

PHD TÉZISEK

**JILES-ATHERTON MODELL
VEKTOR-VÉGESELEM MÓDSZERBE
VALÓ IMPLEMENTÁCIÓJA**

szerző

KIS PÉTER
okleveles villamosmérnök

konzulens

PROF. IVÁNYI AMÁLIA

Budapest
2006

Bevezetés

A ferromágneses anyagok hiszterézises viselkedése nem egyedülálló a természettudományokban. Számos más területen, például a mechanikában, biológiában, gazdasági modellekben is fellépnek olyan bonyolultságú nemlineáris kapcsolatok, amelyeket hiszterézis-moddal kell leírni. A digitális számítógépek fejlődésével lehetőség nyílik kifinomultabb modelleken alapuló szimulációk elvégzésére, amelyek során figyelembe lehet venni a meglehetősen nagy számítási erőforrást követelő hiszterézis-jelenséget is.

A hiszterézis-modelleket sokféleképpen csoportosíthatjuk. Az egyik ilyen csoportosítási lehetőség a hiszterézis-jelenség fizikai leírási szintjén alapul. Három csoportot különböztethetünk meg: mikroszkopikus, makroszkopikus és mezoszkopikus. A mikroszkopikus modellek a hiszterézis-jelenség megértésével és pontos fizikai magyarázatával foglalkoznak a szubatomi tartományban (pl. Ising-modell, Landau-Lifshitz egyenlet). Ezek a modellek nem alkalmasak bonyolultabb elrendezések leírására, mivel egy valóságos méretű anyag ily módon történő modellezése nagyon időigényes lenne. Ezt a hátrányt makroszkopikus modellek alkalmazásával küszöbölhetjük ki. Ezeket azonban nem lehet összehasonlítani a mikroszkopikus modellekkel, hiszen ezek a modellek nem szolgáltatnak információt a jelenség fizikai hátteréről, habár valós méretekkel rendelkező anyagokra jól alkalmazhatók. A makroszkopikus modellek általában függvény közelítéseken alapulnak, ahol sokféle analitikus függvény alkalmazható (pl. transzcendens függvények, polinomok, két polinom hányadosa stb.).

Könnyen beláthatjuk, hogy sem a mikroszkopikus, sem pedig a makroszkopikus modellek nem felelnek meg a mérnöki elvárásoknak, mivel a mikroszkopikus modellek túlságosan lassúak, a makroszkopikusak pedig pontatlanok, és egyáltalán nem foglalkoznak a jelentős fizikai hátterével. Ennek következményeként a kettő között elhelyezkedő mezoszkopikus modellek terjedtek el a mérnöki gyakorlatban, amelyek ugyan kevésbé pontosak, mint a mikroszkopikus modellek, viszont gyorsabbak azoknál, ugyanakkor precízebben írják le a jelenséget a makroszkopikus modelleknél. A mezoszkopikus modellek közé soroljuk például a Jiles-Atherton modellt, a Preisach-modellt, a Chua-modellt és a neurális hálózatokon alapuló modelleket.

A Jiles-Atherton modell részletesen bemutatása kerül a dolgozatban. A Jiles-Atherton modell a huszadik század utolsó évtizedeiben alakult ki. Annak ellenére, hogy ez egy mezoszkopikus modell, az alapegyenletei levezethetők egy energia-egyensúlyi egyenletből, amely nagyon közel áll a hiszterézis fizikai magyarázatához. Ez az energia-egyensúlyi egyenlet könnyen kiterjeszthető a hiszterézis frekvenciafüggésének, valamint a külső mechanikai hatások figyelembevételére is. Az itt felsorolt előnyös tulajdonságok mellett azonban néhány hátránnyal is számolnunk kell. Nevezetesen az energia-egyensúlyi egyenletből megkapott modell differenciálegyenletnek fizikailag lehetetlen megoldásai is léteznek, amelyek negatív meredekségű szakaszokat eredményeznek a hiszterézis-

görbe szaturációs pontjainál. Továbbá a modell differenciálegyenlet megoldása nagyon függ a numerikus lépésköztől. Teljesen különböző görbék adódhatnak más lépésköz alkalmazása esetén.

A kutatómunkám magját a ferromágneses anyagok jelenlétében kialakuló mágneses terek analízise képezi. A hiszterézis leírására a Jiles-Atherton modellt használom. A téregyenletek diszkretizálására és megoldására a végelelem-módszert (VEM) használom. A VEM két típusát különböztetem meg: a csomóponti- és az élelemeket. A mágneses terek analízise, beleértve az örvényáramú terek analízisét, csupán bizonyos feltételek mellett végezhető el csomóponti VEM-mel, a teljes folytonosság miatt.

A nemlineáris algebrai egyenletrendszereket általában a klasszikus Newton-módszerrel oldják meg. A Newton-módszer konvergenciájának azonban számos feltétele van, amelyek nem feltétlenül teljesülnek a mágnesezési görbe esetén, valamint egy másik lényeges hátránya, hogy a deriváltakat analitikusan kell meghatározni, vagy numerikus differenciálást kell alkalmazni. A deriváltak analitikusan általában nem adottak, például mért görbék esetén. A Newton-módszert stacionárius mágneses terek analízisére szokták használni, ahol az első mágnesezési görbét úgy módosítják, hogy az ne tartalmazzon inflexiós pontokat. A Newton-módszer helyett a fixpont (polarizációs)-módszer kerül alkalmazásra a nemlineáris mágneses téregyenletek megoldására, mivel az tetszőleges kezdeti érték esetén konvergens, nem érzékeny az inflexiós pontokra, és a deriváltak analitikus ismerete nem szükséges. Ehelyett a mért pontok lineáris szakaszokkal való összekötése tökéletesen megfelel. Nagy hátránya a fixpontos módszernek, hogy konvergenciája lassú, amelyet azonban számos módon lehet javítani. Ezzel foglalkozik a második tézis.

Számos, egyszerűbb példa mellett egy teszpélda megoldására is sor kerül, a fent említett módszerek igazolására. A teszpélda numerikus megoldásait mért adatokkal is összevetem.

Kutatási feladat

A kutatási feladatom célja olyan, a Jiles-Atherton modellen és a magasabb rendű vektor-végelelem módszeren alapuló számítási eljárás kidolgozása, amellyel ferromágneses anyagokat tartalmazó elrendezések elektromágneses tereit meg lehet határozni.

Elsősorban olyan gyors és kellően pontos hiszterézis-modellt kell találni, amely az elektromágneses terek végelelem-módszerrel történő megoldása esetén is kívárható futási időt eredményez, mivel egy valós probléma esetén sokszor igen nagy elemszámmal kell dolgozni. Ennek megfelelően igen nagy számú hiszterézis-modellt kell egymással párhuzamosan szimultán futtatni. A Jiles-Atherton modell egy közönséges elsőrendű differenciálegyenlet megoldásából származtatható. Az egyszerűsége ellenére ez a modell fizikai megfontolásokon alapszik. Az eredeti Jiles-Atherton modellt átfogalmazom az energia-egyensúlyi egyenlet segítségével, amelynek eredményeképpen a modell matematikai leírása

világosság válik. A frekvenciafüggetlen modellt kiterjesztem a frekvenciafüggő dinamikus hatások figyelembevételére az örvényáramú és az anomáliás veszteségi tag bevezetésével. Ez könnyen megtehető a bevezetett energia-egyensúlyi egyenlet segítségével. LabVIEW környezetben eljárást dolgozok ki a skalár hiszterézis karakterisztika mérésére a frekvenciafüggő és frekvenciafüggetlen modellek igazolására.

Az elektromágneses terek meghatározására a vektor-végeselem módszert fogom használni. A téregyenletek megoldására magasabb rendű vektorelemeket vezetek be a nagyobb pontosság elérése érdekében. A végeselem-módszer és a hiszterézis összekapcsolását a jól ismert egydimenziós feltér-feladat segítségével finomhangolom, legegyszerűbb (lineáris) esetből kiindulva haladva a bonyolultabb felé (hiszterézis). A vizsgálatokat a lineáris esettel kezdem, majd a *Langevin-karakterisztikával* egyértékű anyagi nemlinearitást tételezek fel, és végül a hiszterézist is figyelembe veszem a Jiles-Atherton modellel. A nemlineáris téregyenleteket a fixpontos módszerrel oldom meg. Ismertetek néhány sebességnövelési technikát a fixpontos módszerhez, amelyeket a féltéres példán illusztrálok.

Alkalmazott módszerek

Egy gyors és pontos hiszterézis-modell szükséges a mágneses anyagok leírására. Erre a Jiles-Atherton hiszterézis-modellt választottam, amely fizikai megfontolásokat is tartalmaz, nem csupán matematikai görbe illesztés a mérési pontokra. Másik nagy előnye a modellnek, hogy viszonylag könnyen kiterjeszthető a dinamikus hatások figyelembe vételére, amely örvényáramú feladatok megoldásánál különösen fontos.

A végeselem-módszer széles körben elfogadott numerikus módszer az elektromágnességben. Egy módszert adok a Jiles-Atherton modell és a VEM összekapcsolására, lehetővé téve a nemlineáris mágneses terek meghatározását. Magasabb rendű *Schöberl*-típusú élelemeket alkalmazok a számítások során, biztosítva a kellő pontosságot.

Az elrendezésben jelenlévő nemlineáris anyag kezelésére a fixpont (polarizációs)-módszert használom. Az eredeti fixpontos módszert felgyorsítottam a relaxációs technika bevezetésével és a lokális permeabilitások (szuszceptibilitások) időlépésenkénti felülírásával.

A háromdimenziós problémákból adódó nagy algebrai egyenletrendszerek megoldására általában a GMRES (General Mean Residual) megoldót alkalmazom, ahol a geometriai multigrid-módszer mint prekondicionáló szerepel a Vanka elő- és utósimító algoritmus mellett. Az alkalmazott elemtípus lehetővé teszi, hogy külön multigrid szintet rendeljünk az elsőrendű és a másodrendű formafüggvényekhez.

Tézisek

1. Tézis

A fizikailag lehetetlen megoldások elkerülése miatt és a dinamikus, frekvenciafüggő hatások figyelembevétele érdekében kiterjesztettem a direkt H - B és az inverz B - H Jiles-Atherton hiszterézis-modellt.

- a) Egy energia-egyensúlyi egyenleten alapuló, mérnöki megközelítést dolgoztam ki a statikus Jiles-Atherton hiszterézis-modell differenciálegyenletének a megfogalmazásához. Bevezettem egy δ_M paramétert a fizikailag lehetetlen megoldások (negatív meredekségű szakaszok) kizárására. A kidolgozott modell igazolására mérési eljárást dolgoztam ki.
- b) A meglévő statikus modellt kiterjesztettem dinamikussá, két újabb energiátag (klasszikus örvényáramú veszteség és az anomáliás veszteség) bevezetésével az energia-egyensúlyi egyenletbe. Az így kapott dinamikus hiszterézis-modell helyességét méréssel igazoltam.
- c) Mérési módszert dolgoztam ki a klasszikus hiszterézis-görbe mérésére LabVIEW környezetben, a minor hurkok mérésére az elsőrendű visszatérő görbék mérésére, és egy alul relaxációs eljárással sikerült a B mágneses indukciót szinuszoszá tenni a mérési pontok egyenletes elhelyezkedése érdekében.
- d) A legkisebb négyzetek módszerén alapuló eljárást dolgoztam ki a statikus és a dinamikus Jiles-Atherton modell paramétereinek a meghatározására.

2. Tézis

Szimulációs módszert dolgoztam ki a hiszterézissel rendelkező mágneses anyagok magasabb rendű vektor-végeselem módszerben történő figyelmenbevételére a stacionárius mágneses terek és az örvényáramú terek analízise esetén valamint a nemlineáris fixpontos iteráció gyorsítására a relaxációs módszeren és a permeabilitások lokális felülírásán alapuló eljárást dolgoztam ki.

- a) A téregyenletekben a mértékválasztást a Lagrange multiplikatós módszerrel oldottam meg. A stacionárius mágneses térre és az örvényáramú terekre vonatkozó formalizmusokat általánosan, tetszőleges összefüggésre \mathbf{B} és \mathbf{H} között adtam meg, ezzel lehetőséget teremtve tetszőleges hiszterézis-modell és numerikus módszer választására.
- b) A fixpontos iterációt a relaxációs módszer és a permeabilitás időlépésenkénti lokális módosításával jelentős mértékben gyorsítottam.
- c) A téregyenletek megoldását a magasabb rendű *Schöberl* típusú vektorvégeselemek alkalmazásával végeztem el, amely lehetővé teszi tetszőleges polinom rendű elemtípus alkalmazását.

3. Tézis

Egy stacionárius mágneses tér probléma, egy örvényáramú tér probléma és egy diffúziós egyenlet megoldásával igazoltam a kidolgozott nemlineáris szimulációs módszer helyességét. Három példát dolgoztam ki: egyet az egydimenziós diffúziós egyenlet megoldására a ferromágneses féltér esetében, egy másikat a két-dimenziós (henger szimmetrikus) örvényáram-egyenletek megoldására, a hiszterézis mérés szimulációjára és egy harmadikat háromdimenziós stacionárius mágneses tér problémára, a COMPUMAG Society által közzétett Benchmark-probléma felhasználásával.

- a) A nemlineáris szimulációs módszert először az egydimenziós féltér-problémával illusztráltam, hiszterézises kapcsolatot feltételezve a \mathbf{B} és \mathbf{H} között. A feladat megoldására első lépésben a hiszterézis helyett *Langevin* karakterisztikát feltételeztem fel. A feladatot megoldottam az eredeti fixpontos módszerrel, a fixpontos és a relaxációs módszer kombinálásával, és végül mindezt a lokális permeabilitás felülírásával egészítettem ki. A javasolt relaxációs módszerben a relaxációs faktor felvehet egységnél kisebb értéket is ($0 < \omega < 1$). Ennek köszönhetően sebességnövekedés érhető el. Azonban sokkal jelentősebb sebességnövekedés érhető el a lokális permeabilitás időlépésenkénti újraszámításával.
- b) A következő példaként az első tézisben ismertetett hiszterézis-mérésnél alkalmazott ferromágneses anyagból készült, megtekercselt gyűrű két-dimenziós szimulációját végeztem el. A szimulációkat a statikus és a dinamikus Jiles-Atherton modellel egyaránt elvégeztem, az utóbbit a dinamikus hatások figyelembevételével.
- c) Végül a COMPUMAG Society háromdimenziós Benchmark-problémáját oldottam meg, amely a stacionárius mágneses tér meghatározását jelenti nemlineáris anyag jelenlétében. A kidolgozott példákkal a javasolt módszer alkalmazhatóságát kívántam alátámasztani.

Összefoglalás, további kutatási lehetőségek

A dolgozatban a Jiles-Atherton modell paraméter-identifikációját és egyenleteinek egységesítését mutattam be.

A végelem-módszer és a vektorhiszterézis-modell összekapcsolása a fixpontos és a Newton iterációs sémákon keresztül tetszőleges elrendezés szimulációjára alkalmas számítási eljárás.

Továbblépési lehetőség lehet az adott tématerületen a párhuzamos programozási struktúrák alkalmazása többprocesszoros számítógépek esetében. Ez még tovább csökkentené a térszámító program futási idejét. Az elektromágneses terek szimulációja helyett gyakran találjuk szemben magunkat úgynevezett inverz problémákkal, ahol nem az elrendezés geometriája adott, hanem az a tér, amelynek ki kell jönnie, és ebből kell visszakeresni a megfelelő geometriát. Az

ilyen típusú problémák megoldására a többprocesszoros számítógépek helyett az elosztott számítási módszereket lehet használni (distributed computing). A GRID-be szervezett számítógépek ilyen irányú felhasználása egyre nő. Érdeemesnek látszik az inverz problémák megoldását kipróbálni ilyen környezetben is.

Hivatkozások

- [1] T. Barbarics, A. Kost, D. Lederer, and P. Kis, „Electromagnetic field calculation for magnetic shielding with ferromagnetic material,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 986–989, 2000.
- [2] P. Kis and A. Iványi, „Modelling eddy current effect in conducting ferromagnetic material with Jiles-Atherton model of hysteresis,” *Journal of Electrical Engineering, Bratislava*, vol. 53, no. 9/S, pp. 19–22, 2002.
- [3] P. Kis and A. Iványi, „Computer aided magnetic hysteresis measurement in LabView environment,” *Journal of Electrical Engineering, Bratislava*, vol. 53, no. 10/S, pp. 173–176, 2002.
- [4] P. Kis and A. Iványi, „Parameter identification of Jiles-Atherton model with nonlinear least-square method,” *Physica B*, vol. 343, pp. 59–64, 2004.
- [5] M. Kuczmann, A. Iványi, P. Kis, and J. Füzi, „Vector hysteresis measurement,” *Physica B*, vol. 343, pp. 390–394, 2004.
- [6] P. Kis, M. Kuczmann, A. Iványi, and J. Füzi, „Hysteresis measurement in LabVIEW,” *Physica B*, vol. 343, pp. 357–363, 2004.
- [7] P. Kis, M. Kuczmann, A. Iványi, and J. Füzi, „Mágneses histerézis mérése,” *Híradástechnika, Budapest*, vol. LVIII, no. 2, pp. 2–9, 2003.
- [8] P. Kis, „Matlab/Simulink,” *Elektronet, Elektronikai-informatikai szakfolyóirat*, vol. 7, pp. 78–80, 2002.
- [9] P. Kis and T. Barbarics, „ \mathbf{R} -functions in field calculation,” in *Proceedings of 8th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering*, Graz, Austria, Sept. 21-24 1998, pp. 168–173.
- [10] P. Kis and T. Barbarics, „Electromagnetic field of transmission lines by \mathbf{r} -functions,” in *Proceedings of 5th Japan-Hungary Joint Seminar on Applied Electromagnetics in Materials and Computational Technology*, Budapest, Hungary, Sept. 24-26 1998, pp. 69–72.
- [11] T. Barbarics and P. Kis, „Shielding of high voltage bus-bars,” in *International Symposium on Electromagnetic Field*, Pavia, Italy, Sept. 23-25 1999, pp. 353–356.

- [12] T. Barbarics, A. Kost, D. Lederer, and P. Kis, „Electromagnetic field calculation for magnetic shielding with ferromagnetic material,” in *COMPUTAG'99, Proceedings of the 12 Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Sapporo, Japan, Oct. 25-28 1999, pp. 258–259.
- [13] T. Barbarics and P. Kis, „Magnetic shielding on low-frequency,” in *Proceedings of 10th ISEM, Applied Electromagnetics and Mechanics*, Tokyo, Japan, May. 13-16 2001.
- [14] P. Kis and A. Iványi, „Parameter identification of Jiles-Atherton model of hysteresis,” in *Proceedings of the 8th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipments (OPTIM)*, Brasov, Romania, May 16-17 2002, pp. 51–56.
- [15] P. Kis and A. Iványi, „Modeling eddy current effect in conducting ferromagnetic material with Jiles-Atherton model of hysteresis,” in *XVIIth Electromagnetic Fields and Materials (EMFM)*, Bratislava, Slovakia, Sept. 11-13 2002, p. 18.
- [16] P. Kis and A. Iványi, „Computer aided magnetic hysteresis measurement in LabView environment,” in *XVIIth Electromagnetic Fields and Materials (EMFM)*, Bratislava, Slovakia, Sept. 11-13 2002, p. 95.
- [17] P. Kis and A. Iványi, „Field computation in ferromagnetic material with hysteresis and eddy current effect,” in *Abstracts of 10th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 21-24 2002, p. 111.
- [18] P. Kis and A. Iványi, „Field computation in ferromagnetic material with hysteresis and eddy current effect,” in *Proceedings of 10th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 21-24 2002, pp. 447–452.
- [19] P. Kis and A. Iványi, „Measurement of magnetic hysteresis and identification of Jiles-Atherton model of hysteresis,” in *Postgraduate Conference on Electric Power Systems*, Budapest, Hungary, Aug. 12-13 2002, pp. 93–98.
- [20] P. Kis and A. Iványi, „Measurement of magnetic hysteresis and identification of Jiles-Atherton model of hysteresis,” in *A Dunaújvárosi Főiskola Közlemézdž"yei, XXIV. Főiskolai Kiadó*, Dunaújváros, Hungary, 2000, pp. 177–182.
- [21] A. Iványi and P. Kis, „Yee-algorithm in nonlinear material,” in *HMM'2003, Hysteresis and Micromagnetic Modelling 2003, Abstracts Booklet*, L. L. Diaz, L. T. Rincon, and O. A. Ducal, Eds., Salamanca, Spain, May 28-30 2003, p. 124.

- [22] P. Kis and A. Iványi, „Hysteresis measurement in LabView,” in *HMM'2003, Hysteresis and Micromagnetic Modelling 2003, Abstracts Booklet*, L. L. Diaz, L. T. Rincon, and O. A. Ducal, Eds., Salamanca, Spain, May 28-30 2003, p. 68.
- [23] P. Kis and A. Iványi, „Parameter identification of Jiles-Atherton model with nonlinear least square method,” in *HMM'2003, Hysteresis and Micromagnetic Modelling 2003, Abstracts Booklet*, L. L. Diaz, L. T. Rincon, and O. A. Ducal, Eds., Salamanca, Spain, May 28-30 2003, p. 120.
- [24] P. Kis, A. Iványi, and M. Kuczmann, „Simulation of ferromagnetic half-space,” in *ISTET'03, Proceedings of the XII. International Symposium on Theoretical Electrical Engineering*, J. S. R. Sikora, S. Osowski, Ed., vol. 2, Warsaw, Poland, July 6-9 2003, pp. 317–320.
- [25] P. Kis, A. Iványi, and M. Kuczmann, „Weighted residuals in field computation,” in *ISTET'03, Proceedings of the XII. International Symposium on Theoretical Electrical Engineering*, J. S. R. Sikora, S. Osowski, Ed., vol. 2, Warsaw, Poland, July 6-9 2003, pp. 321–324.
- [26] P. Kis, M. Kuczmann, and A. Iványi, „Ferromagnetic hysteresis in nonlinear field computational problems,” in *ISEF'03 Proceedings of the XI. International Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering*, S. Wiak, A. Krawczyk, and M. Trlep, Eds., vol. 1, Maribor, Slovenia, Sept. 18-20 2003, pp. 313–316.
- [27] A. Iványi and P. Kis, „FDTD with magnetic nonlinearity,” in *ISEF'03 Proceedings of the XI. International Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering*, S. Wiak, A. Krawczyk, and M. Trlep, Eds., vol. 1, Maribor, Slovenia, Sept. 18-20 2003, pp. 363–368.
- [28] A. Iványi and P. Kis, „Weighted residuals in nonlinear magnetostatics,” in *OPTIM'2004. Proceedings of the 9th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*, Brasov, Romania, May 20-21 2004, pp. 15–20.
- [29] P. Kis and A. Iványi, „A simple eddy current example with combined nodal and edge finite element method,” in *OPTIM'2004. Proceedings of the 9th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*, Brasov, Romania, May 20-21 2004, pp. 33–40.
- [30] P. Kis and A. Iványi, „3-D magnetostatic non-linear problem,” in *Abstracts of 11th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 13-15 2004, p. 104.
- [31] P. Kis and A. Iványi, „3-D magnetostatic non-linear problem,” in *Proceedings of 11th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 13-15 2004, pp. 450–454.

-
- [32] P. Kis and A. Iványi, „Hysteresis measurement simulation by fixed-point method,” in *Abstracts of 12th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 17-20 2006.
- [33] P. Kis and A. Iványi, „Hysteresis measurement simulation by fixed-point method,” in *Proceedings of 12th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation*, Graz, Austria, Sept. 17-20 2006, pp. 116–121.