



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Pénzügyek Tanszék

Témavezető: Dr. Andor György, egyetemi docens

Vállalati gazdasági elemzések reálopciókkal

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Bóta Gábor

Budapest, 2006

Tartalomjegyzék

I. Vállalati beruházási döntések	3
I.1. Beruházási döntések alapjai – az NPV alapkeret.....	6
I.2. Problémák az NPV elemzésekkel	18
II. Reálopciók, mint esetleges megoldások	21
II.1. A reálopció elemzések „bújtatott” megjelenései.....	23
II.2. Pénzügyi opciók értékelése.....	24
II.3. Kiegészítések a pénzügyi opciók értékeléséhez	27
II.3.1. Pénzügyi opciók alapfogalmai	27
II.3.2. Bővebben a Black-Scholes formuláról	29
II.3.3. (Vételi) opciók grafikus értékelése	30
III. Reálopció módszertan kritikája	43
IV. Reálopció értékelés javasolt általános modellje	51
IV.1. Reálopció típushelyzetek strukturálása.....	52
IV.1.1. Időzítési reálopciók	52
IV.1.2. Növekedési reálopciók	55
IV.2. Reálopció értékelés pénzáramlás-megadása.....	58
IV.3. Reálopció elemzésekhez általánosan használható opció értékelési modell.....	63
IV.4. Illusztrációs példa.....	67
V. Összefoglalás, tézisek.....	78
VI. Irodalom	81

Nyilatkozat

Alulírott Bóta Gábor kijelentem, hogy ezt a doktori értekezést magam készítettem és abban csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, amelyet szó szerint, vagy azonos tartalomban, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Budapest, 2006. november 10.

Bóta Gábor

Tömörítvény

A vállalati gazdasági elemzések, beruházási döntések általánosnak tekintett, a szakirodalomban részletesen feldolgozott elméleti kiindulópontját a nettó jelenérték számítás adja, melynek során a vizsgált beruházás várható jövedelemtermelő képességét vetjük össze a beruházás releváns kockázatával megegyező kockázatú tőkepiaci befektetés várható hozamával. Az *NPV*-alapkeret használatának fontos előfeltételei vannak, melyek nem teljesülése esetén nem használható a beruházási döntések megalapozásához. Ezen előfeltételek közül legfontosabbak a beruházás elhalasztásának és a későbbi beavatkozási lehetőségnek a kizárása, e lehetőségek értékét nem képes megragadni az *NPV*-mutató. Szintén széles körű szakmai konszenzusnak tekinthető, hogy ilyen helyzeteket a reálopciók megközelítés segítségével értékelhetjük.

A vállalati beruházási döntések gyakorlatát vizsgáló felmérések eredményeiből kiindulva azt vizsgáltam, miért csak elvétve használják a vállalati gyakorlatban a reálopciók elemzéseket. A reálopciók modellek széles körének áttekintése után megállapítottam, hogy valamennyi modell speciális esetre kínál megoldást, mind a vizsgált vállalati helyzet, mind az alkalmazott opcióértékelési módszer, mind a bizonytalanság forrásának azonosítása tekintetében, vagyis a ma ismert reálopciók módszertan kevésbé alkalmas az általános vállalati beruházási gyakorlatba való beillesztésre.

A dolgozatban a reálopciók modellekkel kapcsolatosan megfogalmazott kritikára reagálva, egy általános, a beruházási döntések széles köre esetén alkalmazható reálopciók értékelési eljárás kidolgozását kíséreltem meg. A bemutatott értékelési eljárás újszerűségét nem maga az alkalmazott opcióértékelési módszertan adja, hanem az, hogy a megközelítés segítségével egy általános – várható pénzáramlásaival adott – projektterv adataiból kiindulva egységesen adhatók meg a reálopciók értékeléshez szükséges paraméterek.

Corporate financial analyses using real options

Summary

Corporate financial analyses and investment decisions are based on the net present value calculation when the return result of the expected cash flow of the project is compared to the expected return of the capital market investment with the same risk as the relevant risk of the investment. The use of the *NPV*-approach has important requirements and when these are not met the approach cannot be used for investment decisions. The two most important requirements are the exclusion of delayed decision making and later modifications as the value of these cannot be measured by the *NPV*. It is widely accepted that these situations can be valued by using real option approach.

Surveys of the practice of corporate investment decisions show that firms rarely use real option analyses. After reviewing a wide range of real option models I found out that all models provide solution for special cases, investigate special corporate situations, use special option valuation methodology for risk assessment, so the current real option methodology can not be incorporated easily into the investment practice of firms.

As a reaction to the critique of real option models I tried to develop a general real option framework in my thesis which can be used for a wide range of corporate investment decisions. The point of the presented valuation process is not the methodology of the option valuation itself but that parameters for the real option analysis can be defined based on the series of expected cash flow of a general project.

I. Vállalati beruházási döntések¹

I.1. Beruházási döntések alapjai – az NPV alapkeret

Az alábbi fejezet célja a dolgozat témakörének behatárolása, vagyis azon környezet pontos specifikálása, amelyben vizsgálni fogunk. Mindez azonban nemcsak a diszciplína egyszerű definiálását jelenti, hanem lényeges sorra venni azon kiindulópontokat is, amelyekre a későbbiekben építünk. Ezen elméleti alapkeret bemutatása során egyrészt olyan mozzanatokra kell tisztázni, amelyeket a dolgozat mindenféle elemzés, bizonyítás nélkül elfogad, másrészt részletesen bemutatásra kerül az a hagyományos módszertan is, amelyről a későbbiekben azt kívánja belátni a dolgozat, hogy bizonyos körülmények esetén nem használható, és választ ad arra a kérdésre is, hogy ilyen helyzetekben milyen módosításra, kiegészítésre szorul.

A vállalati beruházási döntések során arra az egyszerűnek tűnő kérdésre kell válaszolni, hogy a vállalat milyen beruházásokba, projektekbe vágjon bele (költse el a tulajdonosok pénzét), és milyenekbe ne. Az ilyen közvetlen, gazdasági jellegű döntésekkel, azok előkészítésével, magalapozásával a vállalati pénzügyek diszciplína foglalkozik.² A közvetlen gazdasági jellegű döntésnek három főbb fajtáját különböztetjük meg: (1) beruházási döntések, (2) finanszírozási döntések és (3) osztalékfizetési döntések. Minden döntési részletnél az általános cél az, hogy a részvényesek vagyoni helyzete javuljon, ami a kapott osztalékon, illetve a nyert (vagy

¹ A fejezet összeállításánál felhasználtam szűkebb tanszéki kollektívám (szakcsoportom) több oktatási segédanyagának megközelítéseit, megállapításait, elsősorban Andor: *Üzleti gazdaságtan alapjai*, Andor-Tóth: *Vállalati pénzügyek*, Andor-Bóta: *Határidős és opciós ügyletek*, Andor-Ormos: *Befektetések és Ormos: Számvitel oktatási segédanyagokat*. Mindegyik a BME MBA program 2006-os oktatási segédanyaga.

² A diszciplína kifejezetten a gazdasági döntéseken keresztül történő értéknöveléssel foglalkozik, nem tárgyalja a „menedzselésen” keresztül vállalati értéknövelés kérdéseit, a „bevéteknövelés-költségcsökkentés” nyilvánvalónak tűnő mozzanatait, ez választja el az értéknövelés kérdéséhez részben és közvetetten kapcsolódó diszciplínáktól, mint például a termelésmenedzsmet, a marketing vagy az emberi erőforrás menedzsmet.

elszenvedett) árfolyamváltozáson³ keresztül történhet.

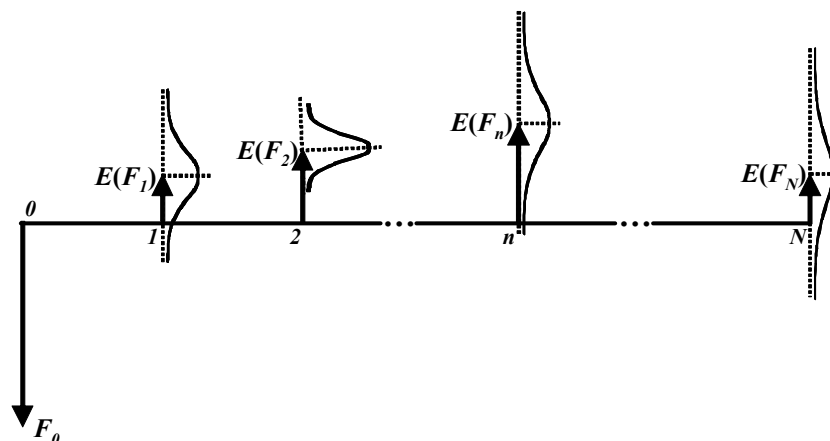
A dolgozatban kizárólag a beruházási döntésekkel foglalkozunk, ami nem a finanszírozási és osztalékfizetési döntések figyelmen kívül hagyását, hanem ezeknek a beruházási döntésektől való elválaszthatóságának elfogadását jelenti. A finanszírozási döntések beruházási döntésektől való függetlenségének (Miller és Modigliani, 1958; Miller, 1991; Miller, 1977; Myers, 1984a), illetve az osztalékfizetési politika értéksemlegességének (pl. Miller és Modigliani, 1961; Miller és Rock, 1985) elfogadása a vállalati pénzügyekben jelenleg konszenzusnak, szilárd paradigmának tekinthető.

A beruházási döntés tárgyát képező vállalati beruházás⁴ általában jövőbeli kockázatos (várható) jövedelmek érdekében történő (jelenlegi) kiadást jelent. A beruházáshoz kapcsolódó pénzáramlásokat az alábbi ábra⁵ szemlélteti:

³ Nyilvános részvénytársaságokat feltételezzük, amelyeknek e jellemzője a tőkepiacon keresztül egyszerűen leolvasható. A nem nyilvános társaságokban szerzett részesedések piaci árazódását nem vizsgáljuk, de feltételezzük, hogy hasonló.

⁴ A beruházás szinte bármi lehet: eszközvásárlás és termelés, szolgáltatás kínálása, kereskedelmi tevékenység, kutatás-fejlesztés, marketing beruházás, esetleg kifejezetten pénzügyi jellegű befektetés stb. Nem igazán van találó magyar kifejezés e döntési körre. Az angol nyelvben a „tőkeköltségvetés” (capital budgeting) használata is szokásos még, de magyarul ez is meglehetősen idegenül cseng, maradunk inkább a némileg ugyan pongyola, de egyszerű „beruházásnál”, illetve „projektnél”. A beruházási és befektetési szavakat (bár mindkettőt fordíthatjuk „investment”-nek) nem szinonimaként használjuk, mert beruházás alatt tárgyi eszközökre való befektetést értünk. Kétségtelen, hogy a vállalatok befektetési tevékenységére a beruházás a jellemző, azért más típusú befektetések is elképzelhetők vállalati kereteken belül. A magyar nyelv ezen árnyaltsága kicsit zavaró, így mi is lazábban kezeljük a két kifejezés közötti különbözőséget.

⁵ Az ábrán a vízszintes tengely az idő-tengely, amelyen a pénzáramlások esedékességét szemléltetjük. Magukat a pénzmozgásokat nyilak jelölik: a felfelé irányulókat bevételeket jelentenek, míg a lefelé mutatókat kiadásokat. A nyilak hossza a pénzáramlások nagyságára utal. Megemlítendő, hogy a pénzáramlásokat mindig az időperiódusok (rendszerint évek) végére helyezzük, így az időperiódusok alatt bekövetkező minden pénzmozgást összevontan, a periódus végén jelölünk. (Az egy időpontban esedékes – vagy arra átszámított – pénzáramlások természetesen additívek, azaz egyszerűen összeadhatók vagy akár fel is bonthatók). Az időben elhúzó gazdasági események fenti ábrázolását ún. pénzáramlás-diagramos (vagy más néven cash flow diagramos) ábrázolásnak nevezzük.



1. ábra: Általános vállalati beruházás (projekt) pénzügyi értelmezése.

A vállalati pénzügyekben tőke alternatíva költsége alatt az azonos (hasonló) kockázatú tőkepiaci befektetési lehetőségek várható hozamát értjük. Egy vállalati gazdasági elemzés során a vizsgált projekt (beruházás) várható jövedelemtermelő képességét vetjük össze a tőke alternatíva költségével, azaz „versenyeztetjük” projektünket a tőkepiac hasonló kockázatú lehetőségeivel. Akkor beszélünk értékteremtésről, ha a hasonló kockázatú – alternatív – tőkepiaci lehetőségnél nagyobb jövedelemtermelő képességre bukkanunk. A projekt „értékességét” a nettó jelenérték (*Net Present Value – NPV*) számszerűsíti.

Az *NPV* a projekt (összes jelenbeli és jövőbeli várható) pénzáramlásainak a tőkepiac azonos kockázatú befektetési lehetőségeikért kínált hozamával, azaz a tőkeköltséggel diszkontált értékeinek, azaz jelenértékeinek az összege. Az *NPV* egyben megadja egy beruházási lehetőség közgazdasági értékét is. Egy részvényesei érdekében működő vállalat célja az kell legyen, hogy megvalósítson minden pozitív nettó jelenértékű projektet, röviden: maximalizálja az *NPV*-t.

Az *NPV*-t a következő alakban szokás felírni:

$$NPV = -F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E(F_n)}{(1+r_{alt})^n} = -F_0 + PV \quad (1.)$$

E felbontás azt is világosan mutatja, hogy az *NPV* tiszta közgazdasági logikát takar, hiszen a beruházás „árát” (a beruházási költség F_0) és az előállított „bevételt” (a projekt által termelt várható pénzáramlások jelenlegi értéke *PV*) veti össze, és amennyiben az *NPV* pozitív, akkor a jövőbeli nettó „bevételek” értéke magasabb, mint az „ár”, a beruházás tehát „jó”.

A hasonló kockázatú tőkepiaci befektetési lehetőség várható hozamának, azaz a tőke alternatíva költségnek a megragadására a *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* által megadott eredményeket fogadja el a dolgozat, ami szintén nem jelent mást, mint a vállalati pénzügyi főirány elfogadását.

A *CAPM* (Sharpe, 1964; Treynor, 1962; Lintner, 1965; Mossin, 1966) a tőkepiaci befektetési lehetőségek egyensúlyi várható hozamát adja meg a releváns kockázat függvényében, alapösszefüggése a következő (r_f a kockázatmentes befektetés hozama, $E(r_M)$ a piaci portfólió várható hozama, a β paraméter alább definiáljuk):

$$E(r_i) = r_f + \beta_i(E(r_M) - r_f) \quad (2.)$$

A *CAPM* a Markowitz (1952) féle portfólióelméletre épül. Markowitz modelljének elfogadása tulajdonképpen a befektetői (hatékony) portfóliótartást, diverzifikációt, mint általános befektetői magatartást tételezi fel. Először azonban a portfóliók hozamának várható értékét és szórását kell megadnunk. A várható hozam becslhető az alábbi összefüggés alapján, ahol $E(r_p)$ a portfólió várható hozama, $E(r_i)$ az i értékpapír várható hozama, x_i az i értékpapír súlya az adott portfólióban és N a portfólió értékpapírjainak száma.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(r_i) \quad (3.)$$

Egy portfólió hozam-szórásának meghatározásához a portfóliót alkotó értékpapírok teljes sztochasztikus függésrendszerének (korrelációs mátrixának) ismeretére is szükség van. Az alábbi összefüggés egy többelemű portfólió hozamának szórásnégyzetét mutatja, ahol σ_p a portfólió hozamának szórása, σ_i az i értékpapír hozamának szórása és k_{ij} az i és j értékpapírok hozamai közötti korrelációs együttható:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_i \sigma_j k_{ij} \quad (4.)$$

A fenti szórás(négyzet) megadásához nagyszámú korreláció-becslésre lenne szükség, ami a gyakorlatban számítógép segítségével és múltbeli adatokra való támaszkodással elvileg áthidalható, de szubjektív elemeknek a becslési folyamatba kerülésével rendszerint felborul a korrelációs mátrix pozitív szemidefinitiségi kritériuma (Andor, 1994), azaz nem létező korrelációs struktúrát kapunk.

A *CAPM* a számtalan korrelációs együttható megadásának problémáját oly

módon hárítja el, hogy a befektetők portfóliójának kockázatos – azaz a sztochasztikus kapcsolódást tekintve releváns – részét minden befektető esetén azonosnak, pontosabban a tőkepiac kockázatos részét jelentő ún. piaci portfóliónak az arányrendszerét követőnek tekinti.⁶ Ezáltal az egyes tőkepiaci befektetési lehetőségek hozamának szórását (pontosabban szórásnégyzetét) felbontja a piaci portfólió hozamától függő, és attól nem függő részre:

$$\sigma^2(r_i) = \beta_i^2 \sigma^2(r_M) + \sigma^2(\varepsilon_i) \quad (5.)$$

A képletben r_i az értékpapír hozama, r_M a piaci portfólió hozama, ε_i nulla várható értékű valószínűségi változó (r_M és ε_i valószínűségi változók közötti korreláció nulla). Az összefüggésben szereplő β_i tehát az értékpapír hozamának érzékenységét mutatja a piaci portfólió hozamára. (A *CAPM* ezen egyetlen β_i paraméter függvényében adja meg a várható hozamot, tehát ún. egy-faktor modelltől⁷ van szó.)

Fontos megemlíteni, hogy ebben a modellben két értékpapír együttmozgását kizárólag az magyarázhatja, hogy mindkettő a piaci portfólióval mozog együtt, vagyis az egyes befektetési lehetőségek kockázatának piaci portfóliótól nem függő részei (ε_i) egymástól is függetlenek. Vagyis az alábbi összefüggés i és j bármely (nem egyenlő) értékére fennáll:

⁶ *Annak belátásával, hogy a befektetők kockázatos portfóliója modellezhető a piaci portfólióval, a befektetői kockázatérzékelés már vizsgálhatóvá válik. A racionális befektetők egy-egy befektetés (értékpapír) értékelésekor ugyanis nem egyszerűen annak várható értékét és kockázatát vizsgálják, hanem portfóliójuk várható értékének és kockázatának – az adott befektetésen keresztüli – változását. Egy-egy értékpapír kockázatának hozzájárulása az egész portfólióhoz – a “szövevényes” korrelációs kapcsolatrendszer miatt – azonban már bonyolultabb dolog. Annyi könnyebbségünk azonban van, hogy pontosan ismerjük annak a portfóliónak az összetételét, amelyik kockázatához való hozzájárulást vizsgálni kell egy-egy befektetés esetén: ez a piaci portfólió. Azt kell tehát megvizsgálnunk, hogy egy adott (i) értékpapír kockázatossága mennyiben okozója az M piaci portfólió kockázatosságának. (Andor, 2006)*

⁷ *A CAPM modellnek számos egyéb változata, alfajtája is ismeretes, jelen dolgozatban csak a standard, egy-faktor modellre térünk ki. Az ún. több-faktor modellek az egy-faktor modellek komplexebb alternatíváját jelentik. A több-faktor modelleknél más változók is megjelennek, például Fama és French (1992) három-faktor modelljében a β paraméter mellett a méret, illetve a könyv szerinti – piaci sajáttőke érték, mint további faktorok is szerepelnek. Kétségtelen, hogy sok esetben e modellek jobb eredményeket adnak az egy-faktor modelleknél, bár a jóval egyszerűbb egy-faktoros változatok gyakran felülmúlják komplexebb formáikat (Elton és Gruber, 1995).*

$$k_{\varepsilon_i, \varepsilon_j} = 0 \quad (6.)$$

A *CAPM* tehát megadja egy tőkepiaci befektetési lehetőség várható hozamát, ezt a hozamot használjuk a beruházási döntést megalapozó *NPV*-számítás során tőke alternatíva költségként.

Az *NPV*-számítás célja nem más, mint a beruházási döntés strukturált megalapozása a részvényesek vagyonának maximalizálása érdekében. A részvényesek vagyoni helyzetének változása a kapott osztalékon, illetve a nyert (vagy elszenvedett) árfolyamváltozáson keresztül történhet. Az árfolyamok változása a dolgozatban is követett felfogás szerint a tőkepiac ítéletét jelenti. Az árfolyam nagysága kétféleképpen is megközelíthető:

$$P_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E(DIV_n)}{(1+r_{alt})^n} = PV_{osztalékok} \quad (7.)$$

$$P_0 = \sum_{j=1}^J PV_j + PVGO = \sum_{j=1}^J PV_j + \sum NPV$$

P_0 a pillanatnyi árfolyamot, DIV_n az n év osztalékát, PV a jelenértéket (*Present Value*), NPV a nettó jelenértéket (*Net Present Value*), $PVGO$ a jövőbeli növekedési lehetőségek jelenértékét (*Present Value of Growth Opportunities*) és r_{alt} a tőke alternatíva költségét jelöli.

Az árfolyam változása tehát nyilván a fenti összefüggések részleteinek változásából fakad. Bár a várható osztalékok sorozata és a jelenbeli, illetve jövőbeli projektekből származó várható pénzáramlások sorozata nem feltétlenül azonos, lényegüket tekintve ugyanarról van szó⁸: a vállalat jövőbeli jövedelemtermelő-képességét tükrözik. Amennyiben az erről alkotott kép megváltozik, megváltozik az árfolyam is, hiszen az árfolyamok – hatékony tőkepiacon – a befektetői normál profit várható realizálására kell, hogy „beálljanak”.

A tőkepiaci hatékonyság egyben az *NPV*-k árfolyamokba való beépülését is jelenti, az ezzel kapcsolatos információknak meg kell jelenniük az árfolyamokban. Nem közvetlenül történik mindez, hiszen várakozások esetleges megváltozásáról van csupán szó. Azt szokás inkább mondani, hogy az *NPV*-k minden bizonnyal megjelennek az

⁸ Tulajdonképpen ez a megközelítés is az osztalékpolitika értéksemlegességének elfogadásából származtatható.

árfolyamokban, de a várakozásoktól függően árfolyam növekedés vagy „nem csökkenés” formájában.

A vállalati beruházási döntésekkel kapcsolatosan leszögezhetjük, hogy mindezidáig nem akadt olyan szélesebb körben is számottevőnek tartott megközelítés, amelyik ellentétben állna azzal az állítással, hogy egy fejlett tőkepiacon egy vállalat részvényeinek értéke hosszú távon a közgazdasági racionalitás modelljei szerint értékelődne (Ormos 2004). Mivel a beruházási döntéseket megalapozó vállalati gazdasági elemzések tekintetében a hosszabb táv a lényeges, és e „közgazdasági racionalitásnak” az *NPV*, illetve a gazdasági profit maximalizálása felel meg, így e vállalati gazdasági döntési alapszabályok relevanciáját alátámasztottnak tekinthetjük.

A beruházási döntést megalapozó vállalati gazdasági elemzés alaplépései a következők: (1) Pénzáramlások meghatározása, (2) Tőke alternatíva költségének meghatározása, (3) Gazdasági számítások. (Lásd bővebben Andor et al. 2000). E megközelítéssel csak a beruházási döntés legfontosabb alaplépéseire koncentrálnunk, természetesen számos egyéb folyamat is kapcsolódik a beruházási döntéshez. A vállalati beruházási folyamatrendszer részletes modelljét mutatja be Husti (1999).

A tőke alternatíva költségének meghatározásával, pontosabban a kalkuláció alapmodelljével (*CAPM*) már részletesen foglalkoztunk a fentiekben. Annyival érdemes a korábbiakat kiegészíteni, hogy a *CAPM* ilyen célú felhasználhatóságához egyrészt a modell helyességét, másrészt az árfolyamok e modell eredményeihez történő alkalmazkodását kell belátni, e második részlet tulajdonképpen ismét a tőkepiaci hatékonyság témaköréhez vezet.

Az alapdefiníció szerint: „*az a piac hatékony piac, ahol az árak mindig teljességgel tükrözik a hozzáférhető információkat*” (Fama, 1970). A tőkepiaci hatékonyság tehát az árazás megfelelőségére reflektál. Tökéletes tőkepiaci árazásról beszélünk, ha a tőkepiaci árfolyamok minden pillanatban a rendelkezésre álló összes információra helyesen reflektálnak, egyensúlyban vannak, amely egyensúlyból csak új információ hatására mozdulhatnak ki. A tőkepiaci hatékonyság vizsgálata évtizedek óta a vállalati pénzügyek egyik meghatározó vonulata (néhány meghatározó alapmű: Fama 1965, Samuelson 1965a, Jensen 1968, Fama 1970, 1991), a témát övező folyamatos szakmai vita ellenére annyit állíthatunk, hogy a tőkepiaci hatékonyságára vonatkozó kezdeti feltételezés mára kétségtelenül paradigmává, alapelméletté szilárdult, így a

dolgozat ennek elfogadásával is csupán fejet hajt a szakmai konszenzus előtt. A hazai tőkepiac hatékonysági kérdéseivel kapcsolatban elmondható, hogy „*mivel jelentősebb eltérések nem mutatkoznak a fejlett tőkepiacú országok tőkepiaci árazódásához képest, így a magyar tőkepiaci környezet az árazási hatékonyságot tekintve nem okozhat eltérést a releváns vállalati gazdasági elemzésekkel kapcsolatosan. Ebből fakadóan a magyar viszonyokra is érvényes kell maradjon a NPV-alapú vállalati gazdasági elemzési alapkeret.*” Ormos (2004).

Mivel a tőkepiaci hatékonyság témakörével egybeforrt a tőkepiaci egyensúlyi árazás kérdésköre, amely esetében a *CAPM*-et, annak leíróképességét a legszélesebb körben elfogadhatónak tartják, így a fejlett tőkepiacokra vonatkozó vállalati gazdasági elemzések alapmodelljének valóban tekinthetjük az erre építő modellt.

A *CAPM*-re építő tőke alternatíva költség megadás feltételezi, hogy a részvényesek (befektetők) hatékony portfóliót tartanak, ami a piaci portfólió és a kockázatmentes lehetőség kombinációja. Az *NPV* megközelítés alapképlete szerint egy projekt értéke a várható pénzáramlásokból és a tőke alternatíva költségéből fakad. Az értékelés lényege, hogy a várható pénzáramlásokat releváns kockázatuk mértéke szerint átszámítjuk, összegezzük. Mivel minden projektet (portfólió-részt) képzeletben ugyanazon környezethez – a piaci portfólióhoz – illesztünk, így a részek tőke alternatíva költségeinek megadásai egymástól függetlenné válnak. Amennyiben a várható pénzáramlások is függetlenek egymástól, az értékek is kölcsönösen függetlenek lesznek egymástól, a portfólió egészének értéke egyszerűen a részek értékének összegeként adódik, ez az értékek függetlenségének elve.⁹

Lényeges, hogy a kockázat kérdése mindig a részvényesekhez kapcsolódik és

⁹ *A megközelítés kulcsa, hogy a vállalat egy projektje a részvényes piaci portfóliójának része. Amennyiben a részvényesi portfóliót projektek halmazaként fogjuk fel, a vállalat csak nagyobb egységet jelent. Ha a részvényes piaci portfóliót tart, akkor a benne lévő részek (értékpapírok, projektek) egyedi kockázatai diverzifikálódhatnak. Egy piaci portfóliót tartó tulajdonos számára teljesen érdektelen, hogy egy projekt kockázataiból a vállalaton belül (azaz a többi vállalati projekttel való “sztochasztikus hálón” keresztül) mennyi diverzifikálódik. Fontos leszögezni, hogy kevés elemű portfóliót tartó tulajdonos esetén az értékek összeadhatósági, függetlenségi törvénye már érvényét veszti, mivel ebben az esetben nem diverzifikálódhatnak az egyedi részek. Ilyen helyzetben a gazdasági elemzések meglehetősen bonyolulttá válnak, hiszen egy-egy projekt értékelésekor a többi projekttel való sztochasztikus kapcsolatrendszer is fel kellene térképezni, és csak ezután lehetne megadni a projekt releváns kockázatát.*

nem magához a vállalathoz. Ebből fakad, hogy egy projekt kockázatának értékelésekor a vállalati környezet érdektelen, a kockázatot tekintve a projekt – a részvényesi portfólió részeként jelentkező – „mini-vállalatként” értékelendő.¹⁰

Az egyes vállalati projektek függetlenségét eddig a kockázatok szempontjából tekintettük, azonban lényeges megvizsgálni azt is, hogy a pénzáramlások becslésének oldaláról mennyire válnak el az egyes vállalati projektek.

A beruházási döntés során tulajdonképpen azt kell mérlegelni, hogy érdemes-e valamilyen jelenlegi kiadást eszközölni valamilyen jövőbeli várható jövedelmek reményében. A beruházás tulajdonképpen a beruházási döntés hatásai alapján azonosítható, a pénzáramlások becslésénél tehát hatásvizsgálatról van szó. Mindez a várható pénzáramlások alternatíva költség szerinti megközelítését jelenti, vagyis mindig azt kell mérlegelni, hogy milyen vállalati pénzáramlás-változást eredményez a beruházás megvalósítása. Tehát nem a beruházáshoz kapcsolódó ténylegesen felmerülő költségek és bevételek számba vétele szükséges, hanem a beruházás megvalósításából fakadó pótlólagos pénzáramlásoké.

A várható pénzáramlások becslésénél tehát nem utólagos bevétel- és költségelemzésről, hanem egy jövőre vonatkozó döntéshez kapcsolódó bevételek és költségek magragadásáról van szó. Egy beruházási döntéskor számos olyan bevétellel és költséggel is szembesülhet a vállalat, amikre a döntés már nincs hatással, a döntéskor, a döntéssel már nem háríthatók el, ezeket már végérvényesen be- vagy kifizették, illetve jövőbeli be- vagy kifizetésük nem elkerülhető. Ezen elkerülhetetlen bevételekkel és költségekkel a vállalati beruházási döntések során nem foglalkozunk, ezeket elsüllyedt bevételeknek, illetve elsüllyedt költségeknek nevezzük.

A beruházási döntésnél figyelembe veendő, releváns költségek megadása a még nem beszerzett, korlátlanul rendelkezésre álló erőforrások esetén a legegyszerűbb, ekkor a költség a piaci ár. A már meglévő erőforrások esetén azt az értékét kell megadni, amit a vállalat az adott erőforrás legjobb alternatív felhasználásával elérhetne. Ha a vállalat

¹⁰ *A CAPM elfogadása, vagyis a tulajdonosi piaci portfólió tartás feltételezése egységesíti a részvényesi portfóliók kockázat diverzifikálódással kapcsolatban lényeges kockázatos portfólió-részét (a kockázatmentes részek aránya eltérő lehet). Ezzel együtt egy „mini-vállalatként” felfogott projekt kockázatának megítélése nemcsak a vállalati környezettől független, hanem egységes is: a piaci portfólióban nem diverzifikálódó része számít. Ezt mérjük a bétán keresztül.*

számára szűkös, azaz nem pótolható erőforrásról (munkaerőről, eszközről stb.) van szó, akkor azt kell értékelni, hogy a projekt nem megvalósítása esetén milyen legnagyobb többletérték előállítására képes. Ez a többletérték általában az eladásból származó piaci ár, kivéve ha egy másik projekt az eladási árnál nagyobb többletértéket előállítva tudja az erőforrást használni. Ilyenkor azt kell megvizsgálni, hogy mekkora a „másik” projektnél az érték ahhoz képest, mintha nélkülöznék a szóban forgó erőforrást. Ha a már meglévő erőforrásunk pótolható (beszerezhető), értéke nem lehet nagyobb piaci árnál. A számításba veendő bevételeknél minden, a döntés következtében fellépő bevételt számításba kell venni, a származékos – az adott döntés hatására, de más projekteknél fellépő – bevételekkel együtt.

A fentiekben a „racionális” gazdasági elemzés alapelemeit, a beruházási döntés ilyen módon történő alátámasztása esetén elfogadott feltételezéseket vettük sorra. Az alábbiakban azt tekintjük át, hogy a valós vállalati gyakorlat mennyiben követi mindezt.

A vállalati pénzügyi döntések (köztük a beruházási döntések) gyakorlati kérdéseit Lintner (1956) osztalékpolitikára fókuszáló úttörő munkája óta számos tanulmány vizsgálta, pl. Gitman és Forrester (1977), Moore és Reichert (1983), Stanley és Block (1984), Baker et al. (1985), Pinegar és Wilbricht (1989), Bierman (1993), Sangster (1993), Epps és Mitchem (1994), Poterba és Summers (1995), Trahan és Gitman (1995), Shao és Shao (1996), Bodnar et al. (1998), Bruner et al. (1998), Block (1999), Graham és Harvey (2001).

A korábbi felmérések azt mutatták, hogy az elsődleges döntési, értékelési módszer a belső megtérülési ráta mutató. Gitman és Forrester (1977) 103 vállalatot vizsgáló felmérésének eredményei alapján a vállalatok mindössze 9,8%-a használta a nettó jelenérték mutatót elsődleges kritériumként, míg a belső megtérülési rátát 53,6%-uk. Stanley és Block (1984) eredményei alapján a válaszolók 65%-a használta a belső megtérülési rátát elsődleges kritériumként. Moore és Reichert (1983) 298 vállalatra kiterjedő felmérése szerint a vállalatok 86%-a, a Bierman (1993) által megkérdezett 74 vállalatból pedig 73 használt nettó jelenértékre épülő elemzési módszert. Hasonló, a nettó jelenérték mutató és a belső megtérülési ráta alkalmazásának elsődlegességét mutató eredményeket kapott Trahan és Gitman (1995), illetve Bruner és szerzőtársai (1998) is.

Graham és Harvey (2001) cikke nemcsak a legfrissebb a fenti munkák közül, hanem minden korábbinál nagyobb számú vállalatra terjedt ki (a kérdéseket több mint 4400 vállalatnak juttatták el, válaszok 392 helyről érkeztek¹¹), illetve jóval részletesebb kérdőíveken keresztül vizsgálták a vállalati pénzügyi döntések gyakorlatát. A cikkben kiemelt figyelmet fordítanak a vállalatok projektértékelési, beruházási döntési technikáira. Az egyes beruházás értékelési eljárások használati gyakoriságának eltérését a korábbi felmérésekben kapott eredményektől talán a jóval részletesebb lista magyarázza. A legtöbb válaszadó a nettó jelenérték mutatót és a belső megtérülési ráta mutatót jelölte meg a leggyakrabban használt beruházási döntési kritériumként. 74,9% mindig használja a nettó jelenérték mutatót, 75,7% a belső megtérülési ráta mutatót. A felmérés eredményei szerint a nagyvállalatok jóval gyakrabban használják a nettó jelenérték mutatót, mint a kisvállalatok, és a növekedésorientált vállalatok esetén sincs eltérés. A nagy tőkeáttétellel működő vállalatok nemcsak az *NPV* és *IRR* mutatót használják gyakrabban, mint a kevésbé eladósodottak, hanem az érzékenységvizsgálatokat és a szimulációs technikákat is. Az osztalékot fizető vállalatok szignifikánsan gyakrabban használják az *NPV* és *IRR* mutatót, mint a nem fizetők. A nettó jelenérték és belső megtérülési ráta mellett a megtérülési idő a leggyakrabban használt döntési kritérium. Ez az eredmény a módszer nyilvánvaló és gyakran tárgyalt elméleti hibái tükrében meglepő, hiszen egyrészt figyelmen kívül hagyja a pénz időértékét és a kockázatot, másrészt önkényesen választott küszöb alapján születik meg a döntés. A kisvállalatok majdnem olyan gyakran használják a megtérülési időt beruházási döntéseik során, mint az *NPV* és *IRR* mutatókat. A pénz időértékét figyelembe vevő diszkontált megtérülési idő használata ritka. A vállalatok jelentős része (73,5%) a *CAPM* alapján kalkulálja a beruházási döntések során használt tőke költséget.

Amint azt a fenti eredmények is mutatják, a vállalatok beruházási döntéseik során bár használják a korábbiakban bemutatott elemzési keretet, azért nem minden esetben követik a racionalitásra építő modelleket, a vállalati gyakorlatban alkalmazott döntési módszerek gyakran heurisztikákra, ökölszabályokra, utánzásokra épülnek. Mint azt Miller (1977) megjegyzi, akár tartósan is fennmaradhatnak a közgazdasági logikának, racionalitásnak látszólag ellentmondó döntési szabályok:

¹¹ Csak összehasonlításképpen: a második legszélesebb körű felmérés Moore és Reichert (1983) vizsgálata 198 nagyvállatra terjedt ki.

„A valós vállalati helyzetek komplexitása miatt a tényleges döntési folyamatok elkerülhetetlenül heurisztikusak, utánpótlásra illetve keresgélésre épülnek még akkor is, ha a kemény értékmaximalizálás felületes díszait viselik magukon. Ezzel kapcsolatban volt valaha is bármi kétely azt illetően, hogy a Herbert Simon és követőinek munkássága sokkal pontosabb képet fest a dolgok valódi természetéről, mint bármelyik közgazdászok alkotta maximalizálásra épülő vállalati modell? A tapasztalatok azt mutatják, hogy a racionális viselkedési modellek általában jobban előrejelzik és leírják a vállalatok, a piacok és az egész gazdaság működését, mint bármely más elérhető modell. A vállalatoknál megfigyelhető alkalmazott döntési módszerek heurisztikákra, ökölszabályokra, intuitív elemekre épülnek. A vállalati beruházási döntéseknél is megfigyelhető egyfajta evolúciós mechanizmus, ami túlélési értéket ad a racionális piaci egyensúllyal kompatibilis, bár elkülönítetten és közelebbről vizsgálva a racionálistól távolinak tűnő heurisztikák számára. A fordított levezetéssel azonban óvatosságnak kell lennünk, pusztán azért, mert egy adott heurisztika fennmarad és túlélési értékkel rendelkezik, nem feltétlen van racionális magyarázata. A legtöbb, amit a piaci egyensúlyt alátámasztó evolúciós folyamatról biztosan kijelenthetünk, hogy a káros heurisztikák, a természetben létrejövő káros mutációkhoz hasonlóan, kihalnak. A közömbös, semmilyen célt nem szolgáló, de nem is káros mutációk bármennyig fennmaradhatnak. Sem a természetben, sem a gazdaságban megfigyelhető hihetetlen változatosság nem magyarázható egyszerű darwini fogalmakkal.”

1.2. Problémák az NPV elemzésekkel

Miután tisztáztuk a közgazdasági racionalitásra építő beruházási döntések alapmodelljét, az *NPV*-szabályt, illetve a mögötte meghúzódó és az alkalmazását lehetővé tevő legfontosabb feltételezéseket, összefüggéseket, az alábbiakban azt vizsgáljuk, milyen helyzetekben nem működik ez az elemzési eljárás.

Amint az előző fejezetben részletesen bemutattuk, az *NPV*-re építő beruházási döntés világos közgazdasági logikát követ, tulajdonképpen a beruházás bevételeit és költségeit – illetve ezek tőke alternatíva költséggel csökkentett jelenbeli értékét – kell szembeállítani egymással.

Az *NPV* megközelítés hosszú évtizedek óta központi helyet foglal el a közgazdasági, pénzügyi elméletben. A beruházások értékelése mögött meghúzódó alap gondolat egy évszázada Irving Fisher munkáiban jelent meg (1906, 1907), aki a pénz időértékének fontosságát ismerte fel, későbbi – munkásságát összefoglaló – könyvében (Fisher 1930) az értékelési technika alap gondolatát is leírta: a beruházás várható pénzáramlásait a kockázatukhoz illeszkedőnek tartott ráta segítségével a jelenre kell diszkontálni, és a kapott jelenértéket össze kell hasonlítani a beruházás költségével. Az eljárás ma is megtalálható valamennyi vállalati pénzügyek tankönyvben, talán csak a kockázathoz illeszkedőnek tartott diszkontrátát keresztelték át tőke alternatíva költségnek, és meghatározásához is megfelelő alapot nyújt a *CAPM*.

Az *NPV*-módszer korai kritikussai (Dean 1951, Hayes és Abernathy, 1980, Hayes és Garvin, 1982) szerint a módszertan számos helyzetben alulértékelt a beruházási lehetőségeket, ami abból fakadt, hogy a beruházási döntések során a vállalatok figyelmen kívül hagytak, vagy nem értékelték megfelelően bizonyos – általuk stratégiainak nevezett – megfontolásokat. A problémáért Hertz (1964) és Magee (1964) szerint a rossz értékelési technikák felelősek, és más (szimulációs és döntési fa) döntési módszereket javasoltak. Mások (pl. Hodder és Riggs, 1985 és Hodder, 1986) úgy érveltek, hogy a probléma egyszerűen az *NPV*-módszer helytelen használatából fakad.

Amint azt többek között Myers (1984b), illetve Dixit és Pindyck (1995) is megállapították, az *NPV* megközelítés problémái az elemzési módszer alkalmazásának előfeltételezéseiből adódnak, amennyiben nem ezen feltételeknek megfelelő helyzetet

kell értékelni, akkor a beruházási döntés nem alapozható az *NPV* mutatóra.

Az *NPV*-elemzés egyik fontos előfeltételezése a későbbi beavatkozási lehetőségek figyelmen kívül hagyása. Az *NPV* számításakor tulajdonképpen azt feltételezzük, hogy a projekt jövőbeli pénzáramlásait mindenképpen el kell vállalnunk, és a későbbi módosítási, beavatkozási lehetőségekkel nem foglalkozunk (természetesen az *NPV* alkalmazása nem zárja ki ezen beavatkozási lehetőségeket, de ezek értékét nem veszi figyelembe). Az *NPV* számítás a teljes (ráadásul mostani tudásunk alapján becsült) várható pénzáramlás sorozatra vonatkozik, az értékben nyilván nem szerepelhet az olyan lehetőségek értéke, mint például a veszteséges projekt leállítása, vagy egy esetleges kapacitásnövelés. Az ilyen jellegű – leállásra, bővítésre, módosításra vonatkozó – rugalmasság sok esetben egyáltalán nem irreális feltételezés, sőt, ez állhat közelebb a valós szituációhoz. Az ilyen rugalmasság igen lényeges mozzanat lehet, hiszen lehetőségünk van eredeti döntéseink módosítására, „újragondolására” miután némi idő elteltével a projekttel kapcsolatos bizonytalanság egy része már eloszlott.

A másik előfeltételezés szerint az *NPV*-módszer „most vagy soha” beruházási helyzetet tételez fel, a beruházás esetleges elhalasztásának lehetőségét nem képes számba venni. „Most vagy soha” szituációban az *NPV* mutató egyszerű döntésre vezet: amennyiben pozitív az adott érték, azonnal érdemes belevágni a projektbe. Az *NPV*-mutató egy adott időpontra vetítve adja meg a projekt gazdasági értékét, méghozzá az adott pillanatban becsült pénzáramlások (költségek, árak, darabszámok stb.) alapján. Azonban nemcsak a diszkontálás bázisának szempontjából van szerepe ennek a nulladik pillanatnak, hanem azért is, mert a számításhoz használt adatok az akkori helyzetnek megfelelő tudásunkat tükrözik. Amennyiben lehetőségünk van a döntés elhalasztására – vagyis nem „most vagy soha” döntési szituációról van szó – egy későbbi időpontban elvégzett elemzéshez már újabb információk, megváltozott piaci körülmények állnak rendelkezésünkre, amikről az eredeti döntés időpontjában még fogalmunk sem lehetett. Bizonyos szituációkban tehát indokolt lehet kivárni, elhalasztani a döntést, megvárni az esetleges kedvezőbb helyzetet, teljesebb informáltságot.

Amint azt könyvükben Brealey és Myers (1996) is tisztázzák: *„elhalasztható beruházások értékelésére és a beruházás optimális időzítésére kitűnően alkalmazható a nettó jelenérték mutató olyan helyzetekben, amikor a projekthez nem társul bizonytalanság. Csupán annyit kell tennünk, hogy kiszámítjuk a projekt nettó jelenértékét különböző jövőbeli kezdési időpontok esetén, majd kiválasztjuk a*

legmagasabb NPV-t ígérő kezdési időpontot. Sajnos ez az egyszerű szabály kockázatos jövő esetén csődöt mond.”

Kockázatoság esetén azonban a különböző kezdési időpontokban számolt *NPV*-ket nem lehet összehasonlítani, hiszen felvetődhet a visszalépés (változtatás) lehetősége is. A döntés elhalasztása, vagyis a helyzet tisztázódásának, a bizonytalanság csökkenésének „kivárása” nyilván értékes, mivel így elkerülhető a veszteség, esetleg még jobb változat valósítható meg. A kivárással azonban károkat is okozhat, költséges lehet, pozitív pénzáramlások elvesztését jelentheti. A kivárással tehát nyereséget és veszteséget egyaránt okozhat, így nyilván van optimális kivárással is.

Mindehhez hozzá kell azonban tenni, hogy a vállalatoknak nincs mindig lehetőségük a beruházási döntések elhalasztására. Akár stratégiai megfontolások is szerepet játszhatnak egy gyors beruházási döntésben, ha ezáltal a vállalat előnyre tesz szert versenytársaival szemben (Gilbert 1989, Tirole 1989). A halasztásnak nyilván vannak költségei – versenytársak belépésének kockázata, elszalasztott pénzáramlások – de ezt a költséget a kivárással – az időközben megszerzett új információkból fakadó – hasznával kell szembe állítani.

Dixit és Pindyck (1994) leszögezik, hogy a valós beruházási helyzeteknek a visszafordíthatatlanság és a késleltethetőség nagyon fontos jellemzői, egy vissza nem vonható beruházás elhalasztásának lehetősége alapvetően befolyásolja a beruházási döntést és az *NPV*-szabály használhatóságát is kétségbe vonja.

II. Reálopciók, mint esetleges megoldások

Amint azt az előző alfejezetben tárgyaltuk, bizonyos helyzetekben, pontosabban bizonyos előfeltételezések nem teljesülése esetén az *NPV*-mutató nem ad valós képet a beruházási lehetőség értékéről, az erre alapozott beruházási döntés hibás döntéshez vezethet.

A nettó jelenérték mutatóra épülő módszerek tökéletlensége akkor jelentkezik, amikor olyan beruházásokat kell értékelni, amelyekhez jelentős jövőbeli rugalmasság társul. A rugalmasság arra – az *NPV*-módszerrel értékelhetetlen – lehetőségre utal, hogy a meghozott beruházási döntés később módosítható, esetleg a beruházási döntés elhalasztható, a projekt volumene növelhető, illetve csökkenthető stb. Ennek a módosítási lehetőségnek nyilván értéke is van, a kérdés csupán az, hogy ezt az értéket hogyan lehet számszerűsíteni, hogyan lehet a beruházási döntés során felhasználni.

Egy beruházás későbbi időpontban történő megvalósítása, egy jövőbeli kapacitásbővítés, illetve módosítás, vagy a projektből történő kiszállás, mind-mind olyan lehetőségeket jelentenek, amelyről majd csak a jövőben kell döntést hoznunk, az akkori tudásunk, rendelkezésre álló információink alapján kell szembeállítanunk a döntéshez kapcsolódó költségeket és bevételeket. Mivel olyan pénzáramlásokat kellene értékelnünk, amelyek egy jövőbeni döntésünktől függenek, az *NPV*-mutató segítségével ezt nem tudjuk megtenni, valahogyan azonban mégis értékelni kellene e helyzeteket. A vázolt helyzet nagyban hasonlít a pénzügyi opciókhoz, amikor egy jövőbeni időpontban dönthetünk valaminek a megvásárlásáról vagy eladásáról (ráadásul ma rögzített áron). A pénzügyi opciók tehát szintén csak lehetőséget jelentenek, amellyel élhetünk a jövőben, ha az akkori körülmények mérlegelése alapján kedvező számunkra mindez, ellenkező esetben viszont nem vagyunk kötelesek élni a joggal.

Talán az eddigiek alapján is nyilvánvaló, hogy a beruházási döntésünkhöz kapcsolódó jövőbeli lehetőségek a pénzügyi opciókhoz hasonló helyzetként értelmezhetők. Amennyiben valóban hasonló helyzetről van szó, akkor a pénzügyi opcióértékelés módszertanának alkalmazásával megadhatók ezen vállalati beruházási helyzetek értékei is. Mindehhez nem kell mást tennünk, mint párhuzamot vonni a pénzügyi opcióban foglalt helyzet és a valós vállalati (reál) helyzet között. A beruházási

helyzetekhez kapcsolódó – az *NPV*-módszerrel értékelhetetlen – rugalmasság tehát a „reál” helyzetekre alkalmazott opcióértékelés segítségével értékelhető.

A pénzügyi opcióárazás terén végzett munkásságáért 1997-ben Nobel díjat kapott Merton (1998) a díj apropójából írt, az opcióárazási elmélet alkalmazási lehetőségeit áttekintő cikkében egyszerűen pénzügyi eszközt nem tartalmazó opcióként definiálja a reálopciókat. Az opcióárazás ilyen alkalmazását a következőkkel indokolja: a jövő bizonytalan, de megvan a lehetőség döntéseink módosítására, „újragondolására” miután a bizonytalanság egy része eloszlott, és ennek a módosítási lehetőségnek nyilván értéke van. A beruházási döntések során Merton szerint a következő helyzeteket lehet opcióként azonosítani és értékelni: kibocsátás növelése, csökkentése, a projektből történő kiszállás, a beruházás elhalasztása, felgyorsítása vagy lelassítása.

A reálopció fogalma egyébként Myers (1976) munkájában jelent meg először, aki a vállalat eszközeit két csoportra bontotta: reáleszközökre és reálopciókra. A reálopciót egy reáleszköz kedvező körülmények között történő megszerzésére vonatkozó lehetőségként definiálta. Myers a cikkben elsősorban a vállalatok hitelfelvételi politikáját vizsgálja, de foglalkozik a vállalatértékelés kérdéseivel is. Megállapítja, hogy a vállalatok értéke tükrözi a vállalat jövőbeni beruházási lehetőségeire vonatkozó várakozásokat is. E beruházások megvalósítása azonban a jövőbeni megvalósítás időpontjában esedékes nettó jelenértéküktől függ. A vállalat értékének ez a része a jövőbeli beruházási lehetőségekre vonatkozó opciók jelenlegi értékétől függ, e növekedési lehetőségek tulajdonképpen reáleszközökre vonatkozó vételi opciókként tekintendők és értékelendők. Myers az értékeléshez szükséges alapparamétereket (kötési árfolyam, alaptermék árfolyam) is azonosítja.

Myershez hasonlóan növekedési lehetőségekként azonosította a reálopciókat Kester (1984) is, aki olyan projektek értékelését vizsgálja, amelyeknél a kezdeti – viszonylag jól tervezhető pénzáramlásokkal leírható – beruházást valamilyen későbbi növekedési lehetőség is követheti. Ebben az esetben a kezdeti beruházás értéke könnyen meghatározható az *NPV*-számítás módszerével, azonban egy későbbi bővítés, kapacitásnövelés, esetleg új piacra való belépés csupán lehetőséget jelent a vállalat számára, amely az *NPV*-módszerrel nem értékelhető. Az ilyen jövőbeli lehetőségek értékelésére a vételi opciók értékelésének módszertanát javasolja, a projekt értékének megadásához a kezdeti beruházás *NPV*-jét kell kiegészíteni az opciók értékével. Kester

szerint ez azért is kiváló párhuzam, mert a vállalati vezetők többsége tisztában van a pénzügyi opciók tulajdonságaival, hiszen gyakran kereskednek is ilyenekkel, illetve jövedelmük egy részét is opciók formájában kapják. A növekedési opciók értékének illusztrálására Kester iparágakra bontva több nagyvállalat saját tőkéjének könyv szerinti és piaci értékét hasonlítja össze, a különbséget szerinte a növekedési opciók értéke magyarázza, ami egybecseng a már korábban ismert *PVGO* felfogással.

Megemlíthető továbbá, hogy Ingersoll és Ross (1992) az *NPV*-mutatóra építő hagyományos beruházási döntési szabályt vizsgálták meg, és megmutatták, hogy bizonytalan kamatlábak esetén a legtöbb projekthez kapcsolódik opciós érték. Elemezték a kamatlábak változásának a beruházások időzítésére vonatkozó hatását.

II.1. A reálopció elemzések „bújtatott” megjelenései

Graham és Harvey (2001) már idézett felmérése azt is vizsgálta, hogy a vállalatok használják-e a reálopciók megközelítést beruházási döntéseik során. Eredmények szerint a reálopciók értékelést a megkérdezett vállalatok mindössze 27%-a veszi figyelembe mindig vagy majdnem mindig a beruházási döntések során. A reálopciók megközelítés használata, illetve a használat gyakorisága nem mutat szignifikáns eltérést a különböző vállalatcsoportok (méret, P/E, tőkeáttétel, iparág, stb.) között.

Ehhez hasonló megállapításra jutott McDonald (1998) is, aki szerint a legtöbb vállalat nem használja a beruházási lehetőségek értékelése során a reálopciók technikákat. Azt találta, hogy látszólag önkényes ökölszabályok (megtérülési idő, küszöb megtérülési ráta) használata is közel optimális beruházási döntésekhez vezet. Vagyis ezen ökölszabályokkal a vállalatok a jóval szofisztikáltabb és bonyolultabb reálopciók értékelés alkalmazását helyettesítik, tehát ezek a módszerek közelítőleg optimális döntési szabályok lehetnek (különösen erősen bizonytalan körülmények esetén). Hozzáteszi, hogy annak az oka, hogy a vállalatok gyakran használnak olyan döntési szabályokat beruházási döntéseik során, melyek nem teljesítik szigorúan az *NPV*-szabályt, lehet pusztán az is, hogy ezek az ökölszabályok a múltban működtek. Tehát véleménye szerint a vállalatok is tisztában vannak azzal, hogy ezen ökölszabályok némelyike elméletileg nem helyes.

Mindezt Summers (1987) felmérésének eredményeivel támasztja alá, aki a vállalati beruházási döntések vállalati gyakorlatát vizsgálva azt találta, hogy a vállalatok 94%-a valamennyi projekt pénzáramlásait ugyanazzal a tőkeköltséggel diszkontálja a kockázattól függetlenül, 23%-uk használt 19%-ot meghaladó tőkekölségeket, vagyis a vállalatok valami küszöb-*IRR* előírás alapján döntenek.

McDonald (1998) arra a következtetésre jut, hogy a vállalatok látszólag „inkorrekt” beruházási döntési módszereket (ököltszabályokat) használnak az *NPV*-szabály által nem megfelelően magyarázott közgazdasági megfontolások helyettesítőjeként, így próbálják helyettesíteni a jóval bonyolultabb – de elméletileg talán indokoltabb – opcióértékelési módszerek használatát.

II.2. Pénzügyi opciók értékelése

Mint már említettük, a reálopció értékelés tulajdonképpen a pénzügyi opció helyzetek és a valós vállalati beruházási helyzetek párhuzamba állítását, és a pénzügyi opcióértékelési módszertan reálhelyzetekre történő alkalmazását jelenti, ezért a reálopció értékelési eljárások alapját a pénzügyi opcióértékelési módszertan adja.

Bachelier (1900) – empirikus kutatásainak eredményeire támaszkodva – részletes áttekintést adott a határidős és opció árelméletről. Az alaptermék piaci árának és a rá vonatkozó opció kötési árfolyamának különbségeként egyszerűen meghatározható lejáratkori opcióérték szemléletes ábrázolásmódját dolgozta ki. Számos alapvető eredmény fűződik a nevéhez, így például az időben folyamatos bolyongás modelljének kifejlesztése, számos opció típus árának közelítő meghatározása, illetve a tőkepiaci hatékonyság alapjelenségének leírása is. Árazási modelljeit a francia tőzsde adatai alapján tesztelte is. Alapvető eredményei dacára sokáig nem volt visszhangja Bachelier munkájának, angol nyelvű fordításban először 1964-ben jelent meg a Cootner (1964) által összeállított tanulmánykötetben. Bachelier feltételezte, hogy az árfolyamok aritmetikai Brown-mozgást követnek, ami azonban negatív árfolyamok előfordulásához is vezethetne.¹²

¹² Amennyiben olyan alaptermékre vonatkozik az opció, amelynek lehet negatív is az árfolyama, pl. *spread*, akkor jó közelítésnek tekinthető Bachelier formulája.

Az opcióárazással foglalkozó korábbi munkák főleg warrantok¹³ értékelésére koncentráltak. Több szerző is hasonló általános értékelési formulához jutott – többek között Sprenkle (1961), Ayres (1964), Boness (1964), Samuelson (1965b), Baumol et al. (1966), Thorp és Kassouf (1967), Chen (1970) –, de egyik képlet sem jelentett igazi megoldást, mivel mindig tartalmaztak egzakt módon megadhatatlan paramétereket is.

Sprenkle (1961) megpróbálta kiküszöbölni Bachelier értékelési eljárásának azon hibáját, hogy negatív részvényárfolyamok előfordulását is megengedte (az aritmetikai Brown-mozgás feltételezése miatt). Formulájának alkalmazását az tette nehezkessé, hogy számos nehezen becsülhető paramétert tartalmazott (pl. a befektetők kockázatalutasítási együtthatója, a hozam átlagos növekedési üteme), amelyek javasolt számítási módjára nem tért ki a cikkben. Később Boness (1964) fejlesztette tovább a formulát, a pénz időértékének az alaptermék (részvény) várható hozamán keresztül történő figyelembevételével.

Samuelson (1965b) egyrészt szakított Bachelier azon feltételezésével, hogy az opciók alaptermékeinek ára aritmetikai Brown-mozgást (folyamatos véletlen bolyongást) követ (akár negatív árakat is eredményezve), és geometriai Brown-mozgást tételezett fel, másrészt modellje megengedi, hogy az opció kockázata eltérjen a részvényétől. Samuelson értékelési eljárása az opció várható kifizetésének (lejáratkori értékének) diszkontálására épült, paraméterei között szerepelt a részvény várható hozama, illetve az opció várható hozama is, ez utóbbi megadása viszont jelentős problémába ütközött.

E mozzanattal kapcsolatos probléma magyarázza az opcióértékelés bonyolultságát is. A várható pénzáramlások becslése, majd a megfelelő tőke alternatíva költséggel történő diszkontálás zsákutcát jelent az opcióértékelésben, mivel az opció kockázata – így az alkalmazandó alternatíva költség is – folyamatosan változik a részvény árfolyamának változása, illetve az idő múlása miatt is.

Egy másik – Mertonnal közösen írt – cikkében Samuelson (Samuelson és Merton 1969) vetette fel azt az ötletet, hogyha az opció ára a részvényárfolyam

¹³ *A warrant az opciókhoz hasonlóan jogot jelent egy jövőbeni adásvétel előre rögzített áron történő lebonyolítására, a különbségek inkább technikai jellegűek. A warrantot általában kötvénnyel együtt bocsátják ki azzal a céllal, hogy vonzóbbá tegyék a befektetést. További különbséget jelent a lejárat, a warrantok általában jóval hosszabb lejáratúak, mint az opciók.*

függvénye, akkor az értékeléshez használt diszkontráta meghatározható egy olyan fedezett portfólió segítségével, ami opciót és bizonyos mennyiségű részvényt tartalmaz. Modelljünkben az opció értéke a befektetők hasznosságfüggvényétől függ. A cikk legfontosabb újdonsága annak a megközelítésnek a felvetése volt, hogy az opció értékét az alaptermék árfolyam (és egyéb paraméterek) függvényeként adták meg.

Thorpe és Kassouf (1967) az aktuális warrant árfolyamokra illesztett függvény segítségével próbálták megadni az értékelési formulát.

Az opcióértékelés problémáját végül Black, Scholes és Merton oldották meg (Black-Scholes 1973, Merton 1973). Az értékelési eljárás lényege az opció várható hozamának kiküszöbölése, amit oly módon oldottak meg, hogy az opciót egy olyan portfólióba helyezték, amelynek lejáratkori értéke ismert, így a jelenérték kiszámítható a kockázatmentes kamatláb segítségével. Ehhez olyan alapterméket és opciót tartalmazó portfóliót kellett összeállítani, amelynek lejáratkori értéke független az alaptermék árváltozásától, vagyis az opció értékének változása „lefedez” azt. Ezt az egyszerűnek tűnő értékelési alapelvet viszont valamennyi pillanatra, valamennyi lehetséges részvényárfolyam esetére alkalmazni kell, ezért volt szükség a megoldás levezetéséhez rendkívül magas szintű matematikai eszköztárra.

A Black-Scholes formula végeredménye már meglehetősen egyszerű, összesen öt paraméter függvényében adja meg a lejáratig osztalékot nem fizető alaptermékre vonatkozó európai típusú vételi opció értékét, melyek a jelenlegi részvényárfolyam, a kötési árfolyam, a kockázatmentes kamatláb, a lejáratig hátralévő idő és a volatilitás.

Az opcióértékelési formula empirikus tesztelése során Black és Scholes (1972)¹⁴ azt az eredményt kapták, miszerint a valós piaci árfolyamok szisztematikusan eltértek a formula által megadott értéktől. Az opcióvásárlók konzisztensen magasabb árat fizettek, az opciók kiírói viszont a formula által megadottnak megfelelő díjat kaptak. Mindez ezt mutatta, hogy az opciós piacon jelentősek voltak a tranzakciós költségek, amit az opció vásárlók fizetnek meg.

Merton (1973) megmutatta, hogy a Black-Scholes formula levezethető az eredetinel kevésbé szigorú feltételek mellett is. Levezette az osztalékot fizető

¹⁴ Furcsának tűnhet, hogy az empirikus igazolás egy évvel megelőzte magát a formulát, ez a formula publikálásának elhúzóásával magyarázható.

alaptermékre vonatkozó opciók, valamint az eladási opciók értékét megadó formulát is.

Az opcióértékelés gyakorlatba történő átültetését nagyban segítette Cox és Ross (1976) felismerése, hogy az opció replikálható (vele teljesen megegyező kifizetésű portfólió állítható össze) tőzsdén kereskedett értékpapírok segítségével. Rubinstein (1976) megmutatta, hogy az opcióértékelési eljárás levezethető a kockázatmentes portfólió kialakítását lehetővé tevő folyamatos kereskedési lehetőség feltételének elhagyása esetén is.

Cox, Ross és Rubinstein (Cox, Ross, Rubinstein, 1979) kevésbé bonyolult matematikai eszközök használatával, diszkrét idejű modelljük, a binomiális opcióértékelés segítségével jutottak el a Black-Scholes formula eredményéig. A binomiális modellt eredetileg azzal a céllal fejlesztették ki, hogy a Black-Scholes modell megértését segítse mélyebb matematikai ismeretekkel nem rendelkezők számára is, azonban a származtatott termékek árazásának általános numerikus eljárásává vált. Megmutatták, hogy a részvényárfolyamok viselkedésének binomiális modellezése a lognormális eloszláshoz konvergál, amennyiben a lépések között eltelt idő nullához tart, illetve a binomiális opcióárazás eredménye a Black-Scholes módszer eredményéhez közelít. Nelson és Ramaswamy (1989) szerint a részvényárfolyam akkor helyettesíthető megfelelően binomiális folyamattal, ha a csomópontok száma legalább lineárisan növekszik az intervallumok számával.

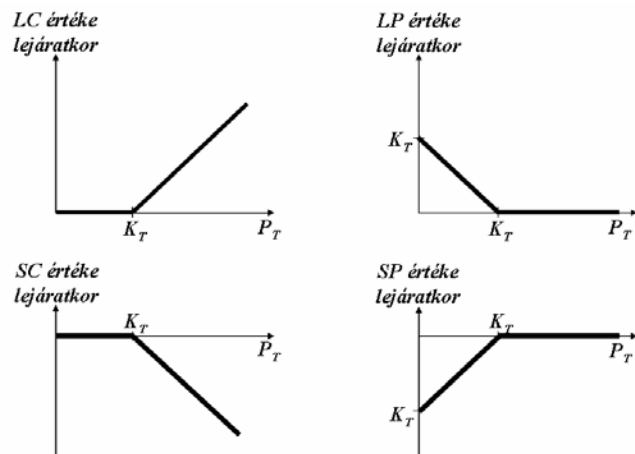
II.3. Kiegészítések a pénzügyi opciók értékeléséhez

II.3.1. Pénzügyi opciók alapfogalmai

A vételi (call) opció olyan kétoldalú ügylet, amelyben az egyik fél (c) opciós díj jelenbeli megfizetésével egy meghatározott (alap)termék, meghatározott jövőbeli napon, előre megállapított K_T (kötési) árfolyamon történő vásárlására szerez jogot a másik féltől. Eladási (put) opció esetén az egyik fél (p) opciós díj ellenében egy meghatározott termék, meghatározott jövőbeli időpontban, meghatározott K_T áron való eladására szerez jogot. Az ügylet kötelezettséget vállaló szereplőjét az opció kiírójának nevezzük, tehát a vételi opció kiírója eladási kötelezettséget, az eladási opció kiírója vételi

kötelezettséget vállal.¹⁵ Az opcióban foglalt jog érvényesíthetőségének ideje alapján megkülönböztetünk európai opciókat, ha csak a lejárat napon lehet élni a joggal, azaz csak a T időpontban (vagy T időpont múlva), illetve amerikai opciókat, ha a lejárat napig, azaz a T időpontig, ez bármikor megtehető. (A pénzügyi opciók alapfogalmainak részletes leírását lásd. Száz 1999, Hull 2006.)

Az opciók értéke a lejárat időpontjában egyszerűen meghatározható az alaptermék piaci árának és a rá vonatkozó opció kötési árfolyamának különbségeként. (Hogy miből mit vonunk ki, az természetesen attól függ, hogy vételi vagy eladási opcióról van-e szó.) A lejáratkori érték alakulása könnyen szemléltethető a Bachelier (1900) által javasolt ún. pozíciódiagramos ábrázolás segítségével.



2. ábra: Vételi és eladási, jog és kötelezettség értéke lejáratkor a lejáratkori részvényárfolyam (P_T) függvényében.

Az ábra szemlélteti az opciók értékének azon sajátosságát, hogy a long pozíció értéke sohasem lehet negatív, mert nem kötelesek lehívni kedvezőtlen esetben, míg a short pozíció értéke sosem pozitív. Éppen ebből fakad, hogy a long pozícióba kerülők opciós díjat (c -t vagy p -t) fizetnek a short pozíciót vállalóknak.

¹⁵ A jogosult pozícióját hosszú (long), míg a kötelezett pozícióját rövid (short) pozíciónak nevezzük. Összességében tehát négyféle pozíciót különböztetünk meg: vételi jog (long call); eladási kötelezettség (short call); eladási jog (long put); vételi kötelezettség (short put).

II.3.2. Bővebben a Black-Scholes formuláról

Black és Scholes abból a feltételezésből indult ki, hogy ha létezik az opció értékét leíró formula, ami többek között a részvényárfolyam függvényében adja meg az opció értékét, akkor ez a formula azt is megmutatja, hogy hogyan változik az opció értéke a részvény árának kismértékű, rövid idő alatt bekövetkező változása esetén. Így létrehozható egy olyan – opciót és részvényt tartalmazó – portfólió, amelynek értéke független a részvény árfolyamának változásától, mert az opció értékváltozása „lefedez” a részvény értékváltozását. A fedezet fenntartásához azonban a portfóliót folyton újra kell súlyozni. Egy ilyen fedezett (biztos jövőértékű) portfólió hozama a kockázatmentes kamatlábbal kell, hogy megegyezzen. Ezzel a megoldással tehát kiküszöbölhető a tőkeköltség megadásának korábban említett problémája.

A megoldás levezetéséhez feltételezték, hogy nincsenek tranzakciós költségek, egy adott – időben állandó – rövidtávú kamatláb mellett lehet kölcsönt felvenni és befektetni (a részvény tetszőleges hányadát meg lehet – ezen kamatláb mellett felvett – kölcsönből vásárolni), a részvény hozamának volatilitása állandó, ami azt jelenti, hogy a részvény árfolyama lognormális eloszlást követ.

Ezen feltételek mellett az opció értéke csak a részvényárfolyamtól, az időtől, és egyéb ismert és állandó paraméterektől függ. Így létrehozható olyan – részvényt és vételi opció kiírást tartalmazó – portfólió, amelynek értéke a részvényárfolyam változásától nem, csak az időtől és ismert konstansoktól függ.

Az opció értékét leíró egyenlet szerint az opció várható hozama a kockázatától függ. Az opció hozamának megadásához a lejáratig tartó időszak valamennyi pillanatára fel kell írni a *CAPM* összefüggését, valamennyi lehetséges részvényárfolyam és opcióérték esetére. Másként fogalmazva a *CAPM* segítségével megadható, hogy miként alakul az opció várható hozama az idő és a részvényárfolyam függvényében. Mindez egy differenciálegyenletet ad, amelynek csak egyetlen megoldása van.

Az a feltételezés, hogy az opció értéke nem a részvény várható hozamától, hanem volatilitásától függ, lehetővé teszi a probléma megoldását bármilyen várható hozam esetére. További feltételezés volt a levezetés során, hogy a részvény várható hozama megegyezik a (rögzített és állandó) kockázatmentes kamatlábbal, másként fogalmazva a részvény bétája nulla.

A volatilitás állandóságának feltételezése mellett könnyen megadható a bármely

lehetséges lejáratkori részvényárfolyam valószínűsége. A lejáratkori részvényárfolyam eloszlásának ismeretében, a kötési árfolyam segítségével megadható az opció várható lejáratkori értéke is. Sprenkle (1961) már említett formulája tulajdonképpen ezt a várható lejáratkori opcióértéket adta meg, annyi különbséggel, hogy bármilyen várható hozamot megenged.

Az értékelés célja azonban nem az opció lejáratkori várható értékének meghatározása, ennek jelenértékét kellene megadni az opcióérték kiszámításához. Ehhez még annyit kell feltételezni, hogy nemcsak a részvény várható hozama egyezik meg a kockázatmentes kamatlábbal, hanem az opcióé is. Ha az opció várható hozama mindig megegyezik a kockázatmentes kamatlábbal, akkor az opció lejáratkor várható értékéből a kockázatmentes kamatláb segítségével diszkontálva kapjuk meg az opcióértéket. A diszkontráta így nem függ az időtől és a részvényárfolyamtól, míg a kockázatmentes kamatlábtól eltérő várható hozam esetén függne.

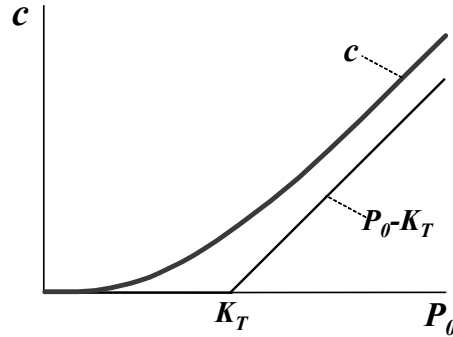
Az opció várható lejáratkori értékét a kockázatmentes kamatlábbal diszkontálva kapjuk az opció jelenértékét. Amennyiben Sprenkle (1961) formulájába a részvény várható hozama és a diszkontráta helyére is a kockázatmentes kamatlábat helyettesítjük, ugyanezt a formulát kapjuk. Az opció értékét megadó formula kielégíti az opció várható hozamát az idő és a részvényárfolyam függvényében megadó differenciálegyenletet.

II.3.3. (Vételi) opciók grafikus értékelése

Az alábbi alfejezetben a Black-Scholes formula eredményeként adódó opcióértékelési függvény grafikus értelmezését mutatjuk be vételi opciók esetére (az eladási opciókra szintén kidolgozott e grafikus értelmezés, lásd. Andor-Bóta 2006b). Azonban mindezt nem öncélúan tesszük, hanem egy olyan meglehetősen egyszerűen kezelhető, a paraméterek hatását szemléletesen mutató értékelési módszert ismertetünk, amelynek segítségével egyrészt kezelhetők az alapesettől való eltérések (osztalékfizetés, amerikai opció), másrészt – amint azt a későbbiekben látni fogjuk – jól használható bizonyos reálopciók analógiák értékének szemléltetéséhez, megragadásához.¹⁶

¹⁶ Mivel a dolgozat elsősorban vállalati pénzügyi, vállalati gazdasági elemzési témájú, így könnyen lehet, hogy még az amúgy szakavatott olvasóknak sincsenek mélyebb opció-értékelési ismereteik. E fejezet részben nekik is segítséget nyújt a dolgozat könnyebb követhetőségéhez.

A Black-Scholes alapformula a lejáratig osztalékot nem fizető részvényre vonatkozó európai típusú vételi opciónak a c értékét adja meg. Ez az érték – jellegét tekintve – az alábbi ábrán látható függvény szerint alakul:



3. ábra: Európai vételi jog (LC) lejárat előtti c értéke a jelenlegi P_0 részvényárfolyam és a K_T kötési árfolyam függvényében.

A Black-Scholes formula a szerzők által megadott formájában, de a dolgozatban alkalmazott jelölésrendszer használatával felírva:

$$c = P_0 N(d_1) - K_T e^{-r_f T} N(d_2) \quad (8.)$$

A képlet változói az alábbiak: P_0 a részvény jelenlegi árfolyama; K_T az opció kötési árfolyama; r_f a – folytonos kamatozási értelemben tekintett – kockázatmentes kamatláb; T az opció lejáratáig hátralévő idő;

$N(d)$ a normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvény-értéke d -nél;

$$d_1 = \frac{\ln \frac{P_0}{K_T} + \left(r_f + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (9.)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (10.)$$

σ a részvény (az alaptermék) volatilitása, azaz a részvény időegység (rendszerint egy év) alatti relatív szórása, ami megegyezik a hozam időegységre vonatkozó szórásával.

Könnyebben értelmezhető eredményt kapunk, ha a képletben a kötési árfolyam kockázatmentes kamatlábbal diszkontált értékének helyébe egyszerűen K_0 -t írunk, amit a továbbiakban ebben az értelemben használunk.

$$c = P_0 N(d_1) - K_0 N(d_2) \quad (11.)$$

A formulában szereplő $N(d)$ -k hozzávetőleg annak a valószínűségét adják, hogy

P_T nagyobb lesz K_T -nél és az opciót lehívják. Ebből következően $P_0N(d_1)$ nagyjából azt jelenti, hogy valamekkora valószínűséggel rendelkezünk egy P_0 értékű részvényvel, míg $K_0N(d_2)$ nagyvonalú jelentése, hogy valamekkora valószínűséggel fizetünk K_0 -t érte. Az első rész tehát azt mutatja meg, hogy (mai értéken) várhatóan milyen értékhez jutunk az opció lehívásakor, a második rész pedig azt, hogy (mai értéken) várhatóan mennyiért. Logikus, hogy a kettő különbsége kell, hogy megadja egy ilyen pozíció (egy ilyen „szituációba kerülés”) értékét, így korrekt c árat.

Érdemes megemlíteni, hogy az opció értékét meghatározó tényezők között se a részvény bétája (kockázata), se várható (elvárt vagy normál) hozama nem szerepel, ami talán meglepőnek tűnik. Ennek megértésében segít, hogy – amint azt az előbbi bekezdés formula-értelmezése is sugallja – egy opciós jogot inkább úgy kell felfogni, hogy valamilyen esélyekkel már most részvénytulajdonosnak tekinthetjük magunkat, valamilyen esélyekkel már most megveszünk P_0 -ért egy részvényt, amiért – némileg zavarosan, szintén valamilyen valószínűséggel, két részletben – fizetnünk is kell. (Bizonyos értelemben a részvény kockázata és hozama tehát benne van a képletben, hiszen – hatékony árazódást feltételezve – P_0 tartalmazza ezeket az információkat.)

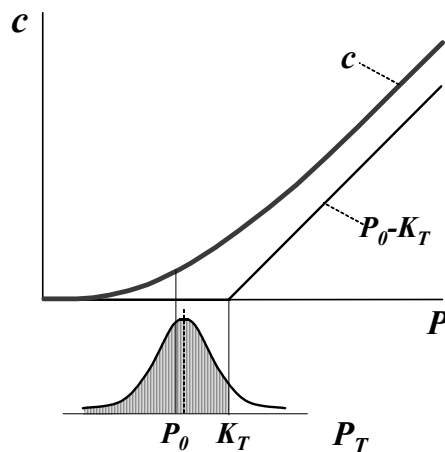
Koncentráljunk ezek után arra, hogy mitől függ egy (európai típusú, osztalékot nem fizető részvény alaptermékű) vételi opció értéke. Könnyű dolgunk van, csak meg kell nézni, hogy a formula milyen paramétereket tartalmaz. Láthatjuk, hogy az opció értéke növekszik, ha a részvény árfolyama (P_0) növekszik, csökken a kötési árfolyam jelenértékének (K_0) növekedésével, ami viszont K_T -től, a kockázatmentes kamatláb nagyságától (r_f) és a lejáratig hátralévő időtől (T) függ. Változik c értéke továbbá a lejáratig hátralévő időtartam gyöke (\sqrt{T}) és a részvényárfolyam volatilitása (σ) szorzatának változásával is.¹⁷

Az egyes tényezők hatásának magyarázatához tekintsünk először egy olyan vételi opciót, amely esetén a részvény pillanatnyi P_0 árfolyama a K_T kötési árfolyam alatt van (azaz ha most is le lehetne hívni, nem élnénk ezzel a jogunkkal). Mindez azonban nem jelenti azt, hogy az opciós jog jelenleg értéktelen lenne. Bár a lehívás ma

¹⁷ Érdemes kiemelni, hogy a Black-Scholes egyenletben szereplő változók mindegyike – a jelenlegi részvényárfolyam, a kötési árfolyam, a lejáratig hátralévő idő, a részvényárfolyam volatilitása, és a kockázatmentes kamatláb – független a befektetők kockázati preferenciáitól. Amennyiben a kockázati preferenciák nem szerepelnek az egyenletben, akkor nem is befolyásolhatják az eredményt.

nem lenne nyereséges, a vételi opciónak mégis pozitív értéke van, mivel még van remény arra, hogy a részvény árfolyama megnő a lejárat napjáig, és akkor majd nyereséggel lehet lehívni. Ha ez „nem jön be”, akkor, mint legrosszabb eset, az opciót lehívatlanul „eldobjuk”, de veszteni nem tudunk vele.

Az opciók értékének ez a forrása a részvény árfolyamának változékonyságából fakad. Tudjuk, hogy a lehíváskori $P_T - K_T$ különbség a lényeges kérdés, és még ha jelenleg P_0 kisebb is K_T -nél, mivel az árfolyam változékonny, a lejáratig hátralévő T idő alatt még felmehet K_T fölé. (Természetesen mehet lejjebb is az árfolyam, de az, hogy egy opció „mennyire értéktelen”, az teljesen mindegy.) Mindezt az alábbi ábra is szemlélteti, ahol a sraffozott sűrűségfüggvény alatti terület rész mutatja az értéktelenséget, azaz a lehívás elvetésének valószínűségét:

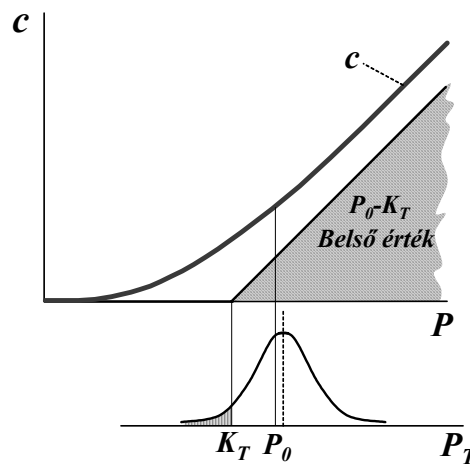


4. ábra: Pillanatnyilag kötési árfolyam alatti P árfolyamú részvényre kötött vételi opció értéke a részvényárfolyam megváltozásának esélye miatt pozitív.

Az ábrán P_T árfolyam becslésére egy P_0 -nál magasabb várható értéket rendeltünk azt jelezve, hogy a részvénynek pozitív a várható hozama, így árfolyama várhatóan nőni fog. P -vel kapcsolatosan hatékony tőkepiaci árazódást tételezünk fel, azaz a pillanatnyi árfolyam mindig korrekt ár, így P változása $P_0(1+r_{alt})^T$ várható értékű és $E(P_T)\sigma\sqrt{T}$ szórású normális eloszlással jellemezhető.)

Analóg jelenség ragadható meg a pillanatnyilag kedvezőnek tűnő vételi pozíciók esetén is. A $P_0 - K_T$ értéket a vételi opció belső értékének nevezik, ennyi pénzre lehetne szert tenni az opció azonnali lehívásával. Az előző esetben – amikor P_0 kisebb volt K_T -nél – belső érték nélküli vételi opcióról beszéltünk, hiszen nem hívnánk le az opciót. Az imént már megértettük, hogy egy belső érték nélküli opció értéke miért nagyobb, mint

nulla. Ezek után nézzük meg a belső értékkel rendelkező eseteket, kezdjük mindjárt az idevonatkozó ábra megtekintésével!



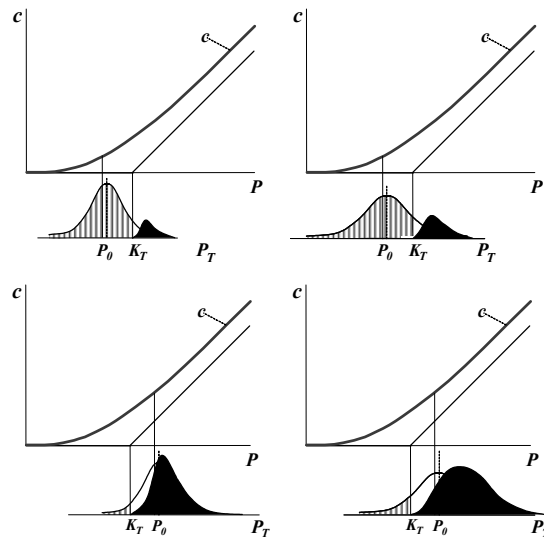
5. ábra: Pillanatnyilag kötési árfolyam feletti árfolyamú részvényre kötött vételi opció értéke a részvényárfolyam megváltozásának esélyei miatt a belső érték felett van.

Az ábra igen szemléletesen mutatja a lényegét. Bár lehet, hogy a részvény árfolyama a lejáratig hátralévő T idő alatt visszaesik, de ennek valószínűsége nem nagyobb az árfolyam-emelkedés valószínűségénél. Viszont, a visszaesést „alulról korlátozza” a kedvezőtlen esetben történő lehívás elkerülhetősége, hiszen csak jogról van szó, nem kötelezettségről. Összességében tehát a részvény árfolyamának változékonysága kedvező hatást gyakorol az értékre, mert az esetleges pozitív kilengések „egy az egyben”, míg az esetleges negatív kilengések „alulról korlátozottan” érvényesülnek.

A vételi opciók értékének a részvényárfolyam változékonyságából fakadó részértékét nevezzük ingadozási értéknek.

Mindezek után már könnyű belátni, hogy egy részvény árfolyamának lejáratáig hátralévő idő alatti kockázatossága pozitívan hat a vonatkozó opció értékére.¹⁸

¹⁸ Szemben például azzal, hogy a kockázatosság egy részvény árfolyamára negatívan hat.

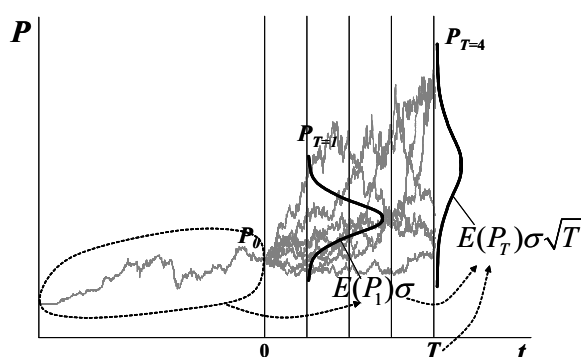


6. ábra: Az ábrákon a fekete területek nagyságai szemléltetik az opciók várható nyereségét. Ezek a területek a P_T értékek valószínűségeit és az egyes P_T értékekhez kapcsolódó opciónyereségeket leíró függvények összeszorzásaiból képzett görbék görbe alatti területei.

Az ábrákon a lehetséges P_T értékekre vonatkozó sűrűségfüggvényt súlyoztuk az egyes P_T értékeknél fellépő opciós nyereségekkel ($P_T - K_T$ -vel) majd az így kapott görbe alatti területet besatíroztuk. Valójában ezek a görbe alatti területek utalnak az opciók várható nyereségére. Jól látható, hogy nagyobb kockázatossághoz nagyobb várható nyereségek kapcsolódnak. Az ok is világos: a vételi opció lehívásának elvetéséből fakadó aszimmetria „kedvez” a nagyobb szóródásnak.

Az ingadozási érték tehát annál nagyobb, minél nagyobb a részvény lejáratig hátralévő időben való relatív változékonysága, relatív szórása. Ez egyrészt a részvény egységnyi időre vonatkoztatott relatív változékonysági tulajdonságától, amit volatilitásnak nevezünk és σ -val jelöltünk, másrészt a lejáratig hátralévő idő T hosszától függ. A Black-Scholes formula mögött meghúzódó feltételek egyike szerint olyan részvényt tételezünk fel, amely a hatékony árazódásnak köszönhetően véletlen, bolyongó jellegű folyamat szerint változtatja árfolyamát. Az ilyen folyamatok esetén az időegység alatti elmozdulások egymástól függetlenek (az auto-korreláció nulla), tehát egy T időszak alatti ingadozás relatív szórásnégyzete az időegységre jellemző relatív szórásnégyzet (azaz volatilitás-négyzet) és az időtartam szorzata, szórása pedig a volatilitás és az idő négyzetgyökének szorzata, azaz $\sigma\sqrt{T}$. (A szórás a relatív szórás és a várható érték szorzata.) A vételi opció értéke tehát nagyobb volatilitású részvény esetén nagyobb, míg a lehívás időpontjához közeledve csökken.

A következő ábrával egyúttal a volatilitás mérését is szemléltetjük. Az ábrán a nulla időpontig egy részvény árfolyamgörbéjét ábrázoltuk. A 0 és T időpontok közötti szakaszra több lehetséges árfolyamgörbét is vázoltunk, lényegében több lehetséges változattal szimuláltuk a lehetséges árfolyam-alakulást. A szimuláció elkészítéséhez feltételeztük – és ez a Black-Scholes formula egyik feltételezése is –, hogy a részvény relatív változékonysága, volatilitása állandó. Ebben az esetben ugyanis a múltbeli (P_0 előtti) árfolyamadatokról mérhető a részvény σ volatilitása, és ezt – véletlenszerű árfolyamváltozást feltételezve – T négyzetgyökével és az árfolyam várható értékével szorozva megkaphatjuk a későbbi időpontok árfolyam-alakulására jellemző normális eloszlást.



7. ábra: Volatilitása várható árfolyam és a T idő alatti szóródás kapcsolata, valamint a volatilitás becslése múltbeli adatokból.

A múltbeli részvényadatok alapján történő volatilitás-becsléshez a részvényárfolyamokat meghatározott időintervallumokban (pl. minden hónap végén) figyeljük meg, összesen n -szer, azaz n időszakon (pl. n hónapon) keresztül. Az adatokból kiszámítjuk az időegységre eső r_i hozamokat. Ezután ezen adatok s^2 szórásnégyzetét számítjuk ki az alábbi összefüggés segítségével:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - r_{\text{átlagos}})^2 \quad (12.)$$

ahol $r_{\text{átlagos}}$ a vizsgált időszak átlagos hozama.

Ezután az s^2 vonatkozó időegysége, azaz a választott intervallum t hossza (mondjuk hónap) szerint arányosítunk σ^2 -re (amit év hosszúságra értelmezünk):

$$\sigma^2 = \frac{T}{t} s^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{T}{t}} s$$
(13.)

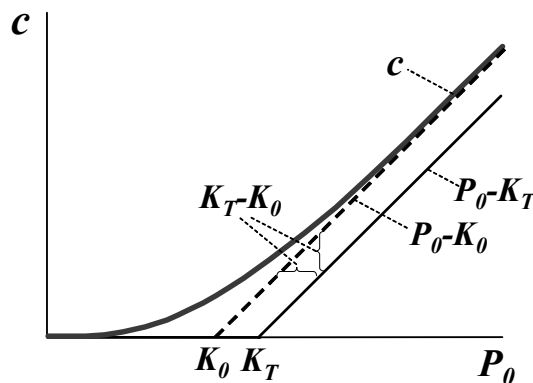
Térjünk át egy másik kapcsolatrendszer feltárására! Ha a részvény P_0 árfolyama lényegesen nagyobb K_T -nél, akkor az opció lehívása majdnem biztos, ezért az ingadozási érték elenyésző lesz. Ebben az esetben – az eddigiek alapján – talán azt várnánk, hogy a vételi opció c értéke „belesimul” a belső értéket jelölő egyenesbe. Azonban nem ez a helyzet.

Nagy belső érték esetén ugyanis – amikor a lehívás szinte biztos – gyakorlatilag egy részletre történő részvényvásárlásról van szó, aminek „első részlete” c , „második részlete” pedig K_T . Olyan, mintha már a miénk lenne a P_0 -t érő részvény, csak még nem fizettük ki teljesen. Mivel K_T -t csak T idő múlva kell kifizetnünk, ezért P_0 -t valójában c és K_0 (K_T jelenértéke r_f kockázatmentes kamatlábbal és folytonos diszkontálással) összegéért vásároljuk meg.

$$P_0 = c + K_0$$

$$c = P_0 - K_0$$
(14.)

Mindebből következik, hogy nagy belső érték esetén a vételi opció c értéke nem a $P_0 - K_T$ belső értékhez, hanem a $P_0 - K_0$ ún. módosított belső értékhez közelít.



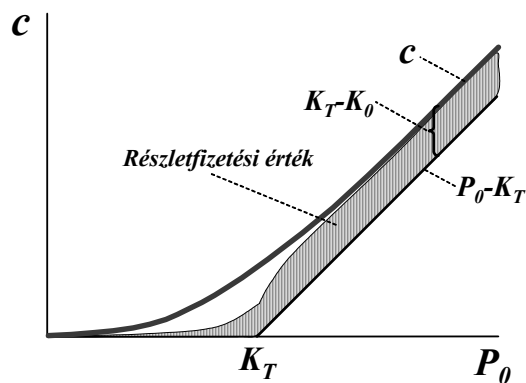
8. ábra: Nagy belső értékű vételi opció c értéke a módosított belső értékhez tart.

Nevezzük a vételi opció értékének ezt a forrását részletfizetési értéknek. Nyilván ez az érték rész K_T -től, r_f -től és T -től függ¹⁹, valamint közrejátszik a lehívás

¹⁹ A pontos összefüggés: $K_0 = K_T e^{-r_f T}$

valószínűsége is²⁰, hiszen ettől függ, hogy mekkora eséllyel élhetünk a részletfizetésből fakadó kedvezőbb fizetési konstrukcióval. Mivel szokásos ábrázolásunk esetén K_T , r_f , T és σ is rögzített, így a lehívás valószínűségére – kissé azért nagyvonalúan – utalva ábrázolhatjuk a részletfizetési értéket.

Az ábrázolás során a belső értékhez adtuk hozzá a részletfizetési értéket, amit a kötési árfolyam lejáratkori és jelenértékének különbsége és a lehívás valószínűségének szorzataként adhatunk meg, ez utóbbit egy normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvényén keresztül ragadhatjuk meg.

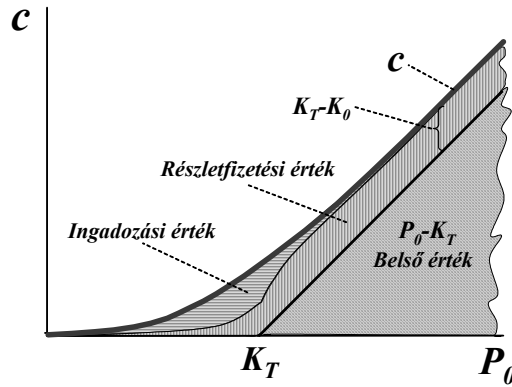


9. ábra: A részletfizetési érték hozzávetőleges ábrázolása.

Rögzítsük tehát, hogy a részletfizetési érték vizsgálata alapján arra következtethetünk, hogy egy vételi opció értéke r_f -től és T -től növekszik, hiszen ezek növekedésével K_T jelenértéke (K_0) egyre csökken.

Mindezek után készen állunk a vételi opciók értékével kapcsolatos következtetéseink összegzésére. A vételi opciók értékével kapcsolatosan három értékrészt különítettünk el: a belső értéket, az ingadozási értéket és a részletfizetési értéket.

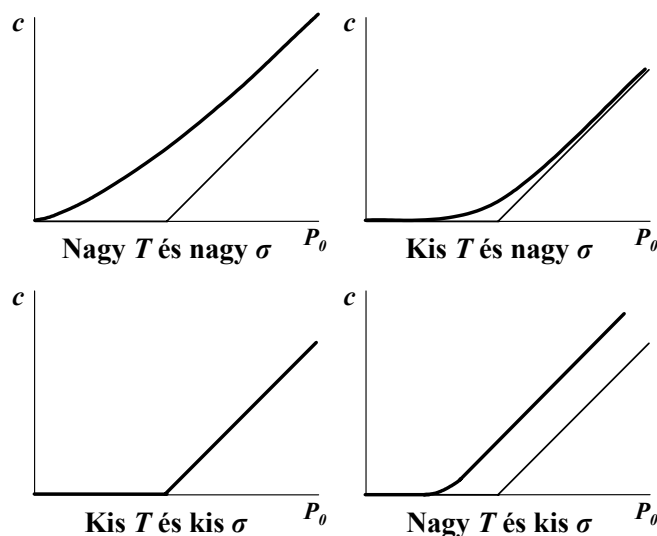
²⁰ Ami függ P_0 -tól, K_T -től, r_f -től, T -től, és σ -tól is.



10. ábra: A belső érték, az ingadozási érték és a részletfizetési érték.

Az összegzett ábrából láthatjuk az ingadozási érték – hozzávetőleges – alakulását. Jól látható, hogy a kötési árfolyam körül van a legjelentősebb hatása, ami érthető is, hiszen a mélyen belső érték nélküli és a nagy belső értékű esetekben szinte biztos a jövőbeli döntés, az előbbinél a lehívás elvetése, az utóbbinál pedig a lehívás.

A vételi opció értékének ez a felbontása kiváló támpontot jelent az opciók értékének meghatározásához. A belső érték adja a vételi opció értékének alsó korlátját. A lejárat időpontjához közeledve az opcióérték a pillanatnyi belső értékhez közelít, hiszen mind az ingadozási érték, mind a részletfizetési érték erősen tart a nullához, T csökkenése miatt. Távolabbi lehívási időpont esetén, a c függvényt egyrészt a részletfizetési érték nyomja felfelé (e hatás erőssége T mellett r_f -től függ), másrészt az ingadozási érték kifelé a görbe lehívási árfolyam környéki szakaszát (e hatás erőssége a volatilitástól is függ). Az alábbi ábra néhány tipikus esetet szemléltet.



11. ábra: Néhány jellegzetes T és σ viszony.

Osztalékot fizető részvényekre vonatkozó vételi opciók értéke lejárat előtt

Az eddigiek során olyan opciókat vizsgáltunk, amelyek alapterméke – az opció lejáratáig – nem fizet osztalékot.

Az esetleges osztalékfizetés figyelembevételéhez egyrészt a részvényárfolyam és az osztalékok összefüggését kell felírni:

$$P_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E(DIV_n)}{(1+r_{alt})^n} = PV_{osztalékok} \quad (15.)$$

Másrészt, azt kell figyelembe venni, hogy adott értékű osztalékfizetés pillanatában megegyező nagyságú részvényárfolyam-eséssel számolhatunk. (E két következtetés természetesen azonos jelentésű, hiszen a fenti képletből is látszik, hogy egy azonnali osztalékfizetéskor P_0 a fizetett osztalékkal kell, hogy csökkenjen.)

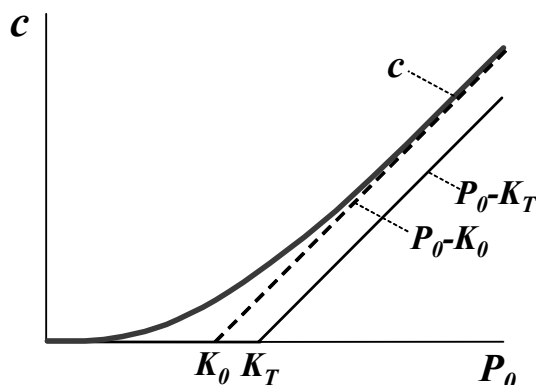
Osztalékfizetés esetén nincs tehát egyéb dolgunk, minthogy az összefüggésekben szereplő P_0 árfolyamot csökkentsük a lejáratig hátralévő időszak alatti osztalékok jelenértékével, $DIV(T)_0$ -lal. Az egyetlen megválaszolandó kérdés az, hogy milyen diszkontrátával számoljunk az osztalékok jelenértékének meghatározásakor. A pénzügyi opcióknál általában r_f kockázatmentes kamattal szoktak diszkontálni, mivel ezek az opciók általában rövidebb lejáratú idejűek, és ezalatt az idő alatt az osztalékfizetés – lévén egy-két évre előre a vállalat be szokta jelenteni az osztalékfizetések idejét és mértékét is – biztosnak tekinthető. Hosszabb lejáratú idők esetén – amik leginkább a reálopciók analógiák során merülnek fel – inkább a kockázathoz illeszkedő r_{alt} -tal diszkontálhatjuk a várható osztalékokat. (Természetesen mindkét eljárás csak közelítésnek fogadható el.)

Az osztalékok figyelembevétele tehát P_0 korrigálásán keresztül történik.²¹ Az opció lejáratáig várható osztalékok jelenértékével ($DIV(T)_0$ -lal) korrigált részvényárfolyam esetén a P_{0DIV} jelölést használjuk.

²¹ Ez az általánosítás nemcsak részvényekre, hanem más alaptermékekre szóló európai opciókra is alkalmazható. Az osztalék helyett az opció alapterméke által kifizetett bármilyen bevétellel számolhatunk. Például a kötvényekre szóló európai opciók esetére a kötvény kamatjövedelmével kell helyettesíteni a részvény osztalékfizetését.

Amerikai típusú vételi opciók értéke lejárat előtt

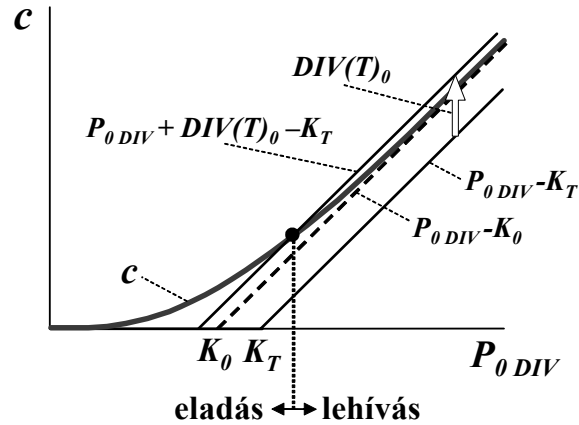
Az amerikai vételi opciók esetén bármikor dönthetünk a lehívás mellett, így a vételi opció tulajdonosának két lehetősége van, ha pozíciója lezárására: lehívja vagy eladja az opciót. Ha lehívja, akkor nyeresége $P_0 - K_T$ lesz, ami a vételi opció belső értéke. Ha eladja, akkor c . Nyilván mindig a nagyobb mellett fog dönteni. Idézzük fel az (osztalék nélküli) vételi opció alapábráját!



12. ábra: c mindig nagyobb a $P_0 - K_T$ belső értéknél, ha nincs osztalékfizetés.

Látható, hogy c mindig nagyobb a korábbi lehíváskor realizálható belső értéknél, így egy amerikai típusú vételi jog korábbi lehívásának lehetőségével soha nem élnek. Ebből fakadóan egy (osztalék nélküli) amerikai vételi jog nem értékesebb egy európainál, bár nem is kevésbé értékes, azonos értékűek.

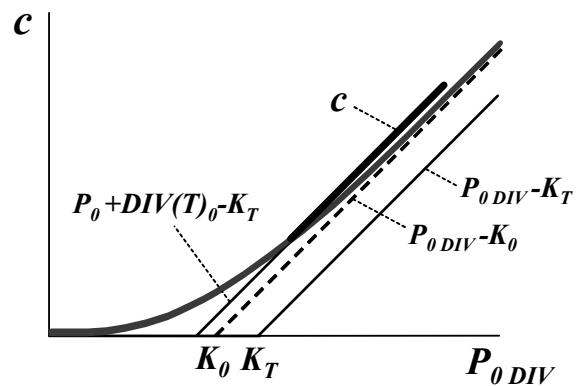
Osztalékfizetés esetén azonban már nem ilyen egyszerű a helyzet. Az értelmezés során vigyáznunk kell, mert itt éppen az a lehetőség a lényeg, hogy – amerikai jogról lévén szó – megvan a lehetőségünk az osztalékok megszerzésére, mégpedig úgy, hogy előbb lehívjuk az opciót, azaz előbb hozzájutunk a részvényhez. (Természetesen ekkor az osztalékok is nekünk járnak.) Itt fontos tehát, hogy P_0 értelmezésének pontosítására P_{0DIV} -et használjunk, kiemelve, hogy a részvény jelenlegi árfolyamából már levontuk a lejáratig hátralévő idő alatti osztalékokat. A jelenlegi árfolyamot P_{0DIV} -nek értelmezve már világos, hogy amikor a korábbi lehívást fontolgatjuk, akkor a belső értéket „visszakorrigáljuk” $DIV(T)_0$ -lal, hiszen korábbi lehíváskor megkaphatjuk a P_{0DIV} értelmezés szerint előre levont osztalékot is. Az ábrán ezért „toltuk felfelé” $DIV(T)_0$ -lal a belső értéket.



13. ábra: c kisebb lehet a belső értéknél osztalékot fizető részvény esetén.

Látható, hogy ilyen esetben már felmerülhet az opció idő előtti lehívása akkor, ha P_0 kellően magas. Ezekben az esetekben egy amerikai típusú jog értékesebb egy európainál. A korábbi esetekben történő lehívás esetén lényegében arról van szó, hogy inkább előbb lehívjuk az opciót (ezzel elvesztve az ingadozási és a részletfizetési értéket), hogy miénk legyenek a hátralévő időszak osztalékai.

Némileg pontosítva az előző ábrát, most vastag vonallal az osztalékot fizető amerikai vételi jog c értékét adó függvényt jelöltük.



14. ábra: Osztalékot fizető részvény amerikai típusú vételi opciójának c értéke.

III. Reálopciók módszertan kritikája

Ebben a fejezetben a szakirodalomban megtalálható reálopciók modelleket, analógiákat tekintjük át. Mindezzel azt szeretnénk demonstrálni, hogy a számtalan reálopciók modell mindegyike bizonyos szempontból egyedi helyzetet vizsgál, adott – gyakran egyszerűsítő – feltételek mellett, speciális vállalati helyzetre, speciális iparágra ad megfelelő modellt. A problémát tehát tulajdonképpen az jelenti, hogy minden helyzetre egyedi opciók analógia keresése, egyedi értékelési eljárás alkalmazása lenne szükséges, ami nyilván nagyban megnehezíti a gyakorlati alkalmazást. A létező modellek alapján a reálopciók megközelítés vállalati gyakorlatba történő beillesztése nehézkes, és talán ez is magyarázhatja a korábban már említett felmérések eredményét, vagyis azt, hogy a vállalatok nagy része nem használ reálopciók modelleket (Graham-Harvey 2001), illetve inkább ökölszabályokkal, heurisztikákkal próbálja helyettesíteni azokat (McDonald 1998).

Megjegyezzük, hogy talán ez lehet az oka annak is, hogy a téma említési szintű megjelenésén felül a legtöbb nemzetközi és magyar tankönyv inkább nem foglalkozik érdemben a témával. Mindezt talán magyarázza az is, hogy a téma határterületnek tekinthető, és a pénzügyi opciókkal foglalkozó művek a beruházási döntésekkel kapcsolatos rész, a vállalati pénzügyeket tárgyaló művek pedig a pénzügyi opcióértékeléssel foglalkozó rész tárgyalásától tekintenek el.²²

Összességében megállapíthatjuk, hogy a reálopciók értékelési modellek olyan sokfélék, olyannyira specializáltak, illetőleg az egyes modellek olyannyira nehezen érthetőek (olyan magas pénzügyi-matematikai felkészültséget kívánnak), hogy ezek már szinte lehetetlenné teszik a széleskörű gyakorlati alkalmazhatóságot.

Trigeorgis (1993a) elismerte, hogy a különböző reálopciók modellek egy-egy speciális helyzetre koncentráltak, és nem veszik figyelembe a különböző opciók

²² Az előbbire jó példa, hogy Hull a pénzügyi opciók területén alapműnek számító könyvének csak ideit, 6. kiadásában (Hull 2006) jelent meg egy, a reálopciókat említő rövid fejezet. Utóbbira pedig Brealey-Myers (a dolgozatban is többször hivatkozott) alapművét érdemes említeni, amelyben már kiadások óta szerepel a reálopciókkal foglalkozó fejezet, ám csak egy elnagyolt binomiális opcióértékelési eljárás kapcsolódik hozzá.

helyzetek egyidejű jelenlétét sem. Szerinte a vállalati projektek reálopciók gyűjteményeként értékelhetők, az értékelés során a különböző opciók között kölcsönhatásokat is figyelembe kell venni. Megjegyzi, hogy bár az egyes reálopciók értékek nem adódnak össze, amennyiben több ilyen jellegű lehetőség is kapcsolódik a projekthez, az növeli a rugalmasságot, és a beruházás értékét.

Az ismert reálopció analógiák általában egy-egy speciális helyzetre vonatkoznak, ez alapján szokás elkülöníteni a legfontosabb reálopció modelleket is. Ezt már Merton (1998) korábban idézett cikkében is láthattuk, aki az alábbi kategóriákba sorolta a beruházási döntések során felmerülő reálopció helyzeteket:

- a beruházás megkezdésére vagy későbbi bővítésére vonatkozó opciók,
- felfüggesztésre vagy leépítésre vonatkozó opciók, valamint
- a beruházás elhalasztására, lelassítására vagy felgyorsítására vonatkozó opciók.

Némileg részletesebb kategorizálást mutat be Trigeorgis (2001):

- halasztásra vonatkozó opciók,
- szakaszos beruházások időzítésére vonatkozó opciók,
- a kibocsátás növelésére (a beruházás kiterjesztésére) vonatkozó opciók,
- a kibocsátás csökkentésére vonatkozó opciók,
- a működés leállítására és újraindításra vonatkozó opciók,
- a működés végleges leállítása és a berendezések értékesítése maradványértéken,
- a projekt input vagy outputszerkezetének megváltoztatására vonatkozó opciók,
- vállalati növekedési opciók,
- összetett opciók.

Kétségtelen, hogy a fenti helyzetek mindegyike értelmezhető és értékelhető reálopcióként, a probléma inkább abból fakad, hogy gyakran nemcsak egyetlen ilyen szituáció kapcsolódik egy beruházási lehetőséghez, hanem a fentiek közül több, illetve mint azt az alábbiakban is látni fogjuk gyakran vékony a határvonal az egyes helyzetek között, így elválasztásuk gyakran önkényes. Egy vállalati beruházási döntést előkészítő értékelés során nyilván valamennyi kapcsolódó opció lehetőséget figyelembe kell venni, nem csupán egyik vagy másik fenti kategóriába tartozó helyzetet.

Az alábbiakban a fenti kategorizálást követve tekintjük át az egyes helyzetekre javasolt reálopciók értékelési modelleket, és azt is látni fogjuk, hogy az egyes kategóriákba tartozó helyzetek gyakran csak nehezen választhatók el egymástól, tehát a fenti kategorizálás követése, illetve e helyzetek éles elválasztása leginkább egyszerűsítést szolgál. Mivel az egyes helyzetek többsége nem egyedileg jelentkezik egy adott vállalati beruházással kapcsolatban, hanem többféle beavatkozási lehetőség is kapcsolódik egy projekthez, a kategóriákba sorolás és az elkülönített értékelés hibás képet ad, nem megfelelő alap a beruházási döntéshez.

További problémát jelent, hogy a reálopciók modellek döntő többsége egy adott iparág speciális helyzeteit modellezi, ezért adaptálásuk más tevékenységet folytató vállalatok esetére igencsak nehézkes. Bár az egyes modellek jól használhatók az adott iparágban végrehajtott beruházási döntések előkészítéséhez, ezen iparágak köre meglehetősen szűkös, pedig a vállalatok beruházásai iparágtól függetlenül tartalmazhatnak reálopciók mozzanatokat.

A fenti felsorolás első helyén szereplő halasztásra vonatkozó (vagy más néven időzítési) opciók akkor merülnek fel, amikor – mint arról már a korábbiakban szó volt – nem „most vagy soha” jellegű döntési helyzettel néz szembe a vállalat, hanem a beruházásba később is belevághat. Hasonló helyzet gyakran felmerül, amikor a vállalatnak koncessziója, elővásárlási joga van egy területre, vagy valamilyen ásványkincs kitermelésére, de a beruházás értékessége a kitermelt output árától függ, vagyis jelentős áremelkedés esetén lehet, hogy érdemes lesz belevágni egy most értéktelennek tűnő projektbe.

Ilyen tipikus, erősen iparág-specifikus helyzeteket elemez Tourinho (1979), aki nyersanyag-lelőhelyek, illetve Paddock, Siegel és Smith (1988), akik olajkitermelésre vonatkozó koncessziók reálopciók értékelését mutatják be. McDonald és Siegel (1986) a beruházás optimális időzítését vizsgálták, modelljükben a beruházási költség és a projektből fakadó jövedelmek jelenértéke egyaránt geometriai Brown mozgást követ, ami a szerzők szerint sem mindig reális feltételezés. Majd és Pindyck (1987) feltételezte, hogy a már megkezdett beruházás elhalasztható, vagyis olyan beruházásokra alkalmazták a reálopciók értékelést, ahol maga a beruházás is viszonylag hosszú ideig tart, de nem feltétlen kell befejezni, és kifizetni a teljes beruházási költséget, ha közben kedvezőtlenül alakulnak a körülmények.

Ingersoll és Ross (1992) modelljében a beruházási döntés elhalasztását a kamatlábak esetleges csökkenése és az alacsonyabb tőkeköltségnek a projekt értékére való hatása motiválhatja.

A beruházás időzítésének az ingatlanok értékére gyakorolt hatását vizsgálta Titman (1985), Williams (1991), illetve Capozza és Li (1994) is. Megmutatták, hogy egy üres telek értéke nem kizárólag a mostani legjobb felhasználási lehetőségétől függ, hanem a beruházás későbbre halasztásának opciós értékétől is. Quigg (1993) empirikus vizsgálatainak eredménye szerint az opciós értéket is figyelembe vevő telek értékek jobban közelítik az aktuális piaci árakat, mint a hagyományos *NPV*-módszerrel kalkuláltak.

Amint azt a fenti kategorizálás is mutatja, a vállalat számos reálopció helyzettel találkozhat, amelyek mindegyike a projekt előre tervezett kibocsátásának megváltoztatásával függ össze. Ilyen helyzeteket modelleznek a kibocsátás növelésére, illetve csökkentésére vonatkozó opciók, amelyeknél az előző pótlólagos beruházást igényel, míg ez utóbbi a költségek egy részének megtakarításával jár. Természetesen a kibocsátás akár nullára is csökkenthető, ezeket a helyzeteket azonban általában az előbbtől teljesen elkülönülten kezelik, sőt – mint az alábbiakban látni fogjuk – további különbséget szokás tenni a kibocsátás ideiglenes leállítását és a végleges bezárást jelentő döntés között, ami más értékelési eljárások használatát is jelenti.

A kibocsátás növelésére (a beruházás kiterjesztésére) vonatkozó (vagy növekedési) opciók olyan helyzeteket modelleznek, amikor a már végrehajtott beruházást követően a piaci körülmények a vártnál kedvezőbben alakulnak, amit a vállalat egy pótlólagos kapacitásnövelő beruházás segítségével kihasználhat. Trigeorgis (1993b) szerint a helyzet egyszerű vételi opcióként modellezhető, amelynek kötési árfolyama a pótlólagos beruházási költség. Amennyiben a piaci körülmények a várakozásokhoz lépest rosszabbul alakulnak, a vállalat csökkentheti a kibocsátás volumenét, a helyzet modellezésére Trigeorgis eladási opciós analógiát javasol, ahol a kötési árfolyam a kibocsátás-csökkentésből fakadó költségmegtakarítás.

Bár valójában az előző helyzet speciális esetének tekinthető a kibocsátást nullára csökkentő (de a későbbi újraindítást is megengedő) felfüggesztés, ezt ismét újabb reálopciók helyzetként szokás kezelni, és megint más típusú modelleket kell használni az értékelésre. McDonald és Siegel (1985) annak a lehetőségnek az opciós értékét

vizsgálta, hogy a vállalat bármikor költségmentesen leállíthatja a termelést, ha a változó költségek meghaladják a bevételeket. Modelljük egy monopolhelyzetben levő vállalat beruházási döntéseit is leírja, amennyiben a keresleti függvény aritmetikai Brown-mozgást követő paraméter szerint alakul. Ez utóbbihoz hasonló helyzetet vizsgált Pindyck (1982) is, de geometriai Brown-mozgás szerint alakuló keresleti görbe esetén.

Az előző helyzethez hasonló szituációt modelleznek az ún. visszavonási opciók, azzal a különbséggel, hogy itt a projekt végleges leállításáról és a termelő-berendezések értékesítéséről szóló döntés az opciós mozzanat. Myers és Majd (1990) a projekt abbahagyásának lehetőségét osztalékot fizető részvényre vonatkozó amerikai típusú eladási opció segítségével modellezik, változó osztalékhozammal és kötési árfolyammal.

Kulatilaka és Trigeorgis (1993) szerint a vállalatoknak folyamatosan választási lehetőségük van arra vonatkozóan, hogy megváltoztassák a kibocsátás, vagy a kibocsátás előállításához felhasznált erőforrások összetételét, ezért a projekteket ilyen ún. átváltási opciók sorozataként értelmezték. Kogut és Kulatilaka (1994) egy multinacionális vállalat számára adódó átváltási opciót vizsgáltak, a gyártás különböző országokba történő áthelyezési lehetőségének opciós értékét modellezték, a bizonytalan reálárfolyam függvényében.

Az előzőekben vázoltaknál annyiban összetettebb, jobban általánosíthatónak tűnő helyzetet mutat be Brennan és Schwartz (1985), hogy többféle a beruházáshoz kapcsolódó döntési lehetőség opciós értékét is vizsgálták. A modell áttekintésével az a célunk, hogy egyrészt sorra vegyük az alkalmazáshoz szükséges feltételeket, másrészt azt is látni fogjuk, hogy komplexitása dacára – vagy éppen ebből fakadóan – meglehetősen nehezen kezelhető megoldást ad. Az értékelési eljárás arra a pénzügyi opciók értékelésekor is alkalmazott megközelítésre épül, hogy az értékelni kívánt eszközt (beruházási lehetőség, vállalat, a cikkben bányá) is magában foglaló (továbbá határidős rövid pozíciót tartalmazó²³), ismert jövőértékű portfóliót kell összeállítani, amelynek jelenértéke a kockázatmentes kamatláb segítségével meghatározható. Ilyen portfólió akkor állítható össze, ha a kitermelt nyersanyag kényelmi hozama felírható az ár függvényeként és a kamatláb nem sztochasztikus. Az értékelési modell további feltételei, hogy a kitermelt ásványkincs homogén, ismert mennyiségű, a költségek

²³ Az eredmény levezethető abban az esetben is, ha az adott output futures piaca nem létezik

ismertek és a kamatlábak nem sztochasztikusak. (Brennan és Schwartz szerint e feltételek bármelyike elhagyható, de egynél több feltétel egyidejű elhagyása jóval bonyolultabb – és nehezen kezelhető – értékelési eljáráshoz vezet.) Modelljünkben a kitermelt nyersanyag piaci ára sztochasztikus folyamatot követ, paraméterként az áron kívül a bánya átmeneti bezárásának költségei, az átmenetileg bezárt bánya újbóli megnyitásának költségei, illetve a bánya végleges bezárásának költségei szerepelnek. A modellben a bezárás és a felszámolás közötti különbség abból fakad, hogy a bezárt bánya fenntartásának költségei vannak, ám ekkor bármikor újra beindítható a termelés. A felszámolást követően semmiféle költséget nem kell fizetni, de a bánya nem nyitható meg újra. A felszámolást költségmentesnek tételezik fel. A bányára vonatkozó hosszú pozíciót és a kitermelt nyersanyagra vonatkozó határidős rövid pozíciót tartalmazó portfólió hozamát a kockázatmentes hozamnak megfelelően megadható a bánya értéke és a maximális értéket eredményező működési állapot minden ár esetén. A bánya értékére vonatkozó egyenletrendszer segítségével meghatározható a működő és a bezárt bánya értékén túl a beindításhoz, bezáráshoz, felszámoláshoz tartozó nyersanyag ár és a kitermelési ráta is. Az egyenletrendszernek azonban nincs analitikus megoldása, csak numerikus úton határozhatók meg ezek az értékek. Az analitikusan is megoldható modellhez végtelen nyersanyagkészlet feltételezésére és egyéb egyszerűsítő feltételekre van szükség. Brennan és Schwartz véges nyersanyagkészletet és egyetlen lehetséges kitermelési rátát feltételezve megadják egy adott megnyitási, bezárási, felszámolási és kitermelési költségekkel jellemezhető bánya értékeit (a bánya által termelt pénzáramlások jelenértékét) különböző output árak esetén, mind a működő mind a bezárt bánya esetére. Ezen értékek maximuma megadja azt is, hogy adott output ár mellett a működés vagy a bezárás a kedvezőbb-e. Ha a bezárás lehetőségének elvetésével, a nyersanyagkészlet kimerüléséig tartó állandó kitermelési ráta esetén adjuk meg a bánya értékét, akkor az is látható, hogy ehhez képest mennyivel magasabb értéket jelent a bezárás lehetősége. A maximális értéket eredményező működési politika pénzáramlásainak jelenértéke és a mindenképpen működtetendő bánya pénzáramlásainak jelenértéke közötti különbség mutatja meg mennyi a bezárási opció értéke.

Bár már a fentiekben is láthattunk néhány kifejezetten iparághoz kötődő modellt, érdemes néhány további példát, illetve iparágat is említeni, továbbra is fenntartva a korábban mondottakat, miszerint ezen reálopciók modellekkel leírt iparágak köre

meglehetősen szűkös.

Amint arról már a korábbiakban is szó volt (Tourinho 1979, Paddock, Siegel és Smith 1988), az ásványkincsek kitermelésével kapcsolatos beruházásokra számos reálopció modell született. Brennan és Schwartz (1985) egy bányászati értékkelésének reálopció modelljét mutatták be, Dixit (1989) a projekt beindítási és leállítási költségeinek függvényében adja meg a működésről szóló döntés feltételeit, Trigeorgis pedig (1990) egy multinacionális vállalat bányaberuházásának opció értékét elemezte, ami a beruházás építési fázis alatti abbahagyásából fakad. Bjerksund és Ekern (1990) egy norvég olajmezőt értékelt, a halasztás és a leállítás opció értékét figyelembe véve. Kemna (1993) a beruházás elhalasztásának reálopció értékét vizsgálta egy olajkitermelő beruházás esetén, amit egy olajfinomító leállítási opció értékével egészített ki. Laughton és Jacoby (1993) a kitermelt ásványkincs árát *mean-reverting* folyamattal modellezték, szakítva a bolyongás (Brown-mozgás) feltételezésével, ami szerintük nemcsak a hagyományos *NPV*-módszer, de a bolyongás-modellekre építő opció eljárások használhatatlanságát is okozhatja.

Másik jellemző felhasználási terület az ingatlanok (pontosabban az üres területek, telkek) értékelése. A fentiekben már említettekén kívül (Titman, 1985, Williams, 1991, Quigg, 1993, Capozza és Li, 1994) ingatlanpiaci alkalmazásokat mutat be Copeland és Weston (1982), Lee et al. (1982), McConnel és Schallheim (1983) és Trigeorgis (1992) is.

Említést érdemel a nagyszámú villamos energia iparági alkalmazás is, a modellek közös jellemzői, hogy a projektek nem pénzügyi jellegű kockázatait is megpróbálják a reálopció értékelés során figyelembe venni Winsen (1999), Locke (2000), Gardner és Zhuang (2000), Johnson et al. (1999).

Jelen alfejezet célja az volt, hogy a reálopció értékelési modellek részletes áttekintésével azok sokféleségét illusztrálja, azonban a modellek áttekintése során azt is láthattuk, hogy az egyedileg azonosított opció mozzanatokhoz számtalan opcióértékelési modell, illetve egyéb eltérés is kapcsolódik.

Szinte a megkülönböztetett reálopció helyzetek számával megegyező számú opcióértékelési módszerrel is találkoztunk a fenti áttekintés során. Vételi, eladási, európai, amerikai, osztalékot fizető és nem fizető alaptermékre vonatkozó opció

analógiák egyaránt megjelentek.

A különböző opciós analógiákhoz különböző opcióértékelési eljárások is kapcsolódnak, sőt több esetben nem is egy adott pénzügyi opcióértékelési modell adaptálása, hanem a pénzügyi opcióértékelési formulák levezetése során követett alapgondolat követése áll a reálopciók értékelés háttérében.

További különbséget jelent a bizonytalanság forrásának azonosítása, legtöbbször az áralakulást tekintik valamilyen sztochasztikus folyamatot követőnek, de találkozhatunk a költségek, a kamatlábak, a reálárfolyam alakulására döntéseket építő modellekkel is. A sztochasztikus folyamat azonosítása szintén közel sem egységes, amint láttuk alapvetően eltérő eredményre vezethet a az aritmetikai és a geometriai Brown mozgás megkülönböztetése, de diszkrét binomiális és *mean-reverting* folyamatot használó modellel is találkozhattunk.

Mindezek alapján megállapíthatjuk, hogy a reálopciók értékelési modellek olyan sokfélék, olyannyira specializáltak, illetőleg az egyes modellek olyannyira nehezen érthetőek (olyan magas pénzügyi-matematikai felkészültséget kívánnak), hogy ez már szinte lehetetlenné teszi a széleskörű gyakorlati alkalmazhatóságot.

A fejezet eredményeként összefoglalható az a tudományos probléma, amelyre az értekezés tézisei megoldást kívánnak nyújtani:

Az ismert reálopciók modellek mindegyike speciális helyzetre kínál megoldást, a specialitás a vizsgált vállalati helyzethez kötődik, amit gyakran iparági jellemzők is kiegészítenek. Ezen felül az alkalmazott opcióértékelési módszerek mind alapmodelljüket, mind az alkalmazott értékelési eljárást, mind pedig a bizonytalanság forrásaként azonosított változót, illetve ennek leírására alkalmazott folyamatot tekintve is, rendkívül sokfélék, szerteágazók. A ma ismert reálopciók módszertan kevésbé alkalmas az általános vállalati beruházási gyakorlatba való beillesztésre.

IV. Reálopció értékelés javasolt általános modellje

Az előző fejezetben bemutatott nagyszámú reálopció értékelési modell mindegyike speciális helyzetet, iparágat modellezett, általános, a vállalati beruházási döntési gyakorlatba beilleszthető értékelési eljárásként egyik sem működhet. Az általános modell hiánya az egyes helyzetek máshol nem érvényesülő feltételezéseiből, a különböző opció helyzetként történő modellezésből és eltérő opcióértékelési eljárások alkalmazásából, a bizonytalanság forrásának eltérő azonosításból, valamint az opcióértékeléshez szükséges paraméterek eltérő megadásából egyaránt fakad.

Az alábbiakban egy olyan reálopció értékelési eljárás elemeit vázoljuk, amely általánosan alkalmazható a beruházási lehetőségek reálopció értékelésére. A javasolt általános modellnek három pillére van:

1. A reálopció lehetőségekként azonosított helyzetek körének leszűkítése (mindössze két alaphelyzetre).
2. Javaslat a projekt pénzáramlásainak a reálopció elemzéshez használható felbontására.
3. A reálopció értékeléshez általánosan használható opcióértékelési modell azonosítása, a szükséges paraméterek megadása.

IV.1. Reálopciók típushelyzetek strukturálása

Az alábbiakban arra teszünk kísérletet, hogy a korábbiakban már bemutatott, számtalan különböző helyzetként azonosított és eltérő módon értékelt reálopciók helyzetet két alapvető kategóriába soroljuk. Tulajdonképpen az alábbi két kategória egybecseng a hagyományos *NPV*-számítás két kritikus előfeltételezésével, pontosabban ezek nemteljesülése esetén mutatja a beruházás opciós értékét. Az első csoport helyzeteivel tehát akkor találkozunk, amikor nem „most vagy soha” beruházási döntésről van szó, míg a második csoportba a későbbi beavatkozási lehetőségek értékét megragadó reálopciók tartoznak. A két helyzet közötti további alapvető különbség, hogy az első esetben – mint látni fogjuk – tulajdonképpen egymást kizáró helyzeteket kell összehasonlítani, de az értéket egyik esetben az *NPV*, míg a többi esetben az opcióérték adja, míg a második körbe tartozó helyzetek esetén az opcióértékkel ki kell egészíteni valamiféle alap *NPV*-t, mivel éppen úgy jutunk az opcióval értékelt döntési helyzetbe, ha megvalósítjuk az induló beruházást.

IV.1.1. Időzítési reálopciók

Az első kategóriát a beruházás időzítésére (a beruházási döntés elhalasztására) vonatkozó reálopciók helyzetek jelentik. Mint már korábban többször szó volt róla, számos beruházás nemcsak azonnal valósítható meg, hanem esetleg később is belevághat a vállalat a projektbe, később is megvalósíthatja a beruházást. Ekkor nyilván érdemes mérlegelni, hogy az azonnali beruházás, vagy a döntés későbbre halasztása a kedvezőbb. Előbbit az azonnali pénzkeresés, utóbbit a bizonytalanság csökkenése, az újabb információkra várás indokolhatja. Érdemes azonban leszögezni, hogy a halasztás csak a beruházási döntés elhalasztását jelenti, nem feltétlen jelenti a beruházás későbbi tényleges megvalósítását, hiszen erről majd csak később – az akkori körülményeket figyelembe véve – születik döntés.

Adott pillanatban tehát a beruházás azonnali megkezdésének *NPV*-je és a későbbi kezdési lehetőségek opciós értéke alapján dönthetünk. Az utóbbiak felírása során azt is figyelembe kell venni, hogy a későbbi indítás milyen várható veszteségeket okozhat az azonnali indítással szemben.

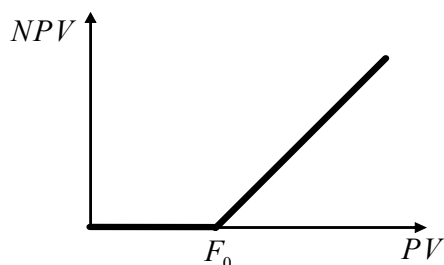
Ezen első kategóriába tartozó szituációk alapvető sajátossága tehát, hogy egyrészt elhalasztható beruházási döntések esetén alkalmazható (tehát amikor a halogatással nem esik el a vállalat a beruházási lehetőségtől), másrészt itt tulajdonképpen egymást kizáró helyzetekről van szó, hiszen amennyiben azonnal belevágunk a projektbe, nem merülhet fel a későbbi döntés lehetősége, így annak értéke sem jelenik meg.

A beruházás elhalasztási lehetőségének értékét szemléletesen lehet megragadni a korábban már ismertetett grafikus opcióértékelés segítségével.

A beruházás időzítéséről szóló döntéskor két olyan tényezőt kell figyelembe vennünk, melyek megragadása az opciós analógián keresztül is könnyen kezelhető. Egyrészt általában nem meghatározott időpontban történő kezdések között kell választanunk, hanem egy bizonyos határidőig bármikor megkezdhetjük a beruházást. Másrészt a későbbi kezdéssel lemondunk az esetleg korábban elkezdődött működés hasznairól, vagyis a korábbi beruházással elindított projekt pozitív nettó pénzáramlásairól. Mindez opciós értelmezésben annyit jelent, hogy amerikai típusú, osztalékot fizető alaptermékű opciókkal kell párhuzamot keresni.

A beruházás elhalaszthatóságából fakadó érték szemléltetéséhez vázoljuk először az azonnali döntést jelentő alapesetet, illetve ennek értékét, majd tegyük meg ugyanezt időzítési opciós felfogás szerint is.

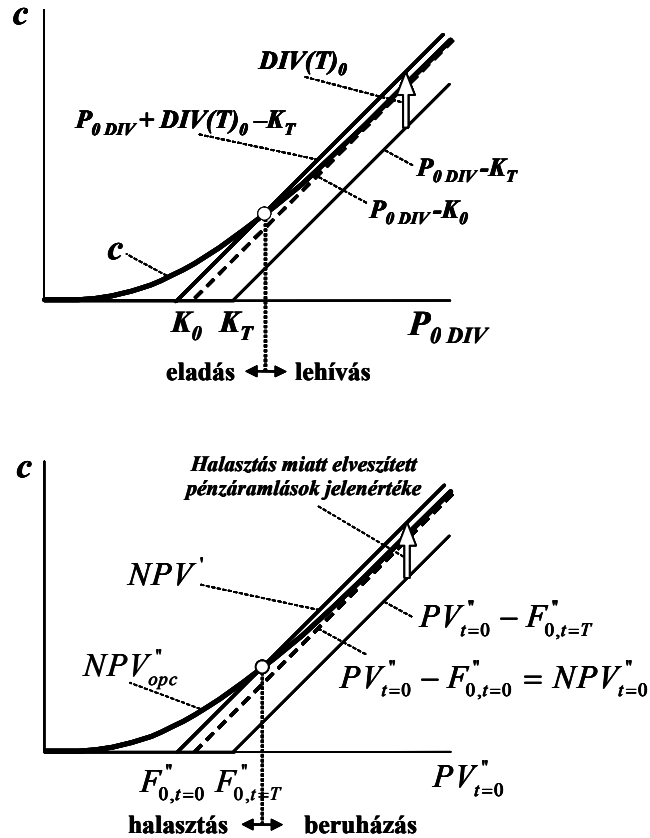
Amennyiben az NPV -t a pénzáramlások jelenértékének függvényében ábrázoljuk, és csak a pozitív NPV esetekre koncentrálnunk, az opciók belső értékéhez hasonló eredményt kapunk. Nyilván negatív nettó jelenérték előfordulhat ugyan, ám az ilyen projekteket nem valósítjuk meg, a beruházási lehetőséget „nem hívjuk le”.



15. ábra: Időzítés nélküli projekt értéke

Vázoljuk a beruházás időzítéséből fakadó opciós értéket! Mint azt már tisztáztuk, osztalékot fizető részvényre vonatkozó amerikai típusú vételi opcióként

modellezhetjük a helyzetet. A következő ábra felső részén a pénzügyi opcióknál megismert helyzetet, vagyis az adott típusú opciók lehívásának „dilemmáját” ábrázoljuk, az alsó ábrán pedig az időzítési reálopció analógiát.



16. ábra: Időzítési opciós analógia szemléltetése.

Az ábra néhány jelölését mindenképpen tisztázni kell. (Általános magyarázatként előljáróban megjegyezzük, hogy ' az azonnali kezdéssel kapcsolatos, míg '' az elhalasztott projekthez kapcsolódó értékeket jelöli.)

A $PV''_{t=0}$ vízszintes tengely-jelölés a későbbi megvalósítás projektváltozathoz fakadó pénzáramlások a projekt kezdési időpontjára ($t=T$) vetített jelenértékét mutatja mai összegben kifejezve. (Tegyük fel, hogy a későbbi megvalósítás változata 2 év várakozást jelentene. Két év múlva kalkulálunk PV -t, ($PV''_{t=2}$) aminek mai értéke $PV''_{t=0}$.) Tudjuk, hogy egy projekt működéséből származó pénzáramlásainak a kezdési időpontra vetített jelenértéke (PV), lényegében az „árfolyama”, akkor $PV_{t=0}$, az árfolyam jelenértéke („ P_0 ”). Már a vízszintes tengely jelöléséből is látható, hogy a későbbi változatot tekintjük alapesetnek.

F_0 jelölése a beruházási összegre utal, $F''_{0,t=T}$ az elhalasztott beruházás kezdési

időpontjára, míg $F''_{0,t=0}$ a döntés időpontjára vetített értéke. (Az időpontok közötti átváltást azonban r_{alt} segítségével kell végeznünk reálszituációban. Később részletesen indokoljuk.)

Az $NPV''_{opciós}$ jelölés a későbbi megvalósítás opciós kiegészítéssel értelmezett értéke, hiszen a későbbi megvalósítás nem kötelező, csak egy lehetőség, egy opció.

Végül az NPV' jelölés az azonnali megvalósítás esetére utal, ami – az analógia szerint – egy osztalékot fizető részvényre vonatkozó amerikai vételi opció lejárat előtti lehívását jelenti.

A jelölések tisztázása után már nyilvánvalóak az ábra üzenetei. Mindenekelőtt azt sugallja, hogy az elhalasztás mindenképpen opciós értéket is tartalmaz, amely főleg kockázatosabb, nulla NPV -hez közeli esetekben jelentős. Ez mindenképpen a kivárással melletti érv. Ellene szólhat viszont a várakozással fellépő esetleges veszteség, amit a lejáratig elvesztett osztalékokként ragadtunk meg. A „belevágás” és az „elhalasztás” között ezen tényezők mérlegelésével – néhány konkrét változat összevetésével – dönthetünk.

IV.1.2. Növekedési reálopciók

A másik reálopciók csoportját azon helyzetek jelentik, amikor a projektbe történő későbbi beavatkozás értékét kell meghatározni. Ebbe a csoportba számos különféle helyzetet sorol a szakirodalom, de amint az a korábbiakban már láttuk, mindegyik helyzetet elkülönült opcióként kezelik, és eltérő módon értékelik, pedig valamennyi helyzet visszavezethető egyetlen alapesetre.

Pontosabban valamennyi helyzet a minimumhoz képesti bővítésnek tekinthető, és hasonló növekedési opcióként értékelhető. Így valamennyi helyzetet vételi opcióként értékelve jóval általánosabb, a vállalati beruházási lehetőségek széles körének értékelése során alkalmazható modellhez jutunk.

A projekt előre tervezett (és az NPV -mutatóban is megjelenő) kibocsátási szintjének megváltoztatása, amennyiben erről majd csak később, az akkori körülmények ismeretében döntünk nyilvánvalóan opcióként tekintendő és értékelendő. Azonban – amint azt az előző fejezetben láttuk – valamennyi ilyen beavatkozási lehetőség értékelésére különféle opciós analógiákat, értékelési eljárásokat alkalmaztak, holott

véleményünk szerint valamennyi helyzet kezelhető egyetlen modell segítségével.

A növekedési (a beruházás kiterjesztésére vonatkozó) opciók például azt a lehetőséget ragadják meg, amikor a piaci körülmények vártnál kedvezőbb alakulását a vállalat egy pótlólagos kapacitásnövelő beruházás segítségével kihasználhatja. Amennyiben viszont a piaci körülmények a várakozásokhoz képest rosszabbul alakulnak, a vállalat csökkentheti a kibocsátást, így költségeit és a veszteséget is. Trigeorgis (1993a) az előbbi helyzet modellezésére egyszerű vételi opciós, utóbbira eladási opciós analógiát és értékelési eljárást javasol. Mindebből az következne, hogy a beruházási döntéskor a vállalatnak számtalan vételi és eladási opciós értéket is számításba kellene vennie, és a piaci körülményeknek megfelelő kibocsátás változtatás értéke többszörösen kerülne figyelembe vételre.

A beavatkozási lehetőségek között számba kell venni a projekt leállításának, az üzletből történő kiszállásnak a lehetőségét is. Pindyck (1982) és McDonald és Siegel (1985) a bevételeket meghaladó változó költségek esetén történő beavatkozás (a projekt ideiglenes szüneteltetésének) opciós értékét vizsgálta. Myers és Majd (1990) a projekt abbahagyásának lehetőségét (a végleges leállításról és a termelő-berendezések értékesítéséről szóló döntés) osztalékot fizető részvényre vonatkozó amerikai típusú eladási opciók segítségével modellezték, változó osztalékhozammal és kötési árfolyammal. Ezen értékelési modelleket követve a vállalatoknak különbséget kellene tenniük a projekt időleges és végleges leállítása között, pontosabban előre el kellene dönteniük, hogy melyik helyzet opciós értékét veszik figyelembe, ami nyilván nem reális feltételezés, hiszen éppen a későbbi körülmények alapján dönthetnek majd a beavatkozás mértékéről.

Valamennyi későbbi beavatkozási lehetőség egységes megragadása és értékelése azért fontos mozzanat, mert ezáltal egy adott beruházási döntés esetén valamennyi ilyen lehetőség opciós értékét egyszerre figyelembe lehet venni. Hiszen amennyiben csak egyik vagy másik beavatkozási lehetőség opciós értékét venné figyelembe a vállalat a beruházási döntés során, akkor tulajdonképpen már részben előre döntene arról, amiről majd csak később, az akkori körülmények ismeretében kellene, vagyis mintha már részben döntene az opció lehívásáról, és ettől éppen az opcióértéket meghatározó mozzanat válna kevésbé értékessé.

Valamennyi későbbi beavatkozási lehetőség visszavezethető és értékelhető vételi

opcióként, a kulcsot az alaptermék árfolyamának és a kötési árfolyamnak a megragadása jelenti. Az talán nyilvánvaló, hogy a kibocsátás növelésére vonatkozó helyzet vételi opcióként értelmezhető és értékelhető, ahol a kötési árfolyam a pótlólagos beruházás, az alaptermék pedig az ezen beruházás eredményeként létrejött pénzáramlás változás. Amennyiben a kibocsátás csökkentésének, a leállításnak a lehetőségét oly módon értelmezzük, hogy nem a leállásra van opciónk, hanem éppen ellenkezőleg, a projekt folytatására, nem a kibocsátás csökkentéséről dönthetünk, hanem arról, hogy magasan tartjuk-e a kibocsátást, akkor ezen, általában eladási opcióként értékelt helyzetek is visszavezethetők vételi opciós helyzetekre. Ebben a felfogásban tulajdonképpen úgy kell vizsgálnunk a projektet, mint döntési lehetőségek (vételi opciók) sorozatát, azaz azt kell csupán pontosan mérlegelnünk minden egyes döntési lehetőség esetén, hogy az adott döntés mely pénzáramlásokra van hatással és melyekre nincs. (A pénzáramlások meghatározásának kérdésével részletesen foglalkozunk a következő fejezetben.)

A későbbi beavatkozási lehetőséget is magában foglaló beruházási döntések esetén tehát a kezdeti beruházással végérvényesen eldöntött pénzáramlás részletek figyelembe vételével számított *NPV*-t kell kiegészíteni a későbbi beavatkozási lehetőségek vételi opcióként értékelt sorozatával.

A fentiek összefoglalásaként megfogalmazható a dolgozat I. tézise:

I. Tézis: A vállalati beruházásokhoz kapcsolódó számtalan reálopció mozzanat, melyeket a gyakorlatban egyedileg eltérő opciós helyzetként azonosítanak és értékelnek, mindegyike visszavezethető két reálopció alaptípus valamelyikére: az időzítési reálopcióra vagy a növekedési reálopcióra. Ezzel a két-alapmodelles megközelítéssel a reálopciók vállalati beruházási döntések során való alkalmazása jóval egyszerűbbé válik.

IV.2. Reálopciók értékelés pénzáramlás-megadása

Egy projekt reálopciók értékének megadásához minden egyes beavatkozási lehetőséget jelentő pontban (a pénzáramlás diagrammos általános felfogás szerint minden év végén) azt kell mérlegelni, hogy az adott időpontbeli döntéssel mely pénzáramlások befolyásolhatók és melyek azok amelyek korábbi döntésektől függenek.

A projekt pénzáramlásainak alább bemutatott felbontásakor eltértünk az általában megszokottól. Az eltérés oka a fix és elsüllyedt költségekből fakad, amelyek értelmezését jelen vizsgálatunkhoz egyértelművé kell tenni. A költségek felosztása és értelmezése során követjük Andor (2006) által használt költség kategóriákat, illetve több ponton kapcsolódunk Wang és Yang (2001) fix és elsüllyedt költségekről szóló cikkéhez.

Megjegyezzük, hogy a mikroökonómia tankönyvekben a fix költségek két különböző definíciójával is találkozhatunk: Az egyik általános definíció szerint *„a fix költségek azok a költségek, amik nem változnak a termelt mennyiség függvényében”* (Mankiw 1998). Mások a fix költségeket az elsüllyedt költségek szinonimájaként használják, és azokat a költségeket sorolják ide, amik visszavonhatatlan döntések eredményei, nem változtathatók meg. Varian definíciója szerint (Varian 1999) a fix költségek *„függetlenek a kibocsátás nagyságától, és ki kell fizetni őket attól függetlenül, hogy a vállalat termel-e vagy sem”*.

Amint már a beruházási döntések alapjait áttekintő fejezetben szó volt róla, a beruházási döntés várható pénzáramlás-becslésénél nem utólagos bevétel- és költségelemzésről, hanem egy jövőre vonatkozó döntéshez kapcsolódó bevételek és költségek magragadásáról van szó. Egy-egy vállalati beruházási döntéshez számos már elkerülhetetlen bevétel és elkerülhetetlen költség is kapcsolódhat, melyek a döntéskor, a döntéssel már nem háríthatók el, mivel ezeket vagy már végérvényesen be- vagy kifizették, vagy jövőbeli be- vagy kifizetésük nem elkerülhető. Ezen elkerülhetetlen bevételeket és költségeket a vállalati beruházási döntések során nem vesszük figyelembe, ezeket elsüllyedt bevételeknek (ez ritkábban használt fogalom), illetve elsüllyedt költségeknek nevezzük.

Az elsüllyedt költségek olyan költségek, amelyek ugyan „könyvelésileg”

léteznek, valaha kifizetésre kerültek, esetleg még a jövőben várnak kifizetésre, de döntésünkre nincsenek hatással. Ezek olyan költségek, amelyek a döntéskor, a döntéssel már nem háríthatók el, ezeket vagy már végérvényesen kifizették, vagy jövőbeli kifizetésük nem elkerülhető (pl. egy munkaszerződésben lekötött fizetés, egy már korábban megvásárolt berendezés, egy szerződés szerinti bérleti díj stb.).

A fix költség fogalma a gazdasági időtávokkal van összefüggésben. Rövid távon belül legalább az egyik erőforrás (pl. munka mennyisége) változhat, míg legalább egy másik változatlan kell, hogy maradjon (pl. az eszközpark). Hosszú távon már a cég valamennyi erőforrásának mennyisége megváltozhat, vagyis hosszú távon semmi sem dől el visszavonhatatlanul és megmásíthatatlanul. A hosszú táv fenti definíciójából az is következik, hogy hosszú távon nincsenek elsüllyedt költségek.

Meg kell jegyeznünk, hogy a költségek szokásosnak tekinthető fix és változó költségre való felosztása néha súlyos tévedéshez vezet. A fix – tehát a kibocsátás volumenétől független, zérus kibocsátás mellett is fellépő – költségek ugyanis elsüllyedt költségek, a döntések szempontjából irrelevánsak. (Még megragadásuk is igen nehézkes, hiszen annyi költség fellép, ami egyáltalán nem változik az adott termék előállításával.) Releváns költség csak a – kibocsátás függvényében – változó költség lehet, hiszen ami nem változik, annak a határköltsége nulla. Szintén hibás megközelítés az „összes költség” fix és változó költségek összegeként való megadása, mert arra a téves megközelítésre utal, hogy a fix költségek részei a releváns költségeknek.

A fix és változó költségekkel kapcsolatos probléma akkor merül fel, ha még nem rendelkezünk valamilyen erőforrással, hiszen ekkor mindenképpen változó költségnek tekintendő, annyit, akkorát szerzünk be belőle, amekkorát csak akarunk, amekkora a kibocsátási szintünkhöz legjobban illeszkedik. Ez helyes megközelítés, a beruházási döntésekkor viszont kevésbé követhető, kevésbé életszerű. Az ugyanis igaz, hogy egy nulláról induló esetben a választott volumenhez optimálisan megfelelő erőforrások szerezhetőek be, építhetőek ki, azonban a volumen, a kapacitás, előre nem nagyon adható meg egyetlen értéként. A gyártási kapacitás a legritkább esetben tervezhető pontosan, és egyébként a legritkább esetben tartható állandó szinten az üzemeltetés során. Mindebből fakadóan a hosszú távra tervezés, a „nulláról indulás” során is szokás fix költségeket megadni, egész egyszerűen azért, mert általában csak valamilyen kibocsátási sávra, valamilyen „től – ig” szintre lehet, érdemes tervezni. Az ilyenkor tervezett fix költségeket kvázi fix költségeknek nevezzük. A kvázi fix költségek esetén

azonban egészen másról van szó, mint a rövid távon értelmezett költségeknél, hiszen a kvázi fix költségek – mivel jövőre vonatkozó döntésről, tervről van szó – megváltoztathatók, míg a rövid távra értelmezett fix költségek valóban megváltoztathatatlanok, így elsüllyedt költségek. A kvázi fix költségek tulajdonképpen a korlátozott racionalitás beruházási döntésekben való megjelenését jelentik. Ezek azonban nem definíció szerinti fix költségek, hanem olyan változó költségek, amelyeket az egyszerűbb elemzés céljából bizonyos kibocsátási tartományokban állandónak veszünk! A pontos terminológia ezeket a költségeket vagy egyszerűen változó költségeknak tekinti, vagy kvázi fix költségeknak, esetleg elkerülhető fix költségeknak nevezi.

Az általunk használt terminológia szerint kétféle fix költség létezik: irreleváns fix költségek, amik a fent leírt elsüllyedt költségeknak felelnek meg, és releváns fix költségek, amelyek döntéseinktől függenek, de nagyságuk független a termelés volumenétől. A releváns fix költségeket Varian (1999) kvázi-fix költségekként definiálja: „költségek, amelyek nagysága szintén független a kibocsátás szintjétől, de csak abban az esetben kell kifizetni őket, ha a cég termel”. Wang és Yang (2001) elkerülhető fix költségként definiálja e költségeket.

A fix illetve elsüllyedt költség a teljes költség kétfajta felosztásának eredménye. Egy adott időszak teljes költsége egyrészt felosztható a termelés volumenétől függő (változó), illetve attól független (fix) költségekre, másrészt visszavonhatatlanul eldől, így mindenképpen kifizetésre kerülő elsüllyedt költségekre illetve elkerülhető költségekre.

Összegzésként a következőket mondhatjuk el a változó, fix, elkerülhető és elsüllyedt költségekkel kapcsolatban (Wang-Yang 2001): A teljes költség felosztható elsüllyedt és elkerülhető költségekre, illetve elsüllyedt, elkerülhető (kvázi) fix és (elkerülhető) változó költségekre, illetve fix és változó költségekre. A fix költség az elsüllyedt és az elkerülhető költségekből áll. Az elkerülhető költségek magukba foglalják az elkerülhető (kvázi) fix és a változó költségeket. Hosszú távon nincsenek elsüllyedt költségek, de előfordulhatnak fix költségek. Rövid távon a költségek legalább egy része elsüllyedt költség, és e mellett találkozhatunk elkerülhető fix költséggel is. A fix költség nagysága tehát független a termelés volumenétől, az elsüllyedt költség pedig olyan költség, melynek kifizetése mellett visszavonhatatlanul elköteleztük magunkat. A fix költség az elsüllyedt költségek és az elkerülhető vagy kvázi fix költségek összege. Fenti jelölésünkkel az elsüllyedt költségek az irreleváns fix költségek, az elkerülhető,

vagy kvázi fix költségek pedig a releváns fix költségek.

Mindezek után nézzük meg, hogyan kell felírni egy általános beruházási projekt pénzáramlásait a reálopciók értékeléshez használható formában. Az előző alfejezetben már szó volt róla, hogy mindig egy minimális helyzethez képesti többletre szóló vételi opcióként, pontosabban ilyen vételi opciók sorozataként kell felfogni egy projektet.

A projekt ilyen, opciós értelmezése esetén tulajdonképpen minden év végén arról kell dönteni, hogy érdemes-e kötelezettséget vállalni a következő évre, azaz érdemes-e valamilyen pótlólagos költséget (beruházást, anyagbeszerzést, munkavállalói szerződést stb.) vállalni a következő évre, a következő év várható bevételéért cserébe.

A helyzet pontos értékeléséhez a pénzáramlások megfelelő megragadása a cél. Egy adott év várható pénzáramlása az adott évi várható bevétel és várható költségek különbségként adódik.

A várható költségek az alábbi három alapvető kategória szerint választhatók szét:

1. Korábbi évek döntéseiből fakadó (fix) költségek. Ezeket a költségeket az adott időpontbeli döntéssel már nem befolyásolhatjuk, azaz ekkor már elsüllyedt költségeknek tekinthetők. (Meg kell azonban jegyezni, hogy amikor korábban a projekt során ezekről döntöttünk, akkor ezek a költségek kvázi fix költségeknek voltak tekinthetőek.) A várható költségeknek ezt a részét nevezzük „irreleváns” fix költségeknek.
2. Az adott pillanatban befolyásolható, a következő időszakra vonatkozó kvázi fix költségek. Ezekről a költségekről a vizsgált időpontban dönthetünk, de ekkor végérvényesen (pl. beruházás, anyagbeszerzés, munkavállalói szerződések stb.). Ezeket a költségeket várható releváns fix költségeknek nevezzük.
3. Az előző pontban meghatározott időszakhoz kapcsolódó változó költségek. Ezek a költségek olyan költségek, amiket a folyamatosan „vállalunk”, fizetünk a termelés volumenétől függően (pl. anyagköltségek, energiaköltségek stb.). Ezek a várható változó költségek.

A várható bevételek megragadása esetén is a költségekhez hasonló logikát kell

követnünk:

1. Korábbi évek döntéseiből fakadó bevételek. Ezek az adott időpontbeli döntéssel már nem befolyásolhatók (pl. korábbi eladások bevételeinek beérkezése, korábbi szerződések miatti bevételek stb.). Ezek esetében „elsüllyedt bevételekről” beszélhetünk. Ez a várható irreleváns bevétel.
2. Az adott döntés következtében jelentkező bevételek. (várható releváns bevétel).

Az irreleváns (elsüllyedt) és releváns bevételek elválasztása új eleme a vázolt megközelítésnek. A pénzáramlások becslésének egyik alapszabálya, hogy a pénzáramlásokat mindig változás alapon kell becsülni (Brealey-Myers 2003): E szabálynak megfelelően csak a döntésünkkel befolyásolható pénzáramlásokat szabad figyelembe venni. A projekt a bemutatott felfogás szerint történő értelmezése során minden döntési lehetőségnél tulajdonképpen döntési szituációt kell figyelembe venni: tartalmaz: a kezdeti (a projekt elindításáról szóló) döntést, és az adott időpontbeli, a következő évi működésre vonatkozó döntést. A kezdeti döntéstől függő pénzáramlások tehát irrelevánsak (elsüllyedtek), a következő évre vonatkozó döntésünktől függők viszont relevánsak. Tehát a következő időszak pénzáramlásának csak azon részével kell foglalkoznunk, ami nem tartalmazza az addigi döntések eredményeként jelentkező („elsüllyedt”) várható költségeket és bevételeket.

Az alfejezet megállapításai az alábbi tézisben foglalhatók össze:

II. Tézis: A reálopció elemzéshez szükséges alapparaméterek megadhatók egy általános, várható pénzáramlásainak sorozatával leírt beruházási projekt esetén is, amennyiben a várható pénzáramlásokat úgy tagoljuk, hogy minden egyes beavatkozási lehetőséget jelentő pontban (a pénzáramlás diagramos általános felfogás szerint minden év végén) az adott időpontbeli döntéssel befolyásolható, illetve korábbi döntésektől függő bevételekre és költségekre választjuk szét a várható pénzáramlást. Ebben az esetben sem a termék ára, sem bármely egyéb költség-részlet esetén nincs szükség további specifikus előírásokra, illetve sztochasztikus folyamatoknak megfelelő alakulás megkövetelésére, mert a szükséges reálopció paraméterek vagy azonnal adódnak, vagy egyszerű szimulációval megadhatók.

IV.3. Reálopció elemzésekhez általánosan használható opció értékelési modell

Amint arról az előző alfejezetben szó volt, reálopció értelmezésben minden év végén arról kell dönteni, hogy érdemes-e kötelezettséget vállalni a következő évre, azaz érdemes-e valamilyen pótlólagos költséget vállalni a következő évre a következő év várható bevételért cserébe. Ehhez a pénzáramlásokat (a bevételeket és a költségeket egyaránt) az adott döntéstől függő (releváns) és a döntéssel nem befolyásolható (irreleváns) részekre kell bontani.

Nézzük most az opció analógiát! Az adott időpontbeli döntés valójában arról szól, hogy érdemes-e beruházni a várható releváns fix költségekbe a várható bevételek és a változó költségek különbségéért cserébe. A pozitív döntés tulajdonképpen a projekt folytatását jelenti, negatív döntés esetén – eltekintve a korábbi döntések hatásaként még ezután jelentkező pénzmozgásoktól – a projekt lezárul. Az opció analógia szerint a döntéskor lehívható – európai típusú – vételi opcióval van dolgunk, melynek kötési árfolyama a következő időszakra vonatkozó releváns fix költség, pontosabban ennek az adott időpontra diszkontált értéke. (A bemutatott felbontás szerinti pénzáramlás-részek, a következő évre értelmezettek, ami a pénzáramlások évek végére tolásának szabályából fakad.) Az opció lejárat, a döntés időpontja viszont a döntési helyzet idejét, években értelmezve az adott év elejét, pontosabban az előző végét jelenti.

A kötési árfolyam megadásakor azonban figyelembe kell vennünk egy fontos különbséget a pénzügyi és a reálopciók között: míg a hagyományos pénzügyi opcióknál a kötési árfolyamot pontosan tudjuk (hiszen ez az opció szerződés része), a reálopció helyzet kötési árfolyamát, vagyis az opcióként értékelt év releváns fix költségét csak becsülni tudjuk. Ezen eltérésből fakadóan a helyzet értékelésére a Black-Scholes formula nem teljesen megfelelő, hiszen valójában nem tudjuk biztosan a kötési árfolyamot.

A probléma áthidalására a csereopciókat, pontosabban az ezekre kidolgozott formulákat hívhatjuk segítségül. A csereopciók ugyanis olyan helyzeteket modelleznek, ahol az opció nem egy adott eszköz adott feltételek – adott kötési árfolyam – melletti megvételére szól, hanem egy másik kockázatos eszközre cserélésére. Ebben az esetben már a kötési árfolyam is kockázatos. A pénzügyi csereopciók értékelésére a Margrabe (1978) által kidolgozott modell használható.

A Margrabe-modell összefüggése az alábbi:

$$c = P_0 N(d_1) - K_0 N(d_2) \quad (16.)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{P_0}{K_0} + \frac{1}{2} \sigma^2 T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (17.)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (18.)$$

A különbségek azonosításához idézzük fel a Black-Scholes formula képletét:

$$c = P_0 N(d_1) - K_T e^{-r_f T} N(d_2) \quad (19.)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{P_0}{K_T} + \left(r_f + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (20.)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (21.)$$

Bár első ránézésre két különbség is látható az eredeti alakjukban (de a dolgozatban használt jelölésrendszerrel) megadott képletek között, ezek csupán az eltérő felírásból fakadnak.

Egyrészt a kötési árfolyam kockázatmentes kamatlábbal diszkontált jelenértéke jelenik meg a Black-Scholes formulában, amit éppen K_0 -al jelöltünk, és ez szerepel a Margrabe-féle képletben. Meg kell azonban jegyezni, hogy a csereopciók esetén a „kötési árfolyamként” szolgáló termék jelenlegi árfolyama leolvasható a piacról, az alapterméknek tekintett termék árfolyamához (P_0) hasonlóan, a reálopciók helyzetére történő alkalmazásnál ez nem lehetséges, erre a mozzanatra még vissza kell térnünk.

A másik különbség a d_1 változó felírásánál jelentkezik, azonban itt is meglehetősen egyszerűen belátható, hogy tulajdonképpen ugyanarról van szó, eltérő felírásban:

$$\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln \frac{P_0}{K_T} + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln \frac{P_0}{K_0 e^{r_f T}} + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \\
&= \frac{\ln \left(\frac{P_0}{K_0} e^{-r_f T}\right) + r_f T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln \frac{P_0}{K_0} - r_f T + r_f T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = \\
&= \frac{\ln \frac{P_0}{K_0} + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}
\end{aligned} \tag{22.}$$

Van azonban még egy – az alapképletekből nem kiolvasható – lényeges különbség a két képlet között, amely az eltérő volatilitás megragadásban rejlik. A csereopciók különlegessége éppen abból fakad, hogy a „kötési árfolyam” is kockázatos, nem tudjuk biztosan a lejáratkori értékét. Az értékelés során használt volatilitás megadásakor az alaptermék volatilitásán túl, a kötési árfolyam volatilitását is figyelembe kell venni, illetve a kettő közötti korrelációs együtthatót (k_{PK}) is. A használandó alapösszefüggés a következő:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_K^2 - 2k_{PK}\sigma_P\sigma_K} \tag{23.}$$

ahol σ_P az alaptermék, σ_K a kötési árfolyam volatilitása, k_{PK} pedig az alaptermék és a „kötési árfolyam” változása közötti korrelációs együttható.

Mivel az eredmény jellegét tekintve hasonló a korábban már vázolt Black-Scholes formula szerinti eredményhez, így az ott bemutatott tényezők változása is hasonlóan befolyásolja az opciós értéket. Az új paraméterként megjelenő korrelációs együttható csökkenése – mivel ezáltal a számított volatilitás nő – az opciós érték növelkedését eredményezi. A képlet csak a korrelációs együttható negatív előjelében tér el két valószínűségi változó összegének (korábról már ismert) szórásképletétől. Ezt az eltérést talán megvilágítja, ha belegondolunk, hogy amennyiben az alaptermék és a kötési árfolyam együtt ingadozik (a korrelációs együttható pozitív), akkor az opció értékét pozitívan befolyásoló ingadozási érték kisebb lesz.

A korreláció szubjektív becslésének elméleti alapja az, hogy K és P egymással sztochasztikus kapcsolatban álló valószínűségi változókat feltételezve, K -nak egy ismert x értéke alapján P -re a legkisebb négyzetek értelmében tett legjobb becslés a

$$E(P|K = x) = E(P) + k_{KP} \frac{\sigma_P}{\sigma_K} (x - E(K)) \tag{24.}$$

regressziós egyenes alapján tehető, ahol $E(P/K=x)$ P -nek $K=x$ feltétel melletti feltételes várható értéke. A fenti összefüggést a korrelációs együtthatóra rendezve a következőt kapjuk:

$$k_{KP} = \frac{\sigma_K}{\sigma_P} \frac{E(P|K=x)}{(x-E(K))} \quad (25.)$$

A szubjektív becsléshez x -re adott néhány érték melletti becslés alapján kapott k_{kp} becslések átlagát szokás venni.

A reálopciók helyzet csereopcióként történő értékelésekor további fontos különbség adódik a Margrabe-formula és a Black-Scholes formula között. Amint arról a fentiekben már szó volt, pénzügyi csereopciók esetén a „kötési árfolyam” jelenértéke egyszerűen leolvasható a piacról, az alaptermék jelenlegi árfolyamához hasonlóan. Reál-helyzetben a kötési árfolyam jövőértékére vonatkozó becsléssel rendelkezünk (ez a döntéssel befolyásolható releváns fix költség), ennek kell a jelenértékét megadni. A jelenérték számítás során azonban nem számolhatunk a kockázatmentes kamatlábbal, hiszen a pénzügyi opciók és a Black-Scholes formula esetén azért tehetjük ezt meg, mert biztos jövőérték jelenértékét kellett megadnunk. Ezúttal a tőkeköltséggel diszkontálva kapjuk meg a jelenértéket.

Az alaptermék jelenlegi árfolyama a pénzügyi opciók esetén – akár egyszerű vételi, akár csereopciókról van szó – szintén ismert, egyszerűen az éppen aktuális piaci árfolyamot kell megadni. Reálopciók helyzetben azonban ezt is csak becsülni tudjuk mégpedig a döntéstől függő releváns bevételek és változó költségek jelenértékeként.

A részvényre vonatkozó pénzügyi opciók analógiájánál maradván, amennyiben az adott pénzáramlást a projekt által fizetett osztalékként fogjuk fel, akkor egyszerűen ennek a tőkeköltséggel diszkontált jelenértéke lesz a jelenlegi alaptermék-árfolyam.

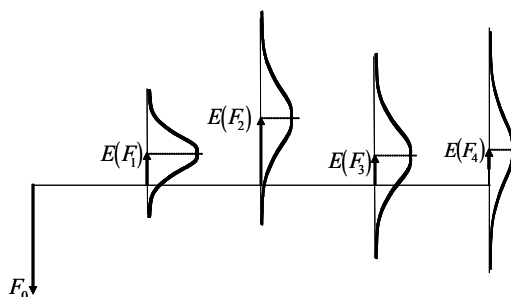
Az alfejezet megállapításai az alábbi tézisben foglalható össze:

III. Tézis: A vállalati beruházási döntésekhez kapcsolódó valamennyi reálopciók helyzet értékelésére alkalmazható modell a pénzügyi csereopciók esetén használt Margrabe-modell módosított változata, amennyiben a kötési árfolyam jelenértékét az opció lejáratára becsült érték (a várható releváns fix költség) tőkeköltséggel diszkontált jelenértékeként adjuk meg a pénzügyi csereopciónál használt jelenlegi piaci árfolyam helyett.

IV.4. Illusztrációs példa

Az alábbiakban egy egyszerű példán keresztül illusztráljuk, hogyan alkalmazható a fenti opcióértékelési eljárás a gyakorlatban. Egy olyan projektet vizsgálunk, amely esetén minden évben lehetőségünk van a működés leállítására és a projektből való kiszállásra, amennyiben a következő évek pénzáramlásaira az adott helyzetben tett becslésünk ezt indokolja.

Először azt próbáljuk meg szemléltetni, hogy miért jelent többletértéket a későbbi módosítási – a projekt abbahagyására vonatkozó – lehetőség. Ehhez a „hagyományos” *NPV*-megközelítés és a reálopció megközelítés közötti alapvető különbségeket vázoljuk a projekt pénzáramlás-diagramos ábrázolása segítségével. Először az alapesetet, egy projekt jövőbeli, kockázatos pénzáramlásait szemléltettük várható értékükkel és sűrűségfüggvényeikkel együtt.



17. ábra: Beruházási projekt kockázatos pénzáramlásai.

Amennyiben ennek *NPV*-jét számítjuk ki, akkor a már ismert általános képletbe kell behelyettesítenünk:

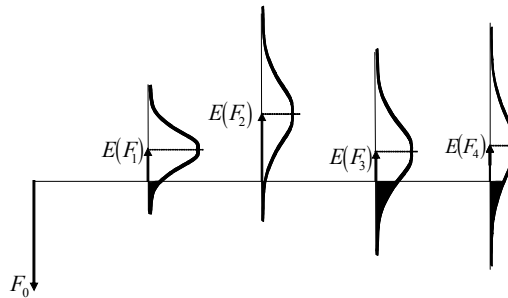
$$NPV = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E(F_n)}{(1+r_{alt})^n} = F_0 + \frac{E(F_1)}{(1+r_{alt})} + \frac{E(F_2)}{(1+r_{alt})^2} + \frac{E(F_3)}{(1+r_{alt})^3} + \frac{E(F_4)}{(1+r_{alt})^4} \quad (26.)$$

Ezzel a felírással, illetve számítással – ha kimondatlanul is – azt feltételezzük, hogy a projekt jövőbeli pénzáramlásait mindenképpen „el kell vállaljuk”, még akkor is, ha pl. már a második évben látjuk, hogy a 3. és 4. év várhatóan rosszul alakul majd.

Most tételezzük fel, hogy a projekt olyan rugalmasságot rejt, miszerint bármelyik évben leállítható lehet (pl. leállítható a termelés, a gyártás). Ez sok esetben egyáltalán nem irreális feltételezés, sőt, ez állhat közelebb a valós szituációhoz. Az ilyen rugalmasság igen lényeges mozzanat lehet, hiszen lehetőségünk van eredeti

döntéseink módosítására, „újrarendelésére” miután némi idő elteltével a projekttel kapcsolatos bizonytalanság egy része már eloszlott.

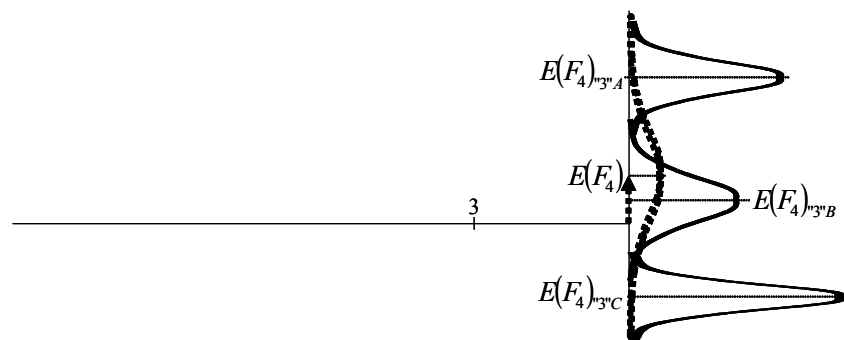
A rugalmasság feltételezése első pillantásra is érzékelhető hatású: nyilván a fenti ábrán negatív irányba esetlegesen átcsapó pénzáramlás-részletek egy része lesz elkerülhető ezáltal.



18. ábra: Későbbi módosítási lehetőség esetleges hatása a pénzáramlásokra.

Fontos tisztáznunk, hogy ebben az esetben nem egyszerűen a negatív részek elkerüléséről van szó. Természetesen attól, hogy valamit nem előre döntünk el, pontosabban nem előre vállalunk valamilyen jövőbeli cselekedetet (esetünkben pl. az üzleti tevékenység folytatását a 3. és 4. évben), hanem később döntünk erről, még marad kockázat. A lényeg az, hogy egy későbbi döntéssel e kockázatvállalás csökkenhet azáltal, hogy időközben új információkhoz juthatunk.

Vizsgáljuk egyelőre csak a 4. évi pénzáramlást. A pénzáramlás vázolt sűrűségfüggvénye jelenlegi tudásunkat tükrözi. Később, mondjuk a 3. évben, becslésünk már valószínűleg sokkal kisebb szórású lesz. Jelenleg nem tudjuk, hogy milyen várható értékű, de minden bizonnyal kisebb szórású. Az alábbi ábrán megmutatjuk egyrészt az F_4 -ről szóló mai becslésünket is, de vázolunk három (A, B és C) további lehetséges becslést, amit majd a 3. évben tehetünk F_4 -ről.



19. ábra: A 4. év pénzáramlásaira a 3. évben adott lehetséges becslések

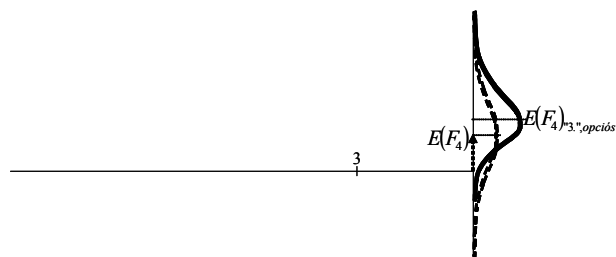
Jelenleg tehát nem tudjuk, hogy miként fogunk vélekedni a 4. év kilátásairól a 3.

évben, de arra mindenképpen számíthatunk, hogy jobban (kisebb szórással) látjuk majd a lehetséges eseményeket, mint ma. Ha az A változatot „látjuk majd”, minden bizonnyal a folytatás mellett döntünk, ha a C -t, akkor pedig nyilván kiszállunk majd a projektből, azaz elállunk a folytatástól. Ha a B változatot becsüljük majd a 3. évben, akkor további vizsgálattal kell megítélnünk, hogy érdemes-e a folytatás.

Jól látható, hogy mitől ér többet az a szituáció, amikor a 3. évben dönthetünk az esetleges folytatásról azzal az esettel szemben, amikor előre („most”, azaz a 0. pillanatban) kell döntenünk. Amennyiben most kell döntenünk, a 4. év eseményeit mindenképpen elvállaljuk, ha a 3. évben, akkor lehet, hogy el tudjuk kerülni a lehetséges veszteséget.

Az előző ábrák összevetése jól mutatja a kérdés bonyolultságát is. Amennyiben tudjuk ma, hogy a 3. évben még döntési helyzetben leszünk a folytatást illetően, nyilván nem a teljes sűrűségfüggvényre gondolunk majd, hanem a negatív részt kisebbnek képzeljük. Nem nullának, azaz a fentebbi ábrán az F_4 sűrűségfüggvényének befektetett részét teljesen nem tudjuk kiküszöbölni, hiszen – lásd pl. az előző ábra B változata – még a 3. év végén szemlélve is maradhat a veszteségnek esélye.

Akárhogy is, F_4 sűrűségfüggvényének negatív irányba átcsapó része csökkenni fog azáltal, hogy a 3. évben felülvizsgálhatjuk a 0. évben hozott döntésünket. Ha pedig a sűrűségfüggvény „negatív része” zsugorodik, akkor a várható értéknek növekednie kell:



20. ábra: A 3. évi tudásunkat tükröző sűrűségfüggvény

Mivel a 3. évre rugalmasságot feltételezve F_4 várható értéke növekszik a rugalmatlanság nélküli esethez képest, és mivel a kockázat semmiképpen sem növekszik, így a rugalmasság feltételezése többletértéket okoz. Itt most kockázat alatt nem a szórás értjük (az egyébként egyértelműen csökken), hanem a $CAPM$ segítségével megadható piaci kockázatot, ami nyilván nem változik, hiszen a későbbi döntési lehetőség nem befolyásolja az adott üzleti tevékenységhez tartozó béta értéket.

A vázolt helyzet úgy modellezhető tehát, hogy F_4 -re vételi opciónk van $T=3$ év

lejáratával, így a vázolt rugalmasság értéke az opciós árelmélet alkalmazásával megadhatónak tűnik. Következő lépésként a vázolt reálopciók helyzet paramétereit kell megadnunk, illetőleg a pénzügyi opciók paramétereivel való analógiákat kell vázolnunk.

A projektben foglalt későbbi leállítási lehetőség opciós értékelésének kulcsa a 4. év pénzáramlásának opciós szemlélet szerinti felbontásában rejlik. Ehhez azt kell meggondolnunk, hogy pontosan miről is dönthetünk a 3. év végén. Nyilván arról, hogy érdemes-e kötelezettséget vállalni a 4. évre, azaz érdemes-e valamilyen pótlólagos költséget (beruházást, anyagbeszerzést, munkavállalói szerződést stb.) vállalni a 4. évre a 4. év várható bevételéért cserébe.

A 4. év $E(F_4)$ várható pénzáramlását várható bevételre és költségre oszthatjuk fel:

$$E(F_4) = E(TR_4) - E(TC_4) \quad (27.)$$

Mindezek után bontsuk tovább a 4. év várható költségeit! Amint már tisztáztuk három alapvető kategória szerint választhatjuk szét $E(TC)$ -t:

1. Korábbi évek döntéseiből fakadó (fix) költségekre, amiket a 3. év végén (a 4. év kezdetén) már nem befolyásolhatunk, azaz ekkor már elsüllyedt költségeknek tekinthetők. (Amikor ezekről döntöttünk a 0. és 3. év között, akkor ezek a költségek a 4. évre (is) vonatkozó kvázi fix költségeknek voltak tekinthetőek.) Jelöljük e várható költségeket $E(iFC_4)$ -gyel (várható „irreleváns” fix költségek).
2. A 3. év végi döntésünkből fakadóan a 4. évre vonatkozó kvázi fix költségre. Ezekről a költségekről a 3. év végén döntünk, de akkor végérvényesen (pl. beruházás, anyagbeszerzés, munkavállalói szerződések stb.). Jelöljük ezeket a költségeket $E(rFC_4)$ -gyel (várható releváns – kvázi – fix költségek).
3. A 4. évben jelentkező változó költségekre. Ezek a költségek olyan költségek, amiket az év során folyamatosan „vállalunk”, fizetünk a termelés volumenétől függően (pl. anyagköltségek, energiaköltségek stb.). Jelöljük ezt $E(VC_4)$ -gyel (várható változó költség).

A 4. évi teljes költség tehát a következőképpen írható fel:

$$E(TC_4) = E(iFC_4) + E(rFC_4) + E(VC_4) \quad (28.)$$

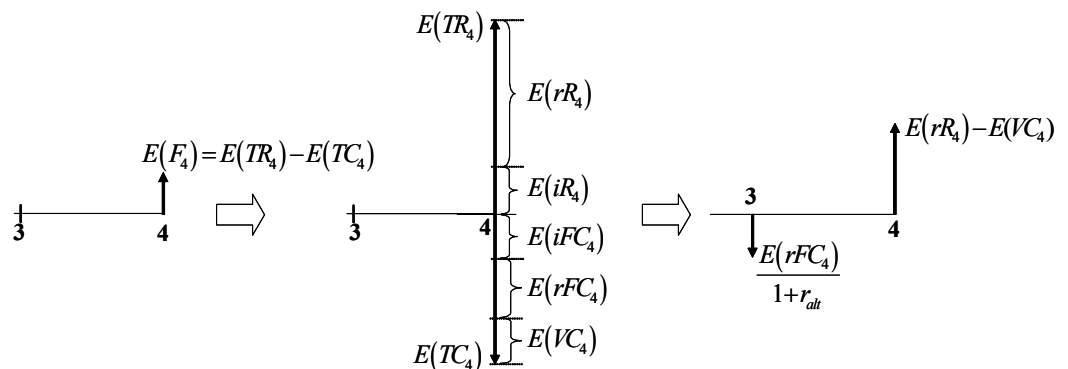
Foglalkozzunk most a 4. év bevételeinek felbontásával!

1. Korábbi évek döntéseiből fakadó, a 3. év végén (a 4. év kezdetén) már nem befolyásolható bevételek (pl. korábbi eladások bevételeinek 4. évbe történő beérkezése, korábbi szerződések miatti bevételek stb.). Ezek esetében „elsüllyedt bevételekről” beszélhetünk. Jelöljük ezt $E(iR_4)$ -gyel (várható irreleváns bevétel).
2. A 4. év eleji, illetve közbeni döntések következtében jelentkező bevételek. Jelöljük ezt $E(rR_4)$ -gyel (releváns bevétel).

A 4. évi teljes bevétel tehát:

$$E(TR_4) = E(iR_4) + E(rR_4) \quad (29.)$$

A vázolt helyzet két döntési szituációt tartalmaz: a 0. időpontbeli kezdeti (a projekt elindításáról szóló) döntést, és a 3. év végén (4. év elején) hozott, a 4. évi működésre vonatkozó döntést. A kezdeti döntéstől függő pénzáramlások tehát irrelevánsak (elsüllyedtek) a 4. évre vonatkozó döntésünktől függők viszont relevánsak. Tehát a 4. év pénzáramlásának csak azon részével kell foglalkoznunk, ami nem tartalmazza az addigi döntések eredményeként jelentkező („elsüllyedt”) várható költségeket és bevételeket, azaz az $E(iFC_4)$ -et és az $E(iR_4)$ -et.



21. ábra: A 4. évi várható pénzáramlás összetevői és a 3. évben jelentkező döntési helyzet

Nézzük most az opciós analógiát! A 3. év lezártával valójában a másodikként említett költségrész, az $E(rFC_4)$ (várható releváns – kvázi – fix költség) beruházásáról születik majd döntés. Ha pozitív beruházási döntés születik, akkor a 4. évben is folytatódik a projekt (a termelés, szolgáltatás), míg negatív döntés esetén – eltekintve a korábbi döntések hatásaként még a 4. évben jelentkező pénzmozgásoktól – a projekt lezárul. Az opciós analógia szerint a 3. év végén lehívható – európai típusú – (reál)opcióval van dolgunk. E reálopció „kötési árfolyama” az $E(rFC_4)$, pontosabban ennek egy évvel visszábbdiszkontált értéke. A bemutatott felbontás szerinti pénzáramlás-részek ugyanis mind a 4. év végére értelmezettek, ami a pénzáramlások évek végére tolásának szabályából fakad. Az opciós megközelítés T „kulcsidőpontja” viszont a 3. év, hiszen a lehívási döntés ekkor születik. Általános szabályként írhatjuk fel, hogy ha valamely pénzmozgást az n . évre értelmezzük, akkor az opciós analógia T időpontja:

$$\begin{aligned} T &= n - 1 \\ n &= T + 1 \end{aligned} \quad (30.)$$

Mindezek után az $n=4$ évre vonatkozó opciós analógia lejáratig hátralévő ideje $T=3$, kötési árfolyama:

$$E(K_{T=3}) = \frac{E(rFC_{n=4})}{1 + r_{alt}} \quad (31.)$$

Amint arról már szó volt, ez utóbbi helyzetben lényeges különbséget jelent a pénzügyi és a reálopciók között a kötési árfolyam kockázatossága. Míg a hagyományos pénzügyi opcióknál a kötési árfolyamot pontosan tudjuk (hiszen ez az opciós szerződés része), a reálopciók helyzet kötési árfolyamát, vagyis az opcióként értékelt év releváns fix költséget csak becsülni tudjuk. Ezért csereopcióként kell a helyzetet modellezni, és a Margrabe-formulát kell az értékelés során alkalmazni.

A kötési árfolyam jelenértékének megadásához tehát a tőke alternatíva költséggel kell számolnunk (diszkrét kamatozással felírva):

$$K_0 = \frac{E(K_T)}{(1 + r_{alt})^T} \quad (32.)$$

A kötési árfolyam jelenértékének felírása után térjünk át az opció alapterméke

árfolyamának vizsgálatára! Amennyiben pozitív döntés születik a 4. évi folytatást illetően, azaz „lehívjuk az opciót” a 3. év végén, és ezzel vállaljuk az $E(rFC_4)/(1+r_{alt})$ költségrészt, akkor az $E(rR_4)$ (releváns bevétel) és a $E(VC_4)$ (változó költség) különbségét kapjuk cserébe. Másként felfogva: a kötési árfolyamnak tekinthető kvázi fix költségekért egy olyan „részvényhez” jutunk, amelynek birtoklásával a 4. év várható változó költségek feletti (releváns) bevételeit kapjuk jövedelmül, lényegében „osztalékul”. Olyan „részvény” ez, amely egyetlen „osztalékot” fizet majd, még hozzá a 4. év végén.²⁴ Írjuk fel ezután a „részvény” $E(P)$ árfolyamát a 4. évre, majd a $T=3$ évre:

$$\begin{aligned} E(P_4) &= E(rR_4) - E(VC_4) \\ E(P_{T=3}) &= \frac{E(rR_4) - E(VC_4)}{1+r_{alt}} \end{aligned} \quad (33.)$$

A fentiek alapján már könnyen megkaphatjuk a „kötési árfolyam” jelenértékét, azaz K_0 -t, és a jelenlegi „árfolyamot”, azaz P_0 -t, is:

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{E(K_{T=3})}{(1+r_{alt})^3} \\ P_0 &= \frac{E(P_{T=3})}{(1+r_{alt})^3} \end{aligned} \quad (34.)$$

A következő – és egyben utolsó – szükséges paraméter a volatilitás. A volatilitás megadásakor is a Margrabe-modell – már korábban ismertetett – volatilitás-számítását kell követnünk, hiszen a „kötési árfolyam” (a 3. év végével eldöntendő kvázi fix költség) pontos értéke ma (a 0. évben) még ismeretlen.

Az alaptermék (részvény) volatilitása (σ_P) az alaptermék árfolyamának egységnyi időre eső relatív szórását jelenti. Amennyiben bolyongó-jellegű ingadozást tételezhetünk fel – azaz az egységnyi időre eső ingadozások egymástól való függetlenségéből indulunk ki –, akkor az idő növekedésével a relatív szórás az idő négyzetgyökével növekszik:

²⁴ Kiemeljük, hogy mivel feltételezhetjük, hogy a 4. évben követni fogja a vállalat a közgazdasági racionalitásnak azon egyszerű szabályát, hogy csak olyan tevékenységet végez, amelynél legalább a változó költségeket fedezni tudja a bevétel (azaz nem megy az ún. üzembeszárás pont alá), a 4. év kvázi fix költségén felül további veszteség már nem születhet. A „kötési árfolyam” (a kvázi fix költségek) kifizetésével tehát már csak pozitív értékű „részvényre” (változó költség feletti bevételre) számíthatunk.

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \frac{\sigma(P_1)}{E(P_1)} \\ \sigma_{P,T} &= \sigma_P \sqrt{T}\end{aligned}\tag{35.}$$

ahol $\sigma_{P,T}$ az alaptermék árfolyamának T időre eső relatív szórása.

A kötési árfolyam volatilitását analóg módon írhatjuk fel:

$$\begin{aligned}\sigma_K &= \frac{\sigma(K_1)}{E(K_1)} \\ \sigma_{K,T} &= \sigma_K \sqrt{T}\end{aligned}\tag{36.}$$

Mivel reálopciók esetén inkább későbbi időpontokra vonatkozó becsléseink vannak, beleértve az egyes pénzáramlásokra vonatkozó szórás, relatív szórás becsléseket is, így az alábbi képleteket használhatjuk:

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \sigma_{P,T} \frac{1}{\sqrt{T}} \\ \sigma_K &= \sigma_{K,T} \frac{1}{\sqrt{T}}\end{aligned}\tag{37.}$$

Sőt, mivel becsléseinket általában nem a T , hanem a $T+1$ időre tesszük, leginkább a következő képleteket használhatjuk:

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \sigma_{P,T+1} \frac{1}{\sqrt{T+1}} \\ \sigma_K &= \sigma_{K,T+1} \frac{1}{\sqrt{T+1}}\end{aligned}\tag{38.}$$

Mindezek után a Margrabe-modell szerinti volatilitás:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_K^2 - 2k_{PK} \sigma_P \sigma_K} \\ \sigma &= \sqrt{\sigma_{P,T+1}^2 \frac{1}{T+1} + \sigma_{K,T+1}^2 \frac{1}{T+1} - 2k_{PK} \frac{1}{T+1} \sigma_{P,T+1} \sigma_{K,T+1}} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{1}{T+1} \sqrt{\sigma_{P,T+1}^2 + \sigma_{K,T+1}^2 - 2k_{PK} \sigma_{P,T+1} \sigma_{K,T+1}}}\end{aligned}\tag{39.}$$

Most már könnyen felírhatjuk az $E(F_4)$ pénzáramlás releváns részére vonatkozó opció értékét, jelöljük ezt $c_{4,T=3,n=0}$ -al, ahol a 4 a 4. év pénzáramlására, $T=3$ az opció lehívásának időpontjára utal, míg $n=0$ azt jelzi, hogy az opció értékét a 0. időpontra adtuk meg:

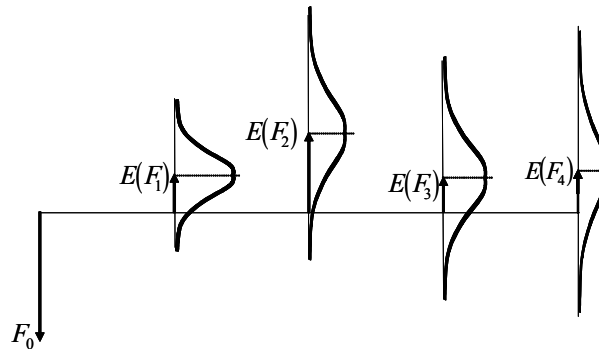
$$c_{4,T=3,n=0} = f(K_0, P_0, T, \sigma) \quad (40.)$$

Amennyiben a fentiek után írjuk fel projektünk *NPV*-jét, akkor a következőt kapjuk:

$$NPV_{opc} = F_0 + \frac{E(F_1)}{(1+r_{alt})} + \frac{E(F_2)}{(1+r_{alt})^2} + \frac{E(F_3)}{(1+r_{alt})^3} + \frac{E(iR_4) - E(iFC_4)}{(1+r_{alt})^4} + c_{4,T=3,n=0} \quad (41.)$$

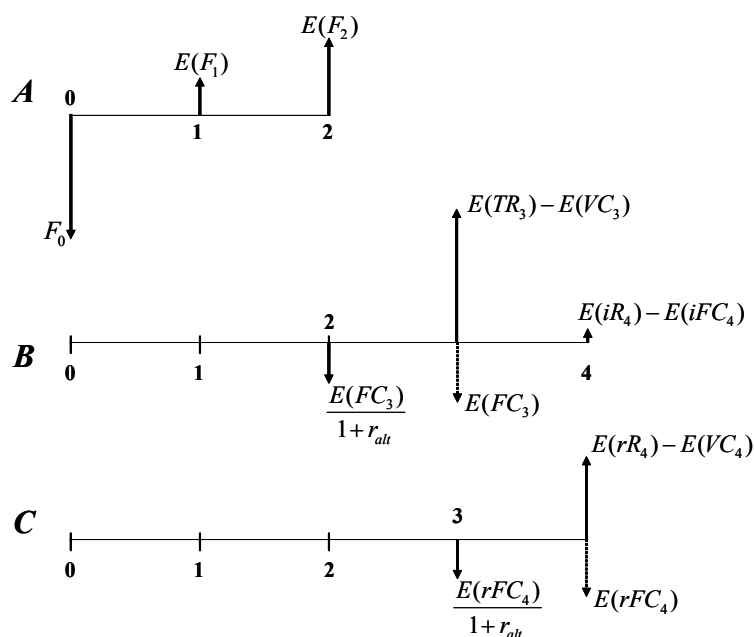
Fontos, hogy pontosan értsük, hogy milyen helyzetet modelleztünk az előzőek során. Olyan projektet képzeltünk el, amiről a 0. pillanatban kell döntenünk, de e döntésünk nem végleges a projekt egészére vonatkozóan, hiszen a 3. év végén még dönthetünk a folytatásról. Van tehát némi rugalmasságunk, a projekt 3. évében újra döntési helyzetbe kerülünk. A 3. évben azonban már nem dönthetünk minden 4. évet érintő pénzáramlásról, mert korábbi döntéseink a 4. évi pénzáramlások egy részét már megváltoztathatatlaná tették a 3. év végi pillanatban.

A fentiek során úgy tekintettünk az opciós helyzetre, hogy csak egyetlen „növekedésről” szóló későbbi döntési pillanatunk adódik. Előfordulhat viszont olyan helyzet is, amikor ilyen lehetőségek sorozatával találkozunk. Térjünk vissza a korábban vizsgált projekt pénzáramlás-sorozatához!



22. ábra: Beruházási projekt kockázatos pénzáramlásai.

Most képzeljük el, hogy a 2. évben is dönthetünk majd a folytatásról, nem csak a 3. évben, mint ahogy azt korábban vizsgáltuk. Az egyszerűség kedvéért tekintsük úgy, hogy a 0. évben hozott döntés az 1. és 2. évi pénzáramlásról szól, a 2. év végén 3. évi pénzáramlást, illetve a 4. év pénzáramlásainak egy részét döntjük el, végül a 3. év végén dönthetünk a 4. évi pénzáramlás megmaradt részeiről:



23. ábra: A 0. a 2. és a 3. évi döntéssel befolyásolható pénzáramlások

$$\begin{aligned}
 NPV_A &= F_0 + \frac{E(F_1)}{(1+r_{alt})} + \frac{E(F_2)}{(1+r_{alt})^2} \\
 NPV_B &= \frac{E(FC_3)/(1+r_{alt})}{(1+r_{alt})^2} + \frac{E(TR_3) - E(VC_3)}{(1+r_{alt})^3} + \frac{E(iR_4) - E(iFC_4)}{(1+r_{alt})^4} \\
 NPV_C &= \frac{E(rFC_4)/(1+r_{alt})}{(1+r_{alt})^3} + \frac{E(rR_4) - E(VC_4)}{(1+r_{alt})^4}
 \end{aligned} \tag{42.}$$

Ezt a helyzetet úgy képzelhetjük el, hogy az *A* projekttel opciós jogot szerzünk a *B*-re, a *B*-vel pedig *C*-re. Ez a felfogás egyetlen számításbeli újdonságot okoz. Korábban

$$c_{4,T=3,n=0} = f(K_0, P_0, T, \sigma) \tag{43.}$$

formában adtuk meg a 4. évre vonatkozó opciós értéket. (A 4 a 4. év pénzáramlására, $T=3$ az opció lehívásának időpontjára utalt, míg $n=0$ azt jelezte, hogy az opció értékét a 0. időpontra adtuk meg). A projekt *NPV*-jét pedig így írtuk fel:

$$NPV_{opc} = F_0 + \frac{E(F_1)}{(1+r_{alt})} + \frac{E(F_2)}{(1+r_{alt})^2} + \frac{E(F_3)}{(1+r_{alt})^3} + \frac{E(iR_4) - E(iFC_4)}{(1+r_{alt})^4} + c_{4,T=3,n=0} \tag{44.}$$

Most a 4. évre vonatkozó opciót nem a 0. évre, hanem a 2. évre kell értelmezni, ugyanis a 2. évben hozott döntéssel a várható pénzáramlások mellett ezt az opciót is

megkapjuk. Itt tehát a

$$c_{4,T=3,n=2} = f(K_0, P_0, T, \sigma) \quad (45.)$$

értéket kell megadnunk és a

$$NPV_{opc} = F_0 + \frac{E(F_1)}{(1+r_{alt})} + \frac{E(R_2)}{(1+r_{alt})^2} + c_{3-4,T=2,n=0} \quad (46.)$$

képletet kell használnunk, ahol $c_{3-4,T=2,n=0}$ értékébe ágyazódik be a $c_{4,T=3,n=2}$. Nézzük meg, hogy hogyan! Használva a fenti képleteket írjuk fel a $c_{3-4,T=2,n=0}$ opció paramétereit is:

$$E(K_{T=2}) = \frac{E(FC_{n=3})}{1+r_{alt}} \quad (47.)$$

$$E(P_{T=2}) = \frac{E(F_3)}{1+r_{alt}} + \frac{E(iR_4) - E(iFC_4)}{(1+r_{alt})^2} + c_{3-4,T=2,n=2} \quad (48.)$$

$$K_0 = \frac{E(K_{T=2})}{(1+r_{alt})^2}$$

$$P_0 = \frac{E(P_{T=2})}{(1+r_{alt})^2} \quad (49.)$$

A volatilitás meghatározás a korábbiakban bemutatott módon történik annyi egyszerűsítéssel, hogy $c_{4,T=3,n=2}$ szórásától most eltekintünk.

Egy későbbi időpontban jelentkező opció „akkori” értékének szórását megadni matematikailag igen bonyolult feladat. Számítógépes szimulációval (ún. Monte-Carlo szimulációval) viszont már egyáltalán nem olyan bonyolult feladat e szórás közelítése, becslése. Ilyenkor az opció egyes paramétereinek véletlen megadásaival lényegében „próbálgatjuk”, hogy milyen opciós értékek születhetnek, és e próbálkozások szórása adja szórásbecslésünket.

V. Összefoglalás, tézisek

Az értekezés a vállalati beruházási döntések során alkalmazható reálopció analógiák kérdéseivel foglalkozik. A dolgozat alapvető célja egy általános, a beruházási döntések széles köre esetén alkalmazható reálopció értékelési eljárás kidolgozása volt, amely nemcsak speciális helyzetekben, iparágak esetén használható. A bemutatott értékelési eljárás újszerűségét az adja, hogy egy általános projektterv (becsült várható pénzáramlások és kockázatok) adataiból kiindulva egységesen adhatók meg az opcióértékeléshez szükséges paraméterek.

A beruházási döntések általánosnak tekintett, a szakirodalomban részletesen feldolgozott elméleti kiindulópontját az *NPV*-alapkeret adja. A dolgozat első fejezete ezen elméleti alapkeretet tekinti át, egyúttal megadja a dolgozatban elfogadottnak tekintett kiindulópontok körét, melyek tulajdonképpen a vállalati pénzügyek diszciplína mára szakmai konszenzusként elfogadott elméleteit jelentik. A fejezet végén a vállalati beruházási döntések gyakorlati kérdéseit vizsgáló felmérések eredményeinek bemutatása rávilágít arra, hogy a vállalati beruházási döntéshozatal során gyakran nem a közgazdasági racionalitásra építő modelleket követik.

A következő fejezet az *NPV*-alapkeret azon előfeltételezéseit vizsgálta, melyek szükségesek az *NPV*-mutató alkalmazásához, az ez alapján történő beruházási döntéshez, de gyakran nem teljesülnek a valós vállalati helyzetek esetén. Egyik ilyen előfeltételezés a „most vagy soha” beruházási helyzetre vonatkozik, a beruházási döntés elhalasztásának lehetőségéből fakadó értéket nem képes megragadni az *NPV*-mutató. A másik előfeltételezés a későbbi beavatkozás lehetőségének kizárásából fakad, hiszen az *NPV* az adott pillanatban becsült várható pénzáramlások alapján adja meg a projekt gazdasági értékét, a későbbi körülményektől függő esetleges beavatkozási lehetőségek értékét nem számszerűsíti, pedig ezek gyakran lényeges mozzanatok lehetnek.

Mindkét fenti helyzet értelmezhető azonban opcióként, és értékelhető a pénzügyi opciók értékelésének az adott vállalati („reál”) helyzetre történő adaptálásának segítségével. A dolgozat áttekinti az alapvető pénzügyi opcióértékelési eljárásokat. Kiegészítésként jelenik meg ugyan, de a tárgyalás szempontjából is fontos részlet a pénzügyi opciók alapfogalmainak, illetve a Black-Scholes formula grafikus

interpretációjának bemutatása is. Ez utóbbi szerepeltetését indokolja, hogy két ponton is kapcsolódik a dolgozathoz. Egyrészt az alapvető cél a vállalati gyakorlatban viszonylag egyszerűen alkalmazható reálopciók értékelési eljárás bemutatása, amihez nyilván szükséges a pénzügyi opcióértékelés felhasználói szintű ismerete, erre pedig kiváló alapként szolgál a bonyolult matematikai levezetést tudatosan mellőző, ám közgazdasági, pénzügyi szempontból a lényegét azért korrekten megragadó grafikus opcióértékelési eljárás. Másrészt a reálopciók modellek egyik tipikus változatának értékelésére, a helyzet értelmezésére is használható a bemutatott grafikus levezetés.

Ezek után a dolgozat rátér a reálopciók alkalmazások bemutatására, amelynek célja nemcsak a témában megjelent elmúlt évtizedes teljes nemzetközi cikk-irodalom áttekintése, hanem egyúttal annak demonstrálása is, hogy a számtalan különböző reálopciók értékelési eljárás mindegyike tulajdonképpen egy speciális helyzetre, bizonyos egyszerűsítő feltételek mellett azonosított egyedi vállalati döntésre, adott iparágra koncentrál. Nincs tehát a vállalati gyakorlatba beilleszthető általános modell, amit részben alátámaszt az is, hogy a vállalatok többsége heurisztikák, ökölszabályok alapján próbálja meg értékelni az ilyen helyzeteket, és nem valamiféle szofisztikált reálopciók értékelési eljárás alkalmazásával. Az egyes modellek bemutatása során a jelenlegi reálopciók értékelési eljárásokkal kapcsolatos kritika is megfogalmazásra kerül. A fejezet eredményeként összefoglalható az a tudományos probléma, amelyre az értekezés téziseiben megoldást kívánunk nyújtani:

Az ismert reálopciók modellek mindegyike speciális helyzetre kínál megoldást, a specialitás a vizsgált vállalati helyzethez kötődik, amit gyakran iparági jellemzők is kiegészítenek. Ezen felül az alkalmazott opcióértékelési módszerek mind alapmodelljüket, mind az alkalmazott értékelési eljárást, mind pedig a bizonytalanság forrásaként azonosított változót, illetve ennek leírására alkalmazott folyamatot tekintve is rendkívül sokfélék, szerteágazók. A ma ismert reálopciók módszertan kevéssé alkalmas az általános vállalati beruházási gyakorlatba való beillesztésre.

A dolgozat következő fejezete az előbb megfogalmazott kritikára reagálva, az ott felvetett problémákat elhárító reálopciók értékelési eljárás bemutatását kísérli meg. A bemutatott eljárás alapelemeit a

- reálopciók helyzetek strukturálása (a szinte minden helyzetet külön

kategóriaként kezelő gyakorlat helyett mindössze két alaptípusba sorolása),

- az elemzéshez szükséges várható pénzáramlás becslés pontosítása, illetve
- az értékeléshez általánosan használható opcióértékelési modell azonosítása jelentik.

Mindhárom alapelemhez kötődő megállapítások egy-egy tézisben fogalmazhatók meg:

I. Tézis: A vállalati beruházásokhoz kapcsolódó számtalan reálopció mozzanat, melyeket a gyakorlatban egyedileg eltérő opciós helyzetként azonosítanak és értékelnek, mindegyike visszavezethető két reálopció alaptípus valamelyikére: az időzítési reálopcióra vagy a növekedési reálopcióra. Ezzel a két-alapmodelles megközelítéssel a reálopciók a vállalati beruházási döntések során való alkalmazása jóval egyszerűbbé válik.

II. Tézis: A reálopció elemzéshez szükséges alapparaméterek megadhatók egy általános, várható pénzáramlásainak sorozatával leírt beruházási projekt esetén is, amennyiben a várható pénzáramlásokat úgy tagoljuk, hogy minden egyes beavatkozási lehetőséget jelentő pontban (a pénzáramlás-diagramos általános felfogás szerint minden év végén) az adott időpontbeli döntéssel befolyásolható, illetve korábbi döntésektől függő bevételekre és költségekre választjuk szét a várható pénzáramlást. Ebben az esetben sem a termék ára, sem bármely költség-részlet esetén nincs szükség további specifikus előírásokra, illetve sztochasztikus folyamatoknak megfelelő alakulás megkövetelésére, mert a szükséges reálopció paraméterek vagy azonnal adódnak, vagy egyszerű szimulációval megadhatók.

A pénzáramlások megfelelő megadásához kapcsolódva arra is kitér a dolgozat, hogy a beruházási döntések szempontjából miért tekinthető hibásnak (nemcsak a reálopció elemzések esetén) a költségek változó-fix felosztása.

III. Tézis: A vállalati beruházási döntésekhez kapcsolódó valamennyi reálopció helyzet értékelésére alkalmazható modell a pénzügyi csereopciók esetén használt Margrabe-modell módosított változata, amennyiben a kötési árfolyam jelenértékét az opció lejáratára becsült érték (a várható releváns fix költség) tőkeköltséggel diszkontált jelenértékeként adjuk meg a pénzügyi csereopciónál használt jelenlegi piaci árfolyam helyett.

VI. Irodalom

Az értekezés a szerző, illetve a szerző társszerzőkkel írt több publikációjának, tanulmányának átvételére is épül – ezért a dolgozat többes szám első személyű fogalmazása –, melyek a dolgozatban külön jelölésre nem kerültek:

- [1] Andor Gy., Bóta G., 2006a, Cash flow estimation for real option analysis using Margrabe's model, *Acta Oeconomica*, Vol. 56, No. 2, 183-194
- [2] Andor Gy., Bóta G., 2006b, Határidős és opciós ügyletek, MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
- [3] Andor Gy., Bóta G., 2003, Reálopciók – egy új megközelítés. BME GTK Tőkepiaci Kutatócsoport, Kutatási jelentés
- [4] Andor Gy., Bóta G., Ormos M., 2004, Vállalkozásgazdaságtan alapjai, MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
- [5] Andor Gy., Bóta G., Tóth T., 2003, Vállalati pénzügyek II., MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
- [6] Andor Gy., Bóta G., 2002, Gazdasági és megbízhatósági elemzések I., MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
- [7] Bóta G., 2006, Vállalatértékelés reálopciókkal, Számvitel-Adó-Könyvvizsgálat, megjelenés alatt
- [8] Bóta G., 2005, Valuing investments including growth opportunities with real options analysis, *microCAD 2005 International Scientific Conference*, Miskolc, 9-14
- [9] Bóta G., 2004a, Vállalati gazdasági elemzés reálopciókkal, Ipar- és Vállalatgazdasági konferencia, Pécs, 431-437
- [10] Bóta G., 2004b, Nemzetközi beruházási lehetőségek értékelése reálopcióként, *Fiatal regionalisták IV. országos konferenciája*, Győr
- [11] Bóta G., 2002, Risk in financial management, *An Enterprise Odyssey: Economics and Business in the New Millenium*, Zagreb, Croatia, 5-7
- [12] Bóta G., Tóth T., 2003, Pénzügyi piacok, MBA oktatási segédanyag,

Hivatkozások

- [13] Andor György, 1994, Beruházások elemzése számítógéppel, Budapesti Műszaki Egyetem, Egyetemi Doktori Értekezés, Budapest
- [14] Andor György, Ormos Mihály, Szabó Balázs, 2000, Gazdasági elemzések, in Kövesi János (szerk): Műszaki vezető. 10. fejezet, Verlag Dashöfer, Budapest
- [15] Andor György, 2006, Üzleti gazdaságtan alapjai, MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Budapest
- [16] Andor György, Tóth Tamás, 2006, Vállalati pénzügyek, MBA oktatási segédanyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Budapest
- [17] Ayres, H.F., 1964, Risk Aversion in the Warrant Market, in: Cootner, P.H., (ed.), The Random Character of Stock Market Prices. MIT Press, Cambridge, Mass.,
- [18] Bachelier, L., 1900, Théorie de la Speculation, Gauthier-Villars, Paris, Angolul utánnyomva: Cootner P.H. (szerk.): The Random Character of Stock Market Prices. MIT Press, Cambridge, Mass., 1964.
- [19] Baker, H.K., Farrelly, G.E., Edelman, R.B., 1985, A survey of management views on dividend policy, Financial Management, Vol.14, (Autumn), 78-84
- [20] Baumol, W.J., Malkiel B.G., Quandt R.E., 1966, The Valuation of Convertible Securities, Quarterly Journal of Economics, Vol. 80, 48-59
- [21] Bierman, H.J., 1993, Capital budgeting in 1992: a survey, Financial Management Vol. 22, No. 3, (Autumn), 24
- [22] Bjerksund, P., Ekern, S., 1990, Managing investment opportunities under price uncertainty: from last chance to wait and see strategies, Financial Management Vol. 19, (Autumn), 65-83
- [23] Black, F., Scholes, M., 1972, The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency, Journal of Finance, Vol. 27, No. 2, (May), 399-417
- [24] Black, F., Scholes, M., 1973, The Pricing of Options and Corporate

- Liabilities, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, (May-June), 637-654
- [25] Block, S.B., 1999, A study of financial analysts: practice and theory, *Financial Analysts Journal*, Vol. 55, (July-August), 86-95
- [26] Boness, A.J., 1964, Elements of a Theory of Stock-Option Value, *Journal of Political Economy* Vol. 72, No. 2, (Apr), 163-175
- [27] Brealey R.A., Myers, S.C., 1996, *Modern vállalati pénzügyek I-II.*, Panem – McGraw-Hill, Budapest, II/112
- [28] Brealey, R.A., Myers, S.C., 2003, *Principles of Corporate Finance. 7ed*, New York: McGraw-Hill, 119-122
- [29] Brennan, M.J., Schwartz, E.S., 1985, Evaluating Natural Resource Investments, *Journal of Business*, Vol. 58, No. 2, 135-157
- [30] Bruner, R.F., Eades, K.M., Harris, R., Higgins, R.C., 1998, Best practices in estimating the cost of capital: survey and synthesis, *Financial Practice and Education* Vol. 8, No. 1, 13-28.
- [31] Capozza, D., Li, Y., 1994, The Intensity and Timing of Investment: The Case of Land, *American Economic Review*, Vol. 84, No. 4 (Sept), 889-904
- [32] Chen, A.H.Y., 1970, A Model of Warrant Pricing in a Dynamic Market, *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 5, (Dec), 1041-1059
- [33] Cootner, P.H., (ed.), 1964, *The Random Character of Stock Market Prices*, MIT Press, Cambridge, Mass.
- [34] Copeland, T.E., Weston, J.F., 1982, A Note On The Evaluation Of Cancellable Operating Leases, *Financial Management*, Vol. 11, (Summer), 60-67
- [35] Cox, J.C., Ross S.A., 1976, The valuation of options for alternative stochastic processes, *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 1, (January), 145-166
- [36] Cox, J.C., Ross, S.A., Rubinstein, M., 1979, Option Pricing a Simplified Approach, *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, 229-263
- [37] Dean, J., 1951, *Capital Budgeting*, Columbia University Press New York

- [38] Dixit, A.K., 1989, Entry and Exit Decisions under Uncertainty, *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 3, 620-638
- [39] Dixit, A.K., Pindyck, R.S., 1994, *Investment under uncertainty*, Princeton Univ. Press, ISBN0691034109
- [40] Dixit A.K., Pindyck R.S., 1995, The Options Approach to Capital Investment. *Harvard Business Review*, Vol. 73, No. 3, (May-June), 105-118
- [41] Elton, E.J., Gruber, M., 1995, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, J. Wiley and Sons, Inc., New York
- [42] Epps, R.W., Mitchem, C.E., 1994, A comparison of capital budgeting techniques with those used in Japan and Korea, *Advances in International Accounting*, Vol. 7, 205-214.
- [43] Fama, E.F., 1965, The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*, Vol 38, No. 1, (Jan), 34-105
- [44] Fama, E.F., 1970, Efficient Capital markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, (May), 383-417
- [45] Fama, E.F., 1991, Efficient Capital Markets II, *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 5, (Dec), 1575-1617
- [46] Fama, E.F., French, K.R., 1992, The Cross Section of Expected Stock Return, *Journal of Finance*, Vol. 47, No 2, (Jun), 427-465
- [47] Fisher, I., 1906, *The Nature of Capital and Income*. New York: Macmillan.
- [48] Fisher, I., 1907, *The Rate of Interest: Its nature, determination and relation to economic phenomena*. New York: Macmillan.
- [49] Fisher, I., 1930, *The Theory of Interest: As determined by impatience to spend income and opportunity to invest it*, 1954 reprint, New York: Kelley and Millman.
- [50] Gardner, D., Zhuang, Y., 2000, Valuation of Power Generation Assets: A Real Options Approach, *Algorithmics Research Quaterly*, Vol. 3, No. 3, 9-20
- [51] Gilbert, R.J., 1989, The Role of Potential Competition in Industrial Organization, *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 3, No. 3, (Summer),

107-127

- [52] Gitman, L.J., Forrester Jr., J.R., 1977, A survey of capital budgeting techniques used by major U.S. firms. *Financial Management* Vol. 6, No. 3, (Fall), 66-71
- [53] Hayes, R.H., Abernathy, W.J., 1980, Managing Our Way To Decline, *Harvard Business Review* Vol. 58, No. 4, (Jul-Aug), 66-77
- [54] Hayes, R.H., Garvin D.A. 1982, Managing as if tomorrow mattered, *Harvard Business Review* Vol. 60, No. 3, (May-June), 71-79
- [55] Hertz, D.B., 1964, Risk analysis in capital investment, *Harvard Business Review*, Vol. 42, No. 1, (Jan-Feb), 95-106
- [56] Hodder, J.E., 1986, Evaluation of manufacturing investments: a comparison of US and Japanese practices, *Financial Management* Vol. 15, No. 1, (Spring), 17-24
- [57] Hodder, J.E., Riggs, H.E., 1985, Pitfalls in Evaluating Risky Projects, *Harvard Business Review*, Vol. 63, No. 1, (Jan.-Feb.), 128-136
- [58] Hull, J.C., 2006, *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, New Jersey, ISBN 0131499084
- [59] Husti István, (szerk.), 1999, *Beruházási kézikönyv vállalkozóknak, vállalatoknak*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, ISBN 9631630528
- [60] Ingersoll, J., Ross, S., 1992, Waiting to Invest: Investment and Uncertainty, *Journal of Business* Vol. 65, (Jan), 1-29
- [61] Jensen, M.C., 1968, The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964, *Journal of Finance*, Vol. 23, No. 2, 389-416
- [62] Johnson, B., Nagali, V., Romine, R., 1999, Real Options Theory and the Valuation of Generating Assets, in: Jamson, R. (ed.), *The New Power Markets. Corporate Strategies for Risk and Reward*, Risk Books
- [63] Kemna, A.G.Z., 1993, Case studies on real options, *Financial Management* Vol. 22, No. 3, (Autumn), 259-270
- [64] Kester, W.C., 1984, Today's Options for Tomorrow's Growth, *Harvard Business Review*, Vol. 62, No. 2, (March-April), 153-160

- [65] Kogut, B., Kulatilaka, N., 1994, Operating Flexibility, Global Manufacturing, and the Option Value of a Multinational Network, *Management Science*, Vol. 40, No. 1, (Jan), Focused Issue: *Is Management Science International*, 123-139
- [66] Kulatilaka, N., Trigeorgis, L., 1994, The General Flexibility to Switch: Real Options Revisited, *International Journal of Finance*, Vol. 6, No. 2, 778-798
- [67] Laughton, D.G., Jacoby, H.D., 1993, Reversion, timing options, and long-term decision making, *Financial Management* Vol. 22, No. 3, (Autumn), 225-240
- [68] Lee, W.Y., Martin, J.D., Senchack, A.J., 1982, The Case for Using Options to Evaluate Salvage Values in Financial Leases, *Financial Management*, Vol. 11, No. 3, (Autumn), 33-41
- [69] Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, No. 1, 13-37.
- [70] Lintner, J., 1956, Distribution of Incomes of Corporations Among Dividends, Retained Earnings and Taxes, *American Economic Review*, Vol. 44, (May), 97-113
- [71] Locke, J., 2000, Keeping Your Options Open, *Energy and Power Risk Management*, Vol. 4, 36-37
- [72] Magee, J., 1964, How to Use Decision Trees in Capital Investment, *Harvard Business Review*, Vol. 42, No. 5, (Sept-Oct), 79-96
- [73] Majd, S., Pindyck, R.S., 1987, Time to Build, Option Value, and Investment Decisions, *Journal of Financial Economics*, Vol. 18, (Mar), 7-27
- [74] Mankiw, N.G., 1998, *Principles of economics*, Fort Worth, Texas, Dryden, 271
- [75] Margrabe, W., 1978, The Value of an Option to Exchange One Asset for Another, *Journal of Finance*, Vol. 33, No. 1, (Mar), 177-186
- [76] Markowitz, H., 1952, Portfolio Selection, *Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, (Mar), 77-91

- [77] McConnell, J.J., Schallheim, J.S., 1983, Valuation of asset lease contract, *Journal of Financial Economics*, Vol. 12, 237-261
- [78] McDonald, R., 1998, Real Options and Rules of Thumb in Capital Budgeting, in Brennan, M., Trigeorgis, L. (ed.) *Innovation, Infrastructure and Strategic Options*. Oxford University Press, London., 101–120
- [79] McDonald, R., Siegel, D., 1985, Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down, *International Economic Review*, Vol. 26, No. 2, (Jun), 331-349
- [80] McDonald, R., Siegel, D., 1986, The Value of Waiting to Invest, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, No. 4, (Nov), 707-728
- [81] Merton, R.C., 1973, Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, (Spring), 141-183
- [82] Merton, R. C., 1998, Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later, *American Economic Review* Vol. 88, No. 3, (Jun), 336-340
- [83] Miller, M.H., 1977, Debt and Taxes, *Journal of Finance*, Vol. 32, No 2, (May), 261-275
- [84] Miller, M.H., 1991, Leverage, *Journal of Finance*, Vol. 46., No. 2, (Jun), 479-488
- [85] Miller, M.H., Modigliani, F., 1961, Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares, *Journal of Business*, Vol. 34, (Oct), 411-433
- [86] Miller, M.H., Rock, K., 1985, Dividend Policy Under Asymmetric Information, *The Journal of Finance*, Vol. 40, No 4, (Sept), 1031-1051
- [87] Modigliani, F., Miller, M.H., 1958, The Cost of Capital, Corporate Finance and the Theory of Investment, *The American Economic Review*, Vol. 53, (Jun), 261-297
- [88] Moore, J.S., Reichert, A.K., 1983, An analysis of the financial management techniques currently employed by large. U.S. corporations, *Journal of Business Finance and Accounting* Vol. 10, 623-645.
- [89] Mossin, J., 1966, Equilibrium in a Capital Asset Market, *Econometrica*, Vol. 34, No. 4, (Oct), 768-783

- [90] Myers, S.C., 1976, Determinants of Corporate Borrowing, MIT Sloan School of Management Working Papers, (Sept 1976)
- [91] Myers, S.C., 1984a, Capital Structure Puzzle, National Bureau of Economic Research (NBER), Working Paper, No. 1393, 1-35
- [92] Myers, S.C., 1984b, Finance Theory and Financial Strategy, Interfaces Vol. 14, No. 1 (Jan-Feb), 126-137; reprinted in Midland Corporate Finance Journal 5 (Spring 1987): 6-13
- [93] Myers, S.C., Majd, S., 1990, Abandonment Value and Project Life, Advances in Futures and Options Research, 1-21
- [94] Nelson D., Ramaswamy, K., 1989, Simple Binomial Processes as Diffusion Approximations in Financial Models, Review of Financial Studies, Vol. 3, No. 3, 393-430
- [95] Ormos Mihály, 2004, Vállalati gazdasági elemzések egyes kérdései Magyarországon, PhD értekezés, BME
- [96] Paddock, J., Siegel, D., Smith, J., 1988, Option Valuation of Claims on Physical Asset: The Case of Offshore Petroleum Leases, Quarterly Journal of Economics, Vol. 103, No. 3, (August), 479-508
- [97] Pindyck, R.S, 1982, Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of the Firm, American Economic Review, Vol. 72, No. 3 (Jun) 415-427
- [98] Pinegar, J.M., Wilbricht, L., 1989, What managers think of capital structure theory: a survey, Financial Management Vol. 18, No. 4, 82-91
- [99] Poterba, J., Summers, L., 1995, A CEO survey of U.S. companies' time horizon and hurdle rates, Sloan Management Review, Vol. 37, No. 1, 43-53
- [100] Quigg, L., 1999, Empirical Testing of Real Option-Pricing Models, Journal of Finance, Vol. 48, No. 2 (Jun), 621-640
- [101] Rubinstein, M., 1976, The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options, Bell Journal of Economics, Vol. 7, No. 2 (Autumn), 407-425
- [102] Samuelson, P.A., 1965a, Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, Industrial Management Review, Vol. 6, 41-49

- [103] Samuelson, P.A., 1965b, Rational Theory of warrant pricing, *Industrial Management Review*, Vol. 6, 13-31
- [104] Samuelson, P.A., Merton, R.C., 1969, A complete model of asset prices that maximizes utility, *Industrial Management Review*, Vol. 10, 17-46
- [105] Sangster, A., 1993, Capital investment appraisal techniques: a survey of current usage, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 20, 307-332.
- [106] Shao, L.P., Shao, A.T., 1996, Risk analysis and capital budgeting techniques of U. S. multinational enterprises, *Managerial Finance*, Vol. 22, 41-57.
- [107] Sharpe, W.F., 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk, *Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3, 425-442
- [108] Sprenkle, C.M., 1961, Warrant Prices as Indicators of Expectations and Preferences, *Yale Economic Essays*, Vol. 1, 179-231
- [109] Stanley, M.T., Block, S.B., 1984, A survey of multinational capital budgeting, *The Financial Review*, Vol. 19, 36-54
- [110] Summers, L.H., 1987, Investment Incentives and the Discounting of Depreciation Allowances, in M. Feldstein (ed.), *The Effects of Taxation on Capital Accumulation* (University of Chicago Press).
- [111] Száz János, 1999, *Tőzsdei opciók vételre és eladásra*, Tanszék Kft., Budapest
- [112] Thorp, E.O., Kassouf, S.T., 1967, *Beat the Market*, Random House, New York, 1967.
- [113] Tirole, J., 1989, *The theory of industrial organization*, MIT Press, ISBN: 0262200716
- [114] Titman, S., 1985, Urban Land Prices under Uncertainty, *American Economic Review*, (June), 505-514
- [115] Tourinho, O., 1979, *The Option Value of Reserves of Natural Resources*, Working Paper, University of California-Berkeley
- [116] Trahan, E.A., Gitman, L.J., 1995, Bridging the theory-practice gap in corporate finance: a survey of chief financial officers. *Quarterly Review of*

Economics and Finance, Vol. 35, 73-87.

- [117] Treynor, J.L., 1962, Toward a Theory of Market Value of Risky Assets, In: Asset Pricing and Portfolio Performance: Models, Strategy and Performance Metrics. Korajczyk, R.A., (ed.), 1999, London, Risk Books, 15-22
- [118] Trigeorgis, L., 1990, A real options application in natural resource investments, *Advances in Futures and Options Research*, Vol. 4, 153-164.
- [119] Trigeorgis, L., 1992, Evaluating lease with a variety of operating options, Working Paper, Boston University
- [120] Trigeorgis, L., 1993a, The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (March), 1-20
- [121] Trigeorgis, L., 1993b, Real Options and Interactions With Financial Flexibility, *Financial Management*, Vol. 22, (Fall), 202-224
- [122] Trigeorgis, L., 2001, Real options: An Overview, in: Schwartz, E.S. and Trigeorgis, L., (ed.), 2001, *Real Options and Investment under Uncertainty*, MIT Press, ISBN: 0262194465
- [123] Varian, H.R., 1999, *Intermediate microeconomics: A modern approach*, 5th edition, New York, Norton, 353
- [124] Wang, X.H., Yang, B.Z., 2001, Fixed and Sunk Costs Revisited, *Journal of Economic Education*, (Spring), 178-185
- [125] Williams, J.T., 1991, Real estate development as an option, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 4, No. 2, (Jun), 191-208
- [126] Winsen, J., 1999, Real Options and the Valuation of Generation Assets: An Australian National Electricity Market Example, in: Jamson, R. (ed.), *The New Power Markets. Corporate Strategies for Risk and Reward*, Risk Books