

Bose-Einstein kondenzátum gerjesztéseinek elméleti vizsgálata

Ph.D. tézisfüzet

Schumayer Dániel

Témavezető: Dr. Apagyi Barnabás



Elméleti Fizika Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
2004

- [V.] Apagyi Barnabás és Schumayer Dániel,
Assessment of values of interspecies scattering length a_{12} from solitonic stability
ICAP 2004, Rio de Janeiro, Poszter szekció, (2004)
- [VI.] Schumayer Dániel és Apagyi Barnabás,
Nonlinear evolution equations, Inverse Scattering Transformation and Bose-Einstein condensates
Előadás a giesseni egyetem Fizika Intézetében, (2004)

Egyéb publikációk

- [a.] Szilágyi András,
Nemlineáris evolúciós egyenletek megoldása
Inverz Szórás Transzformációval,
TDK dolgozat (2003), I. helyezés és a Pro Progressio Alapítvány különdíja,
Konzulens: Apagyi Barnabás és Schumayer Dániel

3. Eredmények

1. A csatolt Gross-Pitajevskij (CGP) egyenlet integrálhatóságát a Painlevé analízis módszerével vizsgáltuk [1]. Ez a technika egy adott differenciál-egyenlet megoldásainak szingularitásait osztályozza. A CGP egyenletet ilyen módszerrel megvizsgálva, az integrálhatóság egyik feltételként az alábbi kifejezést kaptam:

$$\frac{2T_{11}T_{22} - (\vartheta/\lambda) T_{11}T_{12} - (\lambda/\vartheta) T_{21}T_{22}}{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}} = \frac{1}{16} [(2m+1)^2 + 7],$$

ahol m egy nem-negatív egész szám, λ és ϑ fordítottan arányos az egyes komponenseket alkotó atomok tömegével, míg T_{ij} a szóráshosszal arányos mennyiség. Továbbá az m szám osztályozza a külső potenciál-családokat. Ilyen módon a rendszer paraméterei és a csapda-potenciál kölcsönösen meghatározzák egymást anélkül, hogy az integrálhatóság sérülne.

2. Számítógépes algebrai programmal sikerült kiértékelni a Painlevé tesztből adódó kompatibilitási feltételeket, amik az integrálhatóságot nem sértő külső potenciálokra adnak megszorításokat. Megmutattam [1], hogy a rubídiummal végzett kísérletnek megfelelő $m = 2$ esetén, a potenciál általános alakja az alábbi lehet ($j = 1, 2$):

$$V_j(x, t) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{2} \frac{d\beta_j(t)}{dt} - \beta_j^2(t) \right) x^2 + V_j^{(1)}(t)x + V_j^{(0)}(t) + i\beta_j(t),$$

ahol $V_j^{(1)}$, $V_j^{(0)}$ és β_j tetszőleges valós függvényei a t időnek. A CGP egyenlet integrálhatósága megköveteli, hogy a V_j potenciálok a térváltozótól legfőljebb négyzetesen függjenek. Láthatjuk, hogy a térváltozóban kvadratikusan tag és a képzetes tag szoros kapcsolatban állnak egymással. Ez utóbbit mint forrás-tagot értelmezhetjük, ami pozitív hogyha táplálás és negatív ha disszipáció van jelen. Bár ez a kifejezés nem írhatja le a valós harmonikus potenciált, amit a BEC kísérleti előállításakor használnak, de veszteség/táplálás mindig jelen van ezekben az összeállításokban. Ha a térfüggés lineáris, a potenciál tisztán valós, és tetszőleges időfüggéssel rendelkezhet. Ilyen potenciált miniatürizált elrendezésekben lehet létrehozni.

3. Kétkomponensű Bose-Einstein kondenzátumot leggyakrabban a rubídium elem két hiperfinom állapotából hozzák létre. Amennyiben a két állapot egymásba való átalakulását megtiltjuk, akkor a Painlevé analízis módszerét alkalmazva további megkötéseket vezethetünk le a rendszert jellemző paraméterekre, az integrálhatóságot megőrizve. A fenti esetben a két komponens tömege nyilvánvalóan megegyezik, és a feltételünk az alábbi igen

egyszerű alakban írható:

$$a_{11} < a_{12} < a_{22} \quad \text{vagy} \quad a_{22} < a_{12} < a_{11}.$$

Ezek az egyenlőtlenséget azt állítják tehát, hogy a különböző komponensek közötti szóráshossz érték az azonos komponenseken belül érvényes szóráshosszak értékei között kell helyet foglaljon. Máskülönben a két csapda-potenciál ellentétes hatású lenne, azaz valamelyik komponenst nem tartaná együtt a külső potenciál.

4. A csatolt nemlineáris Schrödinger egyenlet potenciálos és potenciál-mentes alakjainak hasonlóságát kihasználva a hozzájuk tartozó megoldások között transzformációs összefüggést vezettem le [2], föltételezve: a külső potenciál jelenléte a hullámfüggvénynek mind az amplitudóját, mind a fázisát befolyásolja. Kiindulva egy optikai szoliton megoldásból, megmutattam, miképpen használható ez a transzformáció térben lineáris illetve harmonikus potenciálok esetében, hogyha a kondenzátumot nátrium és rubídium atomok alkotják.
5. A Gross-Pitajevskij közelítésen belül vizsgáltam [3] kétkomponensű Bose-Einstein kondenzátumban létrehozható statikus szoliton gerjesztések stabilitását. Egyetlen komponens esetében egy kölcsönhatási paraméter van, az s -hullámú szóráshossz, amit a külső mágneses térrel hangolhatunk és evvel a stabilitást teljesen befolyásolhatjuk. Két komponens esetén már három szóráshossz paraméterünk van: az adott komponensen belüli kölcsönhatást leíró és a különböző komponensek közötti szórást jellemző szóráshosszak. Kétkomponensű BEC-ek stabilitásának általános megoldása eddig még nem ismeretes.
6. Sztatikus szoliton típusú gerjesztések stabilitásának speciális esetére megadtam [4] egy általános összefüggést a kereszt-szóráshosszak értékeire. Ebben az egyenlőtlenségekben a kereszt-szóráshossz érték (a_{12}) az egyes komponenseket alkotó atomok számától nem, csak azok szóráshossz értékeitől (a_{11} , a_{22}) függ. Amennyiben a fizikailag mért szóráshossz a megadott intervallumba esik, a részecskék számát is pontosan meghatározhatjuk. Az eljárást bemutattam [4] több kísérletileg preferált két-komponensű rendszer, mint például Li-Rb és K-Rb, esetében.
7. Elért eredményeimet a publikációk mellett konferenciákon [I, II, V] illetve szemináriumi előadások [III, IV, VI] keretében is ismertettem. Mindeközben az analitikus számolások mellett kifejlesztettünk egy numerikus kódot is az Inverz Szórás Transzformáció Lax-féle formalizmusát használva [a].

Hivatkozások

- [1] Dániel Schumayer and Barnabás Apagyi,
Painlevé test of coupled Gross-Pitaevskii equations,
J. Phys. A.: Math. Gen., **34**(23) 4969 (2001)
- [2] Dániel Schumayer and Barnabás Apagyi,
Relation between optical and atomic solitons,
Phys. Rev. A., **65**(5) 053614 (2002)
- [3] Dániel Schumayer and Barnabás Apagyi,
Stability of static solitonic excitations of two-component Bose-Einstein condensates in finite range of interspecies scattering length a_{12} ,
Phys. Rev. A., **69**(4) 043620 (2004)
- [4] Barnabás Apagyi and Dániel Schumayer,
Assessment of interspecies scattering lengths a_{12} from stability of two-component Bose-Einstein condensates,
megjelenése folyamatban van.

Konferenciák, előadások

- [I.] Schumayer Dániel és Apagyi Barnabás,
Painlevé test of coupled nonlinear Schrödinger equations and Bose-Einstein condensates
Q-Math8, Taxco, Konferencia előadás, (2001)
- [II.] Schumayer Dániel és Apagyi Barnabás,
On the existence of soliton excitations in multicomponent Bose-Einstein condensation
ICAP 2002, Cambridge, MIT-Harvard, Poszter szekció, (2002)
- [III.] Schumayer Dániel és Apagyi Barnabás,
Painlevé test of Coupled Gross-Pitaevskii Equations and Bose-Einstein Condensates
Előadás a tübingeni egyetem Fizika Intézetében, (2002)
- [IV.] Schumayer Dániel és Apagyi Barnabás,
Gerjesztések Bose-Einstein kondenzátumban
Előadás a Központi Fizikai Kutató Intézet RMKI, Plazmafizikai Osztály Szemináriumán, (2003)

1. Bevezetés

A kvantummechanika és statisztikus fizika eszköztárával könnyen belátható, hogy bozonok alkototta rendszerben kellően alacsony hőmérsékleten kondenzáció játszódik le: a részecskék makroszkopikus hányada ugyanazon kvantumállapotot tölti be. Ezt a jelenséget hívjuk Bose-Einstein kondenzációnak (BEC). Bár az effektust elméleti számolás alapján már 1924-ben megjósolták, kísérletileg csak hét évtizeddel később, 1995-ben, figyelték meg és igazolták a létét véges alkáli rendszerekben.

A kísérleti megfigyelést követően kiterjedt elméleti kutatás kezdődött, amely napjainkra igen szerteágazó területet ölel föl. Ezt a kitüntetett figyelmet avval magyarázhatjuk, hogy a Bose-Einstein kondenzáció jelenségének vizsgálata rendkívüli hatással van az elméleti és kísérleti fizika egymástól látszólag távoli területeire, például az optikára, a statisztikus fizikára, az atomi ütközések elméletére, a mezoszkopikus rendszerek viselkedésének kutatására, és napjainkban már a kvantum informatikára is.

A Bose-Einstein kondenzátum dinamikájának, illetve a benne kelthető gerjesztéseknek a pontos leírása a soktestprobléma eszköztárát igényli. Jelentősen csökkenthetjük a feladat nehézségét, ha csak a két részecske között ható merev-gömb kölcsönhatást vesszük figyelembe. Ilyen föltételezéssel a mozgásegyenlet jelentősen egyszerűsödik, bár továbbra is nemlineáris marad. Ezt hívjuk Gross-Pitajevszkij egyenletnek.

2. Célkitűzések

Sokrészecske rendszerek vizsgálatakor egyik célunk az energia-spektrum meghatározása, azaz hogy megtudjuk: milyen gerjesztések keletkezhetnek. Ph.D. dolgozatom egyik célja éppen az, hogy a két-komponensű Bose-Einstein kondenzátum speciális, ún. szoliton típusú gerjesztéseit megtaláljuk.

Elsőként azt vizsgáltam: lehet-e a csatolt Gross-Pitajevszkij egyenletnek szoliton megoldása? Ha létezik, akkor találjunk módszert a megoldások előállítására. A kérdés szorosan kapcsolódik az integrálhatóság fogalmához. Amennyiben az egyenletünk teljesíti az integrálhatóság föltételeit, abban az esetben megpróbáljuk az Inverz Szórás Transzformáció segítségével megoldani és a szoliton típusú megoldásokat megkeresni.

Vizsgálatainkat a néhány évvel ezelőtt egy-komponensű rendszereken végzett kísérleti megfigyelések motiválták. Két kísérleti csoportnak sikerült *bright* illetve *dark* szoliton gerjesztést előállítani. Ezekre úgy tekinthetünk, mint a szoliton gerjesztések egyik legegyszerűbb formájára.