

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Építőmérnöki Kar  
Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék

PhD téziszfüzet

## **Sekély tavak szél keltette áramlásainak adaptív kétdimenziós modellezése**

**Krámer Tamás**

Témavezető: Dr. Józsa János

Budapest, 2006. október 31.

## Összefoglalás

Az értekezésben egy, a szél keltette tavi áramlások kétdimenziós leírására kifejlesztett, több új tudományos elemet tartalmazó numerikus modell felépítését, ellenőrzését és alkalmazását ismertetem. Sekély, közepes méretű tavakra jellemző, hogy a szél hatására kialakuló áramlásokban jelentős szerepet játszik a korlátozott meghajtási hossz és vízmélység, amit a fizikai leírásban a szél-csúsztatófeszültség egyenlőtlen eloszlását leíró belső légköri határreteg-moddellel és a hullámváz által megnövelt mederellenállás Grant-Madsen-féle modelljével veszek figyelembe. Az így kibővített matematikai modell numerikus megoldásához egy másodrendű, Godunov típusú véges-térfogat módszert adaptáltam négyfa-alapú rácshálókra. A főbb áramlási struktúrák részletes és számítási igény szempontjából egyúttal gazdaságos leírása érdekében a rácsháló-felbontás a számítás során dinamikusan, az iterációs lépésekben becsült hiba alapján automatizáltan igazítható. Fertő tavi, kiterjedt helyszíni mérésekkel dokumentált esettanulmányokon keresztül igazolom, hogy a kifejlesztett modell alkalmas a sekély tavakra jellemző változékonny mederdomborzat, benőttség és szélmeghajtás átfogó és egyúttal hatékony leképezésére.

## Előzmények

A szél keltette tavi áramlások modellezése az elkeveredési, üledékvándorlási és vízminőségi folyamatok elemzésének és becslésének hidrodinamikai alapját képezi. Az igény a szél keltette tavi áramlások modellezésének továbbfejlesztésére nemcsak alapvetési célból, hanem például nagy hazai tavaink áramlástanai feltárása során is nyilvánvalóvá vált. Korábbi eredmények rámutattak a szél-csúsztatófeszültség vízfelszín fölötti egyenlőtlen eloszlásának és a hullámváz keltette mederközeli turbulenciának az áramkép kialakításában játszott szerepére. Ezek elméleti alátámasztása, terepi mérésekkel való igazolása és numerikus modellezéssel való reprodukálása a BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék kutatásainak egyik meghatározó témakörét képezte. Ebbe a tudományos tevékenységbe magam 1995-ben, még harmadéves hallgatóként kapcsolódtam be.

A tó cirkulációs áramképének kialakulásában a felszínközeli szélmező, pontosabban a szél-csúsztatófeszültség vektormezőjének rotációja fontos szerepet játszik. A szélmeghajtási hossz mentén haladva a csúsztatófeszültség degresszív növekedése a rotáció lényegi külső forrása. Ismertek azok az alapösszefüggések, amelyek kombinálásával a szél-csúsztatófeszültség meghajtási hossz-menti eloszlása a parttól mint éles felszíni érdességhatártól indulóan kifejlődő ún. belső határreteg-moddellel számítható.

Sekély, mélység mentén könnyen átkeveredő tavakban a szél keltette nagyléptékű vízcsera-folyamatok az áramlások mélységátlagolt leírásával is becsülhetők. Ezáltal a háromdimenziós, nagy számításiigényű leírásmóddhoz képest egy még mindig kielégítő pontosságú, de numerikusan sokkal gazdaságosabban megoldható kétdimenziós modellhez jutunk, amelynek matematikai alapját az ún. sekélyvízi egyenletek alkotják. Az egyenletek közelítő megoldására tér-idő diszkretizáláson alapuló módszert használva a maximális rácshálófelbontást azonban korlátozhatja a rendelkezésre álló számítási teljesítmény, ugyanakkor a pontos és részletes megoldás helyenként sűrű rácst igényelhet.

A pontosság és helyi felbontóképesség hatékonyan növelhető változtatható rácsméretű, adaptív rácsháló használatával. Eszerint a rácshálófelbontás megfelelően célzott finomítása lehetővé teszi a nagy sebességnyírású és örvényességű áramlási struktúrák valóságghű leképezését anélkül, hogy az egyenletesebb áramlású területekre redundáns rácspontokat osztana ki. A felbontást a számított áramlási mező becsült hibája alapján módosítjuk. Ez az adaptív képesség különösen fontos a sekély tavakra jellemző változékonny mederdomborzat, benőttség és szélmeghajtás mellett.

A hierarchikus rácshálótipusokat eleve adaptív feladatokra tervezték. A derékszögű rácsháló celláinak rekurzív, egymással egybevágó téglalap alakú negyedekre osztásával nyerhetők a négyfa- (quadtree-) rácshálók, amelyeket a nyolcvanas évek közepétől alkalmaznak az aerodinamikában majd a kilencvenes évektől sekélyvízi modellekben is.

A tavi cirkulációs áramlások kialakulásában jelentős szerepe van a szélmeghajtásnak és a sűrűlási veszteségeknek, ezért a sekélyvízi egyenletekben az ezeket leíró tagok diszkrétizálása nagyban meghatározza a megoldás pontosságát. Mivel az áramlási jellemzők eloszlása természetes tavakban a mederalak és a benőttség miatt helyenként élesen változó, az ezt helyi finomítással automatizáltan leképező adaptív módszer nyilvánvalóan hasznos eleme a numerikus megoldónak.

## Célkitűzések és módszertan

A kutatás általános célkitűzése a szél keltette tavi áramlások fizikailag az eddigieknél jobban megalapozott és hatékony numerikus modelljének kifejlesztése és tesztelése. A doktori értekezés céljai és módszertana ennek megvalósításához a következők:

- A sekélyvízi egyenletek numerikus megoldására egy másodrendű pontosságú, véges-térfogat típusú modell megvalósítása, amely négyfa- (quadtree-) rácshálón alapszik. A modell biztosítja, hogy az áramlási tartomány nagy felbontást igénylő részein a rácsháló legyen helyileg rugalmasan finomítható.
- A numerikus modell kiegészítése egy hatékony, általános adaptációs módszerrel, amely a számítás során automatikusan úgy strukturálja át a rácshálót, hogy ezáltal javuljon a megoldás teljes processzoridőre vetített pontossága.
- A numerikus megoldó igazolása tavi áramlásokra vonatkozó analitikus tesztfeladatokra. A módszer előnyös paraméterezésének és hatékonyságának vizsgálata ún. rácskonvergencia-tesztekkel.
- A modell kiegészítése a szél és a hullámzás áramlásra gyakorolt hatásának eddigieknél pontosabb fizikai leírásával. A fizikai modell ellenőrzése, kalibrálása és igazolása Fertő tavi mérésekkel, paraméter-érzékenység vizsgálata numerikus kísérletekkel.

A kifejlesztett modell, azáltal hogy képes az összetett morfológiájú tavak áramlási struktúráinak helyileg nagy felbontású leképezésére, hatékony eszközt kínál a szél keltette áramlások vizsgálatára. Ezek a képességek különösen a kis- és nagytérségi tavi folyamatok kölcsönhatásainak átfogó leírásához fontosak.

## Új tudományos eredmények

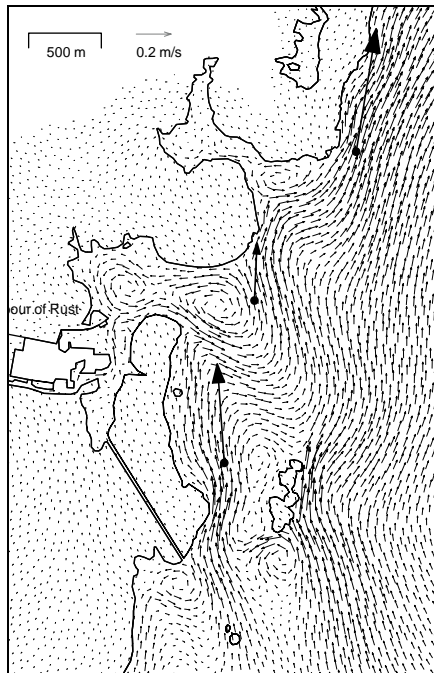
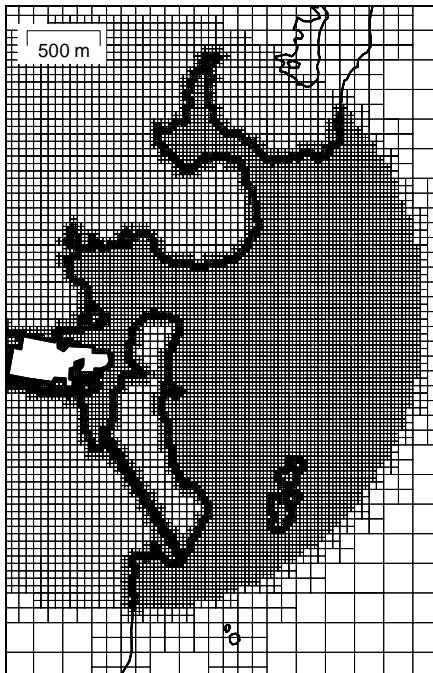
A kutatómunka során kapott új tudományos eredményeket öt tézisben foglalom össze. Az első három a numerikus megoldásra, az utolsó kettő a fizikai modellre vonatkozik.

### A numerikus megoldásra vonatkozó tézisek

A sekélyvízi egyenletek megoldására egy másodrendű pontosságú, MUSCL-Hancock módszerű numerikus eljárást dolgoztam ki, amely egy adaptív, derékszögű négyfa-rácshálóra épül és a cellaméretet célszerűen a sekélytavi morfológiához és lokális vizsgálatok felbontási igényéhez képes igazítani.

*1. tézis: Statikus rácsháló-adaptivitás a négyfa-rácshálóra épülő véges-térfogat modellben.*

Téglalap alakú medencékben szélel meghajtott áramlási tesztfeladatokkal igazoltam a MUSCL-Hancock módszer elméleti másodrendű pontosságát a vízfelszín megoldására, ami mellett a sebességmezőre a konvergencia rendje közel 1,5-re adódik. A módszerrel a konvergencia rendje 1 és 1,5 közöttire csökken kör alakú medencékben, amit elsősorban a derékszögű tengelyekre nézve ferde peremek lépcsős leképezése miatt fellépő mesterséges sűrűlási okozza. Bemutatom, hogy ez a numerikus jelenség enyhíthető a ferde peremek menti szélesebb sávban alkalmazott finomítással, mégpedig a számított sebességmező hibája akár ötödére is csökkenthető az azonos számítási igényű egyenletes, derékszögű rácson kapott megoldáshoz képest.



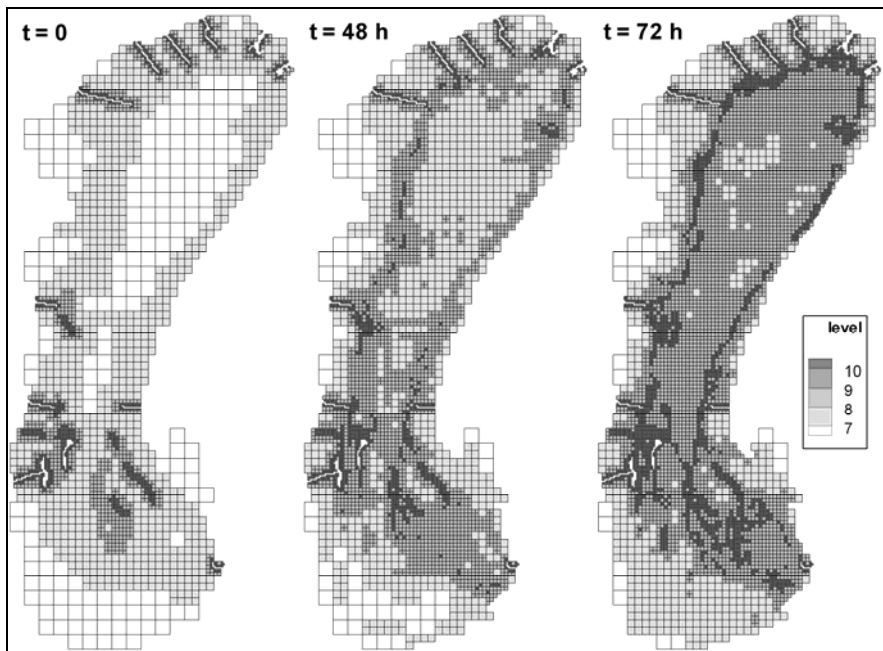
*A ruszti kikötőre statikusan adaptált rácsháló és tartós 10 m/s ÉÉNy-i szél hatására kialakuló sebességmező. A vastag nyilak az ötszörösére nagyított méréseket, a vektormező pedig a bal oldali rácshálón számított, majd egyenletes eloszlásban interpolált eredményeket mutatják.*

A helyileg finomítható négyfa-rács továbbá lehetővé teszi, hogy a felbontási és pontossági igényeknek megfelelően beállított cellamérettel egyidejűleg modellezzük (1) az öblök és kikötők szűk környezetének helyi áramlási mezőjét, (2) ezek előterében a szomszédos tőrészek gravitációs, advektív és súrlódási hatásait, továbbá (3) a tőléptékű lengést és kilendülést. A statikus adaptivitás alkalmazását tavi példán mutatom be.

## *2. tézis: Megoldás vezérelte adaptivitás*

**Kifejlesztettem egy megoldás vezérelte adaptációs algoritmust, amely a négyfa-hálót dinamikusan átrendezi oly módon, hogy az áramlási struktúrákat helyileg nagy felbontással képezi le míg az egyenletes áramlású tőrészeken a felbontás gazdaságosan durva marad. Az adaptációt heurisztikus hibabecslők paraméterezhető kombinációja vezérli, amely (1) a sebességdivergencia és (2) a cirkuláció, valamint (3) a lineárisan rekonstruált sebesség helyi hibájának statisztikai eloszlásán alapul.**

Az algoritmus hatékonyságát permanens és nempermanens tesztproblémákkal mutatom be. Ha eltekintünk a négyfa kezelése miatti időnövekménytől, lehetségessé válik a gépidőt kevesebb, mint harmadára lerövidíteni az egyenletes rácshálón való megoldáshoz képest. A kombinációk közül a lineáris rekonstrukció hibáján és a három hibabecslő egyenlő súlyú kombinációján alapuló adaptációs feltétel bizonyul a legelőnyösebbnek a finomítás vezérlésére, ugyanis egy meghatározott globális hiba ezekkel érhető el a legrövidebb futásidővel.



A teljes Fertő tóra dinamikusan adaptált rácsháló a számítás elején, közbelső fázisában és végén.

### 3. tézis: Helyi időlépés

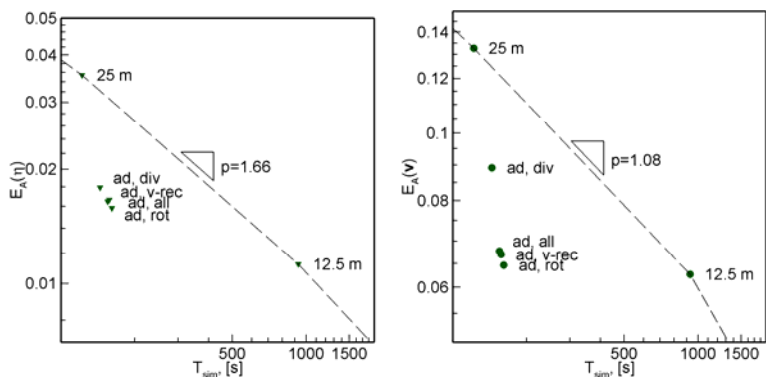
A globális időlépés korlátjának felszabadításához egy nempermanens szimulációkra is alkalmas helyi időlépés-algoritmust építettem a kétlépéses, explicit, tehát feltételesen stabil MUSCL-Hancock sémába. Az eljárás elve az, hogy minden egyes cellában a lehető legnagyobb olyan stabil lépéssel haladunk előre, amely a globálisan legkisebb időlépésnek  $2^n$  többszöröse ( $n = 0, 1, \dots$ ). A megoldás időszintek közötti interpolációja az eltérő időlépésekkel számolt cellák határán viszont elveszi az eredeti MUSCL-Hancock módszer konzervativitását. A konzervativitás visszaállításához egy adott lépésben az éppen nem léptetett cellákban az állapotváltozók korrekcióját javaslom.

A helyi időlépéssel elért gyorsulás függ a stabilitás korlátozta időlépés eloszlásától, mindemellett a gyakorlati alkalmazásokban a megvalósítható gyorsulás általában nem nagyobb 50 százaléknál. Emiatt a nempermanens modellel hatékonyan úgy kapunk időben állandósult megoldást, hogy először durva hálón közelítjük a megoldást, majd a rácshálót több, egymást követő lépésben adaptáljuk a megoldás alapján, minden adaptáció előtt megközelítve a konvergenciát. Két eljárást is mutatok permanens áramképek meghatározására valós tavi környezetben: egy kikötő környezetére statikusan összpontosított felbontással, és a teljes tóra a hiba által vezérelt dinamikus adaptivitással.

## A fizikai modellre vonatkozó tézisek

### 4. tézis: Többszörös belső légköri határrétegen alapuló szélmeghajtás

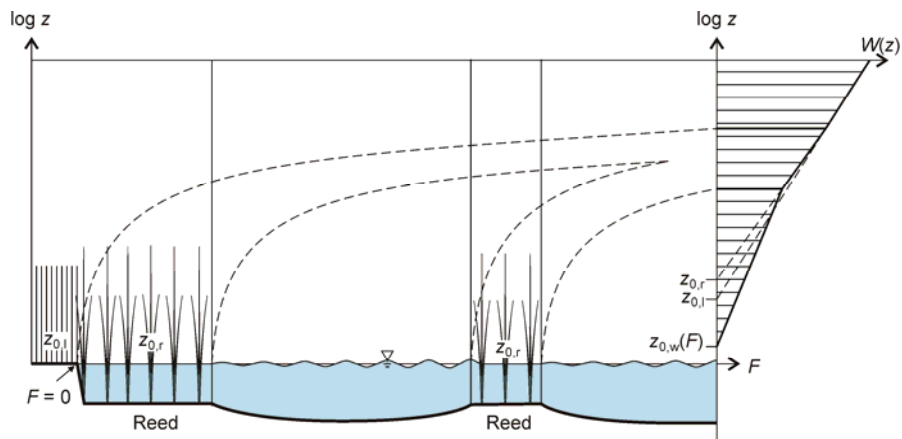
Szabdalt fedettségű és ebből következő összetett felszíni érdességi viszonyokra bevezettem egy többszörös belső határréteg-modellt, amely figyelembe veszi az egymásba ágyazott belső határrétegek kifejlődését a terep, nádas és nyíltvíz szélirányban egymást követő határain. A vízszintes



Vízlevegő szimulációja vízalatti töltéssel tagolt, téglalap-alakú medencében, helyi időlépés alkalmazásával. A számított vízfelszín (bal oldali ábra) és sebességmező (jobb oldali ábra) hibája egyenletes rácsnál (szaggatott vonal) és négy különböző adaptációs feltétellel dinamikusan finomított rácsnál („ad” feliratú pontok), a futási idő függvényében.

szélebbesség így számított függőleges eloszlása folytonos és szakaszosan logaritmusos függvénye a magasságnak. A belső határreteg-modell használható (1) a szélebbesség tő fölötti eloszlásának számításához és ezen keresztül az impulzusátadás becsléséhez, valamint (2) a parti vagy nyíltvízi szélmérések vízszintes és függőleges áthelyezéséhez.

Többpontos szélmérésekre való kalibrálással (< 3 km meghajtási hosszakra) és a függőleges síkú sebességeloszlás rekonstruálásával bemutattam, hogy a nyíltvízi meghajtási hosszt követően az így kialakuló határretek már viszonylag keskeny nádasok hatására is rövid hosszon felemészthetnek. Következésképpen a szél keltette áramlások számításához többnyire megengedhető az algoritmikailag egyszerűbb, egyszeres belső határreteg-modell használata is, amely rendre csak a nyíltvíz fölötti legelső belső határreteget veszi figyelembe.



A szélmeghajtási hossz mentén az egymást követő érdességváltások hatására kialakuló többszörös belső határreteg elvi sémája.

## 5. tézis: Hullámzás fokozta fenéksúrlódás

Egy szabályos, mindazonáltal a valós viszonyoknak megfelelően felparaméterezett modelltóban végzett numerikus vizsgálatokkal megmutattam, hogy az ún. Grant-Madsen-féle eljárás szerint a mederfenéken a hullámzás okozta periodikus vízmozgás és az időben átlagolt áramlás kölcsönhatása olyan mértékben fokozza az áramlást fékező fenéksúrtató-feszültséget, hogy (1) az megfelel a Manning-féle medererdesség mintegy 30%-os növekedésének és (2) hatására a függély-középsébség mintegy 20%-kal csökken a sekély és egyben hullámzásnak kitett, tehát jellemzően partmenti tórészeken. Az áramlási mező szerkezetében bekövetkezett megváltozás azonban nem számottevő.

Szemléltetésül az eredetileg  $0,025 \text{ sm}^{-1/3}$  medererdességű tóban  $10 \text{ m/s}$  szélsősebesség esetén a hullámzás hatására a látszólagos medererdesség  $0,033 \text{ sm}^{-1/3}$ -ra nő a széllal szembeni parton. A Grant-Madsen-féle eljárásban a hullámzás mederfenéken okozott hatásának számításához szükséges a hullámmagasság és a periódusidő becslése. Mért adatsorokkal (közepes vízmélység =  $1,2 \text{ m}$ ; meghajtási hossz <  $15 \text{ km}$ ) összehasonlítva megerősítettem, hogy a Shore Protection Manual (US Army Corps of Engineers) korlátozott meghajtási hossza és vízmélységre javasolt, a széles körben használt képletei alkalmazhatók erre a célra a Fertő tavi viszonyok esetén. Két hetet meghaladó Fertő tavi adatsorral végzett számítás szerint az egyezés kielégítő és torzítatlan mind a hullámmagasságot, mind a periódusidőt tekintve ( $R^2=0,78$  illetve  $0,73$ ).

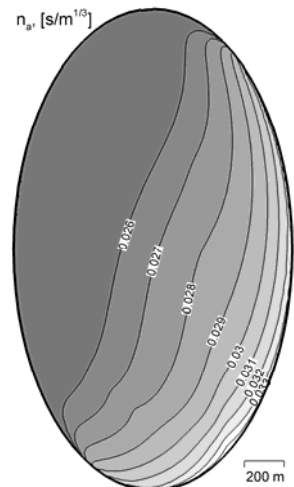
## Alkalmazás

A kutatást elsősorban a gyakorlati alkalmazás igényei vezérelték, és ezek az igények jelentősen elősegítették az alapkutatói jellegű eredmények gyors hasznosulását. Az értekezésben Fertő tavi esettanulmányokkal szemléltetem, hogy a modell alkalmas sekély tavak tetszőleges összetettségű, valós morfológiájának leképzésére. A kidolgozott numerikus módszerek ezen felül közvetlenül alkalmazhatók folyami és ártéri áramlási feladatokban is, mindazon esetekben, ahol a mélységit integrált közelítés elfogadható. A felállított módszertan kínálkozik a háromdimenziós kiterjesztésre.

## Szakirodalmi tevékenység

### A tézisekhez kapcsolódó tudományos közleményeim

1. Krámer, T. and J. Józsa (2006). Solution-adaptivity in modelling complex shallow flows. *Computers & Fluids*. Article in Press, doi:10.1016/j.complfluid.2006.03.006.
2. Krámer, T. and J. Józsa (2005). An adaptively refined, finite-volume model of wind-induced currents in Lake Neusiedl. *Periodica Polytechnica Ser. Civil Engineering* 49(2), 111–136.
3. Krámer, T. and J. Józsa (2006). Smoothly limited finite-volume modelling of rapidly varying river flows. In R. M. L. Ferreira et al. (Ed.) *River Flow 2006: Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics*, Sept 6–8, Lisbon, Portugal, pp. 219–226. Taylor & Francis.



Az eredetileg  $0,025 \text{ sm}^{-1/3}$  medererdességű modelltóban  $10 \text{ m/s}$  ÉÉNy-i szél esetére számított, hullámzás által megnövekedett látszólagos medererdesség,  $n_a$ .

## Fontosabb tudományos közleményeim a tavi áramlásmodellezés témaköréből

4. Curto, G., J. Józsa, E. Napoli, T. Krámer, and G. Lipari (2006). Large scale circulations in shallow lakes. In M. Brocchini and F. Trivellato (Ed.), *Vorticity and turbulence effects in fluid structure interaction: An application to hydraulic structure design*, Advances in Fluid Mechanics, Volume 45, pp. 83–104. Southampton, UK: Wessex Institute of Technology Press.
5. Ciruolo, G., G. Lipari, E. Napoli, J. Józsa, and T. Krámer (2003). Three-dimensional numerical analysis of turbulent wind-induced flows in the Lake Balaton (Hungary). In G. H. Jirka and W. S. J. Uijtewaal (Ed.), *Shallow Flows: Research presented at the International Symposium on Shallow Flows*, June 16–18, Delft, Netherlands, Taylor & Francis.
6. Ciruolo, G., J. Józsa, T. Krámer, G. Lipari, and E. Napoli (2002). Comparison between hydrostatic and non-hydrostatic 3D modelling of wind driven turbulent flow fields in a shallow lake. In *Hydroinformatics 2002: Proceedings of the 6th International Conference*, Cardiff, UK, July 1–5, pp. 334–339. London, UK: IWA Publishing.
7. Józsa J., T. Krámer, and H. Peltoniemi (2001). Assessing water exchange mechanisms in complex lake and coastal flows by modelling the spatial distribution of mean residence time. *Proceedings of the XXIX. IAHR Congress*, Sept 16–21, Beijing, China, Theme B, pp. 73–80. Beijing: Tsinghua University Press.
8. Krámer T., Józsa J., and J. Sarkkula (2001). Hydrodynamic modelling aspects in the restoration planning of a coastal wetland. *Proceedings of the XXIX. IAHR Congress*, Sept 16–21, Beijing, China, Theme B, pp. 396–402. Beijing: Tsinghua University Press.
9. Józsa, J., A. Bárdossy, and T. Krámer (2000). Handling time scale issues in wind input for improved modelling of lake hydrodynamics. In *Hydroinformatics 2000: Proceedings of the 4th International Conference*, Cedar Rapids, Iowa, July 23–27, Full paper on CD-ROM. Iowa City, Iowa: Iowa Institute of Hydraulic Research.
10. Józsa J. és Krámer T. (2000). A Fertő tó fejlődése a legutóbbi évszázadokban – a tavi áramlásban tükrében. *Millenniumi Tudományos Diákköri Konferencia* CD-ROM kiadványában, BME Építőmérnöki Kar, Budapest, 38 pp.
11. Józsa, J., J. Sarkkula, and T. Krámer (1999). Wind induced flow in the pelagic zones of Lake Neusiedl. In H. Bergmann et al. (Ed.) *Proceedings of the XXVIII IAHR Congress*, Graz, Austria, Abstract p. 299. Full paper on CD-ROM.
12. Józsa, J., L. Rákóczi, J. Sarkkula, T. Krámer, and M. Kuusisto (1998). Recent development in hydro- and sediment dynamics research of shallow Hungarian lakes. In K-P. Holz, M. Kawahara, S. S. Y. Wang (Ed.) *Proceedings of the 3rd International Conference on Hydro-Science and Engineering*, Aug 31–Sept 3, Cottbus, Germany. Full paper on CD-ROM.