

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gazdálkodás- és Szervezéstudományi Doktori Iskola**

Timotity Dusán

**Egyensúlyi modellezés várható negatív kockázat – várható hozam
rendszerben**

Tézisfüzet

Témavezető: Dr. Ormos Mihály

Budapest, 2016

Tartalomjegyzék

I. Bevezetés.....	3
I. Egyensúlyi árazás EDR – várható hozam rendszerben.....	7
II. “Néha a több kevesebb”: Kockázati preferenciák és a várható negatív kockázat	15
III. Várható negatív kockázat és a tőkepiaci eszközök árai: A fejlődő és fejlett tőkepiacok viselkedése.....	18
Hivatkozások.....	23

I. Bevezetés

Henry Markowitz Modern Portfólió Elmélete (1952) óta a tőkepiaci árazás kérdése számos neves akadémikus kutatási irányát képezte, és még ma is az egyik leggyakoribb pénzügyi témaként tekintenek rá. Markowitz tanulmánya óta azonban számos változáson ment keresztül az e témához kapcsolható elmélet. Rengeteg, a variancia – várható hozam rendszerből eredeztethető modell jött létre az évtizedek során, amelyek a tőkepiaci eszközök árazódásának pontosabb leírását tűzték ki céljukként. A kutatók ezen belül két fő irány valamelyikét követik: az egyik csoport az árak mögött álló fundamentális okok feltárását tűzi ki céljául (normatív pénzügyi közgazdaságtan), a másik pedig robusztus faktorokat kíván megtalálni, amelyek az ár dinamikáját jól tükrözik (empirikus pénzügyek). Noha Markowitz variancia – várható hozam rendszere egy koherens keretet tudott létrehozni, amely segítségével leírható az egyének döntése kockázatos helyzetekben, gyakorlati haszna a tőkepiaci eszközök árazásában meglehetősen csekélynek bizonyult. Ennek ellenére, számos további kutatás alapjául szolgált, amelyek közül az egyik legjelentősebb a normatív pénzügyi közgazdaságtani irányt követve, egy, már gyakorlati jelentőséggel bíró eszközárzási modellt tudott létrehozni. E kutatás eredményeit és az árazás központjában álló modell Tőkepiaci Eszközárzási Modellnek (Capital Asset Pricing Model, CAPM) hívjuk (Lintner, 1965; Mossin, 1966; Sharpe, 1964; Treynor, 1962). E modell a diverzifikáció elméletére épül, amely szerint a befektetők portfóliókat alakítanak ki annak érdekében, hogy befektetésük kockázatát csökkentsék. Ezen felül, a modell levezeti, hogy amennyiben néhány feltételezés – racionális befektetők, tökéletes piac és végtelen tőkeáttételi lehetőség a kockázatmentes kamat mellett – fennáll, minden befektető ugyanazt a kockázatos részt tartja a portfóliójában, kizárólag annak aránya tér el az egyes portfóliókban a preferenciáknak megfelelően. Ebben az esetben azonban, a tőkepiaci eszközök ára a diverzifikált portfólióknak köszönhetően, kizárólag a piac egészével vett kapcsolattól fog függeni, amelyet a CAPM Béta ragad meg.

Az elméleti modell koherens, és logikus felépítése ellenére, a megjelenését követő évtizedekben számos bizonyíték került napvilágra, amelyek a modell gyenge prediktív képességét mutatták a gyakorlatban. Az anomalisztikus mintázatok – így a szünnap

(Ariel, 1985), a hétvége (Cross, 1973) vagy a január effektus (Rozeff és Kinney, 1976) – , valamint az új faktorok hozammeghatározó-képességének feltárása – így a P/E ráta (Basu, 1977) vagy az osztalékhozam (Keim, 1985) – egy új pénzügyi ág, az empirikus pénzügyek kialakulásához vezetett. A tőkepiaci hatékonyság (Efficient Market Hypothesis) (Fama, 1970) teljes elmélete e jelenség köré szerveződik, és ezen anomáliákat próbálja meg a tőkepiaci árazásba beépíteni. A tőkepiaci hatékonyság gyenge szintje szerint ugyanis e pénzügyi változóknak be kellene épülnie az árakba, és nem hordozhatnak további információt a várható hozamokról. E hatékonysági hipotézis azonban kettős hipotézis: tesztelésekor egy egyensúlyi modellhez viszonyított abnormális hozamokat vizsgálunk meg, tehát “hatékonytalanság” létezése önmagában tulajdonítható a választott egyensúlyi modell pontatlanságának is.

E kérdés először Stephen Ross elméleti tanulmányában (1976) jelent meg, amelyben a többfaktor modellek bevezetését javasolta. E tanulmány megjelenése óta számos új modell került napvilágra, amelyek pontosabb predikciókat mutatnak a várható hozam meghatározásakor új kockázati paraméterek bevonásával. Az egyik leghíresebb ilyen modell Eugene Fama és Kenneth French (1993) modellje, amelyben a szerzők keresztmetszeti változókat bevonva a kis és nagy kapitalizációval rendelkező vállalatok hozamkülönbségét, valamint a magas és alacsony könyv szerinti értékkel súlyozott piaci értékű vállalatok hozamkülönbségét hozták be újabb változókként a CAPM keretrendszerébe. E megközelítés relevanciáját jól tükrözi, hogy a mai napig számos kutatás foglalkozik új, szignifikáns faktorok megtalálásával és beépítésével. Egyesek a várható hozamot a hozamok autokorrelációján, egy momentumfaktoron keresztül ragadják meg (Carhart, 1997), mások pedig a kereskedés likviditási költségeit építik be az árazásba (Amihud és Mendelson, 1986; Pastor és Stambaugh, 2003).

Az empirikus kutatások fejlődésével párhuzamosan a befektetők preferenciára építő, fundamentális modellek is jelentős fejlődésen mentek keresztül. Az egyik részcsoporthoz a befektetői teljes élethosszra vonatkozó hasznossági függvényét (és ezen keresztül a kockázatért elvárt hozamot) a fogyasztáson keresztül próbálta megfogni (Merton, 1973). A másik részcsoporthoz az egyéni preferenciákat érintő új kutatási eredményeket kívánta bevonni – így például a Neumann és Morgenstern által bevezetett (2007) várható hasznosság elmélet helyett Epstein és Zin rekurzív hasznosságát (1989) vagy pénzügyi

viselkedéstani eredményeket (Kahneman és Tversky, 1979), és a tőkepiaci árazás részévé tenni (Campbell et al., 2003; Barberis et al., 2001).

Disszertációm keretén belül ez utóbbi, a pénzügyi viselkedéstan kilátás elméletére is alapozva hozok létre egy eszközárzási modellt, amelyben a veszteség-elkerülés, a viselkedéstani heurisztikák és a mentális könyvelés jelensége is megjelenik. A jelentős mennyiségű experimentális bizonyíték (Kuhnen és Knutson, 2005) mellett más közgazdaságtanon kívül álló ágazatok is dokumentálták e jelenséget használatának létjogosultságát, így a neuroközgazdaságtan (Chen et al., 2006; Lakshminarayanan et al., 2011, Glimcher és Fehr, 2013), ezért a viselkedéstani megfontolások közül a lehető legtöbbet megpróbáltam beépíteni modellembé.

A bemutatott keretrendszer alapját azonban a tőkepiaci árazás eredetének tekintett Modern Portfólió Elmélet adja. Az ebből kialakuló árazási modellek fentebb már említett feltételezési több, mint ötven évvel ezelőtt lettek definiálva, amelyek a viselkedéstani kutatások jelentőségét még nem ismerték. Emiatt irreális, a gyakorlatban nem érvényes feltételezésekre épült eszközárzási modellek (így a CAPM) elméletben sem adhatnak helyes becslés a valós várható hozamokra, hiszen más keretrendszerre lettek építve. Ezért disszertációmban a viselkedéstani megfontolásokat is számításba véve, e modellek a valóságtól leginkább elrugaszkodott feltételezéseivel szakítok, és egy új, e feltételezéseket nem szükségszerűen kezelő eszközárzási modellt mutatok be. A variancia alapú rendszerről várható negatív kockázatra (Expected Downside Risk, EDR), mint új kockázati mértékre való áttéréssel a korlátos tőkeáttételi lehetőség, a nem egyedi kockázatmentes kamat, a kockázat-kedvelő befektetők jelenléte, az ármeghatározó szereplők megjelenése, és a nem normális eloszlások kezelése és megoldható egy koherens modell keretein belül, amely kizárólag a hasznosság-maximalizálás dogmájára épül. Ezen, általam használt kockázati mérték a várható hozam alatti hozamok (rossz kimenetek) várható értékeként definiálható. Mivel a kockázatot kimenetek átlagos értékeként ragadja meg, az általános pozitív kapcsolat helyett általánosságban negatív kapcsolat tárható fel e kockázat és a várható hozam között.

Jelen téziszfüzet a következőképpen strukturált. A II. rész Ormos és Timotity írásaira épít (2013a, 2013b, 2013c, 2013d, 2014a, 2016a), és az EDR – várható hozam keretrendszer fő árazás kérdéseit mutatja be. Itt található a disszertáció első két tézise.

1. tézis: A várható negatív kockázat tőkepiaci árazási modellekbe való bevonása lehetővé teszi az egyik legkevésbé valós, mégis szükséges feltételezés, a kockázatkerülő befektetők kiterjesztését kockázatkedvelő befektetőkre.

Bemutatom, hogy lehetséges a sztenderd tőkepiaci árazási keretrendszerbe bevonni azon befektetőket, amelyek a kilátás elméletnek megfelelően viselkednek, és veszteségek elérése esetén kockázatkedvelővé válnak. Ezen felül, a második tézisnek megfelelően, az EDR alkalmazásán keresztül további feltételezések is feloldhatóvá válnak.

2. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) kockázati mértékként való használatával a korlátlan, egyedi kamatszint melletti tőkeáttétel, valamint az árelfogadó befektetők feltételezése elhagyható.

A disszertációban bemutatott modell világossá teszi, hogy a tőkeáttételi fedezet, a tőkeáttétel korlátja és a egységes kockázatmentes kamat feltételezése jelentős torzításokat okozhatnak a tőkepiaci árazásban. Ezzel szemben az EDR használata mellett a modellezés figyelmet szentel a hozameloszlás széleit érintő tulajdonságainak is, amely utóbbi rendkívül lényeges a tőkeáttételes pozíciók elemzésekor. Ezen felül a befektető portfóliójának EDR-je használható proxy változóként a tőkeáttételi korlátok és a befektető-specifikus kamat mértékére, így valós feltételekre történhet meg az hasznosság optimalizálása. A dolgozat II. részében ezen egyénileg optimalizált portfólióhalmaz aggregálása is bemutatásra kerül, amelyben minden befektető a saját vagyona erejéig ármeghatározóként viselkedik a közös elvárt hozam, és így az eszközök árának meghatározásában.

A III. rész az EDR kockázati mérték tőkepiaci árazási implikációit fejti ki, amelyben a modell tulajdonságait az experimentális közgazdaságtan anomalisztikus eredményeivel is összekötöm. A 3. tézis e témakörhöz kapcsolódik, amely Ormos és Timotity (2016a, 2016c) eredményeire épül. Ebben a részben egy ritka, de létező jelenségre, a kockázat és várható hozam között kialakuló negatív kapcsolat fennállására adok magyarázatot az EDR alapú modell segítségével.

3. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) kockázati mértékként való használatával a kockázat és várható hozam között mind pozitív, mind pedig negatív kapcsolat fennállása levezethető, és igazolható.

E keretrendszer használatával nincs szükség egyéb pszichológiai elméletre, vagy további feltételek bevonására: a várható hasznosság elmélet és kockázatkerülő befektetők használata mellett is levezethető az experimentális tanulmányokban dokumentált negatív és pozitív kockázat – elvárt hozam kapcsolat (Brooks et al, 2014; Kahneman és Tversky, 1979; 1992; Linville és Fischer, 1991; Post és Levy, 2005).

Végül, a IV. részben Ormos és Timotity (2016b) munkája kerül feldolgozásra, amelyben az elméleti modell empirikus tesztelése kerül bemutatásra. Itt az európai fejlett és fejlődő tőkepiacok hozamain keresztül bemutatom az EDR alapú árazás jobb teljesítményét a várható hozamok meghatározásában. A 4. és 5. tézis itt jelenik meg.

4. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) alapú eszközárzás jobb teljesítményt mutat a kockázat – várható hozam kapcsolat leírásában a volatilitással, varianciával, szemi-varianciával, CAPM bétával, és alsóági bétával szemben.

Az Amerikai Egyesül Államok, az Egyesült Királyság, Németország, Franciaország, Magyarország, Lengyelország és Csehország tőkepiacainak hozamain végzett napi, heti, havi és éves felbontású elemzése mind alátámasztja a 4. tézis létjogosultságát. Ezen felül az elemzés kiterjed a helyi pénzben és USA dollárban denominált hozamok regresszálására is, amelynek eredményeit az 5. tézis foglalja össze.

5. tézis: Az USD-ben denominált várható hozam becslések általánosságban jobb teljesítményt mutatnak a helyi pénzben denominált modelleknél, ami alátámasztja nemzetközi befektetők szignifikáns szerepét az európai tőkepiacokon.

További érdekesség, hogy e jelenség különösen szignifikáns a fejlett európai piacokon, ami ellentmond azon gondolati ívnek, amely szerint a nemzetközi befektetők hatása a fejlődő tőkepiacokra jelentősebb a fejlett tőkepiacokra gyakorolt hatásnál.

I. Egyensúlyi árazás EDR – várható hozam rendszerben

E szekcióban a várható negatív kockázat alapú tőkepiaci árazás leglényegesebb tulajdonságait kívánom bemutatni. Elsőként egy rövid ismertetőt adok a modell alapjainak megértéséhez szükséges viselkedéstan elmélet, a kilátás elmélet fő eredményeiről, majd ezt követően a kockázatkedvelés létrejöttét mutatom be. Másodszor az EDR definícióján és tulajdonságain keresztül bevezetem a modellemben használt kockázati változót. A harmadik részben bemutatom az EDR alapú árazási keretrendszert és a kockázatkedvelő

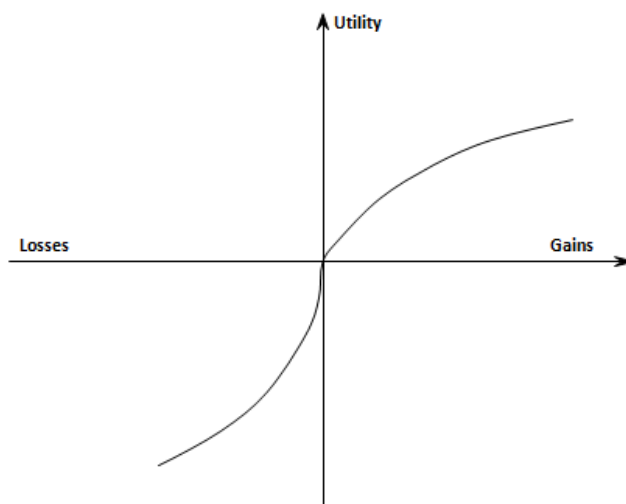
viselkedés e rendszerbe való beilleszthetőségét. Ezt követően a korlátos tőkeáttétel és a befektetőfüggő kockázatmentes kamatláb implikációi kerülnek elemzésre. Végül a piacon kialakuló várható hozam felépülése kerül ismertetésre.

I.1. Kockázatkerülés vagy veszteségkerülés

A várható hasznosság elmélete számos, a valóságos viselkedést nem jól tükröző tulajdonságot hordoz magában. Ezen anomalisztikus jelenségek modellezésére a viselkedéstani közgazdaságtan egy új keretrendszert alkotott, amelyet kilátás elméletnek nevezünk. Ez utóbbi elmélet szerint a hasznosság nem a teljes vagyon függvénye, hanem a vagyon változásának eredménye. Az elmélet egy másik lényeges tulajdonsága szerint a befektetők kockázatkedvelővé válnak veszteségek esetén, mivel a hasznosságfüggvény ezen intervallumon konvexé válik (ahogyan az a II/1-es ábra is mutatja).

Az általános helyzetben létrejövő kockázatkerülés a modell azon tulajdonságának következménye, amely szerint a hasznosságfüggvény meredeksége jóval nagyobb veszteségekre, mint nyereségekre – tehát egy egységnyi mértékű veszteség jóval fájdalmasabb, mint egy ugyanolyan mértékű nyereség haszna –. Ezért kockázatkerülő viselkedés helyett veszteségkerülésről beszélünk. E szituációban hasonló következtetésekre jut a modell, mint a várható hasznosság elmélet. Ezzel szemben, egy biztos veszteség és egy kockázat veszteség között történő választás esetén a befektető a kockázatos lehetőséget választja a már említett konvexitás miatt, ami kockázatkedvelő viselkedésként fogható fel.

II/1 ábra: Hasznosságfüggvény a kilátás elméletben



Forrás: Kahneman és Tversky (1979, p.279)

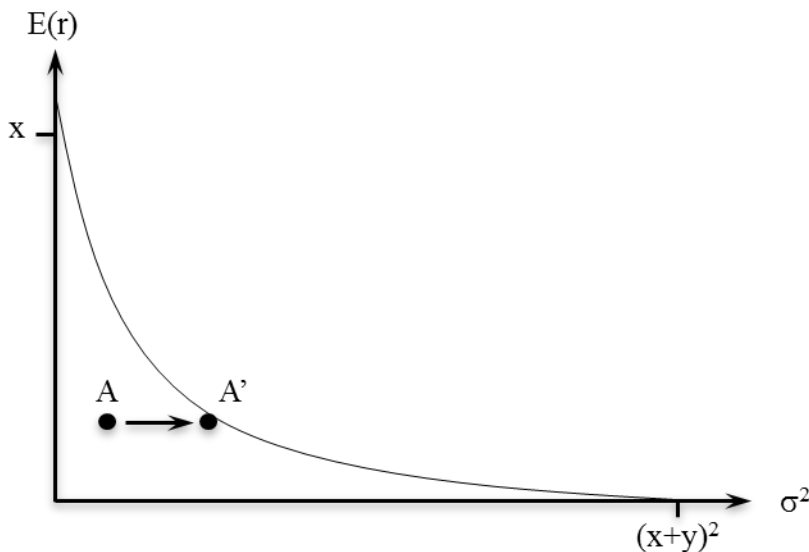
Dinamikus keretben vizsgálva e kockázatkedvelő jelenség létrejöhet egy megelőző (-x) veszteségből fakadóan is, ami a egy negatív referenciapontot jelöl ki a befektetők hasznosságfüggvényén. Ebben az esetben a hasznosság maximalizálása a kockázat egy bizonyos szintig történő növelésével következik be, ahol a múlt veszteségét jelenlegi döntésében felhasználó befektető kockázatsemlegessé válik (közömbös számára a kockázatmentes lehetőség és az adott várható hozamú kockázatos lehetőség). Feltételezve, hogy egy 50-50%-os valószínűséggel $(x+y)$ nyereséget vagy veszteséget produkáló portfólióba fekteti vagyonát, a befektető azon ponton válik kockázatsemlegessé, ahol a kockázatos befektetés várható hasznossága megegyezik a kockázatmentes lehetőség hasznával, tehát

$$U(-x) - U(-2x - y) = U(y) - U(-x). \quad (\text{II/1})$$

A hasznosságfüggvény pontos formájának és paramétereinek ismerete mellett meghatározható a kockázatközömbösségi görbe (Risk-neutral curve), amely azon pontokat köti össze a kockázat várható hozam rendszerben, ahol a befektető kockázatközömbös. Az iménti paraméterezést felhasználva, $(-x)$ veszteség és $(x+y)^2$

variancia mellett e függvény a II/2. ábrának megfelelően alakul. A variancia – várható hozam alapú modellben negatív meredekségű függvény alapján, egy, a múltban (-x) veszteséget elszenvedő befektető A portfólió helyett A'-t preferálja, annak ellenére, hogy utóbbi magasabb varianciával rendelkezik azonos várható hozam mellett.

II/2. ábra: Kockázatkedvelés és kockázatközömbösségi görbe



I.2. A várható negatív kockázat (EDR) mint kockázati mérték

Az EDR definíció több, a gyakorlatban sűrűn használt kockázati mértéken alapul, így a Várható Kockázatosított Érték (Value-at-Risk, VaR) (Holton, 2003), a Feltételes Várható Kockázatosított Érték (Conditional Value-at-Risk, CVaR) (Rockafellar és Uryasev, 2000). Az Omega mértékhez (Keating és Shadwick, 2002), fél-varianciához (Markowitz, 1968) és alsóági bétához (Estrada, 2007) hasonlóan az EDR nem egy szubjektíven meghatározott α percentilisét vizsgálja az eloszlásnak (ahogy azt a CVaR teszi), hanem a veszteség teljes tartományán számolódik. Megjegyzendő, hogy az Omegával szemben itt a veszteség alatt nem a nulla alatti, hanem a várható hozam alatti kimenetelekről beszélünk. Másképpen fogalmazva az EDR úgy definiálható, mint a CVaR negatív értéke α szignifikancia szint mellett, ahol $VaR_{\alpha}(x)$ a várható hozammal egyenlő. Ezt tükrözi a (II/2)-es egyenlet is, ahol az x befektetéshez tartozó EDR-t definiálom. Ebből adódóan az EDR a várható negatív kimenetel, avagy a várható hozam alatti kimenetek átlaga.

$$EDR(x) = p(r_x \leq E(r_x))^{-1} \int_{r_x(y) \leq E(r_x)} r_x(y) p(y) dy, \quad (II/2)$$

I.3. EDR alapú eszközárzás

A sztenderd tőkepiaci modellek levezetésénél használt módszertant alkalmazva az EDR alapú eszközárzási modell a következő képpen határozható meg. F kimenetel és a kockázatkerülési együttható feltételezve σ^2 variancia mellett, a várható hasznosság közelítő formulája a jól ismert (II/3) egyenlettel határozható meg.

$$U(F) \cong E(F) - 0,5a\sigma^2 \quad (II/3)$$

Alkalmazva a (II/4) egyenletet, amely az EDR a várható hozam és a szórás közötti összefüggést tárja fel módosítható az alapvető árzásai modell. Az egyenletben található szóráshoz tartozó koefficiens az eloszlás típusától függő értéket vesz fel, ez Normál eloszlás esetében 0,8.¹

$$EDR(x) = E(r_x) - 0,8\sigma \quad (II/4)$$

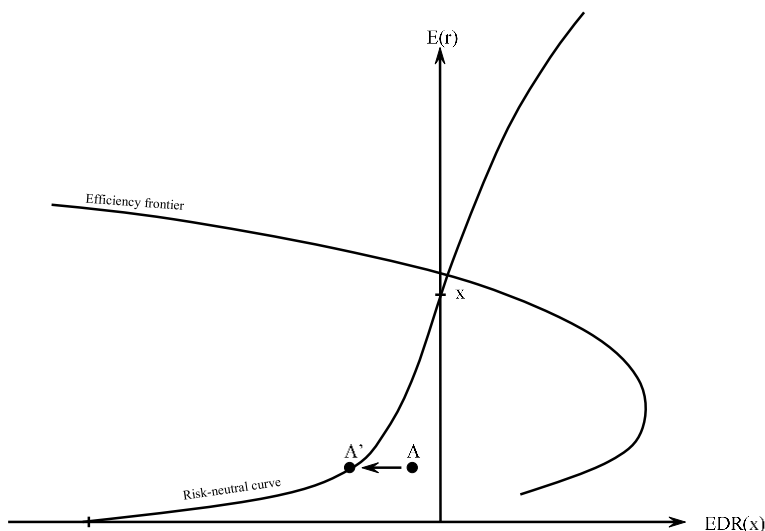
A kapott keretrendszer meglehetősen hasonló a Markowitz által javasolt modellhez: a hatékonysági határ (Efficiency frontier) érintetlen marad abban az értelemben, hogy egy konkáv görbe jellemzi a hatékony portfóliók halmazát, valamint a közömbösségi görbés konvexek. Ebből adódóan, az optimális választás e rendszerben is a legmagasabb közömbösségi görbe és a hatékonysági határ érintési pontjában lesz. A modell sajátossága viszont, hogy – annak a ténynek köszönhetően, hogy az alacsonyabb EDR magasabb kockázatot jelent (a magasabb varianciával szemben) – a hatékony portfóliók halmaza negatív meredekségű e keretrendszerben, ahogyan azt a II/3. ábra is mutatja. E modellben elhelyezve az előzőekben említett kockázatkedvelő viselkedést, a kockázatközömbös görbe monoton növekvővé válik. Figyelembe véve, hogy azon befektetők, amelyek a múlt veszteségei miatt e kockázatközömbös görbéről tartanak portfóliót, a görbén elmozdulva a lehető legmagasabb várható hozamú lehetőséget

¹Normál eloszlás esetében $EDR = CVaR_{0.5} = \int^{E(r)} r \cdot \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[r-E(r)]^2}{2\sigma^2}} \right) dr$

keresik (hiszen a kockázat nem játszik szerepet döntésükben e görbén). A legmagasabb elérhető várható hozamú portfólió azonban pontosan a hatékony portfóliók halmazán lesz, tehát e kockázatközömbös görbe és a hatékonysági határ metszéspontja lesz a befektetők számára optimális választás. Ebből következően, azon esetben is, ha a bemutatott kockázatkedvelő viselkedést beemeljük a modellbe, e befektetők egy bizonyos kockázat elérését követően kockázatközömbösség válnak, ekkor a hatékony portfóliók közül választanak, és így jelenlétük implementálhatóvá válnak a tőkepiaci árazási modellekben. Így a disszertáció 1. tézise megfogalmazható e ponton.

1. tézis: A várható negatív kockázat tőkepiaci árazási modellekbe való bevonása lehetővé teszi az egyik legkevésbé valós, mégis szükséges feltételezés, a kockázatkerülő befektetők kiterjesztését kockázatkedvelő befektetőkre.

II/3. ábra: A kockázatközömbösségi görbe (Risk-neutral curve) és a hatékonysági határ (Efficiency frontier) alakulása



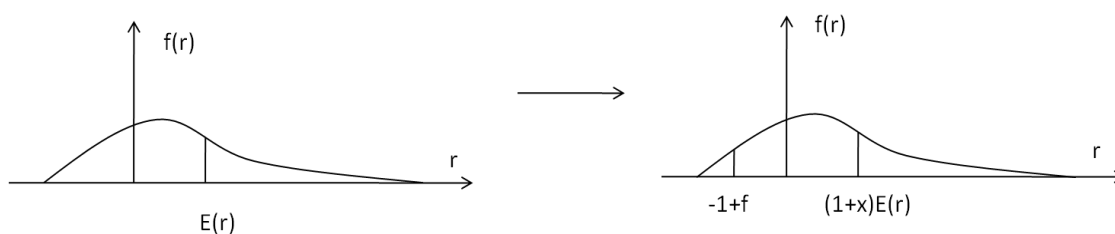
I.4. A korlátos tőkeáttétel hatása

A CAPM elmélete szerint a tőkepiacon korlátlan tőkeáttétel hozzáférhető bárki számára, amelynek segítségével a kockázatmentes kamatot a piaci portfólióval összekötő tőkepiaci egyenes az összes hatékony portfóliót tartalmazza. E feltételezés azonban jelentős mértékű torzítással kezeli a valóságot (Holmes et al., 2015): A legtöbb esetben nincs lehetőség a valóságban végtelen mennyiségű hitel felvételére. Reális feltételeket

bevezetve a tőkepiaci eszközök várható hozama teljesen eltérő lehet a sztenderd regressziók eredményeitől.

Modellem korlátozott tőkeáttételt vesz alapul befektető-specifikus kamatlábak mellett. Ehhez a következő feltételezéseket veszem alapul: (i) minden befektető számára korlátozott a tőkeáttétel (mind hitel, mind pedig short pozíció értelmében) – e korlátra a továbbiakban az $(1+x)$ jelölést alkalmazom (tehát például egy 2:1-es tőkeáttétel esetében $x=1$); (ii) minden esetben, amikor tőkeáttétel pozíció kerül kialakításra, a tőkét adó intézmény egy f mértékű fedezet köt le, amely a portfólió túlzott árfolyamesése ellen nyújt védelmet – tehát minden f alatti hozammal járó kimenetel $r=(-1+mf)$ hozamot fog generálni. E jelenség gyakorlati haszna látható a II/4. ábrán, ahol a befektető nem veszíthet többet mint a vagyona $(-1+f)$ -szeresét. E “biztosításnak” azonban jelentős hatása van a portfólió-választási döntésre azon befektetők esetében, akik eltérő tőkeáttételi korlátokkal rendelkeznek.

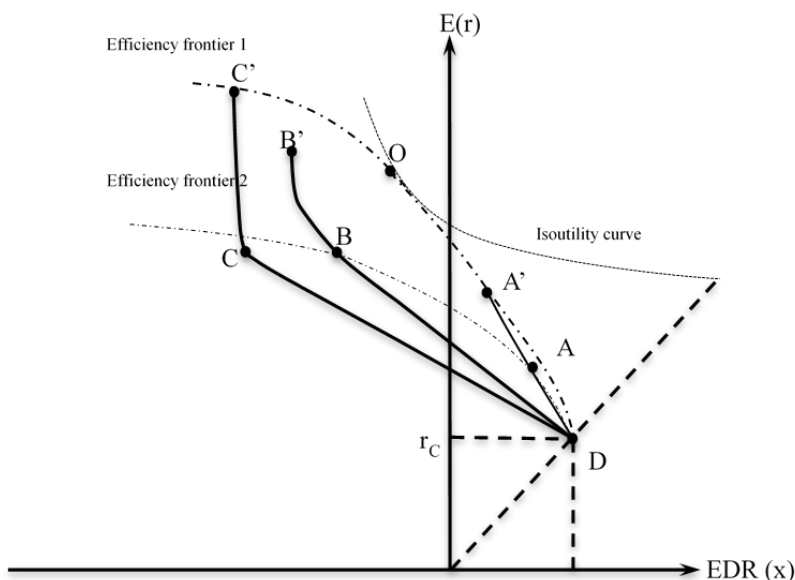
II/4. ábra: A tőkeáttétel és a fedezet hatása



A fedezet portfólió-választásra gyakorolt hatását mutatja be a II/5-ös ábra, ahol A, B és C egy tőkeáttétel nélküli eset, A', B' és C' pedig ugyanezen portfóliók tőkeáttétellel kombinált portfólióit jelölik. O az optimális választás, valamint D a kockázatmentes kamatlábat jelöli (amely kockázatmentes, tehát a várható negatív hozam egyenlő a várható hozammal, vagyis $EDR=E(r)=r_c$). Jól látható, hogy különböző tőkeáttételi lehetőségekhez vagy különböző kamatlábakhoz a befektetők preferenciája megváltozhat. Ebben az esetben a tőkeáttétel nélküli hatékonysági határ (Efficiency frontier 2) A és B portfóliókat egyaránt tartalmazta (tehát A és B adott kockázathoz a legmagasabb várható hozamot biztosítja), és C-t nem, azonban a tőkeáttételes hatékonysági határ (Efficiency frontier 1) esetében A' és C' hatékony, B' ellenben nem.

Ebből következően nincs olyan egyedi portfólió, amely optimális volna minden tőkeáttételi szint mellett.

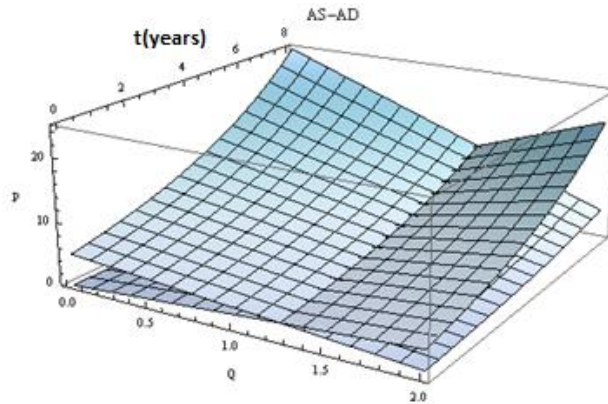
II/5. ábra: Egyéni optimalizáció tőkeáttételi korlátok mellett



I.5. A piaci várható hozam kialakulása

Az eddigiekben az egyéni optimalizáció bemutatásán keresztül létrehoztunk egy minden befektető számára különböző optimális portfóliót. A piacon kialakuló egyedi várható hozam, és így a tőkepiaci eszközök ára ezen egyéni elvárt hozamok aggregálásából adódik. Az egyéni befektetők elvárt portfólió döntéseit elemezve minden tőkepiaci eszközre meghatározható az adott eszközre irányuló keresleti és kínálati görbe az egyéni optimumok (így a rezervációs árak) vagyon szerinti összegzése szerint. Így a piaci egyensúlyt biztosító ár e keresleti és kínálati görbék metszéspontjában található, ahogyan azt a II/6. ábrán is bemutatom. Ezen ábrán P és Q az árat és a mennyiséget jelölik a függőleges és vízszintes tengelyeken, amelyek az adott eszközre kialakuló várható hozam szerint exponenciálisan növekednek az időben, ahogy azt a harmadik tengelyen szemléltetem.

II/6. ábra: A várható hozam alakulása



Ebből következően, tehát, minden egyes piaci résztvevő hozzájárul a piacon létrejövő aggregált keresleti és kínálati függvényekhez, így a vagyonával megfelelő arányban befolyásolja a tőkepiaci eszközök árát. Emiatt minden befektető ármeghatározóként viselkedik. Az elmondottakat foglalja össze a disszertáció második tézise.

2. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) kockázati mértékként való használatával a korlátlan, egyedi kamatszint melletti tőkeáttétel, valamint az árelfogadó befektetők feltételezése elhagyható.

II. “Néha a több kevesebb”: Kockázati preferenciák és a várható negatív kockázat

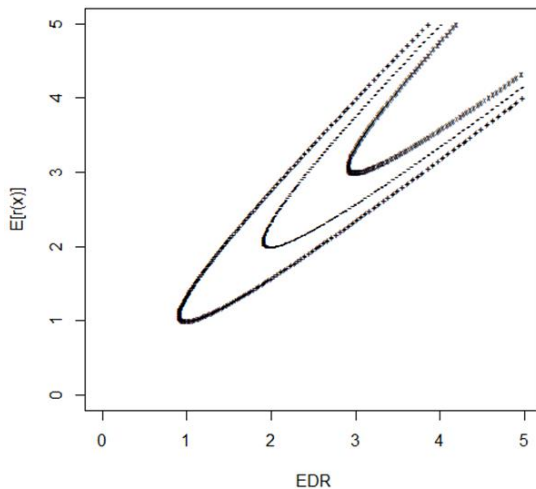
A CAPM és a belőle származtatott modellek jól ismert képletei a várható hasznosság elmélet és variancia – várható hozam rendszerében minden esetben pozitív kapcsolatot feltételeznek a kockázat és az elvárt hozam között. A valóságban azonban számos ennek ellentmondó jelenség került dokumentálásra (Brooks et al, 2014; Kahneman és Tversky, 1979; 1992; Linville és Fischer, 1991; Post és Levy, 2005), amelyek alapján negatív érték is gyakran megjelenik a kockázati felár mértékeként. A várható hasznosság elmélet alapján ez csak abban az esetben volna lehetséges, amennyiben az egyének negatív

kockázatkerülési együtthatóval rendelkeznének, e szituációra azonban a sztenderd egyensúlyi modellek nem képesek optimális portfólió-allokációs döntést adni. Modellem szerint azonban e modellen kívül eső viselkedési mintázat nem feltétlenül a várható hasznosság elméletének vagy a pozitív kockázatkerülési együttható létezésének kritikáját jelenti, hanem egyszerűen a kockázat mérésének hibás módszertanában keresendő. Alonso és Prado (2015) munkájához hasonlóan a disszertáció e részében a várható hasznosság elméletét továbbra is megtartva fókuszálok a hasznosságot meghatározó tényezők feltárására. Az említett szerzőkkel ellentétben viszont a véletlenszerűség egyéb típusainak beemelése helyett a kockázat érzékelésére mutatok be egy új módszertant.

E módszertanban a már definiált EDR alapú keretrendszer használom, amelyben a közömbösségi görbék a (III/1)-es egyenletnek megfelelően jellemezhetőek. Intuitív módon, már a négyzetes függvény is jelzi a kockázat és elvart hozam kapcsolatát, amely nem feltétlenül pozitív értéket vehet fel jelen esetben – ellentétben az egyéb szórás alapú kockázati mértékekkel. A III/1. ábra e közömbösségi görbék seregét mutatja be $a=4$ kockázatkerülési együttható mellett a várható hasznosság elmélet keretein belül.

$$U = E(r_x) - \frac{0.5}{0.8^2} a [E(r_x) - EDR(x)]^2. \quad (III/1)$$

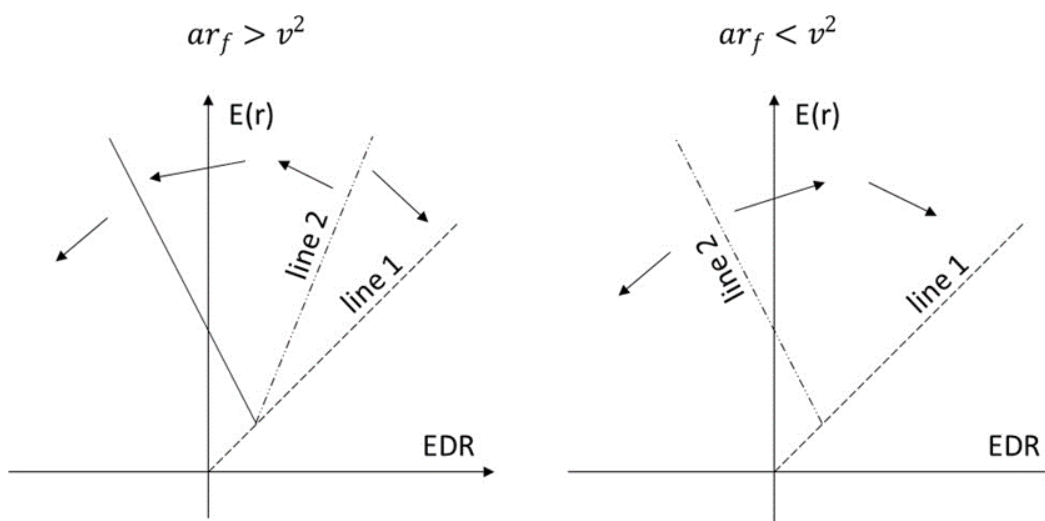
III/1. ábra: Közömbösségi görbék $a=4$ kockázatkerülési együttható esetén



A tőkeáttételes pozíciók és az ehhez tartozó optimalizálás ez előbbi egyenlet alapján fejthető ki a keretrendszerben. Az optimum, a többi mértékkel ellentétben, viszont nem minden esetben eredményez pozitív kapcsolatot kockázat és hozam között. Az a kockázatkerülési együttható, az r_f kockázatmentes kamatláb, valamint az eloszlásfüggő v volatilitáskoefficiens függvényében a tőkeáttételes optimalizálás mind pozitív, mind pedig negatív meredekségű optimális, tőkeáttételes portfólióhalmazzal ("tőkepiaci egyenest") eredményezhet. E jelenség kerül szemléltetésre a III/2. ábrán, ahol az EDR felső korlátja (line 1) – ami alatt nem létezhet portfólió, hiszen a várható hozam mindig legalább akkora kell hogy legyen mint a várható negatív kockázat –, valamint minimum hasznosságot eredményező portfóliók halmaza (line 2) található. Az ábra jól szemlélteti, hogy azon esetekben, amikor nem érhető el a minimum hasznosságot adó portfólióktól jobbra található portfólió, illetve ha ezek hasznossága kisebb, mint amelyeket a balra található portfóliók adnak, akkor az optimális választás negatív kapcsolatot eredményez a kockázat és várható hozam között, ellenkező esetben pedig pozitívat. Ebből adódóan megfogalmazható a disszertáció harmadik tézise a következőképpen.

3. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) kockázati mértékként való használatával a kockázat és várható hozam között mind pozitív, mind pedig negatív kapcsolat fennállása levezethető, és igazolható.

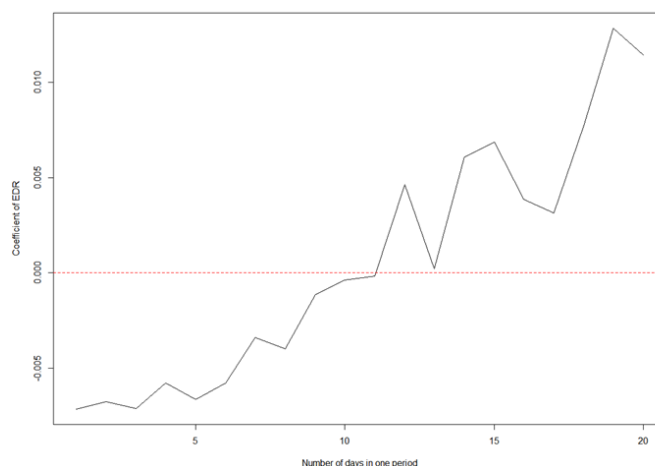
III/2. ábra: Tőkeáttételes pozíciók optimalizálása



Ezen elméleti modell gyakorlati létjogosultsága jól tükrözik az empirikus eredmények is: az S&P 500 index 1993 és 2014 között tagként folyamatosan jelen lévő 340 részvényét

vizsgálva. A III/3. ábrának megfelelően az időhorizont növelésével párhuzamosan az EDR és $E(r)$ közötti regresszió koefficiense (függőleges tengely) folyamatosan változik a periódushosszban szereplő napok számával (vízszintes tengely) arányosan. Ez annak köszönhető, hogy a periódushossz növelésén keresztül növekszik a kockázatmentes kamat mértéke, és ezáltal az optimalizálás (a minimum hasznosságot ígérő portfóliók egyenesén keresztül) folyamatosan változik. Ebből adódóan egy jól látható, a negatívból egyre nagyobb pozitív koefficienssel rendelkező kapcsolat alakul ki – a koefficiens értékeket összekötő függvény átlépi a nullát jelző piros szaggatott vonalat – a horizont növelésével párhuzamosan.

III/3. ábra: A horizont, kockázat és hozam közötti összefüggés



III. Várható negatív kockázat és a tőkepiaci eszközök árai: A fejlődő és fejlett tőkepiacok viselkedése

A disszertáció lezárásaként, annak érdekében, hogy a fentebb felvázolt elméleti modell gyakorlati relevanciáját bemutassam, a főbb empirikus eredményekre fókuszálok e fejezet során. Az itt használt módszertanban a piaci kapitalizáció alapján sorba rendezett tíz legnagyobb vállalatot választottam ki három fejlődő, három fejlett európai tőkepiacról és az Amerikai Egyesült Államokból (US). A fejlett európai piacok között az Egyesült Királyság (UK), Németország (GER) és Franciaország (FRA) szerepel, az fejlődők között pedig Magyarország (HUN), Csehország (CZE) és Lengyelország (POL). Az

amerikai tőkepiac egy nem európai piaci proxyként is szerepel az eredmények robusztusságának meghatározásakor.

A top tíz vállalatról limitált adatsor állt rendelkezésre, ezért az elemzés a 2010. augusztus 12-től 2015. augusztus 12-ig tartó időszakot öleli fel. A statisztikák napi, heti, havi és éves adatokra is tesztelve lettek.

Az aggregált konklúziók levonásához az adatok összegzésére volt szükség, amelyhez sztenderdizált hibtagokat definiáltam annak érdekében, hogy a rossz teljesítőképesseggel rendelkező országok (amelyekben magas a hibanégyzetek értéke) ne legyenek túltreprezentálva az aggregált adatsorban.

Az empirikus eredményeket a IV/1. táblázatban szemléltetem, ahol a determinációs koefficiensek értéke (R-négyzetek) található az oszlopokban a különböző ország és kockázati mérték kombinációkra havi hozamokat megfigyelve. Mint látható, az EDR mellett a volatilitás (vol), a variancia (var), a CAPM béta (beta), a fél-variancia (svar) és az alsóági béta (dbeta) eredményei kerülnek szemléltetésre. Az tesztek további csoportosításra kerülnek a tengelymetszet regressziós becslése ($\alpha \neq 0$) vagy annak elhagyása, illetve a helyi pénznemben és USD-ben denominált hozamok alapján.

IV/1. táblázat: R-négyzet értékek havi hozamokkal számolva

$\alpha=0$, helyi pénznem							
	US	UK	GER	FRA	HUN	POL	CZE
vol	0.94	0.08	0.87	0.51	0.02	0.13	0.52
var	0.91	0.02	0.80	0.41	0.03	0.14	0.68
edr	0.86	0.01	0.78	0.32	0.10	0.22	0.77
beta	0.77	0.11	0.83	0.46	0.16	0.13	0.48
svar	0.77	0.03	0.68	0.27	0.10	0.15	0.78
dbeta	0.90	0.11	0.81	0.46	0.08	0.14	0.70
$\alpha=0$, USD denomináció							
	US	UK	GER	FRA	HUN	POL	CZE
vol	0.94	0.01	0.81	0.30	0.03	0.01	0.57
var	0.91	0.02	0.77	0.22	0.01	0.02	0.81
edr	0.86	0.01	0.73	0.18	0.01	0.04	0.78
beta	0.77	0.00	0.78	0.27	0.00	0.00	0.40
svar	0.77	0.01	0.77	0.22	0.00	0.01	0.76
dbeta	0.90	0.01	0.81	0.31	0.02	0.00	0.65
$\alpha \neq 0$, helyi pénznem							
	US	UK	GER	FRA	HUN	POL	CZE
vol	0.60	0.55	0.01	0.00	0.06	0.00	0.62
var	0.63	0.59	0.02	0.00	0.05	0.02	0.66
edr	0.09	0.88	0.09	0.24	0.58	0.14	0.87
beta	0.02	0.06	0.00	0.01	0.36	0.00	0.43
svar	0.34	0.37	0.00	0.02	0.48	0.05	0.75
dbeta	0.39	0.16	0.00	0.01	0.40	0.01	0.74
$\alpha \neq 0$, USD denomináció							
	US	UK	GER	FRA	HUN	POL	CZE
vol	0.60	0.66	0.00	0.06	0.12	0.00	0.70
var	0.63	0.66	0.01	0.06	0.11	0.01	0.82
edr	0.09	0.87	0.12	0.44	0.87	0.11	0.91
beta	0.02	0.66	0.01	0.08	0.27	0.05	0.32
svar	0.34	0.66	0.01	0.01	0.18	0.00	0.69
dbeta	0.39	0.64	0.00	0.02	0.18	0.00	0.65

Az eredmények tisztán mutatják az EDR jobb teljesítőképességét. E megállapítás robusztusságának tesztelésére, a sztenderdizált hibatagok aggregálásán keresztül az eltérések szignifikanciaszintjét teszteltem F-tesztek segítségével, amelyekbe a varianciák EDR-hez viszonyított arányait elemeztem. Ezen eredményeket a IV/2. táblázat tartalmazza helyi pénznemben, a IV/3. pedig USD denominációban.

IV/2. táblázat: F-teszt eredmények helyi pénznyemben

		Helyi pénznyemben					
		Teljes minta		Fejlett piacok		Fejlődő piacok	
		Változó	arány	p-érték	arány	p-érték	arány
Tengelymetszet nélkül	Volatilitás	1.6478	0.0000	2.6426	0.0000	1.5549	0.0167
	Variancia	1.1781	0.1717	3.2219	0.0000	0.8829	0.4981
	CAPM béta	3.9338	0.0000	3.1473	0.0000	3.8649	0.0000
	Fél-variancia	2.3110	0.0000	2.7137	0.0000	2.2749	0.0000
	Alsóági béta	2.3945	0.0000	2.4422	0.0000	2.4442	0.0000
Tengelymetszettel	Volatilitás	2.8998	0.0000	3.4820	0.0000	2.7573	0.0000
	Variancia	2.4539	0.0000	3.4262	0.0000	2.2280	0.0000
	CAPM béta	6.9201	0.0000	3.4929	0.0000	7.5777	0.0000
	Fél-variancia	5.7105	0.0000	3.4328	0.0000	6.1194	0.0000
	Alsóági béta	5.5178	0.0000	3.2356	0.0000	5.9264	0.0000

IV/3. táblázat: F-teszt eredmények USD denominációban

		USD-ben					
		Teljes minta		Fejlett piacok		Fejlődő piacok	
		Változó	arány	p-érték	arány	p-érték	arány
Tengelymetszet nélkül	Volatilitás	1.2650	0.0501	1.5536	0.0169	1.2619	0.2060
	Variancia	0.9055	0.4075	1.5746	0.0139	0.7700	0.1555
	CAPM béta	3.5241	0.0000	1.5408	0.0191	3.7365	0.0000
	Fél-variancia	1.1291	0.3113	1.5240	0.0223	1.0530	0.7786
	Alsóági béta	1.7704	0.0000	1.5164	0.0239	1.8593	0.0008
Tengelymetszettel	Volatilitás	2.5773	0.0000	1.7179	0.0034	2.7549	0.0000
	Variancia	2.2289	0.0000	1.6726	0.0054	2.3261	0.0000
	CAPM béta	8.1801	0.0000	1.6577	0.0062	9.7878	0.0000
	Fél-variancia	2.7523	0.0000	1.9919	0.0002	2.8624	0.0000
	Alsóági béta	3.5648	0.0000	2.1846	0.0000	3.8398	0.0000

Ahogy az a magas R-négyzet értékek is sejtették, az EDR alapú regressziók valóban szignifikánsan felülmúlják az alternatív kockázati mértékeken alapú becsléseket: néhány esetet leszámítva a tengelymetszet nélküli regressziókban – ahol a teljesítmények közötti különbség nem szignifikáns – minden p-érték extrém alacsony, ami jóval alacsonyabb hibanégyzetekre, így pontosabb becslésekre utal. Ebből következően a disszertáció negyedik tézise is megfogalmazható.

4. tézis: A várható negatív kockázat (EDR) alapú eszközárzás jobb teljesítményt mutat a kockázat – várható hozam kapcsolat leírásában a volatilitással, varianciával, szemi-varianciával, CAPM bétával, és alsóági bétával szemben.

Ezen felül a helyi pénznemben és USD-ben denominált eredmények szintén fontos mintázatokat mutatnak: a két módszertan között jelentős eltérés tapasztalható. A IV/4. táblázat az aggregált F-tesztek eredményeit mutatja, amelyekben a teljes mintára alkalmazva a helyi pénznemben futtatott regressziók hibanégyzeteinek USD-ben denominált hibanégyzeteihez viszonyított aránya kerül elemzésre minden országot és kockázati mértéket összesítve.

IV/4. ábra: Aggregált F-teszt eredmények a helyi pénznem regressziók USD denominációhoz viszonyított hibanégyzeteire

	Teljes minta		Fejlett piacok		Fejlődő piacok	
	arány	p-érték	arány	p-érték	arány	p-érték
Tengelymetszet nélkül	1.1038	0.0431	1.5252	0.0000	1.0420	0.5812
Tengelymetszettel	1.0178	0.7181	1.5157	0.0000	0.9637	0.6199

A bemutatott eredmények alapján jól látható, hogy minden olyan esetben, ahol a különbség szignifikáns, az USD-ben denominált regressziók alacsonyabb varianciát, így pontosabb becsléseket adnak. További érdekesség, hogy e jelenség különösen jellemző a fejlett tőkepiacokra. Az ötödik tézis tehát ezen eredmények alapján a következőképpen határozható meg.

5. tézis: Az USD-ben denominált várható hozam becslések általánosságban jobb teljesítményt mutatnak a helyi pénznemben denominált modelleknél, ami alátámasztja nemzetközi befektetők szignifikáns szerepét az európai tőkepiacokon.

Hivatkozások

A disszertációhoz kapcsolódó saját publikációk

Ormos, M., Timotity, D., 2013a. Eszközárzás korlátos tőkeáttétel mellett. Hitelintézeti Szemle (Financial and Economics Review), 12(2), 91-102.

Ormos, M., Timotity, D., 2013b. CVaR-E(r) equilibrium asset pricing. 5th International Conference "Economic Challenges in Enlarged Europe". Tallinn, Estonia, pp. 1-23.

Ormos, M., Timotity, D., 2013c. Asset Pricing with Conditional Value at Risk. 10th International Scientific Conference on European Financial Systems., Telč, Czech Republic, pp. 232-240.

Ormos, M., Timotity, D., 2013d. CVaR-E(r) Equilibrium Asset Pricing. 10th Eurasia Business and Economics Society Conference (EBES). Istanbul, Turkey, pp. 130-153.

Ormos, M., Timotity, D., 2014a. Generalized asset pricing: Expected downside risk based equilibrium modeling. Workshop on Behavioral Economics and Industrial Organization. Budapest, Magyarország, p. 52.

Ormos, M., Timotity, D., 2016a. Generalized asset pricing: Expected Downside Risk-based equilibrium modeling. Economic Modelling, 52, 967-980.

Ormos, M., Timotity, D., 2016b. Expected Downside Risk and asset prices: Characteristics of emerging and developed european markets. Empirica, 1-18.

Ormos, M., Timotity, D., 2016c. The case of "Less is more" – Modelling risk-preference with Expected Downside Risk. Under review in International Review of Economics & Finance

Nem kapcsolódó saját publikációk

Ormos, M., Timotity, D., 2014b. A behavioral explanation for the asymmetric volatility puzzle, Workshop on Behavioral Economics and Industrial Organization. Budapest, Hungary, p. 19

Ormos, M., Timotity, D., 2015a. In search of asymmetric GARCH models – A loss-aversion-based explanation of heteroscedasticity, 6th Annual Financial Market Liquidity Conference, Budapest, Hungary

Ormos, M., Timotity, D., 2015b. In search of asymmetric GARCH models – A loss-aversion-based explanation of heteroscedasticity, Hungarian Society of Economists Workshop, Pécs, Hungary

Ormos, M., Timotity, D., 2016d. Unravelling the Asymmetric Volatility Puzzle: A novel explanation of volatility through anchoring, Economic Systems (in press)

Ormos, M., Timotity, D., 2016e. Pénzügyi viselkedéstan és intertemporális portfólió-választás. Under review in Közgazdasági Szemle (Economic Review)

Ormos, M., Timotity, D., 2016f. Market Microstructure During Financial Crisis: Dynamics of Informed and Heuristic-driven Trading, Finance Research Letters (in press)

Ormos, M., Timotity, D., 2016g. Differences in Implied and Realized Volatility: Risk-seeking and Conditional Heteroscedasticity in Prospect Theory, Under review

Ormos, M., Timotity, D., 2016h. Microfoundations of Heteroscedasticity in Asset Prices: A Loss-aversion-based Explanation of Asymmetric GARCH Models, 14th INFINITI Conference on International Finance, Dublin, Ireland

Ormos, M., Timotity, D., 2016i. Mental Framing in Risk-Aversion Dynamics: An Empirical Investigation of Intertemporal Choice, 30th European Conference on Modelling and Simulation, Regensburg, Germany

Ormos, M., Timotity, D., 2016j. Intertemporal Choice and Dynamics of Risk Aversion, 30th European Conference on Modelling and Simulation, Regensburg, Germany

Egyéb hivatkozások

Alonso, I., Prado, M., 2015. Ambiguity aversion, asset prices, and the welfare costs of aggregate fluctuations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 51, 78-92.

Amihud, Y., Mendelson, H., 1986. Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of financial Economics*, 17(2), 223-249.

Ariel, R.A., 1990. High stock returns before holidays: Existence and evidence on possible causes. *The Journal of Finance*, 45(5), 1611-1626.

Barberis, N., Huang, M., Santos, T., 2001. Prospect Theory and Asset Prices. *The Quarterly Journal of Economics*, 116(1), 1-53.

Basu, S., 1977. Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: A test of the efficient market hypothesis. *The Journal of Finance*, 32(3), 663-682.

Brooks, P., Peters S., Zank, H., 2014. Risk behavior for gain, loss, and mixed prospects. *Theory and decision*, 77(2), 153-182.

Campbell, J.Y., Chan, Y.L., Viceira, L.M., 2003. A multivariate model of strategic asset allocation. *Journal of financial economics*, 67(1), 41-80.

Carhart, M.M., 1997. On persistence in mutual fund performance. *The Journal of finance*, 52(1), 57-82.

Cross, F., 1973. The behavior of stock prices on Fridays and Mondays. *Financial Review*, 10(1), 1-10.
de Martino, B., Kumaran, D., Holt, B., Dolan, R.J., 2009. The neurobiology of reference-dependent value computation. *The Journal of Neuroscience*, 29(12), 3833-3842.

Epstein, L.G., Zin, S.E., 1989. Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 57(5), 937-969.

Estrada, J., 2002. Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4), 365-379.

Fama, E.F., 1970. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25, 383-417.

Fama, E.F., French, K.R., 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3-56.

Glimcher, P.W., Fehr, E., 2013. *Neuroeconomics: Decision making and the brain*. Academic Press.

Holmes, M.J., Iregui, A.M., Otero, J., 2015. Interest rate pass through and asymmetries in retail deposit and lending rates: An analysis using data from Colombian banks. *Economic Modelling*, 49, 270-277.

Holton, G.A., 2003. *Value-at-Risk*, Academic Press, San Diego.

Kahneman, D., Tversky, A., 1979. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47, 263–291.

Keating, C., Shadwick, W.F., 2002. A universal performance measure. *Journal of performance measurement*, 6, 59–84.

Keim, D.B., 1985. Dividend yields and stock returns: Implications of abnormal January returns. *Journal of Financial Economics*, 14(3), 473-489.

Kuhnen, C.M., Knutson, B., 2005. The neural basis of financial risk taking. *Neuron*, 47(5), 763-770.

Lintner, J., 1965. The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47, 13–37.

Linville, P.W., Fischer, G.W., 1991. Preferences for separating or combining events. *Journal of personality and social psychology*, 60(1), 5.

Markowitz, H., 1952. Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Markowitz, H. M., 1968. *Portfolio selection: efficient diversification of investments* (Vol. 16). Yale university press.

Merton, R.C., 1973. An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 867-887.

Mossin, J., 1966. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34, 768–783.

Pastor, L., Stambaugh, R.F., 2003. Liquidity Risk and Expected Stock Returns. *Journal of Political Economy*, 111(3).

Post, T., Levy, H., 2005. Does risk seeking drive stock prices? A stochastic dominance analysis of aggregate investor preferences and beliefs. *Review of Financial Studies*, 18(3), 925-953.

Rockafellar, R.T., Uryasev, S., 2000. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2, 21–41.

Ross, S. A., 1976. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of economic theory*, 13(3), 341-360

Rozeff, M.S., Kinney, W.R., 1976. Capital market seasonality: The case of stock returns. *Journal of financial economics*, 3(4), 379-402.

Sharpe, W.F., 1964. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19, 425–442.

Treynor, J. L., 1962. Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. Robert Korajczyk (Ed.), *Asset Pricing and Portfolio Performance*. London: Risk Books. 1999

Tversky, A., Kahneman, D., 1992. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and uncertainty*, 5(4), 297-323.

Von Neumann, J., Morgenstern, O., 2007. *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press.