MŰEGYETEM 1782

Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar
Kandó Kálmán Doktori Iskola

Szimmetria hatásának vizsgálata szabályos és szabályoshoz közeli szerkezetek statikai analízisére a járműiparban

Tézisfüzet

Írta:

Harth Péter
okleveles gépészmérnök, autógépész

Témavezetők:

Dr. Béda Péter
egyetemi tanár, az MTA doktora

Dr. Michelberger Pál †
egyetemi tanár, Professor Emeritus, az MTA rendes tagja

Budapest
2018

BEVEZETÉS ÉS A KUTATÁS CÉLKITŰZÉSE

A nagyteljesítményű számítógépek térhódítása révén minden eddiginél összetettebb és részletgazdagabb modellek vizsgálatára van lehetőség a statika, a dinamika, lengéstan és a mechanikai minden további területén. Az elmúlt pár évtizedben azonban a kutatókat és mérnököket tovább foglalkoztatta az a gondolat – habár elegendő számítási kapacitás áll(hat) rendelkezésre – hogyan lehet a már meglévő módszereket továbbfejleszteni, hogy még kevesebb számítási munkát igényeljenek, azaz rövidebb idő alatt eredményhez jutni. Így, egy adott számítási kapacitást feltételezve, nagyobb feladatok elvégzésére is lehetőség adódna vagy akár párhuzamosan több feladat egyidejű megoldása is lehetséges lenne.

Fontos megemlíteni, hogy az analizáló módszerek fejlesztésével szorosan összekapcsolódott a számítások újbóli elvégzését megkönnyítő, úgynevezett reanalizáló módszerek fejlesztése. Statikai feladatoknál maradva, ha egy szerkezet vizsgálata egységnyi számítási munkát igényel, akkor a szerkezet módosítása után, annak újbóli analízise kevesebb, mint egységnyi munkát igényel egy jól megválasztott reanalizáló módszerrel. Az a szélsőséges eset, amikor a szerkezet módosítása után a reanalizáló módszer egységnyi számítási munkát igényel, nem jelent számottevő előnyöket. Egy ilyen módszer, amely figyelembe veszi a szerkezet valamilyen szabályszerűségét és azt ki is használja, nyilvánvaló előnyökkel jár, mert a szerkezet egymás utáni többszöri módosítása esetén kevesebb számítási munkát kell elvégezni vagy rövidebb idő alatt végeredményhez jut a számítást végző mérnök.

A szerkezetek statikai analízisét vizsgáló módszerek számát tekintve sok, eljárási mechanizmusát tekintve számos módszer került kifejlesztésre és van fejlesztés alatt. Kezdetben a skalár (ma már klasszikus), majd később a mátrixalgoritmusos, napjainkban pedig a közelítéses módszerek kerültek előtérbe. Közelítéses módszerek közül, ma az egyik legnépszerűbb a végeselemes módszert alkalmazó számítási algoritmusok. Elnevezésükből, illetve számítási módszerük felépítéséből adódóan, a számítások során nem érhető el pontos eredmény, csak egy előre definiált konvergencia hibahatáron belüli közelítő eredmény. Ez a végeredmény az emberi tényezőn – a számítást végző mérnök gyakorlottságán – kívül még sok mindentől mástól is függ. A számítás pontosságát befolyásolja a hálózás felépítése, mennyiségi és minőségi paraméterei, a véges elemek geometriája, az alkalmazott megoldó stb. Ellentétben a közelítéses módszerekkel, egy pontos módszernél lehetőség van pontos végeredmény elérésére. Általánosságban elmondható, hogy egyik-másik módszer alkalmazhatóságát, maga a vizsgálandó szerkezet terhelése, mérete és összetettsége is nagyban meghatározza. Meg kell említeni, hogy egyes módszerek az évek során kiegészültek olyan számítási munka csökkentésére irányuló technikákkal, mint például a blokk-diagonalizálás.

Az értekezésben részletezett szakirodalom áttekintése után megállapítható, hogy mindezidáig nem került sor egy olyan pontos számítási módszer kifejlesztésére, ami lehetővé teszi a szabályos és a szabályoshoz közeli szerkezetek statikai analízisét és reanalízisét, mindezt 2 vagy annál nagyobb számú szimmetriasík támogató jelenlétében, az erőmódszeres eljárás alkalmazásában, a blokk-diagonalizálás technikájával kiegészítve.

Ezért, az értekezés célja az előbb említett hiányt pótolni, egy olyan számítási módszer bemutatásával, ami lehetővé teszi a szabályos, illetve a szabályoshoz közeli szerkezetek pontos statikai számítását, csoportelméleti és az általános kapcsolási elvben tárgyalt összefüggések továbbfejlesztésével. Az értekezés további célja, hogy egy C_{nv} (n = 2, 3, 4, … m) szimmetriacsoport követelményeit nem teljesítő, szabályoshoz közeli szerkezet statikai analízisét visszavezesse a C_{nv} szimmetriacsoport követelményeit teljesítő szabályos szerkezet analízisére, ezzel lehetővé téve, hogy ezeknek a szabályos szerkezeteknek az utólagos módosítása esetén ne az egész számítási feladat újbóli elvégzése legyen szükséges, hanem annak csak egy része. Így, a szerkezet többszöri módosítása esetén csökken az analízis munkaigénye, hiszen a számításnak csak egy részét kell ismét elvégezni.

AZ ÉRTEKEZÉSBEN MEGFOGALMAZOTT TÉZISEK

Az 1. és a 2. Tézis a keretek, a keretsorok, a tartórácsok és a tárcsa-szerkezetek C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szerkezet-függő tulajdonságait mondják ki. A 3. Tézis pedig a szerkezeti módosítás problémáját oldja meg először a C_{2v}, majd a C_{3v}, végül általánosítva egy C_{nv} szimmetria-csoport követelményeit teljesítő szerkezetre.

1.Tézis

A kutatók már korábban vizsgálták azt, hogy az adott szimmetriacsoport követelményeinek eleget tevő szerkezeten az irreducibilis reprezentációknak milyen szimmetria-komponensek (és azokon belül milyen redundánsok) feleltethetők meg. Ezt a szimmetria-alapú eljárást erőmódszeres leírásban alkalmazva, a C_{2v} szimmetriacsoport követelményének megfelelő szabályos szerkezetek (keret, keretsor, tartórács) szimmetria-tulajdonságai az 1. Tézis 3 alpontjában vannak összefoglalva.

1.1. Tézis

Kimutattam, hogy a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, négyzetes, síkbeli, zárt keret erőmódszeres statikai analízise esetén 6 egydimenziós, belső szimmetria-komponens hozzárendelhető a 6 ismeretlenhez, 6-szoros belső határozatlanság és *általános* külső terhelés esetén.

Az egyszeresen felmetszett keret miatt a keret törzstartója nem teljesíti a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét, de a redundánsokból származó igénybevételek a törzstartón az *SS*, *SA*, *AS* és *AA* eseteknek megfeleltethetők.

Síkban csak az *SS*, *AS* és *SA*, míg arra merőlegesen csak az *AS*, *SA* és *AA* belső terhelési komponensek szimmetria-követelményei teljesülnek a szimmetria-, illetve az antimetriasíkok elhelyezkedésétől és a keret felmetszési helyétől függetlenül.

Síkban az *AA*, síkra merőlegesen pedig az *SS* terhelési esetekre belsőleg statikailag határozott módon számítható a keret igénybevétele, nem adódik ismeretlen belső erő/nyomaték.

Másképpen megfogalmazva, a keretre ható *általános* külső terhelés felbontható az említett 4+4 külső szimmetria-komponensre, de a blokk-diagonalizált kompatibilitási mátrixban síkbeli esetben az *AA*, síkra merőleges esetben pedig az *SS* belső szimmetria-komponensekhez tartozó blokkok nem szerepelnek [HP5].

1.2. Tézis

Kimutattam, hogy a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, síkbeli, zárt, négyzetes keretekből álló keretsor erőmódszeres statikai analízise esetén 6 (síkban és arra merőlegesen 3+3) egydimenziós belső és 8 (4+4) egydimenziós külső szimmetria-komponens alkalmazható *általános* terhelésre.

Kimutattam, hogy a belső szimmetria-komponensek alkalmazhatósága nem független a keretsort alkotó keretek számától valamint, hogy az egy keretnél bemutatott 3+3 belső szimmetria-komponens alkalmas a keretsor 4+4 külső terhelési szimmetria-komponensének vizsgálatára (1. és 2. táblázat).

A keretsor kompatibilitási mátrixa blokk-diagonalizálható, síkbeli és síkra merőleges esetben egyaránt 4, illetve 4 blokkból áll. Az egyes blokkok méretét (az ismeretlenek számát) meghatároztam, továbbá kimutattam az egyes külső terhelési esetek dualitását, amivel tovább csökkenthető a számítás munkaigénye (3. és 4. táblázat) [HP8].

Külső terhelés szimmetriája	Páros eset			Páratlan eset		
	$X_1(AS)$	$X_2(SA)$	$X_3(SS)$	$X_1(AS)$	$X_2(SA)$	$X_3(SS)$
SS	—	●	●	—	○	●
SA	—	●	●	—	●	○
AS	●	—	—	●	—	—
AA	●	—	—	○	—	—

1. táblázat: Belső szimmetria-komponensek alkalmazhatósága, síkbeli eset

Külső terhelés szimmetriája	Páros eset			Páratlan eset		
	$X_4(SA)$	$X_5(AS)$	$X_6(AA)$	$X_4(SA)$	$X_5(AS)$	$X_6(AA)$
SS	●	—	—	○	—	—
SA	●	—	—	●	—	—
AS	—	●	●	—	●	○
AA	—	●	●	—	○	●

2. táblázat: Belső szimmetria-komponensek alkalmazhatósága, síkra merőleges eset

Külső terhelés szimmetriája	Síkbeli irány		Síkra merőleges irány	
	Páros eset	Páratlan eset	Páros eset	Páratlan eset
SS	n	n	$n/2$	$(n-1)/2$
SA	n	n	$n/2$	$(n+1)/2$
AS	$n/2$	$(n+1)/2$	n	n
AA	$n/2$	$(n-1)/2$	n	n
Σ	$3n$	$3n$	$3n$	$3n$

3. táblázat: Szabályos keretsor belső határozatlansági fokszáma

Síkbeli irány	*SS*	*SA*	*AS*	*AA*
Síkra merőleges irány	*AA*	*AS*	*SA*	*SS*

4. táblázat: Az egyes terhelési esetek dualitása

1.3. Tézis

Kimutattam, hogy a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, síkbeli, csavarásra lágy, ritmusos, 4 hossztartóból és tetszőleges számú kereszttartóból álló tartórács erőmódszeres statikai analízise esetén 3 egydimenziós belső szimmetria-komponens alkalmazható síkra merőleges, *korlátozott* terhelésre. Ezek az *SS, SA* és *AS* szimmetria-komponensek, amelyek segítségével a kompatibilitási mátrix blokk-diagonalizálható [HP7].

2. Tézis

Kimutattam, hogy a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, síkbeli tárcsaszerkezet erőmódszeres statikai analízise esetén 8 (4+4 a kétféle szimmetriasík-elrendezés miatt) egydimenziós belső szimmetria-komponens képezhető *általános* síkbeli terhelésre, amelyekkel a kompatibilitási mátrix blokk-diagonalizálható.

Kimutattam, hogy a C_{4v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, síkbeli tárcsaszerkezet erőmódszeres statikai analízise esetén 4 belső szimmetria-komponens képezhető *ciklikus* síkbeli terhelésre, amelyekkel a kompatibilitási mátrix blokk-diagonalizálható.

Továbbá kimutattam, hogy a C_{4v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, síkbeli tárcsaszerkezet erőmódszeres statikai analízise esetén 6 egydimenziós, belső szimmetria-komponens képezhető *általános* síkbeli terhelésre, amelyekkel a kompatibilitási mátrix blokk-diagonalizálható. Ez a C_{4v} szimmetriacsoport 4 komponenséből, illetve a C_{2v} szimmetriacsoportból választott 2 komponensből állítható elő. (Meghatároztam az egyes blokkok méreteit, amelyeket az 5 - 8. táblázatok tartalmazzák.) [HP6]

m; *n*	*SS*--	*SA*--	*AS*--	*AA*--
páros	$\frac{mn}{4}$	$\frac{(n-2)m}{4}$	$\frac{(m-2)n}{4}$	$\frac{(m-2)(n-2)}{4}$
páratlan	$\frac{(m-1)(n-1)}{4}$	$\frac{(m-1)(n-1)}{4}$	$\frac{(m-1)(n-1)}{4}$	$\frac{(m-1)(n-1)}{4}$

5. táblázat: Határozatlansági fokszámok az egyes szimmetria-komponensekhez, ha $m \neq n$ és m és n azonosan páros vagy páratlan

m; *n*	*SS--*	*SA--*	*AS--*	*AA--*
páros-páratlan	$\frac{m(n-1)}{4}$	$\frac{m(n-1)}{4}$	$\frac{(m-2)(n-1)}{4}$	$\frac{(m-2)(n-1)}{4}$
páratlan-páros	$\frac{(m-1)n}{4}$	$\frac{(m-1)(n-2)}{4}$	$\frac{(m-1)n}{4}$	$\frac{(m-1)(n-2)}{4}$

6. táblázat: Határozatlansági fokszámok az egyes szimmetria-komponensekhez, ha $m \neq n$ és *m* és *n* különbözően páros vagy páratlan

m; *n*	*--SS*	*--SA*	*--AS*	*--AA*
páros	$\frac{m^2}{4}$	$\frac{m^2}{4}-\frac{m}{2}$	$\frac{m^2}{4}-\frac{m}{2}$	$\left(\frac{m}{2}-1\right)^2$
páratlan	$\frac{m^2-1}{4}$	$\left(\frac{m-1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{m-1}{2}\right)^2$	$\frac{(m-3)(m-1)}{4}$

7. táblázat: Határozatlansági fokszámok az egyes szimmetria-komponensekhez, ha *m* = *n* és *m* és *n* azonosan páros vagy páratlan

m; *n*	*SSSS*	*SSAA*	*AASS*	*AAAA*
páros	$\frac{m^2}{4}-\sum_{i=0}^{\frac{m-2}{2}} i$	$\frac{m(m-2)}{4}-\sum_{i=1}^{\frac{m-2}{2}} i$	$\frac{m(m-2)}{4}-\sum_{i=1}^{\frac{m-2}{2}} i$	$\frac{m(m-4)}{4}-\sum_{i=2}^{\frac{m-2}{2}} i$
páratlan	$\frac{(m-1)^2}{4}-\sum_{i=0}^{\frac{m-3}{2}} i$	$\frac{(m-3)(m-1)}{4}-\sum_{i=1}^{\frac{m-3}{2}} i$	$\frac{(m-1)^2}{4}-\sum_{i=0}^{\frac{m-3}{2}} i$	$\frac{(m-3)(m-1)}{4}-\sum_{i=1}^{\frac{m-3}{2}} i$

8. táblázat: Határozatlansági fokszámok az egyes szimmetria-komponensekhez, ha *m* = *n* és *m* és *n* azonosan páros vagy páratlan

3. Tézis

A csupán egydimenziós irreducibilis reprezentációk (szimmetria-komponensek) figyelembe vétele mellett, a (geometriailag) C_{nv} szimmetriájú szerkezetek vizsgálata során:

3.1 Tézis

Kimutattam, hogy egy C_{2v} szimmetriacsoport követelményét nem teljesítő, szabályoshoz közeli, statikailag határozatlan szerkezet erőmódszeres statikai analízise elvégezhető a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, statikailag határozatlan szerkezet erőmódszeres statikai analízisével.

A szabályoshoz közeli szerkezet statikai igénybevétele az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\mathbf{L}_{\mathrm{M}} = \mathbf{L} + \mathbf{L}_{\mathrm{C}}$$

ahol, a $\mathbf{L}_{\mathrm{M}}$ szabályoshoz közeli szerkezet statikai igénybevétele, $\mathbf{L}$ a szabályos szerkezet statikai igénybevétele, $\mathbf{L}_{\mathrm{C}}$ pedig a módosítás hatása. Az $\mathbf{L}_{\mathrm{C}}$ meghatározható az alábbi összefüggéssel:

$$\mathbf{L}_{\mathrm{C}} = -\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{B}_{\mathrm{V}}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}} + \Delta\mathbf{R}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{L}_{\mathrm{V}} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{L}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{II}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{III}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{IV}} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{SS}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SA}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AS}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AA}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SS}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SA}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{AS}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{AA}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SS}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{SA}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{AS}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AA}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SS}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{SA}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AS}}^{\mathrm{I}} & -\mathbf{B}_{\mathrm{AA}}^{\mathrm{I}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{SS}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{SA}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{AS}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{AA}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{III}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{IV}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{III}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{IV}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{SS}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{SA}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{AS}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{AA}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{I}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{II}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{III}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{III}} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{SSV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{SAV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{ASV}}^{\mathrm{IV}} & \mathbf{B}_{\mathrm{AAV}}^{\mathrm{IV}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \Delta\mathbf{R}^{-1} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IV}} \end{bmatrix}$$

és ahol

$$\Delta\mathbf{R}^{-1} = -\left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IV}} \right\rangle\right]^{-1} \left(\left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IV}} \right\rangle\right] + \mathbf{R}_{\mathrm{M}}\right) \left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \quad \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IV}} \right\rangle\right]^{-1}$$

A megadott összefüggések lehetővé teszik a C_{2v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos szerkezet *lokális* módosítását, beleértve a *kivágás* azon speciális esetét is, ami a szerkezet *geometriai* módosítását jelenti, a szimmetriacsoportnak csak az egydimenziós megjelenítését alkalmazva [HP9].

3.2 Tézis

Kimutattam, hogy egy C_{nv} (n = 3, 4, ... m) szimmetriacsoport követelményét nem teljesítő, szabályoshoz közeli, statikailag határozatlan szerkezet erőmódszeres statikai analízise elvégezhető a C_{nv} (n = 3, 4, ... m) és a C_{1v} szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos, statikailag határozatlan szerkezet erőmódszeres statikai analízisével. A bemutatott módszer az alkalmazott szimmetriacsoporttól függetlenül csak az azonos értelmű szimmetria-komponenseket használja, tehát vagy csak szimmetrikus vagy csak antimetrikus komponenst a ciklikus és az aszimmetrikus terhelés leírásához.

A szabályoshoz közeli szerkezet statikai igénybevétele az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\mathbf{L}_{\mathrm{M}} = \mathbf{L} + \mathbf{L}_{\mathrm{C}}$$

ahol, a $\mathbf{L}_{\mathrm{M}}$ szabályoshoz közeli szerkezet statikai igénybevétele, $\mathbf{L}$ a szabályos szerkezet statikai igénybevétele, $\mathbf{L}_{\mathrm{C}}$ pedig a módosítás hatása. Az $\mathbf{L}_{\mathrm{C}}$ meghatározható a következő összefüggéssel:

$$\mathbf{L}_{\mathrm{C}} = -\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{B}_{\mathrm{V}}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\Delta R}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{L}_{\mathrm{V}} =$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{III}} \\ . \\ . \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{2n} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{IH}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{IIH}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{\mathrm{S}n} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{A}n}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{\mathrm{S}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{A}}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{S}n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{A}n} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{A}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{\mathrm{S}n\mathrm{V}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{A}n\mathrm{V}}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{\mathrm{SV}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{AV}}] \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{\mathrm{S}n\mathrm{V}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{A}n\mathrm{V}}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{\mathrm{SV}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{AV}}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{S}n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{A}n} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{A}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{\mathrm{S}n\mathrm{V}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{A}n\mathrm{V}}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{\mathrm{SV}} \;\; \mathbf{B}_{\mathrm{AV}}] \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\Delta R}^{-1} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \\ . \\ . \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{2n} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IH}} \\ \mathbf{L}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IIH}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

és ahol

$$\mathbf{\Delta R}^{-1} = -\left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \;\; . \;\; . \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{2n} \right\rangle \left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IH}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IIH}} \right\rangle\right]^{-1} \times \left(\left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \;\; . \;\; . \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{2n} \right\rangle \left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IH}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IIH}} \right\rangle\right] + \mathbf{R}_{\mathrm{M}}\right) \times \left[\left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{II}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{III}} \;\; . \;\; . \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{2n} \right\rangle \left\langle \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IH}} \;\; \mathbf{R}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{IIH}} \right\rangle\right]^{-1}$$

A megadott összefüggések lehetővé teszik a C_{nv} (n = 3, 4, ... m) szimmetriacsoport követelményét teljesítő szabályos szerkezet *lokális* módosítását, beleértve a *kivágás* azon speciális esetét is, ami a szerkezet *geometriai* módosítását jelenti, a szimmetriacsoportoknak csak az egydimenziós megjelenítéseit alkalmazva [HP10].

JÖVŐBENI MEGOLDANDÓ PROBLÉMÁK, KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK

Szerkezetanalízis területén, legyen szó statikai vagy dinamikai kérdésről, a szimmetria mindig is nagy jelentőséggel rendelkezett. Szimmetria megléte esetén, célszerű ezt a fő elrendezési koncepciót kihasználni az analízis során is, ami nyilvánvaló előnyökkel jár. Nagyméretű, komplex szerkezetek esetén, azonban a szimmetria jelenléte és a típusának felismerése nem teljesen magától értendő. Ezért, az elmúlt pár évben a kutatókat elkezdte foglalkoztatni, hogyan lehet teljesen automatizálva detektálni a szerkezetek szimmetriáját és ennek segítségével maximalizálni a szimmetria nyújtotta lehetőségek kihasználását. Ennek segítségével, nem az analízist végző mérnök feladata az egyes szimmetriatípusok felismerése a szerkezetben, hanem ez számítógéppel automatizálható.

A jövőben a kutatás alapját egy olyan szimmetria és törzstartó felismerő algoritmus kifejlesztése adhatja, amely lehetővé tenné a szimmetria kihasználási fokának maximalizálását, figyelembe véve a törzstartóválasztás feltételeit. Erőmódszer alkalmazásánál a törzstartó mindig és jelentősen befolyásolja a számítás munkaigényét. Így a számítási munka redukálásához a törzstartóválasztás kérdése kritikus.

A SZERZŐ PUBLIKÁCIÓI AZ ÉRTEKEZÉSSEL KAPCSOLATBAN

[HP1] Fülep T., Pályi I., Harth P.
Járművészet és konstrukció
IFFK 2012

[HP2] P. Harth, T. Fülep
Vehicle design and symmetry
FISITA 2014

[HP3] Harth P.
Szimmetria a járművekben
Jövő járműve: Járműipari Innováció (2012), 5(3-4) pp. 52-57

[HP4] P. Harth, T. Fülep, P. Michelberger
Symmetry in vehicles
SYMMETRY: Culture and Science (2013), 24(1-4) pp. 69-81

[HP5] P. Harth, P. Michelberger
Development of new method for planar-frame structure examination in commercial vehicle design
Periodica Polytechnica Transportation Engineering (2014), 42(1) pp. 27-35

[HP6] P. Harth, P. Michelberger †
Symmetric stiffened shell structures
Periodica Polytechnica Transportation Engineering (2015), 43(1) pp. 27-34

[HP7] P. Harth, P. Michelberger †
Examination of lattice-like structure for vehicle preliminary design
Periodica Polytechnica Transportation Engineering (2015), 43(2) pp. 55-66

[HP8] P. Harth, P. Michelberger †
Examination of the planar frame-row for commercial vehicle preliminary design
International Journal of Vehicle Design (2016), 70(4) pp. 341-357
IF = 0,757

[HP9] P. Harth, P. Michelberger †
Determination of loads in quasi-symmetric structure with symmetry components
Engineering Structures (2016), 123 pp. 395-407
IF = 2,258

[HP10] P. Harth, P. Beda, P. Michelberger †
Static analysis and reanalysis of quasi-symmetric structure with symmetry components of the symmetry groups C_{3v} and C_{1v}
Engineering Structures (2017), 152 pp. 397-412
IF = 2,755