



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
MŰSZAKI MECHANIKAI TANSZÉK

# Tézisfüzet

## Ember által vezetett anholonom rendszerek – Gördeszkázás és járművezetés –

VÁRSZEGI Balázs

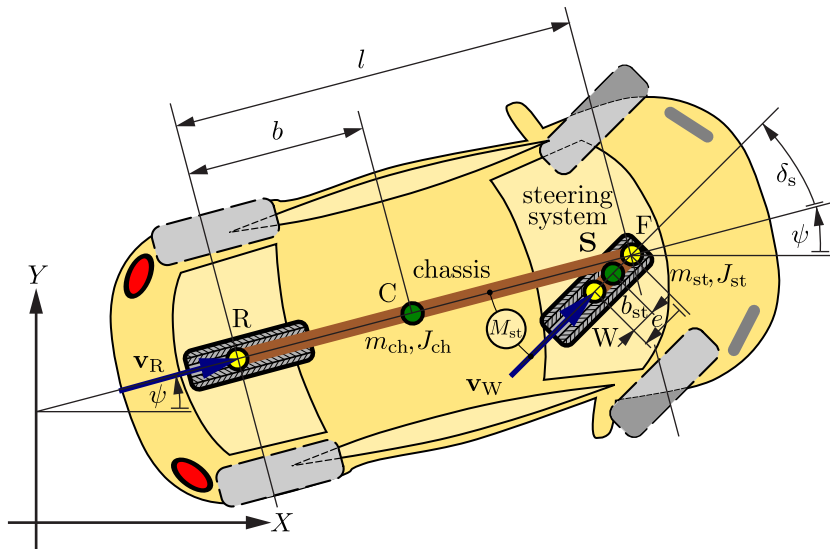
Témavezető:  
TAKÁCS Dénes, PhD

a Gépészeti tudományok PhD programban benyújtva

2018, Budapest

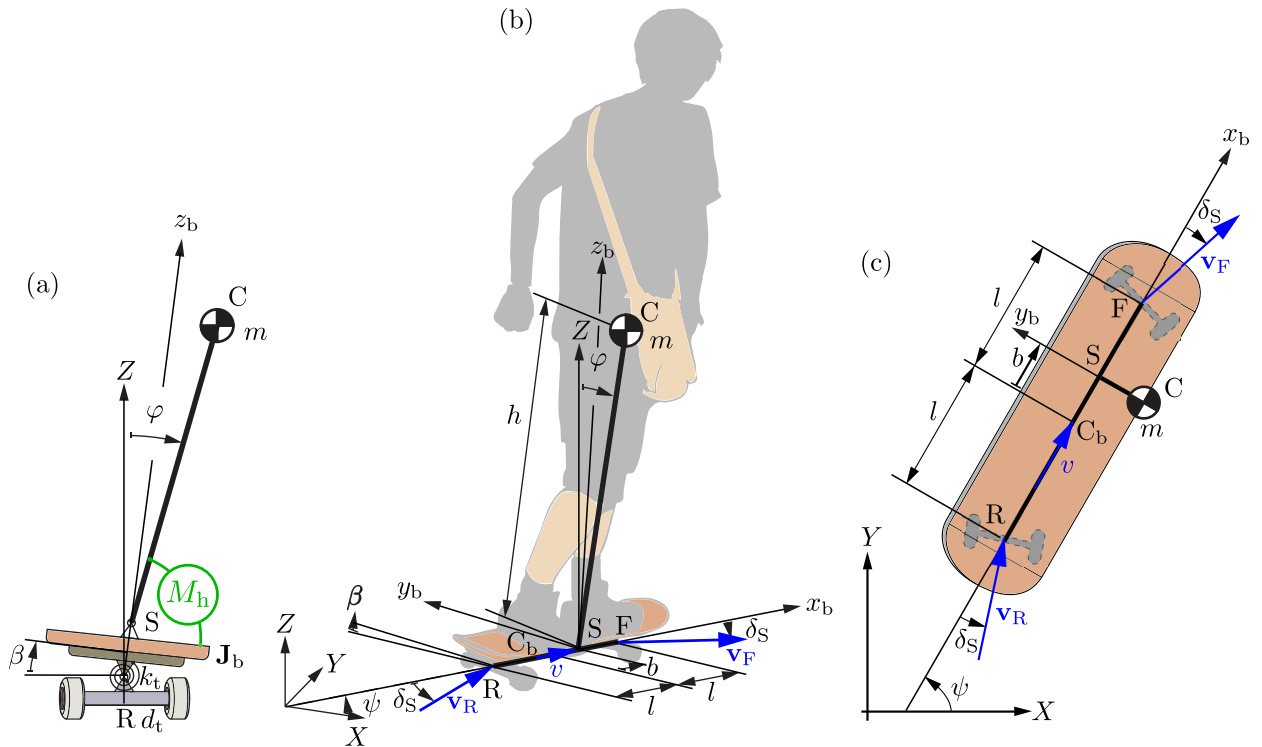
## Bevezetés

Az emberi tényező napjainkban még mindig fontos szerepet játszik a közlekedésben, így annak mélyebb vizsgálatával akár csökkenthető a halálos kimenetelű balesetek száma is. Úgy tűnhet, hogy a járművek más technikai részleteinek fejlesztése (például vezetőátsegítő rendszerek, biztonsági rendszerek) mellett az ember-jármű kapcsolat megértésének várható hasznossága eltölpül. Márpedig az ezen a területen elért eredmények jelentősen hozzájárulhatnak az autonóm járművek fejlesztésén túl, bizonyos új orvosi eljárások megjelenéséhez is. Például, az emberi egyensúlyozás megértése ma már orvosi szempontból is jól hasznosítható, fontos kutatási terület. A járműdinamika területén pedig az emberi vezetést jól utánozó szabályozási algoritmus kifejlesztése segítheti a pontosabb és gyorsabb prototípus tesztelést, így csökkentve az emberéletek tesztek során való veszélyeztetését. Egy ilyen tesztkörnyezet tovább csökkentheti a potenciális visszahívásokat is, hiszen a hétköznapi forgalomban is jelenlévő átlagos vezetési képességeknek megfelelő algoritmusok tesztelnének a jelenleg elterjedten alkalmazott professzionális tesztpilóták helyett.



1. ábra: Személyautó bicikli (egy nyomú) modellje.

A dolgozat célja, hogy analitikus módszerekkel, lehetőleg zárt összefüggések formájában, vizsgálja a rendszerparaméterek stabilitásra gyakorolt hatását az ember által irányított járművek és egyszerű közlekedési eszközök esetén. Ennek érdekében a modellezés során lehetőleg csak a legszükségesebb paramétereket tartalmazó anholonom (kinematikai kényszeret tartalmazó) modellek és szabályozási algoritmusok alkalmazása szükséges. Például, ideális gördülést feltételezve, kiküszöbölhetőek a gumikerekek bizonytalan paraméterei a kerék-talaj kapcsolatban, valamint egyszerű proporcinális-differenciáló (PD) szabályozást használva lehetőség nyílik az emberi reakciói késés figyelembevételére is.



2. ábra: Gördeszkázás mechanikai modellje; (a) hátulnézet, (b) izometrikus nézet, (c) felülnézet.

A disszertáció első részében egy személyautó nemlineáris dinamikai viselkedése kerül vizsgálatra egy úgynevezett egyszerű biciklimodell segítségével (ld. 1. ábra). A dolgozat a meghatározott dinamikai viselkedések relevanciáját az amerikai típusú bevásárlókocsi, személyautó (első kerék kormányzás) és kombájnn (hátsókerék kormányzás) példáján keresztül szemlélteti és magyarázza. Egy tovább egyszerűsített modell segítségével kimutathatóvá vált a fékezés negatív hatása mind lineáris, mind nemlineáris értelemben, ezzel magyarázva például a jármű nehezebb irányíthatóságát vészfékezés során.

A dolgozat második részében a gördeszkázás stabilitásvizsgálatán (ld. 2. ábra) keresztül az ember reakciókésése került a kutatások középpontjába. Az elért eredmények alapján a szakirodalomban fellelhető mechanikai modellek egyszerűsíthetők, valamint hasznos tervezési ökölszabályok fogalmazhatók meg a gördeszka kerékfelfüggesztésének merevségével kapcsolatban. Továbbá jól magyarázhatóvá és megérthetővé válnak a korábbi modellek alapján megjósolhatatlan, kis valószínűséggel előforduló, de nagy kockázattal járó, nagy sebességnél bekövetkező stabilitásvesztések is.

# A dolgozat tézispontjai

## 1. Tézis

Egy jármű dinamikai vizsgálatára egy síkbeli biciklimodell készíthető, amelyben tökéletes gördülés feltételezhető a kerekek és a talaj között, a járművezető egy lineáris PD szabályozóval modellezhető és a kormányzás egy a karosszéria és a vontatott-kormányzott kerék között ható belső nyomatékkal vehető figyelembe. Az így összeállított modell alapján a következő állítások fogalmazhatóak meg:

- (a) Első kerék kormányzás esetén a jármű előrehaladása globálisan stabilis, míg a megjelenő instabil határciklusnak köszönhetően a tolatás csak lokálisan lehet stabilis az alábbi kritikus sebességig:

$$v_{\text{cr}} := -\frac{k_d(l-e)^2}{lJ_{\text{st}} + eJ_{\text{ch}} + m_{\text{ch}}be(b+e)},$$

ahol  $m_{\text{ch}}$  és  $J_{\text{ch}}$  a karosszéria tömegét és tehetetlenségi nyomatékát jelölik,  $b$  írja le a jármű súlypontjának a helyét,  $J_{\text{st}}$  jelöli a  $k_d$  differenciális erősítési tényezővel (csillapítási tényezővel) ellátott kormánymű tehetetlenségi nyomatékát, és  $e > 0$  határozza meg a kormányzott kerék utánfutását.

- (b) Hátsókerék kormányzás esetén ( $e < 0$ ) a kormányzott kerék utánfutásának ( $|e|$ ) egy kritikus értéken túli növelése azt eredményezi, hogy az egyenesvonalú egyenletes mozgás stabilitásvesztése kis amplitúdójú rezgések megjelenése által detektálható. Az utánfutás további, bizonyos határon túli növelésének hatására, stabilitásvesztés esetén a jármű kanyarodó mozgásba kezd az egyenes vonalú mozgás körüli oszcilláció helyett.

Kapcsolódó publikációk: (7)

## 2. Tézis

Egy egyenletesen gyorsuló manőver stabilitása vizsgálható egy egyszerűsített biciklimodell segítségével, amelyben a járművezetőt egy lineáris PD szabályozó hivatott modellezni. A kapott explicit időfüggő differenciálegyenlet vizsgálata alapján a következő állítás tehető:

**Egy gyorsító mozgás aszimptotikusan stabilis, ha a hosszirányú sebesség nagyobb az alábbi kritikus értéknél:**

$$v_{\text{cr}} := -\frac{lk_d}{J_{\text{st}}},$$

ahol  $k_d$  a differenciális erősítési tényező (csillapítási tényező),  $l$  jelöli a tengelytávolságot és  $J_{\text{st}}$  a kormánymű tehetetlenségi nyomatékát. A gyorsító manőverrel ellentétben a fékezés csak lokálisan stabilis (a fékezés esetén szintén létező kanyarodó egyensúlyi mozgás miatt) a kritikusknál nagyobb sebességekre  $v > v_{\text{cr}}$ , ha a lassulás mértéke nem haladja meg az

$$a_{\text{cr}} := \frac{lk_p}{J_{\text{st}}}$$

kritikus értéket, ahol  $k_p$  a proporcionális erősítési tényező.

Kapcsolódó publikációk: (7)

### 3. Tézis

A gördeszkázás stabilitásának vizsgálatához egy olyan alapmodell állítható fel, amelyben a deszkást egy tömeg nélküli rúd végén lévő koncentrált tömeg modellezi, míg a hozzá ideális csuklóval kapcsolódó deszka egy tömeg nélküli rúd. Kis dőlések esetén a talaj és a deszka kerekei között ideális gördülés feltételezhető, valamint a deszkás egyensúlyozó tevékenysége modellezhető egy lineáris PD szabályozó segítségével. Ezen modell alapján a következő állítások mondhatók ki:

(a) **Stabilis egyenes vonalú mozgás eléréséhez a deszkás reakciókésése a**

$$\sqrt{\frac{h}{g}} \max\left(0; U - \sqrt{2 - U^2}\right) < \tau < \tau_{\text{cr}} := \sqrt{\frac{h}{g}} \left(U + \sqrt{2 - U^2}\right),$$

tartományban kell legyen, ahol az

$$U = \frac{m\sqrt{ghbv} \tan \kappa}{k_t l + mhv^2 \tan \kappa},$$

a dimenziótlan sebesség és  $h$  jelöli a deszkás súlypontjának magasságát,  $m$  a deszkás tömegét,  $b$  a deszkás pozícióját a deszkán. A deszka hossza  $2l$ , a föld és a deszka királycsapja által bezárt szög  $\kappa$ , a deszka felfüggesztésének torziós merevsége  $k_t$ ,  $v$  a hosszirányú sebesség és  $g$  a gravitációs gyorsulás.

- (b) Ha a gördeszkás a deszka középpontja előtt áll ( $b > 0$ ), a megengedhető maximális reakció késés nagyobb menet közben, mint álló helyzetben, ellentétben a hátul állás esetével ( $b < 0$ ) amikor is ennek éppen fordítottja igazolható.
- (c) Bizonyos rendszerparaméterek esetén, létezhet olyan sebességtartomány  $\tau < \tau_{\text{cr}}$  időkésés esetén is, amelyben az egyenes vonalú egyenletes mozgás nem stabilizálható.
- (d) A  $\tau \in (\sqrt{2g/h}, \tau_{\text{cr}})$  tartományban lévő időkésés esetén bár az álló helyzetben való egyensúlyozás és a végtelen nagy sebességgel történő gördeszkázás is instabil, a két eset közötti monoton sebességnövelés hatására a stabilizálhatóság négyszer változhat.

Kapcsolódó publikációk: (2; 11; 12)

### 4. Tézis

A gördeszkázás stabilitásának vizsgálatához készíthető egy pontosított mechanikai modell, ahol kis dőlések esetén a talaj és a deszka kerekei között ideális gördülés feltételezhető, a deszka egy tömeggel és tehetetlenségi nyomatékkal rendelkező merev testként modellezett, a hozzá ideális csuklóval kapcsolódó gördeszkást egy tömeg nélküli rúd helyettesíti egy tömegponttal a végén, és az emberi egyensúlyozás egy késleltetett PD szabályzó által kerül figyelembe vételre. Az így összeállított modell alapján a következő két állítás látható be:

- (a) Amennyiben a deszka felfüggesztésének csillapítása elhanyagolható, a gördeszka egyenes vonalú egyenletes mozgása csak bizonyos reakciókésés tartományokban lehet stabilis és az egyszerűsített modell (elhagyott tehetetlenségi nyomatékkal) csak a kritikus reakciókésés felső becsléséhez használható.
- (b) A gyakorlatban jellemzően előforduló gördeszka paraméterek esetén, a deszka tehetetlenségi paramétereinek (tömeg és tehetetlenségi nyomaték) hatása elhanyagolható az egyenes vonalú egyenletes mozgás stabilitásának szempontjából a felfüggesztés csillapítása miatt.

Kapcsolódó publikációk: (9; 10)

## 5. Tézis

Egy olyan, a gördeszkázást leíró mechanikai modell alapján, ahol a deszkás dinamikája egy a végén koncentrált tömeggel rendelkező tömeg nélküli rúddal kerül közelítésre, amelyhez a tehetetlenséggel nem rendelkező deszka ideális csuklóval kapcsolódik, és a deszkás bokamerevségét egy torziós rugó, míg egyensúlyozási szándékát egy késleltetett PD szabályozó modellezi, a következő állítások fogalmazhatóak meg:

- (a) A stabil tartomány nagyságát jól kifejező teljesítménymutató vezethető be:

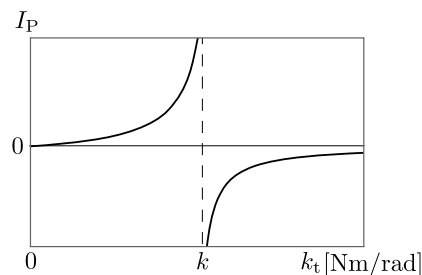
$$I_P := \frac{k}{k - k_t} \frac{k_t l + m h v^2 \tan \kappa}{m g h l},$$

ahol a  $k$  jelöli a deszkás bokájának merevségét,  $m$  a tömegét,  $h$  a tömegközéppontjának magasságát,  $k_t$  a deszka felfüggesztésének merevségét,  $2l$  a deszka hosszát,  $\kappa$  a felfüggesztésben lévő királycsap szögét,  $v$  a deszka hosszirányú sebességét és  $g$  a gravitációs gyorsulást. Amennyiben ez a teljesítménymutató nagy/kicsi, a stabil szabályozási paraméterek tartománya is nagy/kicsi.

- (b) Stabilitás szempontjából az optimális és a legrosszabb torziós felfüggesztési merevségek a következők (lásd ábra):

$$k_t^{\text{opt}} := k - \epsilon \quad \text{és} \quad k_t^{\text{worst}} := k + \epsilon,$$

ahol  $\epsilon$  egy kicsi pozitív szám ( $0 < \epsilon \ll k$ ).



A teljesítménytényező és a kerékfelfüggesztés torziós merevségének kapcsolata.

---

Kapcsolódó publikációk: (5)

## 6. Tézis

A gördeszkás egyenletes gyorsulása széles sebességtartományban vizsgálható egy olyan mechanikai modell segítségével, ahol ideális gördülés feltételezett a kerék-talaj kapcsolatban, a deszkást egy tömegpont reprezentálja, és az egyensúlyozásért egy késleltetett PD szabályozó felel. Az egyensúlyi mozgás körül linearizált, időfüggő, neutrális késleltetett differenciálegyenlet stabilitása vizsgálható a befagyasztott idő módszerrel (*frozen-time eigenvalues method*), ami validálható numerikus szimulációk segítségével. A modell és az alkalmazott módszerek alapján a következő állítások bizonyíthatóak:

- (a) Valóságos paraméterek esetén, a befagyasztott idő módszerrel (*frozen-time eigenvalues method*) meghatározhatóak a stabil egyenletesen gyorsuló mozgáshoz tartozó szabályozóparaméterek.
- (b) Gyorsulva könnyebb gördeszkázni, mivel nagyobb gyorsulás esetén nagyobb a stabil szabályozó paraméterek tartománya.
- (c) Léteznek olyan nem biztonságos sebességtartományok, ahol kis zavarás esetén is akkora rezgésamplitúdók alakulhatnak ki, amelyek gyakorlati szempontból már instabil mozgásként azonosíthatók. Azonban előfordulhatnak olyan esetek amikor gyakorlati szempontból releváns rezgések nélkül keresztezhetők ezen sebességtartományok.

Kapcsolódó publikációk: (1; 3; 5; 6)

## 7. Tézis

A gördeszkával történő egyenes pályakövetés vizsgálható egy egyszerűsített mechanikai modell segítségével, ahol ideális gördülés feltételezhető a talaj-kerék kapcsolatban, a gördeszkás és a deszka egy merev testként kerül modellezésre, melynek tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolható, és a deszka oldalirányú szabályozását egy PD szabályozó által létrehozott külső nyomaték valósítja meg. Ezen modell alapján a következő állítások fogalmazhatóak meg:

- (a) Nem nulla reakciókésés esetén nem létezik olyan szabályozó paraméterpár, amely biztosítani tudná az egyenesen történő haladást tetszőleges hosszirányú sebesség mellett.
- (b) Tökéletesen gyors reakció (zérus reakciókésésé) esetén stabilis pályakövetés egyáltalán nem valósítható meg, kivéve kikapcsolt szabályozó esetén, amikor is a vizsgált egyensúlyi mozgás Ljapunov-értelemben stabilis.

Kapcsolódó publikációk: (4; 8)

## Hivatkozások

- [1] VARSZEGI, B., AND TAKACS, D. Downhill Motion of the Skater- Skateboard System. *Periodica Polytechnica- Mechanical Engineering* 60, 1 (2016), 58–65.
- [2] VARSZEGI, B., AND TAKACS, D. Emberi egyensúlyozás gördeszkán. In *Proceedings of 12th Tavaszi Szél Konferencia* (Budapest, Hungary, 15 – 17 April 2016).
- [3] VARSZEGI, B., AND TAKACS, D. Gördeszkázás nehézségei változó sebesség mellett. In *Proceedings of 13th Tavaszi Szél Konferencia* (Miskolc, Hungary, 31 march – 2 April 2017).
- [4] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND HOGAN, S. J. A gördeszkázás Dinamikája. In *Proceedings of XII. Magyar Mechanikai Konferencia* (Miskolc, Hungary, 25 – 27 August 2015), pp. 1–6.
- [5] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND INSPERGER, T. Acceleration helps in skateboarding at high speeds. *International Journal of Dynamics and Control* (2017), 1–8.
- [6] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND INSPERGER, T. Balancing on accelerating skateboard. In *Proceedings of 9th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2017)* (Budapest, Hungary, 25 – 2 June 2017).
- [7] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND OROSZ, G. On the nonlinear dynamics of automated vehicles – a nonholonomic approach. *European Journal of Mechanics - A/Solids* (2018). Submitted.
- [8] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND STEPAN, G. Position control of rolling skateboard. *IFAC-PapersOnLine In Proceedings of 12th IFAC Workshop on Time Delay Systems (TDS 2015)* 48, 12 (2015), 286–291.
- [9] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND STEPAN, G. Skateboard: a Human Controlled Non-Holonomic System. In *Proceedings of ASME 11th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control* (Boston, MA, USA, 2 – 5 August 2015), pp. 1–6.
- [10] VARSZEGI, B., TAKACS, D., AND STEPAN, G. Stability of Damped Skateboards Under Human Control. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics* 12, 5 (2017), 051014–051014–7.
- [11] VARSZEGI, B., TAKACS, D., STEPAN, G., AND HOGAN, S. J. Reflex delay influenced stability of skateboarding. In *Poster at Investigating Dynamics in Engineering and Applied Science (IDEAS)* (Budapest, Hungary, 3–5 July 2014).
- [12] VARSZEGI, B., TAKACS, D., STEPAN, G., AND HOGAN, S. J. Stabilizing skateboard speed-wobble with reflex delay. *Journal of The Royal Society Interface* 13, 121 (2016).