. Hill, A. V., Collier, D. A., Froehle, C. M., Goodale, J. C., Metters R. D., Verma, R. (2002): Research Opportunities in Service Process Design. *Journal of Operations Management*, Vol. 20, No. 2, pp. 189-202.
33. Hillier, F. S., Lieberman, G. J. (1995): *Introduction to Operation Research*. McGraw-Hill.
34. Hornik, J.: Subjective vs. Objective Time Measures: A Note on the Perception of Time in Consumer Behavior. *Journal of Consumer Research*, Vol. 11, No. June, pp. 615-618.
35. Hui, M. K., Tse, D. K. (1996): What to Tell Consumers in Waits of Different Lengths: An Integrative Model of Service Evaluation. *Journal of Marketing*, Vol. 60, No. April, pp. 81-90.
36. Hunyadi L., Mundruczó Gy. és Vita L. (2001): *Statisztika*. Aula Kiadó, Budapest.
37. Jackson, J. R. (1963): Jobshop-Like Queueing Systems. *Management Science*, Vol. 10, No. 1, pp. 131-142.
38. Ji, G. (2008): Service Value Delivery System Based on Time-Based Competition. *International Conference on Service Systems and Service Management*, June 30-July 2, Melbourne, Australia, p. 6.

39. Jones, P., Dent, M. (1994): Improving Service: Managing Response Time in Hospitality Operations. *International Journal of Operation & Production Management*, Vol. 14, No. 5, pp. 52-58.
40. Kahneman, D., Tversky, A. (1979): Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, Vol. 47, No. 2, pp. 263-291.
41. Katz, K. L., Larson, B. M., Larson, R. C. (1991): Prescription for the Waiting-In-Line Blues: Entertain, Enlighten, and Engage. *Sloan Management Review*, Vol. 32, No. Winter, pp. 44-53.
42. Kaufmann, A., Faure, R. (1969): *Bevezetés az operációkutatásba*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
43. Keeney, R. L., Raiffa, H. (2003): *Decisions with Multiple Objectives*, Cambridge University Press.
44. Kelton, W. D., Sadowski, R. P., Sadowski, D. A. (1998): *Simulation with Arena*. McGraw-Hill.
45. Kendall, D. G. (1953): Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 24, No. 3, pp. 338-354.
46. Kovács Z. (2008): Karbantartási stratégiák Monte Carlo optimalizálása. *Sigma*, Vol. 39, No. 3-4, pp. 85-198.
47. Kimura, T. (1983): Diffusion Approximation for an M/G/m Queue. *Operations Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 304-321.
48. Kleinrock, L. (1975): *Queueing Systems – Volume I: Theory*. John Wiley & Sons, Inc.
49. Kleinrock, L. (1976): *Queueing Systems – Volume II: Computer Applications*. John Wiley & Sons, Inc.
50. Koltai T. (2001): *A termelésmenedzsment alapjai I*. Műegyetemi Kiadó, Budapest.
51. Koltai T. (2003): *A termelésmenedzsment alapjai II*. Műegyetemi Kiadó, Budapest.
52. Kopányi M. (2007): *Mikroökonómia*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
53. Kostecki, M. (1996): Waiting Lines as a Marketing Issue. *European Management Journal*, Vol. 14, No. 3, pp. 295-303.
54. Kovács Z. (2008): Karbantartási stratégiák Monte Carlo optimalizálása. *Sigma*, Vol. XXXIX, No. 3-4, pp. 185-198.
55. Kövesi, J. (szerk.) (2007): *Menedzsment és vállalkozásgazdaságtan*. Typotex, Budapest.
56. Kövesi J. (szerk.), Topár J. (szerk.) (2006): *A minőségmenedzsment alapjai*. Typotex, Budapest.
57. Kumar, P., Kalwani, M. U., Dada, M. (1997): The Impact of Waiting Time Guarantees on Customers' Waiting Experiences. *Marketing Science*, Vol. 16, No. 4, pp. 295-314.
58. Landauer, E. G., Becker, L. C. (1989): Reducing Waiting Time at Security Checkpoints. *Interfaces*, Vol. 19, No. 5, pp. 57-65.
59. Larson, R. C. (1987): Perspectives on queues: social justice and the psychology of queuing. *Operations Research*, Vol. 35, No. 6, pp. 895-905.

60. Larson, R. C., Rich, T. F. (1987): Travel-Time Analysis of New York City Police Patrol Cars. *Interfaces*, Vol. 17, No. 2, pp. 15-20.
61. Law, A. M., Kelton, W. D. (1991): *Simulation Modelling & Analysis*. McGraw-Hill.
62. Lawson, R. (1965): *Frustration*. The MacMillan Company, New York.
63. Leclerc, F., Schmitt, B. H., Dubé, L. (1995): Waiting Time and Decision Making: Is Time like Money? *Journal of Consumer Research*, Vol. 22, No. June, pp. 110-119.
64. Lee, A. M. (1966): *Applied Queueing Theory*. Macmillan.
65. Lee, A. M., Longton, P. A. (1959): Queueing Processes Associated with Airline Passengers Check-In. *Operations Research Quarterly*, Vol. 10, pp. 56-71.
66. Lee, M. A., Yom, Y-H. (2007): A Comparative Study of Patients' and Nurses' Perceptions of the Quality of Nursing Services, Satisfaction and Intent to Revisit the Hospital: A Questionnaire Survey. *International Journal of Nursing Studies*, Vol. 44, pp. 545-555.
67. Levy, H., Markowitz, H. M. (1979): Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance. *The American Economic Review*, Vol. 69, No. 3, pp. 308-317.
68. Li, L., Lee, Y. S. (1994): Pricing and Delivery-Time Performance in a Competitive Environment. *Management Science*, Vol. 40, No. 5, pp. 633-646.
69. Little, J. D. C. (1961): A Proof of the Queueing Formula:  $L = \lambda \cdot W$ . *Operations Research*, Vol. 9, pp. 383-387.
70. Love, D., Ball, P. (2009): Rapid Modelling in Manufacturing System Design Using Domain Specific Simulators. In: Reiner, G. (Ed.): *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer.
71. Luo, W., Liberatore, M. J., Nydick, R. L., Chung, Q. B., Sloane, E. (2004): Impact of Process Change on Customer Perception of Waiting Time: a Field Study. *Omega*, Vol. 33, pp. 77-83.
72. Maister, D. H. (1985): The Psychology of Waiting Lines. In: Cziepel, J. A., Solomon, M. R., Surprenant, C. F. (Eds.): *The Service Encounter*, Lexington Books, Lexington, pp. 113-123.
73. Maaløe, E. (1973): Approximation Formulae for Estimation of Waiting-Time in Multiple-Channel Queueing System. *Management Science*, Vol. 19, No. 6, pp. 703-710.
74. Marcsa A. (2009): *Stratégiai menedzsment*. Oktatási segédanyag. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest.
75. Marosán Gy. (2001): *Stratégiai menedzsment*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
76. Meredith, J. R., Vineyard, M. (1993): A Longitudinal Study of the Role of Manufacturing Technology in Business Strategy. *International Journal of Operations and Production Management*, Vol. 13, No. 12, pp. 4-24.
77. Meyer, J. (1987): Two-Moment Decision Models and Expected Utility Maximization. *The American Economic Review*, Vol. 77, No. 3, pp. 421-430.
78. Miller, J. G., De Meyer, A., Nakane, J. (1992): *Benchmarking Global Manufacturing*. Irwin, Homewood, Illinois.
79. Mullen, P. M. (2003): Prioritising Waiting Lists: How and Why? *European Journal of Operational Research*, Vol. 150, pp. 32-45.

80. Nahm, A. Y., Vonderembse, M. A., Rao, S. S., Ragu-Nathan, T. S. (2006): Time-Based Manufacturing Improves Business Performance – Results from a Survey. *International Journal of Production Economics*, Vol. 101, pp. 213-229.
81. Narasimhan, R., Jayaram, J. (1998): An Empirical Investigation of the Antecedents and Consequences of Manufacturing Goal Achievement in North American, European, and Pan Pacific Firms. *Journal of Operations Management*, Vol. 16, pp. 159-179.
82. Németh Gy., Papp I. (1995): *Szolgáltatási menedzsment*. Aula, Budapest.
83. Nie, W. (2000): Waiting: Integrating Social Justice and Psychological Perspectives in Operations Management. *Omega*, Vol. 28, No. 6, pp. 611-629.
84. Oliver, R. L. (1980): A Cognitive Model of the Antecedents and Consequences of Satisfaction Decisions. *Journal of Marketing Research*, Vol. 17, pp. 460-469.
85. Pataki B. (2000): Szimultán (konkurens) termékfejlesztés. In: Kövesi J., Topár J. (szerk.): *Műszaki vezető*. Verlag Dashöfer, Budapest.
86. Porter? M. E. (1993): *Versenysztratégia*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
87. Porter, M. E. (1996): What is Strategy? *Harvard Business Review*, Vol. 74, No. 6, pp. 61-78.
88. Pruyn, A., Smidts, A. (1998): Effects of Waiting on the Satisfaction with the Service: Beyond Objective Time Measures. *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 15, pp. 321-334.
89. Pullman, Thompson (2002): Evaluating Capacity- and Demand-Management Decisions at a Ski Resort. *Cornell Hotel & Restaurant Administration Quarterly*, Vol. 43, No. 6, pp. 25-36.
90. Rabta, B., Alp, A., Reiner, G. (2009): Queueing Networks Modeling Software for Manufacturing. In: Reiner, G. (Ed.): *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer.
91. Rao, S. S., Gunasekaran, A., Goyal, S. K., Martikainen, T. (1998): Waiting Line Model Applications in Manufacturing. *International Journal Production Economics*, Vol. 54, pp. 1-28.
92. Rényi A. (1956): A Poisson-folyamat egy jellemzése. *MTA Mat. Kut. Int. Közl.*, Vol. 1, pp. 519-527.
93. Rothkopf, H. M., Rech, P. (1987): Perspectives on Queues: Combining Queues Is not Always Beneficial. *Operations Research*, Vol. 35, No. 6, pp. 906-909.
94. Rubinstein, M. (2006): *A History of the Theory of Investments: My annotated bibliography*. John Wiley & Sons.
95. Sargent, R. (1994): A Historical View of Hybrid Simulation/Analytic Models and Modeling. *Winter Simulation Conference*, December 11-14, Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 383-386.
96. Schodl, R. (2009): The Best of Both Worlds – Integrated Application of Analytic Methods and Simulation in Supply Chain Management. Reiner, G. (Ed.): *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer.
97. Seik F. T. (1997): An Effective Demand Management Instrument in Urban Transport: the Area Licensing Scheme in Singapore. *Cities*, Vol. 14, No. 3, pp. 155-164.

98. Shanthikumar, J., Sargent, R. (1983): A Unifying View of Hybrid Simulation/Analytic Models and Modeling. *Operations Research*, Vol. 31, No. 6, pp. 1030-1052.
99. Sheu, C., Babbar, S. (1996): A Managerial Assessment of the Waiting-Time Performance for Alternative Service Process Designs. *Management Science*, Vol. 24, No. 6, pp. 689-703.
100. Sox, C. R., Thomas, L. J., McClain, J. O. (1997): Coordinating Production and Inventory to Improve Service. *Management Science*, Vol. 43, No. 9, pp. 1189-1197.
101. Srikar, B. N., Vinod, B. (1989): Performance Analysis and Capacity Planning of a Landing Gear Shop. *Interfaces*, Vol. 19, No. 4, pp. 52-60.
102. Stalk, G. Jr. (1988): Time – The Next Source of Competitive Advantage. *Harvard Business Review*, Vol. 66, No. July-August, pp. 41-51.
103. Stenbacka, R, Tombak, M. M. (1995): Time-Based Competition and the Privatization of Services. *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XLIII, No. 4, pp. 435-454.
104. Stevens, S. S. (1957): On the Psychological Law. *The Psychological Review*, Vol. 64, No. 3, pp.153-181.
105. Stidham (2002): Analysis, Design, and Control of Queueing Systems. *Operations Research*, Vol. 50, No. 1, pp. 197-216.
106. Stordahl, K. (2007): The History Behind the Probability Theory and the Queueing Theory. *Teletronikk*, No. 2, pp. 123-140.
107. Suri, R. (1998): *Quick Response Manufacturing*. Productivity Press, Portland, OR, USA.
108. Suri, R. (2009): A Perspective on Two Decades of Rapid Modeling (Foreword). In: Reiner, G. (Ed.): *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer.
109. Suri, R., Diehl, G. W. W., de Treville, S., Tomsicek, M. J. (1995): From CAN-Q to MPX: Evolution of Queueing Software for Manufacturing. *Interfaces*, Vol. 25, No. 5, pp. 128-150.
110. Swamidass, P. M., Newell, W. T. (1997): Manufacturing Strategy, Environmental Uncertainty and Performance: a Path Analytic Model. *Management Science*, Vol. 33, No. 4, pp. 509-524.
111. Swart, W., Donno, L. (1981): Simulation Modeling Improves Operations, Planning, and Productivity of Fast Food Restaurants. *Interfaces*, Vol. 11, No. 6, pp. 35-47.
112. Szántai T. (1971a): On Limiting Distributions for the Sums of Random Number of Random Variables Concerning the Rarefaction of Recurrent Processes. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, Vol. 6, pp. 443-452.
113. Szántai T. (1971b): On an Invariance Problem Related to Different Rarefactions of Recurrent Processes. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, Vol. 6, pp. 453-456.
114. Takahashi, Y. (1977): An Approximation Formula for the Mean Waiting Time of an M/G/c Queue. *Journal of Operations Research*, Vol. 20, No. 3, pp. 150-163.
115. Takács L. (1962): *Introduction to the Theory of Queues*. Oxford University Press.
116. Taylor, S. (1994): Waiting for Service: The Relationship between Delays and Evaluation of Service. *Journal of Marketing*, Vol. 58, No. April, pp. 56-69.
117. Tracey, M., Vonderembse, M. A., Lim, J-S. (1999): Manufacturing Technology and Strategy Formulation: Keys to Enhancing Competitiveness and Improving Performance. *Journal of Operations Management*, Vol. 17, pp. 411-428.

118. Urdang, B. S., Howey, R. M. (2001): Assessing Damages for Non-Performance of a Travel Professional – a Suggested Use of “Servqual”. *Tourism Management*, Vol. 22, pp. 533-538.
119. Vágási M. (szerk.) (2007): *Marketing – stratégia és menedzsment*. Alinea Kiadó, Budapest.
120. Van Dijk, N. M. (1997): Why Queuing Never Vanishes. *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, No. 2, pp. 463-476.
121. Van Dijk, N. M. (2000): On Hybrid Combination of Queueing and Simulation. *Winter Simulation Conference*, 10-13 December, Orlando, FL, USA, pp. 147-150.
122. Varian, H. R. (2008): *Mikroökonómia középfokon*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
123. Vörös J. (1991): *Termelés management*. Janus Pannonius Egyetemi Kiadó, Pécs.
124. Vickery, S. K., Droge, C., Yeomans, J. M., Markland, R. E. (1995): Time-based competition in the furniture industry: an empirical study. *Production and Inventory Management Journal*, Vol. 36, No. 4, pp. 14-21.
125. Ward, P. T., Duray R. (2000): Manufacturing Strategy in Context: Environment, Competitive Strategy and Manufacturing Strategy. *Journal of Operations Management*, Vol. 18, pp. 123-138.
126. Ward, P. T., Leong G. K., Boyer, K. K. (1994): Manufacturing Proactiveness and Performance. *Decision Sciences*, Vol. 25, No. 3, pp. 337-358.
127. Whitt, W. (1993): Approximations for the GI/G/m Queue. *Production and Operations Management*, Vol. 2, No. 2, pp. 114-161.
128. Whitt, W. (1999): Partitioning Customers into Service Groups. *Management Science*, Vol. 45, pp. 1579-1592.
129. Zeithalm, V. A., Parasuraman, P., Berry, L. L. (1991): *Delivering Quality Service*. The Free Press, New York.
130. Zukerman, M. (2008): *Introduction to Queueing Theory and Stochastic Teletraffic Models*. Classnote. <http://www.ee.cityu.edu.hk/~zukerman/classnotes.pdf> [2009.08.12.]



## 7. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE

### **Cikk szerkesztett könyvben**

- S1. Kalló N., Koltai T., Rapid Modeling of Express Line Systems for Improving Waiting Processes. In G. Reiner (szerk.): *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer, 2009, pp. 119-129. L
- S2. Koltai T., Kalló N., Tatay V., Az optimumkeresés problémái a termelés- és szolgáltatásmenedzsmentben. In Veresné dr. Somosi M. (szerk.): *Vezetési ismeretek III*. Miskolci Egyetem Gazdaságtudományi Kar, 2009, 104-115. o.
- S3. Koltai T., Kalló N., Az expressz-pénztárak működtetésének elméleti és gyakorlati megfontolásai. In Sikos T. T. (szerk.): *A bevásárlóközpontok jelene és jövője*. Selye János Egyetem Kutatóintézete, 2007, 160-178. o. L

### **Külföldön megjelent idegen nyelvű folyóiratcikk**

- S4. Koltai T., Kalló N., and Lakatos L., Optimization of Express Line Performance: Numerical Examination and Management Considerations. *Optimization and Engineering* (IF=1,048), Vol. 10, No. 3, 2008, pp. 377-396. L,R

### **Magyarországon megjelent idegen nyelvű folyóiratcikk**

- S5. Kalló N. and Koltai T., A Review of Management Issues Related to Express Line Systems. *Periodica Polytechnica Social and Management Sciences*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-12, 2008. L

### **Nemzetközi konferencia-kiadványban megjelent idegen nyelvű előadás**

- S6. Kalló N. and Koltai T., Management Objectives for Operating Express Line Systems. *microCAD 2009, International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, March 19-20, 2009, p. 115-119. L
- S7. Koltai T. and Kalló N., The Effect of Queue Selection on Optimal Limit Value of Express Line Systems. *microCAD 2008, International Scientific Conference*, Miskolc, Hungary, March 20-21, 2008, pp. 103-108. L
- S8. Koltai T. and Kalló N., Quantitative Analysis of Waiting Time in Express Lines at Cash Desks. *5th ANZAM Operations Management Symposium*, Melbourne, Australia, July 6-7, 2007, pp. 1-12. LH1
- S9. Koltai T. and Kalló N., Model Selection for Express Line Optimization. *microCAD 2007, International Scientific Conference, Company Competitiveness in the XXI Century Section*, Miskolc, Hungary, March 22-23, 2007, pp. 149-154. L
- S10. Kalló N., Involving Subjective Customer Information in Operations Management Decisions. *4th International Conference for Young Researchers of Economics*, Gödöllő, Hungary, October 2-4, 2006, pp. 153-158. L
- S11. Koltai T. and Kalló N., Analysis of Management Decisions Related to Express Line Systems. *microCAD 2006, International Scientific Conference, Economic Challenges Section*, Miskolc, Hungary, March 16-17, 2006, pp. 185-190. L
- S12. Koltai T. and Kalló N., Optimizing the Average Waiting Time at the Cash Desk of a Supermarket. *microCAD 2005 International Scientific Conference, Company*

*Competitiveness in the XXI Century Section*, Miskolc, Hungary, 2005, March 10-11, 2005. pp 153-158. L

- S13. Koltai T., Lakatos L. and Kalló N., The Application of Line Structuring Rules for Service Improvement: Analysis of Waiting Lines at the Cash Desks of a Supermarket. *microCAD 2004 International Scientific Conference, Company Competitiveness in the XXI Century Section*, Miskolc, Hungary, March 18-19, 2004. pp 111-116. L

#### **Magyar nyelvű folyóiratcikk**

- S14. Kalló N., Koltai T., Az expressz pénztárak optimális működtetésének szolgáltatásmenedzsment-vonatkozásai. *Vezetéstudomány*, XL évf., Június, 79-84. o., 2009. L
- S15. Koltai T. és Kalló N., Az expressz pénztárak várakozásbefolyásolásának kvantitatív elemzése. *Sigma*, 39. évf., 3-4. sz., 169-183. o., 2008. L

#### **Magyar nyelvű konferencia-előadás**

- S16. Kalló N., Az expressz pénztárak alkalmazásának ellentmondásosságai. *XXVIII. OTDK Közgazdaságtudományi Szekció, Doktorandusz Konferencia (kiemelt dolgozat)*, Miskolc, 2007. április 25-27., 223-234. o. L
- S17. Koltai T. és Kalló N., Kvantitatív és puha módszerek alkalmazása a szolgáltatásmenedzsmentben: várakozó sorok vizsgálata. *menedzsmentkonferencia2006*, Balatonfüred, 2006. augusztus 22-24., 151-158. o. L
- S18. Kalló N., A szolgáltatás-színvonal objektív és szubjektív megítélésnek kapcsolata. *Pannon Gazdaságtudományi Konferencia*, Veszprém, 2006. június 2., II. kötet, 200-204. o. L
- S19. Kalló N., Szolgáltatásmenedzsment-megfontolások a pénztári expressz sorok kialakításával kapcsolatban. *A Magyar Gazdaság Versenyképessége – Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Műszaki Menedzsment Gazdálkodás- és Szervezéstudományi Doktori Iskola II. Országos Konferenciája*, Budapest, 2006. február 9., 219-230. o. L
- S20. Koltai T. és Kalló N., Az időalapú-versenyzés termelés-menedzsment vonatkozásai. *Tudásalapú Társadalom, Tudásteremtés – Tudástranszfer, Értékváltás, V. Nemzetközi Konferencia*, Miskolc – Lillafüred, 2005. május 11-12., 19-26. o. L

## 8. MELLÉKLETEK

### 1. sz. melléklet: Az alkalmazott jelölések jegyzéke

$a$	– a fizetéshez szükséges átlagos idő
$A_1$	– a vevők idejének értékessége
$\alpha$	– pozitív szám (a várakozási idő szórásnégyzetének számításához használt segédváltozó)
$\alpha_p$	– korrekciós együttható
$b$	– egy tétel számlázásának idősükséglete
$\beta_p$	– észlelési együttható
$E$	– az expressz pénztárak száma
$\varepsilon_{pj}$	– normális eloszlású véletlen hiba
$\Gamma(x)$	– $x$ gamma függvénye
$\gamma_1$	– a feltételezett várakozási idő hasznosságra gyakorolt <i>közvetlen</i> hatásának nagysága
$\gamma_p$	– befolyásolási együttható
$K$	– a vásárolt tételek maximális száma
$l$	– a vásárolt tételek átlagos száma
$L$	– limitérték
$\lambda$	– az áruház egészére jellemző beérkezési ráta
$\lambda_E$	– az expressz pénztárakra jellemző beérkezési ráta
$\lambda_R$	– az általános pénztárakra jellemző beérkezési ráta
$m_i$	– $i$ -edik momentum
$\mu$	– kiszolgálási ráta
$\mu_E$	– kiszolgálási ráta az expressz pénztáraknál
$\mu_R$	– kiszolgálási ráta az általános pénztáraknál
$n_i$	– az $i$ -vel indexelt minták száma
$N$	– a teljes minta elemszáma
$P$	– az összes pénztárak száma
$p_i$	– $i$ darab tétel vásárlásának valószínűsége
$P_i$	– $i$ darab vagy annál kevesebb tétel vásárlásának valószínűség
$P_0$	– annak valószínűsége, hogy a sorállási rendszer üres
$\Psi_j$	– a $j$ -edik vevő észlelt várakozási ideje
$\Psi_j^*$	– a $j$ -edik vevő módosított észlelt várakozási ideje
$r$	– a vevők várakozással kapcsolatos kockázatkerülésének mértéke
$R$	– az általános pénztárak száma
$S$	– a várakozás függvényeként definiált vevői elégedettség
$S_0$	– kezdeti elégedetlenség
$s_0$	– a kezdeti elégedetlenség vásárolt mennyiségtől független része
$S_1$	– várakozási időtől függő elégedetlenség
$\sigma^2$	– szórásnégyzet
$\sigma_i$	– $i$ tétel vásárlásához tartozó kiszolgálási idők szórásnégyzete
$\sigma_E$	– az expressz pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők szórása
$\sigma_R$	– az általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők szórása
$\bar{t}$	– a minta átlaga
$t_i$	– $i$ darab tételt vásárló vevő teljes kiszolgálási ideje
$t_{ij}$	– a minta elemei (a $j$ -edik $i$ darab tételt vásárló vevő kiszolgálási ideje)
$t_E$	– az expressz pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők várható értéke
$t_R$	– az általános pénztáraknál tapasztalható kiszolgálási idők várható értéke
$t_S$	– az áruház egészében tapasztalható sorban töltött várakozási idők átlagos értéke
$t_{SE}$	– az expressz pénztáraknál tapasztalható sorban töltött várakozási idők átlagos értéke
$t_{SR}$	– az általános pénztáraknál tapasztalható sorban töltött várakozási idők átlagos értéke
$t_{Sj}$	– a $j$ -edik vevő tényleges várakozási ideje
$T_0$	– feltételezett várakozási idő
$X_j$	– a várakozásészlelés befolyásolása érdekében alkalmazott eszköz hatásának mértéke
$W_x$	– a tényleges várakozási időt leíró valószínűségi változó

2. sz. melléklet: A beérkezési ráta ( $\lambda$ ) érzékenységvizsgálata

$\lambda$	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
25	0,0638	<b>0,0527</b>	0,0575	0,0703	0,0859	0,1014	0,1154	0,1273	0,1370	0,1447
30	0,0784	<b>0,0645</b>	0,0707	0,0870	0,1071	0,1271	0,1452	0,1606	0,1732	0,1833
35	0,0938	<b>0,0767</b>	0,0845	0,1048	0,1299	0,1551	0,1780	0,1975	0,2135	0,2263
40	0,1101	<b>0,0894</b>	0,0990	0,1239	0,1548	0,1859	0,2143	0,2386	0,2586	0,2746
45	0,1272	<b>0,1027</b>	0,1142	0,1443	0,1818	0,2199	0,2547	0,2847	0,3095	0,3293
50	0,1452	<b>0,1165</b>	0,1302	0,1663	0,2114	0,2575	0,3000	0,3368	0,3672	0,3917
55	0,1643	<b>0,1310</b>	0,1472	0,1899	0,2439	0,2995	0,3512	0,3961	0,4335	0,4636
60	0,1845	<b>0,1460</b>	0,1651	0,2155	0,2798	0,3467	0,4093	0,4642	0,5102	0,5473
65	0,2060	<b>0,1618</b>	0,1841	0,2433	0,3197	0,4000	0,4760	0,5433	0,6000	0,6461
70	0,2289	<b>0,1782</b>	0,2043	0,2737	0,3642	0,4608	0,5534	0,6362	0,7067	0,7643
75	0,2532	<b>0,1955</b>	0,2258	0,3069	0,4143	0,5308	0,6442	0,7470	0,8354	0,9084
80	0,2792	<b>0,2136</b>	0,2487	0,3434	0,4712	0,6123	0,7522	0,8813	0,9938	1,0878
85	0,3071	<b>0,2325</b>	0,2732	0,3839	0,5362	0,7083	0,8830	1,0475	1,1936	1,3175
90	0,3371	<b>0,2525</b>	0,2995	0,4290	0,6114	0,8233	1,0445	1,2585	1,4533	1,6218
95	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8047	2,0444
100	0,4041	<b>0,2956</b>	0,3583	0,5368	0,8037	1,1378	1,5167	1,9149	2,3069	2,6708
105	0,4419	<b>0,3189</b>	0,3914	0,6020	0,9295	1,3613	1,8816	2,4665	3,0833	3,6953
110	0,4829	<b>0,3436</b>	0,4275	0,6772	1,0843	1,6578	2,4092	3,3421	4,4429	5,6744
115	0,5278	<b>0,3697</b>	0,4669	0,7648	1,2796	2,0703	3,2392	4,9463	7,4388	11,1057
120	0,5770	<b>0,3973</b>	0,5103	0,8684	1,5336	2,6836	4,7367	8,8360	19,4870	90,6562
125	0,6312	<b>0,4267</b>	0,5583	0,9929	1,8781	3,6920	8,2488	32,0018	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
130	0,6913	<b>0,4579</b>	0,6116	1,1455	2,3718	5,6596	26,2072	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
135	0,7583	<b>0,4913</b>	0,6715	1,3372	3,1395	11,1991	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
140	0,8334	<b>0,5268</b>	0,7391	1,5857	4,4981	126,0992	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
145	0,9183	<b>0,5649</b>	0,8163	1,9209	7,5595	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
150	1,0152	<b>0,6058</b>	0,9055	2,3988	20,9262	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
155	1,1266	<b>0,6499</b>	1,0098	3,1363	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
160	1,2563	<b>0,6973</b>	1,1337	4,4270	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
165	1,4092	<b>0,7487</b>	1,2838	7,2742	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
170	1,5923	<b>0,8045</b>	1,4698	18,8193	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
175	1,8155	<b>0,8654</b>	1,7073	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
180	2,0939	<b>0,9319</b>	2,0221	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
185	2,4512	<b>1,0050</b>	2,4615	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
190	2,9264	<b>1,0857</b>	3,1211	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$

### 3. sz. melléklet: A vásárolt tételek átlagos számának (*l*) érzékenységvizsgálata

<i>l</i>	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,5	<b>0,1729</b>	0,3793	0,5400	0,6221	0,6576	0,6718	0,6773	0,6794	0,6802	0,6804
1,6	<b>0,1626</b>	0,3505	0,5298	0,6391	0,6940	0,7197	0,7309	0,7357	0,7377	0,7385
1,7	<b>0,1583</b>	0,3245	0,5146	0,6488	0,7261	0,7663	0,7858	0,7951	0,7995	0,8014
1,8	<b>0,1584</b>	0,3020	0,4962	0,6518	0,7523	0,8099	0,8412	0,8572	0,8653	0,8693
1,9	<b>0,1621</b>	0,2831	0,4762	0,6490	0,7725	0,8503	0,8959	0,9211	0,9349	0,9421
2,0	<b>0,1687</b>	0,2677	0,4558	0,6414	0,7868	0,8862	0,9486	0,9861	1,0077	1,0198
2,1	<b>0,1780</b>	0,2556	0,4359	0,6303	0,7953	0,9170	0,9990	1,0513	1,0831	1,1021
2,2	<b>0,1894</b>	0,2466	0,4170	0,6165	0,7986	0,9425	1,0459	1,1154	1,1605	1,1885
2,3	<b>0,2028</b>	0,2404	0,3995	0,6010	0,7972	0,9625	1,0886	1,1782	1,2391	1,2788
2,4	<b>0,2181</b>	0,2369	0,3838	0,5844	0,7919	0,9772	1,1266	1,2384	1,3177	1,3722
2,5	<b>0,2352</b>	0,2359	0,3699	0,5674	0,7834	0,9868	1,1595	1,2953	1,3962	1,4684
2,6	0,2539	<b>0,2372</b>	0,3579	0,5505	0,7723	0,9917	1,1872	1,3483	1,4733	1,5660
2,7	0,2743	<b>0,2407</b>	0,3480	0,5341	0,7592	0,9922	1,2095	1,3967	1,5482	1,6650
2,8	0,2963	<b>0,2463</b>	0,3400	0,5184	0,7448	0,9890	1,2267	1,4402	1,6201	1,7643
2,9	0,3200	<b>0,2539</b>	0,3339	0,5038	0,7294	0,9826	1,2388	1,4783	1,6883	1,8629
3,0	0,3453	<b>0,2634</b>	0,3298	0,4904	0,7136	0,9734	1,2462	1,5110	1,7521	1,9600
3,089	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8047	2,0444
3,1	0,3723	<b>0,2748</b>	0,3276	0,4784	0,6976	0,9620	1,2492	1,5382	1,8109	2,0546
3,2	0,4011	<b>0,2880</b>	0,3273	0,4677	0,6819	0,9488	1,2483	1,5598	1,8643	2,1460
3,3	0,4317	<b>0,3031</b>	0,3288	0,4586	0,6666	0,9343	1,2439	1,5762	1,9118	2,2333
3,4	0,4641	<b>0,3200</b>	0,3322	0,4510	0,6520	0,9189	1,2363	1,5874	1,9534	2,3156
3,5	0,4985	0,3387	<b>0,3373</b>	0,4450	0,6383	0,9029	1,2262	1,5938	1,9888	2,3924
3,6	0,5349	0,3592	<b>0,3443</b>	0,4406	0,6256	0,8866	1,2138	1,5957	2,0179	2,4630
3,7	0,5734	0,3816	<b>0,3530</b>	0,4378	0,6139	0,8704	1,1997	1,5936	2,0410	2,5269
3,8	0,6141	0,4059	<b>0,3635</b>	0,4367	0,6036	0,8544	1,1841	1,5879	2,0582	2,5837
3,9	0,6572	0,4321	<b>0,3758</b>	0,4372	0,5944	0,8389	1,1676	1,5789	2,0697	2,6332
4,0	0,7028	0,4603	<b>0,3900</b>	0,4394	0,5867	0,8240	1,1502	1,5671	2,0758	2,6753
4,1	0,7510	0,4906	<b>0,4059</b>	0,4433	0,5803	0,8099	1,1325	1,5529	2,0770	2,7098
4,2	0,8019	0,5230	<b>0,4237</b>	0,4488	0,5755	0,7967	1,1146	1,5367	2,0735	2,7370
4,3	0,8557	0,5577	<b>0,4434</b>	0,4561	0,5721	0,7845	1,0968	1,5189	2,0659	2,7570
4,4	0,9127	0,5947	<b>0,4651</b>	0,4651	0,5702	0,7735	1,0792	1,4998	2,0546	2,7700
4,5	0,9730	0,6341	0,4887	<b>0,4759</b>	0,5698	0,7636	1,0622	1,4798	2,0399	2,7765
4,6	1,0368	0,6760	0,5144	<b>0,4884</b>	0,5711	0,7551	1,0457	1,4591	2,0225	2,7767
4,7	1,1044	0,7207	0,5422	<b>0,5028</b>	0,5740	0,7478	1,0300	1,4381	2,0026	2,7713
4,8	1,1760	0,7681	0,5722	<b>0,5190</b>	0,5785	0,7420	1,0152	1,4170	1,9807	2,7606
4,9	1,2520	0,8186	0,6044	<b>0,5371</b>	0,5847	0,7375	1,0015	1,3960	1,9571	2,7453
5,0	1,3326	0,8722	0,6391	<b>0,5572</b>	0,5926	0,7346	0,9888	1,3753	1,9323	2,7257

**4. sz. melléklet: A fizetéshez szükséges idő ( $a$ ) érzékenységvizsgálata**

$a$	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,200	0,1632	0,1152	<b>0,1129</b>	0,1415	0,1886	0,2445	0,3019	0,3562	0,4042	0,4450
0,225	0,1739	0,1233	<b>0,1228</b>	0,1555	0,2082	0,2702	0,3338	0,3936	0,4467	0,4917
0,250	0,1852	<b>0,1319</b>	0,1333	0,1707	0,2295	0,2984	0,3688	0,4350	0,4937	0,5434
0,275	0,1970	<b>0,1409</b>	0,1446	0,1871	0,2528	0,3293	0,4074	0,4809	0,5459	0,6011
0,300	0,2094	<b>0,1504</b>	0,1566	0,2049	0,2782	0,3632	0,4500	0,5317	0,6041	0,6654
0,325	0,2224	<b>0,1603</b>	0,1694	0,2241	0,3059	0,4005	0,4971	0,5881	0,6689	0,7375
0,350	0,2361	<b>0,1708</b>	0,1831	0,2448	0,3361	0,4415	0,5493	0,6510	0,7416	0,8185
0,375	0,2505	<b>0,1819</b>	0,1978	0,2673	0,3690	0,4866	0,6072	0,7214	0,8232	0,9100
0,400	0,2655	<b>0,1934</b>	0,2134	0,2915	0,4051	0,5365	0,6717	0,8003	0,9154	1,0137
0,425	0,2813	<b>0,2056</b>	0,2300	0,3177	0,4445	0,5917	0,7438	0,8892	1,0200	1,1322
0,450	0,2979	<b>0,2183</b>	0,2477	0,3461	0,4878	0,6529	0,8246	0,9899	1,1394	1,2682
0,475	0,3152	<b>0,2317</b>	0,2666	0,3768	0,5353	0,7210	0,9157	1,1044	1,2765	1,4257
0,500	0,3334	<b>0,2457</b>	0,2868	0,4102	0,5877	0,7971	1,0187	1,2357	1,4353	1,6096
0,525	0,3524	<b>0,2604</b>	0,3083	0,4463	0,6454	0,8823	1,1359	1,3871	1,6207	1,8266
0,5463	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8048	2,0444
0,550	0,3723	<b>0,2758</b>	0,3312	0,4857	0,7092	0,9783	1,2702	1,5634	1,8396	2,0859
0,575	0,3931	<b>0,2919</b>	0,3557	0,5285	0,7801	1,0869	1,4251	1,7706	2,1012	2,4004
0,600	0,4150	<b>0,3088</b>	0,3819	0,5751	0,8590	1,2105	1,6054	2,0169	2,4187	2,7889
0,625	0,4378	<b>0,3264</b>	0,4099	0,6261	0,9472	1,3522	1,8174	2,3141	2,8111	3,2795
0,650	0,4618	<b>0,3449</b>	0,4397	0,6820	1,0463	1,5157	2,0695	2,6787	3,3071	3,9171
0,675	0,4868	<b>0,3643</b>	0,4717	0,7432	1,1580	1,7062	2,3738	3,1354	3,9523	4,7772
0,700	0,5131	<b>0,3845</b>	0,5060	0,8107	1,2849	1,9305	2,7474	3,7228	4,8241	5,9978
0,725	0,5406	<b>0,4057</b>	0,5428	0,8851	1,4299	2,1977	3,2157	4,5045	6,0637	7,8602
0,750	0,5694	<b>0,4279</b>	0,5823	0,9676	1,5968	2,5208	3,8189	5,5930	7,9611	11,0423
0,775	0,5996	<b>0,4512</b>	0,6247	1,0593	1,7905	2,9187	4,6229	7,2092	11,2198	17,6946
0,800	0,6313	<b>0,4755</b>	0,6704	1,1618	2,0179	3,4195	5,7455	9,8523	18,1014	40,1940
0,825	0,6645	<b>0,5010</b>	0,7197	1,2768	2,2878	4,0675	7,4185	14,9411	42,0979	$\lambda > \mu!$
0,850	0,6993	<b>0,5276</b>	0,7730	1,4065	2,6128	4,9373	10,1711	28,7408	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,875	0,7358	<b>0,5556</b>	0,8307	1,5539	3,0111	6,1631	15,5305	204,0024	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,900	0,7741	<b>0,5849</b>	0,8933	1,7224	3,5095	8,0155	30,4741	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,925	0,8143	<b>0,6156</b>	0,9614	1,9167	4,1500	11,1325	293,0846	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,950	0,8566	<b>0,6478</b>	1,0357	2,1429	5,0020	17,4626	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,975	0,9010	<b>0,6816</b>	1,1169	2,4091	6,1884	37,1832	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
1,000	0,9477	<b>0,7171</b>	1,2061	2,7266	7,9509	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$

5. sz. melléklet: Az egy tétel számlázásához szükséges idő (b) érzékenységvizsgálata

b	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,025	<b>0,0820</b>	0,0827	0,1114	0,1483	0,1840	0,2147	0,2392	0,2582	0,2723	0,2826
0,050	0,1105	<b>0,1044</b>	0,1380	0,1869	0,2381	0,2850	0,3247	0,3568	0,3818	0,4008
0,075	0,1490	<b>0,1313</b>	0,1694	0,2333	0,3054	0,3754	0,4378	0,4904	0,5329	0,5662
0,100	0,1970	<b>0,1641</b>	0,2068	0,2890	0,3889	0,4919	0,5883	0,6731	0,7440	0,8012
0,125	0,2561	<b>0,2029</b>	0,2503	0,3557	0,4931	0,6432	0,7915	0,9278	1,0465	1,1454
0,150	0,3284	<b>0,2485</b>	0,3005	0,4353	0,6237	0,8427	1,0721	1,2949	1,4983	1,6748
0,1622	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8048	2,0444
0,175	0,4166	<b>0,3017</b>	0,3584	0,5305	0,7889	1,1111	1,4736	1,8511	2,2193	2,5582
0,200	0,5239	<b>0,3637</b>	0,4248	0,6445	1,0010	1,4837	2,0791	2,7643	3,5047	4,2574
0,225	0,6548	<b>0,4356</b>	0,5009	0,7821	1,2789	2,0243	3,0713	4,4846	6,3302	8,6592
0,250	0,8150	<b>0,5190</b>	0,5881	0,9494	1,6533	2,8633	4,9433	8,7669	16,9825	43,0391
0,275	1,0127	<b>0,6159</b>	0,6879	1,1552	2,1783	4,3132	9,6508	35,8726	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,300	1,2587	<b>0,7284</b>	0,8022	1,4124	2,9573	7,3583	41,5169	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,325	1,5692	<b>0,8596</b>	0,9336	1,7403	4,2183	17,5574	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,350	1,9682	<b>1,0131</b>	1,0848	2,1697	6,5799	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,375	2,4930	<b>1,1939</b>	1,2597	2,7530	12,5156	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,400	3,2059	<b>1,4081</b>	1,4629	3,5870	54,1826	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,425	4,2183	<b>1,6645</b>	1,7004	4,8730	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,450	5,7514	<b>1,9749</b>	1,9804	7,1102	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,475	8,3146	2,3562	<b>2,3136</b>	11,9742	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,500	13,4056	2,8335	<b>2,7153</b>	30,7515	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,525	28,1544	3,4455	<b>3,2072</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,550	508,6777	4,2555	<b>3,8223</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,575	$\lambda > \mu!$	5,3746	<b>4,6126</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,600	$\lambda > \mu!$	7,0179	<b>5,6668</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,625	$\lambda > \mu!$	9,6629	<b>7,1507</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,650	$\lambda > \mu!$	14,6279	<b>9,4186</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,675	$\lambda > \mu!$	27,3817	<b>13,4035</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,700	$\lambda > \mu!$	134,4500	<b>22,6882</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,725	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	<b>77,6825</b>	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
0,750	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$

**6. sz. melléklet: A hagyományos pénztárak számának (H) érzékenységvizsgálata**

H	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\lambda > \mu!$	50,3340	1,0018	<b>0,6739</b>	0,7739	0,9954	1,2637	1,5425	1,8082	2,0461
2	0,8570	0,4399	<b>0,3949</b>	0,5092	0,7131	0,9699	1,2523	1,5371	1,8056	2,0448
3	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8048	2,0444
4	0,2422	<b>0,2178</b>	0,3019	0,4672	0,6933	0,9603	1,2476	1,5348	1,8044	2,0442
5	<b>0,1837</b>	0,1899	0,2883	0,4604	0,6899	0,9586	1,2467	1,5343	1,8041	2,0441
6	<b>0,1501</b>	0,1731	0,2798	0,4561	0,6877	0,9575	1,2461	1,5340	1,8040	2,0440
7	<b>0,1283</b>	0,1619	0,2741	0,4532	0,6861	0,9567	1,2457	1,5338	1,8039	2,0440
8	<b>0,1129</b>	0,1539	0,2699	0,4510	0,6850	0,9561	1,2454	1,5337	1,8038	2,0439
9	<b>0,1016</b>	0,1479	0,2668	0,4494	0,6842	0,9557	1,2452	1,5335	1,8037	2,0439
10	<b>0,0928</b>	0,1433	0,2643	0,4481	0,6835	0,9553	1,2450	1,5334	1,8037	2,0439

**7. sz. melléklet: Az expressz pénztárak számának (E) érzékenységvizsgálata**

E	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7421	<b>0,4094</b>	0,5898	2,9533	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
2	0,7421	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8048
3	0,7421	0,3596	0,2281	<b>0,2112</b>	0,2500	0,3139	0,3855	0,4547	0,5166	0,5689
4	0,7421	0,3552	0,2099	<b>0,1700</b>	0,1786	0,2080	0,2441	0,2797	0,3115	0,3382
5	0,7421	0,3528	0,2001	0,1490	<b>0,1437</b>	0,1584	0,1802	0,2028	0,2234	0,2409
6	0,7421	0,3512	0,1940	0,1362	<b>0,1231</b>	0,1297	0,1438	0,1596	0,1745	0,1872
7	0,7421	0,3500	0,1898	0,1276	<b>0,1095</b>	0,1109	0,1203	0,1320	0,1433	0,1532
8	0,7421	0,3492	0,1868	0,1214	0,0998	<b>0,0978</b>	0,1039	0,1127	0,1217	0,1297
9	0,7421	0,3486	0,1845	0,1168	0,0925	<b>0,0880</b>	0,0918	0,0986	0,1059	0,1125
10	0,7421	0,3481	0,1827	0,1132	0,0869	<b>0,0804</b>	0,0825	0,0877	0,0938	0,0994
11	0,7421	0,3477	0,1812	0,1103	0,0824	<b>0,0744</b>	0,0751	0,0792	0,0842	0,0890
12	0,7421	0,3473	0,1800	0,1079	0,0788	0,0695	<b>0,0691</b>	0,0722	0,0765	0,0807
13	0,7421	0,3471	0,1790	0,1059	0,0757	0,0654	<b>0,0641</b>	0,0665	0,0701	0,0738
14	0,7421	0,3468	0,1781	0,1042	0,0732	0,0620	<b>0,0599</b>	0,0616	0,0647	0,0680
15	0,7421	0,3466	0,1774	0,1028	0,0710	0,0591	<b>0,0563</b>	0,0575	0,0602	0,0630
16	0,7421	0,3464	0,1767	0,1015	0,0691	0,0566	<b>0,0532</b>	0,0539	0,0562	0,0588
17	0,7421	0,3463	0,1762	0,1004	0,0674	0,0543	<b>0,0505</b>	0,0508	0,0528	0,0551
18	0,7421	0,3461	0,1757	0,0995	0,0659	0,0524	0,0482	<b>0,0481</b>	0,0498	0,0518
19	0,7421	0,3460	0,1752	0,0986	0,0646	0,0507	0,0461	<b>0,0457</b>	0,0471	0,0489
20	0,7421	0,3459	0,1748	0,0978	0,0635	0,0491	0,0442	<b>0,0435</b>	0,0447	0,0464

**8. sz. melléklet: Az expressz és hagyományos pénztárak arányának (E/R) érzékenységvizsgálata**

E/R	Limitérték									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1/4	0,4252	<b>0,2823</b>	0,5340	2,9275	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$
2/3	0,7421	0,3693	<b>0,2735</b>	0,3278	0,4796	0,6994	0,9633	1,2491	1,5355	1,8048
3/2	2,9137	0,8473	0,3945	<b>0,2784</b>	0,2796	0,3276	0,3920	0,4579	0,5182	0,5698
4/1	$\lambda > \mu!$	$\lambda > \mu!$	50,2704	0,8441	0,3729	0,2825	<b>0,2762</b>	0,2943	0,3185	0,3416