

**Kereskedés és árdiffúzió:  
pénzügyi folyamatok statisztikus fizikai  
megközelítésben**

Ph.D. tézisfüzet

**Gillemot László**

Témavezetők:

**Dr. Kertész János**

**Dr. Doyne Farmer**

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
ELMÉLETI FIZIKA TANSZÉK

2006

## 1. A kutatás előzményei, motiváció

A gazdaság egy mindennapjainkat átszövő evolúciós struktúra, ami általános szükségleteink minél hatékonyabb kielégítésére hivatott. Mint minden evolúciós rendszerben, ebben is a hatékonyság növelése az elsődleges motiváció. A termelés hatékonyságának növelésére a specializáció a legalapvetőbb módszer, vagyis a termékek és szolgáltatások előállításában a feladatok típus szerinti megosztása. Ezzel szemben a fogyasztási oldalon a különféle igények együtt jelentkeznek. Ez csak úgy egyeztethető össze, ha van lehetőség a termékek cseréjére. Következésképpen a hatékonyságra való törekvés a kereskedés szükségességét vonta maga után, és emiatt a kereskedelem a gazdaság egyik legfontosabb szervező elemévé vált. A kereskedés viszont az áruk értékének összehasonlítását, vagyis az árazás és az árformáció problémáját veti fel.

A közgazdaságtan -számos más társadalomtudományi területtel együtt- egy olyan rendszert hivatott leírni, amiben a nagy számú alkotóelemek erősen kölcsönhatnak egymással. Ebben az esetben az alkotóelemek a gazdaságban résztvevő egyének és intézmények, míg a kölcsönhatás a közöttük létrejövő kereskedésben valósul meg. A kölcsönható alkotóelemek nagy száma és sokfélesége, valamint a diszciplínák keveredése (evolúció, pszichológia, játékelmélet, hálózati struktúrák, technológia, stb.) következtében a gazdaság is a *komplex rendszerek* körébe tartozik. Hagyományosan a közgazdaságtan külön foglalkozik az egyes alkotóelemek (mikroökómia) és a gazdaság egészét érintő globális hatások leírásával (makroökómia), ugyanakkor kevés hangsúlyt kap, hogy a mikroszkopikus elemek és azok kölcsönhatásainak jellemzői milyen hatással vannak a kollektív viselkedésre, és milyen következményeket vonnak maguk után a makroszkopikus szinten. Ennek megértéséhez a statisztikus fizikából ismert leírásmód és módszerek jelentős segítséget szolgál-

tathatnak.

A téma aktualitását a számítástechnika fejlődése is indokolja. Mivel a komplex rendszerek esetében az analitikus megközelítések hamar korlátokba ütköznek, a rendszer elemzésében fontos szerepet kapnak a modell szimulációk. Ezen felül a számítástechnika jelentősége az adatok gyűjtésében és az eredmények kiértékelésében egyaránt megmutatkozik.

A gazdaság vizsgálatában a szemléletmód kibővítésének szükségességét valós megfigyelések is alátámasztják. A hagyományos közgazdasági elméletek szerint egy adott részvény ára a mögöttes vállalat nyereségességéből egyértelműen meghatározható. Az ár csak akkor változhat, amikor egy azt érintő új információ érkezik a piacra. A valóságban a részvények árai sokkal gyorsabban változnak, mint ahogyan a releváns hírek érkeznek. Másfelől az ingadozások mértéke sem összeegyeztethető a klasszikus értékalapú szemlélettel. A valóságban az ár a kerekedési struktúra keretein belül létrejövő egyes tranzakciók során gyakran megváltozik, és ez nagy frekvenciákon nem elhanyagolható fluktuációkat eredményez.

A tőzsdei kereskedési adatokban megfigyelhető ún. *tipikus jelenségek* (stylized facts) tovább erősítik ezt a nézetet. Az ár megváltozásai csak akkor tehetnek eleget a megjósolhatatlanság feltételének, ha azok egy véletlen bolyongási folyamattal írhatók le. Ennek a következménye az ár diffúzív természete. Megfigyelések alapján az árdiffúzióra jellemző legtipikusabb jelenségek közé tartozik (1) a hozam (az ár logaritmusának megváltozása) idősorozatok autokorreláció mentessége, (2) a hozameloszlások hatványfüggvényszerűen lecsengő szélei és (3) a hozam-idősorozatok abszolút értékének (*volatilitás*) autokorrelációjában jelentkező hosszú távú memória. Jelentőségüket robusztus jelenlétük adja: a tipikus jelenségek megfigyelhetők (1) a különböző kibocsátók (2) különböző típusú (részvények, devizák, derivatívák, stb.) értékpapírjain, (3) a kü-

lönböző tőzsdéken, (4) a különböző időskálákon és (5) a különböző időtartományokban. Ezek olyan makroszkopikus kvalitatív tulajdonságok, amelyek függetlenek számos mikroszkopikus részletektől (pl. a különböző tőzsdék kereskedési struktúrája és szabályai jelentősen eltérhetnek), így valószínűsíthető, hogy eredetük alapvető mikroszkopikus mechanizmusokban keresendő, például a kereskedés elemi folyamatában. A tipikus jelenségek eredete és pontos okai még nem, illetve csak korlátozott mértékben ismertek, viszont gyakorlati következményeik nagyon fontosak.

A fenti szemléletmódot tükrözően, részben a jelenségek természete, részben pedig a fizikai megközelítés adekvát jellege új határtudományi területet hívott életre, ami *gazdaságfizika* (econophysics) néven vált ismertté.

Dolgozatom fő témája az elemi kereskedési folyamat leírása, elemzése és az ár alakulására gyakorolt hatásának vizsgálata. Ehhez a legalkalmasabb háttérrel a tőzsdei kereskedés biztosítja, ami a megvalósult kereskedési formák közül a legidealizáltabb, és ahol a feljegyzett kereskedési adatok nagy mennyiségben állnak rendelkezésre elektronikus formában. A legtöbb modern tőzsde egy központi, folytonos, elektronikus, kettős aukciós kereskedési rendszert valósít meg az úgynevezett *ajánlati könyvek* segítségével. Az ajánlati könyv alapú kereskedés szabályai egyszerűek és jól definiáltak, és a kereskedő felek természetes érdekei által motiváltak, így az ilyen jellegű kereskedés megvalósulása és elterjedése robusztus. A tőzsdei kereskedők döntései, együttes viselkedése az ajánlati könyvbe érkező *ajánlatfolyammal* vehető figyelembe, ami egyértelműen meghatározza az árformációt és az ahhoz köthető összes gazdasági szempontból is fontos mennyiséget, mint például a piaci hatást, a likviditást, a keresletet és a kínálatot, valamint az ár diffúziós tulajdonságait, továbbá az ezek között lévő kapcsolatot.

## 2. Célkitűzések

Kutatásom célja egy, az elemi kereskedési folyamatok vizsgálatára alkalmas leírásmód bevezetése, és ennek a formalizmusnak az alkalmazása egy egyszerű tőzsdei részvénykereskedési modell megalakításában. A modellel szemben elvárás, hogy kizárólag mérhető paramétereket tartalmazzon, és azokon keresztül lehetőséget adjon az alapvető pénzügyi mennyiségek közötti kapcsolatok és a kereskedési folyamatot jellemző skálázási tulajdonságok származtatására. Munkám további célja a londoni tőzsdéről (London Stock Exchange, LSE) származó valós ajánlatfolyam adatokból rekonstruált ajánlati könyvek alapján a tipikus tények eredetének mélyebb szintű megértése a különböző időskálákon.

## 3. Vizsgálati módszerek

Kutatásomhoz egyaránt hozzátartozott valós adatok elemzése, modellalkotás és a modellek elméleti vizsgálata, valamint számítógépes szimulációk készítése. Munkám jelentős részét képezte egy C programozási nyelvű könyvtár kifejlesztése, ami az ajánlati könyveken alapuló kereskedési rendszerek vizsgálatához biztosít keretet. A könyvtár támogatja (1) az ajánlati könyv alapú kereskedési rendszer szimulálását, (2) az ajánlati könyv alapú modellek implemetálását, (3) az ajánlati folyam elméleti szempontból fontos leképzéseit, (4) az alapvető származtatott mennyiségek elemzését egyedi, összetett feltételrendszerek mellett, (5) az LSE adatok szűrését és (6) az LSE ajánlati könyvek rekonstrukcióját. A nagy számításigényű szimulációkat Sun Gridware számítógép klaszteren futtattam. A mérések kiértékeléshez és adatok kezeléséhez további C, MatLab, R, awk, shell script programokat készítettem.

## 4. A dolgozat tézispontjai

1. Bevezetek egy egyszerű sztochasztikus kereskedési modellt, melyen keresztül megmutatom, hogy a kereskedés mechanizmusában megjelenő három dimenzió, az idő, az ár és a részvény-szám skálázási tulajdonságainak következtében a kereskedés folyamata, valamint az ahhoz köthető mennyiségek, mint például a piaci hatás, a likviditás, a vételi és eladási ár közti különbség, az árdiffúziós együttható stb. mind átskálázhatók és megadhatók dimenzió nélküli formában. A dimenzióanalízis becslést ad ezen mennyiségek skálázási tulajdonságára az ajánlatfolyam elsődleges paramétereinek függvényében [1, 2, 3].
2. A fenti modellen keresztül megmutatom, hogy hogyan térhetünk át dimenzió nélküli mennyiségekre limitajánlat alapú kereskedési folyamatok leírásánál, és ezzel egyúttal hogyan redukálhatjuk a paraméter teret 3 dimenzióval. Megmutatható, hogy a legegyszerűbb kereskedési modellben is megjelenik két dimenzió nélküli paraméter, a *dimenzió nélküli árlépköz* és a *dimenzió nélküli átlagos ajánlati méret*. A előbbi hatása lényegében abban teljeseedik ki, hogy a legfőbb árformációs mennyiségekben (piaci hatás, likviditás, a vételi és eladási ár közti különbség, árdiffúziós együttható, stb.) megjelenő árdimenziókat triviális módon diszkretizálja. Ezzel szemben a dimenzió nélküli átlagos ajánlati méret a kereskedés granularitását jellemzi és nagysága jelentősen befolyásolja az árdiffúzió jellemzőit [1, 2, 3].
3. A modell alkalmas annak demonstrálására, hogy a kereskedés folyamata természetes egyszerűsége ellenére az ár diffúziójának nem-triviális viselkedéséhez vezet. Számítógépes szimuláció segítségével megmutatom, hogy a hozam idősor autokorre-

láció-mentessége (első tipikus tulajdonság, a piaci hatékonyság szükséges feltétele) nem teljesíthető egy likvid piacon, ahol az összes kereskedő ügynök véletlenszerűen, egymástól függetlenül hozza meg a döntését [1].

4. Elméleti és gyakorlati szempontból is kiemelten fontos a piaci hatás jellemzőinek megértése, vagyis, hogy milyen kapcsolat van a tranzakciókat eredményező ajánlat mérete és az általa okozott árváltozás között. Megmutatom, hogy szemben egyes szakmai nézetekkel, a nagy árváltozásokért nem az ajánlatok nagy mérete a felelős. Valójában a véges árelmozdulások nagysága független az azokat okozó ajánlatok méretétől. A piaci hatás ajánlatméret-függése a nem-zérus árváltozás valószínűségének ajánlatméret függésének következménye. A nem-nulla árváltozások mérete elsődlegesen a pillanatnyi likviditás függvénye, mérete majdnem mindig megegyezik az ajánlati könyv adott pillanatbeli első és második ajánlatot tartalmazó árszint különbségével [4].
5. Habár az ár időbeli változását gyakran modellezik folytonos diffúzív folyamatként, a limitajánlati könyv alapú kereskedési rendszer egyértelműen rámutat, hogy az valójában diszkrét. A hosszabb időskálákon megfigyelhető tipikus jelenségek egyaránt függenek az elemi árváltozások idősorainak jellemzőitől, valamint az árváltozások gyakoriságának ingadozásától. A Londoni és a New York-i Tőzsde adatai alapján mutatom meg, hogy a szakirodalomban széles körben elfogadott magyarázattal szemben az ármozgások nagyságának hosszabb időskálákon megfigyelhető vastag szélű eloszlása (2-ik tipikus tulajdonság) és klasztereződése (3-ik tipikus tulajdonság) nem a kereskedési aktivitás ingadozásának, vagy annak hosszú távú memóriájának a következménye. A tipikus tulajdonságok megfigyelhetők

az elemi árváltozási skálán is és azok dominálják a jelenségeket hosszabb időskálákon. Az eloszlások vastag széléit az elemi árváltozások nagysága jobban befolyásolja, mint az adott időintervallumban lévő árváltozások száma. A hosszabb időskálás volatilitásban is az elemi árváltozások nagyságának klasztereződése a domináns, és nem az árváltozások száma, vagy egyéb kereskedési aktivitást jellemző mennyiség hosszútávú memóriája [5].

## Hivatkozások

- [1] E. Smith, J. D. Farmer, L. Gillemot and S. Krishnamurthy, *Statistical theory of the continuous double auction*, Quantitative Finance **3** (3) 481–514 (2003)
- [2] Marcus G. Daniels, J. Doyne Farmer, László Gillemot, Giulia Iori and Eric Smith *Quantitative model of price diffusion and market friction based on trading as a mechanistic random process*, Physical Review Letters **90** 108102 (2003)
- [3] G. Iori, M. G. Daniels, J. D. Farmer, L. Gillemot, S. Krishnamurthy and E. Smith, *An analysis of price impact function in order driven markets*, Physica A **324** 146–151, (2003)
- [4] J. Doyne Farmer, László Gillemot, Fabrizio Lillo, Szabolcs Mike and Anindya Sen *What really causes large price changes?* Quantitative Finance **4** (4) 383–397 (2004)
- [5] László Gillemot, J. Doyne Farmer and Fabrizio Lillo *There's more to volatility than volume*, Quantitative Finance **6** (5) 371–385 (2006)