



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Híradástechnikai Tanszék

Nem-markovi viselkedés közelítése markovi modellekkel

Ph.D. disszertáció téziséhez

Horváth András

Konzulens
Dr. Telek Miklós docens

Budapest, 2003

© Horváth András 2003

Kivonat

A doktori dolgozatban megfogalmazott új eredmények két csoportba sorolhatók.

Az eredmények első része, amelyet az 1. téziscsoport ismertet, részletesen bemutatja a diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú (ADPH) eloszlások tulajdonságait, különös tekintettel arra, hogy ezek hogyan befolyásolják az ADPH eloszlások felhasználhatóságát modellezési feladatokban. Továbbá algoritmust adok az ADPH eloszlások paramétereinek meghatározására a maximum likelihood becslés segítségével.

A további eredményeket a 2. és a 3. téziscsoport mutatja be. Ezek az eredmények arra vonatkoznak, hogy távközlő hálózatok forgalmának sajátos tulajdonságai, úgy mint a nehéz farkú eloszlások jelenléte, a hosszú távon összefüggő, önhasonló vagy fraktál jellegű folyamatok, hogyan modellezhetőek markovi eszközökkel.

1. A kutatás háttere

Napjainkat a távközlő hálózatok erőteljes változása és fejlődése jellemzi. Az újfajta technológiák és architektúrák alkalmazása új szolgáltatásokat tesz lehetővé. A gyakorlatban még kipróbálatlan módszerek bevezetésekor mind a gazdaságosság, mind a szolgáltatások minőségének biztosítása szempontjából fontos, hogy pontos ismeretekkel rendelkezünk az új eljárás teljesítőképességéről.

A teljesítményanalízis történhet a módszert leíró sztochasztikus modell elemzésén keresztül. Gyakorlatban sokat használt sztochasztikus modellosztályt alkotnak a minden időpontban Markov-tulajdonsággal rendelkező véletlen folyamatok, az úgy nevezett Markov-láncok. A Markov-láncok segítségével történő teljesítményelemzés elterjedtségének oka, hogy ezen modellosztály numerikus analízise viszonylag könnyű (legalábbis számos, a Markov-tulajdonsággal nem rendelkező véletlen folyamat elemzéséhez képest), és számos algoritmus illetve, programcsomag áll a modellezést végzők rendelkezésére.

A Markov-lánc lehet diszkrét idejű, amely esetben az állapotváltások között eltelt idő geometriai eloszlású, vagy folytonos idejű, amikor is exponenciális eloszlású az állapotváltások közötti időtartam. Érezhető, hogy a Markov-láncoknak ez a tulajdonsága korlátot jelent a tekintetben, hogy milyen jelenségek modellezhetőek megfelelő pontossággal. Ez a korlátozás mérsékelhető oly módon, hogy a Markov-lánc több állapota reprezentálja a rendszer egyetlen állapotát, azaz a rendszerbeli állapotátmenetek között eltelt időszakot az az időtartam adja, amíg a Markov-lánc elhagyja egy állapotcsoportját. Ebben az esetben a Markov-lánc adott állapotcsoportján belül úgy kell kialakítani az állapotátmeneteket leíró intenzitásokat, hogy

az állapotcsoportból való kilépés időtartama minél pontosabban olyan eloszlást kövessen, amilyenre a modellezés során szükségünk van. Fontos feladat közelítő eljárások kidolgozása, illetve annak vizsgálata, hogy a kapott közelítések mennyire pontosak.

Eloszlások közelítésén túl lényeges probléma véletlen folyamatok közelítése is. Ez szükséges lehet például a rendszer által kiszolgálandó felhasználói igények érkezésének modellezésekor. Természetes, hogy amennyiben markovi módszerekkel kívánjuk elvégezni a rendszer analízisét, a felhasználói igényeket leíró folyamat is markovi folyamat kell, hogy legyen. Ebben az esetben is feladat közelítő eljárások kidolgozása, illetve pontosságuk vizsgálata.

2. A kutatás célkitűzései

A doktori tanulmányok során végzett kutatások célkitűzései két csoportba oszthatók.

2.1. Diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú eloszlások

A fázis típusú eloszlások Markov-láncok nyelő állapotba jutási idejének eloszlása által adottak [9]. Ha a Markov-lánc diszkrét idejű diszkrét, ha folytonos idejű folytonos eloszlást kapunk. A 70-es évektől kezdve történtek erőfeszítések a folytonos idejű fázis típusú (continuous Phase Type, CPH) eloszlások tulajdonságainak, felhasználási lehetőségeinek megismerésére [10]. Ezzel ellentétben, jóval kevesebb kutatást végeztek a diszkrét idejű fázis típusú (discrete Phase Type, DPH) eloszlások megismerésének érdekében.

Ha az eloszlást körmentes Markov-lánc adja, diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú (ADPH) illetve folytonos idejű, aciklikus (ACPH) fázis típusú eloszlásokról beszélünk. A tapasztalatok azt mutatják, hogy aciklikus fázis típusú eloszlásokra korlátozni a felhasznált fázis típusú eloszlások körét nem jelent lényeges korlátozást gyakorlati szempontból.

Az ADPH eloszlásokkal kapcsolatban a következők voltak a célkitűzések:

- Az ADPH eloszlások tulajdonságainak pontos feltérképezése. A tulajdonságok megismerése során hangsúlyos feladat az ADPH és az ACPH eloszlások közti hasonlóságok és különbségek megfogalmazása.
- Olyan eljárás kidolgozása, amely általános eloszláshoz megadja az azt közelítő, adott fokszámú ADPH eloszlás paramétereit. Az illesztő eljárás tesztelése, a kapott közelítések pontosságának összehasonlítása az ACPH eloszlások általi közelítések pontosságával.

Az ADPH eloszlásokkal kapcsolatos eredményeket az 1. téziscsoportban foglaltam össze.

2.2. Forgalmmodellezés markovi eszközökkel

Közelmúltban végzett, távközlő hálózatok forgalmát vizsgáló mérések számos olyan jelenséget mutattak meg, melyek markovi eszközökkel történő modellezése a hagyományos paraméterbecslő eljárásokkal nem kielégítő. Ilyen jelenségek a nehéz farkú eloszlást követő véletlen mennyiségek és a hosszú távon összefüggő folyamatok. Az ehhez a kutatási irányhoz tartozó konkrét célkitűzéseim a következők voltak:

- Annak vizsgálata, hogy a fázis típusú eloszlás paramétereinek meghatározása során használt távolságmérték hogyan befolyásolja a nehéz farkú eloszlások közelítésének pontosságát.
- Eljárás kidolgozása nehéz farkú eloszlások fázis típusú eloszlásokkal való hatékony és kellően pontos közelítésére. Az eljárás tesztelése és a kapott közelítések pontosságának vizsgálata.
- Olyan módszerek kifejlesztése, melyek lehetővé teszik hosszú távon összefüggő folyamatok viselkedésének közelítését markovi folyamatokkal. Természetesen ebben az esetben is cél volt a kapott közelítő modellek pontosságának ellenőrzése.

A kapcsolódó eredményeket a 2. és a 3. téziscsoport tézisei mutatják be.

3. A kutatás módszertana

A kutatások során alkalmazott módszereket a már bemutatott célkitűzések határozták meg. A feladatok elvégzéséhez szükséges elméleti háttér a következő összetevők alkotják:

- Véletlen folyamatok elmélete, amin belül, a témaválasztásból adódóan, nagy hangsúlyt kapott a markovi véletlen folyamatok elmélete.
- Miután céljaim közé tartozott, hogy valós forgalmi viszonyokat jól közelítő modellek létrehozására képes eljárásokat dolgozzak ki, szükséges volt a mérésekből ismert adatsorok viselkedésének matematikai leírását adó statisztikai tesztek ismerete. Lényeges volt ezen kívül a szintén a statisztika elméletébe tartozó paraméterbecslő eljárásokban való jártasság is.

A kutatási módszertant tekintve gyakorlati szempontból a következő lényeges elemek említhetők:

- Távközlő hálózatok forgalmi viszonyaira vonatkozó mérések során gyűjtött adatok elérhetők a világhálóról [12].
- A rendelkezésre álló adatok elemzése érdekében szükséges volt a statisztikai tesztek implementálása.

A kutatások során kidolgozott eljárások alkalmazhatóságának vizsgálatához szükségesek voltak a következő elemek:

- Az eljárás implementálása.
- Annak ellenőrzése, hogy a módszer által adott közelítés statisztikai szempontból milyen mértékben egyezik meg az eredeti, mért adattal.
- A közelítés összetett sztochasztikus modellben történő kipróbálása, azaz annak ellenőrzése, hogy például egy sorbanállási rendszerben használva a közelítést, mennyire pontos közelítést kapjuk a rendszer egészét tekintő teljesítményjellemzőknek.

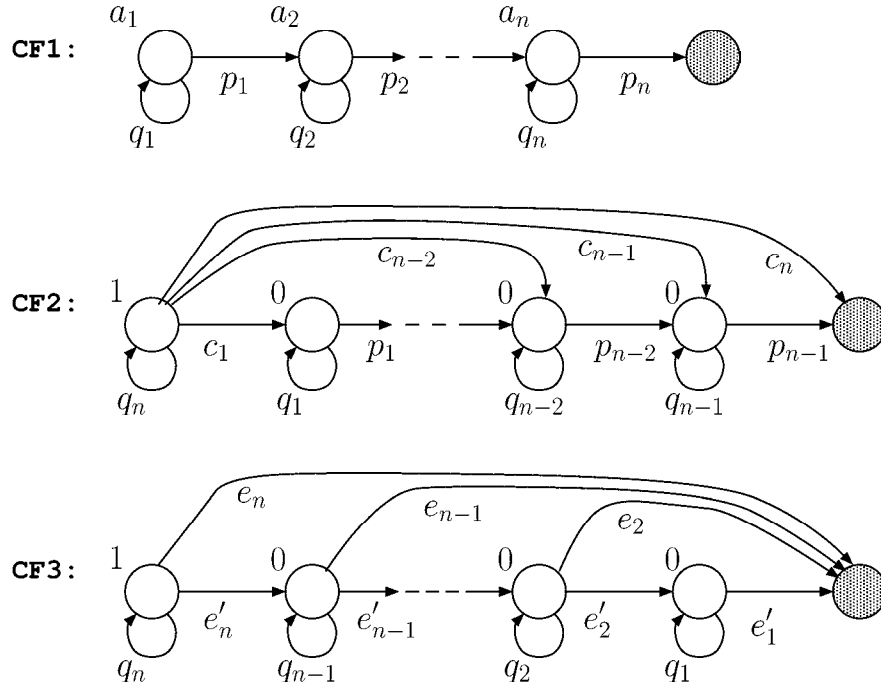
4. Új tudományos eredmények

1. téziscsoport: Diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú eloszlások

A doktori disszertáció első felében a diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú (ADPH) eloszlásokkal kapcsolatos kutatások során elért eredményeimet foglaltam össze, különös tekintettel arra, hogy milyen hasonlóságokat illetve különbségeket mutatnak a folytonos idejű fázis típusú eloszlásokkal való összehasonlításban. A következő három tétel az elért eredmények legfontosabbjait ismerteti.

1.1. tézis. *Megmutattam, hogy bármely diszkrét idejű, aciklikus fázis típusú eloszlás áttranszformálható az 1. ábrán látható kanonikus reprezentációk bármelyikébe. Ezen kanonikus formák bármelyike minimális reprezentációját adja az adott ADPH eloszlásnak abban az értelemben, hogy a lehető legkevesebb paraméterrel, egyértelműen írja le az eloszlást. A kanonikus formák között a következő egyenletek teremtenek összefüggést:*

$$c_k = a_k p_n, \quad s_i = \sum_{j=1}^i a_j, \quad e'_i = \frac{a_i}{s_i} p_i, \quad e_i = \frac{s_{i-1}}{s_i} p_i. \quad (1)$$



1. ábra. ADPH eloszlások kanonikus, minimális reprezentációi

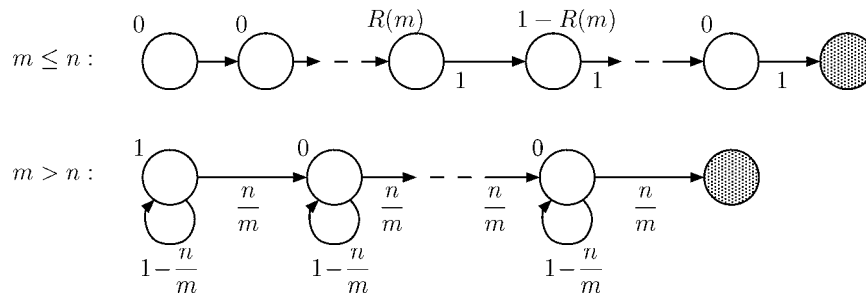
Az előző tézis az ADPH eloszlások egy olyan tulajdonságát adja, amelyhez nagyon hasonló megfogalmazható ACPH eloszlásokra is [5].

Triviális különbség a folytonos és a diszkrét eset között, hogy ADPH eloszlással 0 relatív szórású (azaz determinisztikus) időtartamok is modellezhetők, ami nem lehetséges ACPH eloszlásokkal. A következő tézissel ennél pontosabban fogalmaztam meg, hogy milyen mértékben tér el a diszkrét eset a folytonostól a minimális relatív szórás tekintetében.

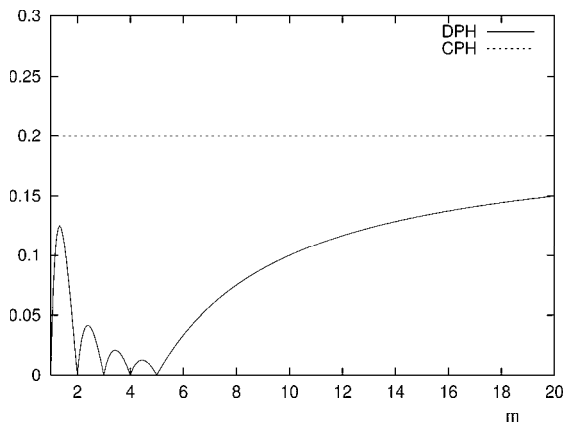
1.2. tézis. *Az n fázisú ADPH eloszlások által megvalósítható legkisebb relatív szórás az eloszlás várható értékének függvényében a következő:*

$$cv_{\min}^2(m) = \begin{cases} \frac{R(m)(1 - R(m))}{m^2} & \text{ha } m \leq n, \\ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} & \text{ha } m > n, \end{cases} \quad (2)$$

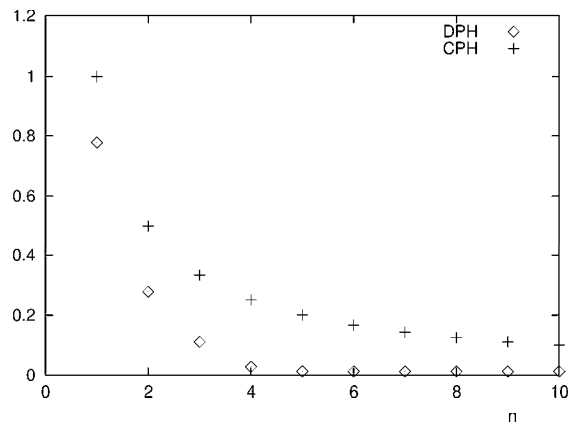
ahol m jelöli az eloszlás várható értékét, $R(m)$ pedig m tört részét. A minimális relatív szórást realizáló struktúra, mely függ n és m viszonyától, a 2. ábrán látható.



2. ábra. Minimális relatív szórást realizáló ADPH struktúrák



3. ábra. Elérhető minimális relatív szórás $n = 5$ esetén



4. ábra. Elérhető minimális relatív szórás $m = 4.5$ esetén

A folytonos idejű esetre Aldous és Shepp tétele adja meg az elérhető minimális relatív szórást [1]: ACPH eloszlások esetében ez nem függ a várható értéktől, hanem csak a fázisok számától, a relatív szórásnégyzet értéke pedig $1/n$. A folytonos és diszkrét esetek összehasonlítása az elérhető minimális relatív szórás szempontjából rögzített fokszámra a 3. ábrán, rögzített várható értékre pedig a 4. ábrán látható. Látható, hogy ha az illesztés nehézségét az illesztendő eloszlás alacsony szórása adja, és az alacsony szórás modellezése fontos, az ADPH eloszlások alkalmazása hatékonyabb, mint az ACPH eloszlásoké.

Az ADPH eloszlások modellezési feladatokban történő felhasználásához paraméterbecslő eljárásra van szükség.

1.3. tézis. *Illesztő eljárást dolgoztam ki, amely minták halmazára megadja a minták eloszlását közelítő ADPH eloszlás paramétereit. Az eljárás a likelihood függvény maximalizálását valósítja meg.*

Az eljárás újszerűségét az adja, hogy a likelihood függvény deriváltját egy idő-tartománybeli kifejezéssel adtam meg, amely numerikusan stabilabb algoritmushoz vezetett, mint a korábban ismert z-tartománybeli kifejezések.

A paraméterbecslő eljárást hitelesítő részletes teljesítményelemzést olyan eloszlásokkal végeztem, amelyekre ismertek az ACPH közelítés jósági paraméterei [3]. A próbák során jól érzékelhető volt gyakorlatban is az 1.2 tézisben kimondott elméleti eredmény: alacsony relatív szórású eloszlások esetén ADPH eloszlásokat alkalmazva kedvezőbb illesztéshez jutunk, mint ACPH eloszlásokat használva. Kiderült továbbá az is, hogy alacsony relatív szórású eloszlások esetén az 1.2 tézis segítséget nyújt a minimálisan szükséges fázisok számának meghatározásához.

Az 1. téziscsoportban bemutatott tézisek több más, az ADPH eloszlásokra vonatkozó eredménnyel együtt kerültek publikálásra [J2]. Az illesztő eljárás elérhető a PhFit programban [C8]. Az ADPH és ACPH eloszlások mélyebb, modellezési szempontból való összehasonlítása [J1]-ben található.

2. téziscsoport: Nehéz farkú eloszlások közelítése fázis típusú eloszlásokkal

A 1980-as évektől kezdve számos, fázis típusú eloszlások paramétereit becslő eljárás került kidolgozásra. A módszerek közös tulajdonsága, hogy valamilyen meghatározott távolságmérték szerint végzik az illesztést [7].

2.1. tétel. *Az eddigieknél általánosabb illesztő eljárást dolgoztam ki és implementáltam, amely tetszőleges távolságmérték szerint keresi az optimális fázis típusú eloszlást adó paramétereket.*

A nemlineáris optimalizálási probléma a paramétertér egy véletlenül kiválasztott pontjából indulva a célfüggvény iteratív linearizálásával kerül megoldásra. Az algoritmus végrehajtása során minden lépésében szükség van a távolságmérték paraméterek szerinti deriváltjaira, amelyeket numerikus számításokkal határozunk meg.

Az elmúlt évtizedben végzett, telekommunikációs rendszereket tekintő mérésekből gyűjtött statisztikákból kiderül, hogy számos, a hálózatokra jellemző mennyiség nehéz farkú eloszlást követ [4]. Az általános illesztő eljárással vizsgálatokat végeztem arra nézve, hogy milyen távolságmérték alkalmazásával lehet nehéz farkú eloszlásokat hatékonyan közelíteni. Megállapítottam, hogy az általában használt távolságmértékek egyike sem megfelelő a nehéz farkú eloszlások kellően pontos illesztésére.

Feldman és Whitt kidolgoztak egy heurisztikus eljárást nehéz farkú eloszlások hyperexponenciális eloszlásokkal történő illesztésére [6]. Módszerük hátránya, hogy csak monoton csökkenő sűrűségfüggvényű eloszlásokra alkalmazható.

2.2. tézis. *Nehéz farkú eloszlások hatékony közelítésének érdekében olyan illesztő eljárást dolgoztam ki, amely kombinálja az általános távolságmérték szerinti illesztő eljárást az előbb említett, heurisztikus, nehéz farkú eloszlások illesztésére használt módszerrel. A kombinált eljárás feloldja a heurisztikus módszer hordozta megszorítást.*

Az eljárás először az eloszlás farokviselkedését közelítő hyperexponenciális eloszlás paramétereit határozza meg. Ezután kerül végrehajtásra az általános távolságmérték szerinti illesztő eljárás, amely csak a fő rész viselkedését veszi figyelembe. Az általános eljárást módosítani kellett, hogy összekapcsolható legyen a heurisztikus eljárással.

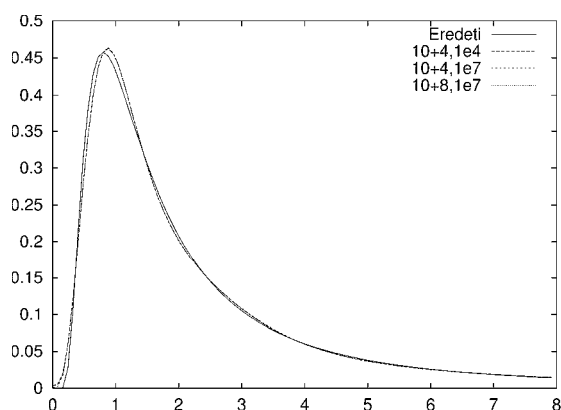
Az új eljárás által adott közelítés jóságát mind a közelítő és az eredeti eloszlás összehasonlításával, mind ezen eloszlások összetettebb modellekben való alkalmazásával vizsgáltuk. Az elemzés bizonyította, hogy a javasolt, kombinált eljárás gyakorlatban is jól használható.

Az illesztési eljárás tulajdonságait illusztrálja az 5. és a 6. ábra egy Pareto-szerű eloszlás illesztésén keresztül. A görbékhez tartozó feliratban szereplő $X+Y$ kifejezésben X jelöli az eloszlás fő részének illesztésére használt fázisok számát, míg Y a farokillesztés fokszámát. A felirat további része a farokillesztés felső határát adja meg. A kombinált eljárás elkülöníti a fő rész és a farok illesztését, lehetőséget adva ezzel arra, hogy a fő rész, illetve a farok illesztésének pontossága egymástól függetlenül állítható be. Látható az is, hogy a fázis típusú eloszlás csak véges határig követi az eredeti polinomiális farokviselkedést, az a pont azonban, ahonnan kezdve a fázis típusú eloszlás sűrűségfüggvénye eltávolodik az eredetitől szabadon megválasztható. A 7. és a 8. ábra ugyanezen eloszlás és a hozzátartozó illesztések sorviselkedését mutatják a sorhossz eloszláson keresztül. Az igények Poisson-folyamat szerint érkeznek, és a Pareto-szerű eloszlásnak megfelelő idő alatt nyernek kiszolgálást. Megfigyelhető, hogy a sorviselkedés tükrözi a farok illesztésének tulajdonságait.

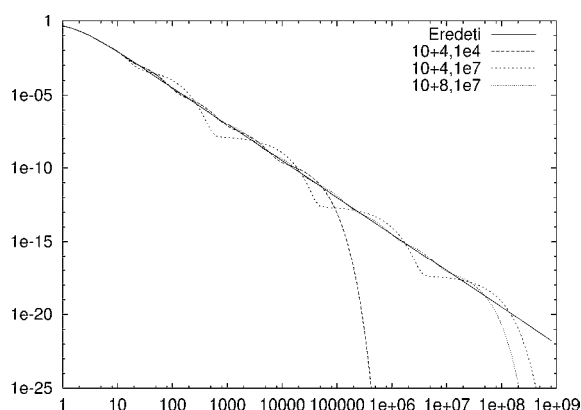
[C16] tartalmazza a 2. téziscsoportban összefoglalt eredményeket. Az általános és a kombinált illesztő eljárás elérhető a PhFit programban [C8].

3. téziscsoport: Önhasonló és multi-fraktál jellegű folyamatok közelítése markovi érkezési folyamattal

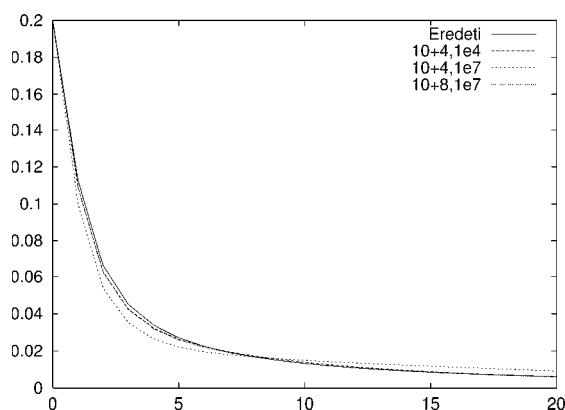
A közelmúltban gyűjtött statisztikák a nehéz farkú eloszlások jelenlétén túl azt is kimutatták, hogy a távközlő hálózatok forgalma hosszú távon összefüggő folyamat [8]. Ennek modellezése



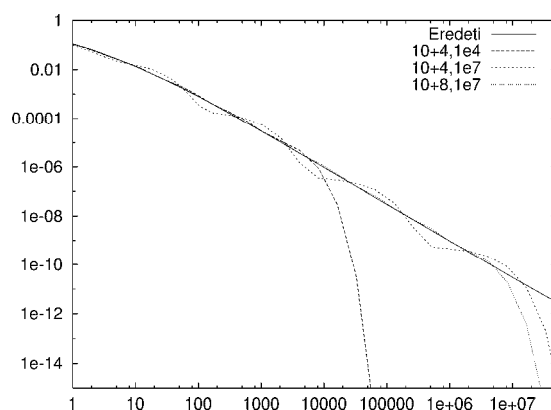
5. ábra. Nehéz farkú eloszlás illesztése (fő rész)



6. ábra. Nehéz farkú eloszlás illesztése (farok)



7. ábra. Sorviselkedés (fő rész)



8. ábra. Sorviselkedés (farok)

során hangsúlyt kap a forgalom önhasznó és multi-fraktál jellegének közelítése. A kapcsolódó kutatások kezdeti szakaszában általánosan elfogadott volt a feltevézés, hogy ezek a tulajdonságok nem modellezhetők kellő pontossággal markovi eszközökkel. Vizsgálataim ebben a témakörben arra irányultak, hogy olyan markovi forgalommodelleket javasoljak, melyek a lényeges időskálákon magukban hordozzák az önhasznó vagy multi-fraktál jelet.

A következő tézisben bemutatott markovi érkezési folyamat úgy nevezett „pseu-do-önhasznó” tulajdonsággal bír, azaz több időskálán keresztül önhasznóságot mutat.

3.1. tézis. [11]-ből ismert eredmény, hogy ha egy felújítási folyamatban a felújítási időszakot a

$$f(x) = \frac{c \cdot a^c}{(x + a)^{c+1}}, \quad x \geq 0 \quad (3)$$

sűrűségfüggvényű eloszlás írja le, akkor a folyamat aszimptotikusan másodrendű önhasonlóságot mutat

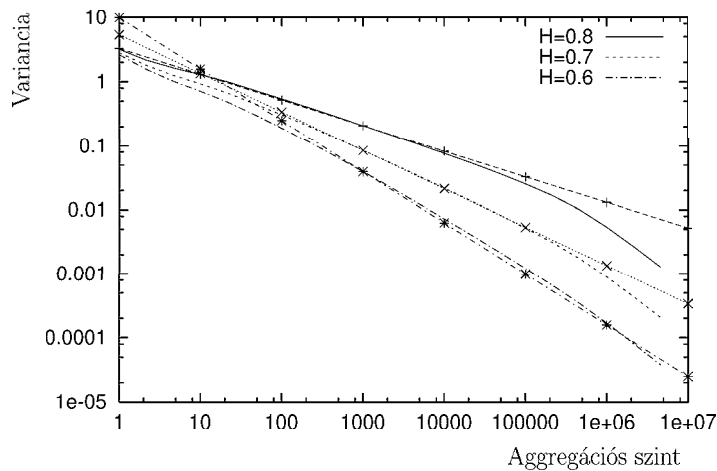
$$H = \frac{3 - c}{2} \quad (4)$$

Hurst-paraméterrel.

Megmutattam, hogy ha egy felújítási folyamatban a felújítási időszakot leíró eloszlás a (3) sűrűségfüggvényű eloszlást közelítő fázis típusú eloszlás, akkor a folyamat, a közelítés paramétereinek megfelelő megválasztása esetén, több időskálán keresztül „pseudo-önhasonlóságot” mutat. A folyamat „pseudo-önhasonlóságának” mértékét leíró Hurst-paraméter értéke (4) által adott.

A variancia-idő görbe egy egyszerű teszt egy folyamat önhasonlóságának fölismerésére az aggregált folyamat varianciájának viselkedése alapján [2]. Ha a görbe közel lineáris β meredekséggel, akkor a Hurst-paraméter $H = 1 + (\beta/2)$. A 9. ábra példákat mutat különböző fázis típusú felújítási folyamatok variancia-idő görbéjére az adott Hurst-paraméterhez tartozó egyenessel együtt. Látható, hogy a vizsgált markovi felújítási folyamat több skálán keresztül önhasonlónak bizonyul a teszt alapján.

A 3.1 tézis segítségével olyan markovi forgalommodell konstruálható, amelynek hosszú távú, önhasonló jellegű viselkedése a Hurst-paraméter által adott. Valós hálózati forgalom modellezésének érdekében olyan markovi forgalommodell létrehozására van szükség, amivel a forgalom más fontos paraméterei is beállíthatók.

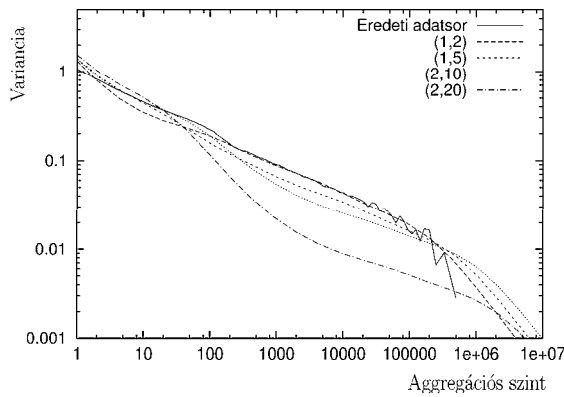


9. ábra. Fázis típusú felújítási folyamatok variancia-idő görbéi

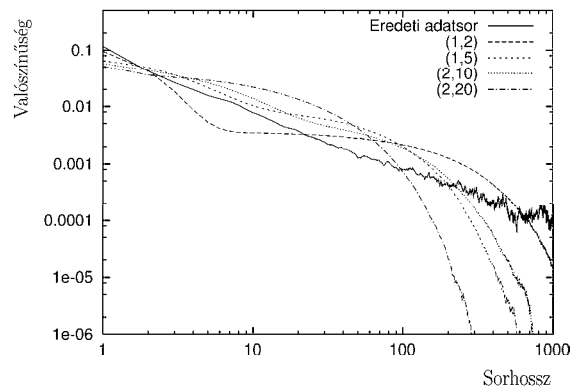
3.2. tézis. *Olyan eljárást adtam markovi forgalommodell konstruálására, amellyel beállítható a forgalom átlagos intenzitása, az érkezések számának szórása két időpontra, valamint a hosszú távú viselkedést leíró Hurst-paraméter.*

Az eljárás először a kívánt hosszú távú viselkedést valósítja meg a 3.1 tézisben említett fázis típusú felítási folyamat segítségével. Ezután egy kétállapotú Markov-modulált Poisson-folyamat hozzáadásával állítja be a forgalom átlagos intenzitását és az érkezések számának szórását két időpontra.

A 3.2 tézisben említett eljárás által adott forgalommodell sokféle statisztikai szempontból nagyon hasonló pontfolyamatot ad, mint a valós hálózati forgalom. Erre mutat példát a 10. ábra, amelyen az eredeti adatsor és néhány hozzátartozó illesztés variancia-idő görbéje látható. Az (x, y) jelű illesztés az érkezések számának szórását az ax és ay hosszúságú időszakokra állítja be, ahol a az átlagos érkezési időköz. A 11. ábrán az eredeti, illetve az illesztések által adott sorhossz látható feltételezve, hogy determinisztikus a kiszolgálási idő és 0.8 a kihasználtság. A statisztikai paraméterek elfogadható illesztésének ellenére a sorviselkedés szempontjából jelentősek az eltérések. Ennek bizonyos esetekben oka lehet az, hogy a hosszú távú viselkedést egyetlen paraméterrel írjuk le, míg az, a valóságban összetettebb. Ezen bonyolultabb hosszú távú viselkedés leírását szolgálják a multi-fraktálok elméletében használatos statisztikai módszerek.

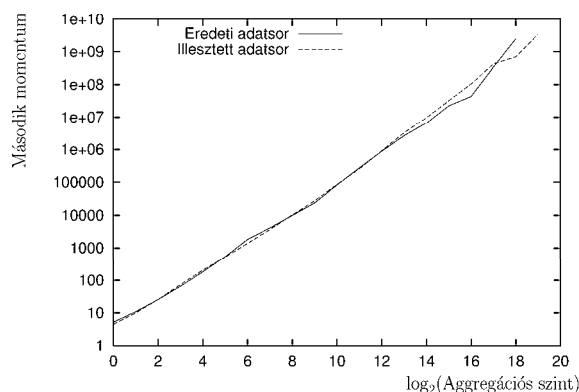


10. ábra. Az eredeti adatsor és különböző illesztések variancia-idő görbéi

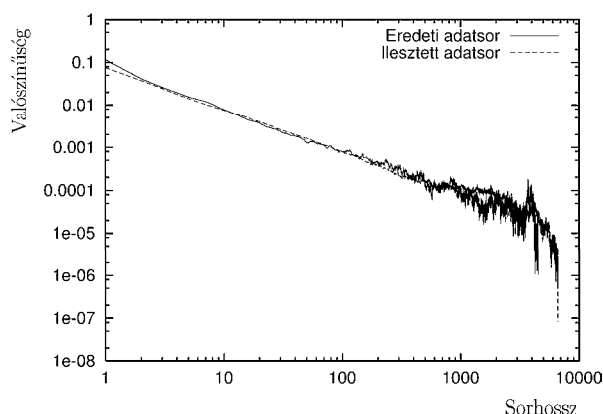


11. ábra. Az eredeti adatsor és különböző illesztések által adott sorhosszeloszlás

3.3. tézis. *A forgalom hosszú távú viselkedésének jobb illesztése érdekében javasoltam egy olyan markovi forgalommodellt, mely struktúrájában a Haar wavelet transzformációra hasonlít. Továbbá kidolgoztam egy egyszerű illesztő eljárást, amely az eredeti forgalom Haar wavelet*



12. ábra. Az eredeti adatsor és az illesztett adatsor Haar wavelet együttthatóinak második momentuma



13. ábra. Az eredeti adatsor és az illesztés által adott sorhosszeloszlás

együttthatóinak második momentuma alapján határozza meg a markovi forgalommodell paramétereit.

A 3.3 tézisben javasolt markovi forgalommodell a statisztikai tesztek alapján multi-fraktál jellegű viselkedést mutat számos időskálán keresztül. Továbbá, az illesztő eljárással létrehozott forgalommodell az eredetihez hasonló viselkedést mutat mind a statisztikai vizsgálatok, mind a sorviselkedés szempontjából. Az illesztő módszer viselkedését illusztrálja a 12. ábra, amin az eredeti adatsor illetve a közelítő modell által generált forgalom Haar wavelet együttthatóinak második momentuma látható az aggregációs szint függvényében. A 13. ábra a sorhossz eloszlását mutatja az eredeti és a generált forgalomra 0.8 kihasználtságnál, determinisztikus kiszolgálási időt feltételezve.

A 3. téziscsoportban összefoglalt eredményeket a [C17, C9] publikációk tartalmazzák.

5. Az eredmények hasznosítása

Az 1. téziscsoporthoz kapcsolódó eredmények az ADPH eloszlásokra vonatkoznak. Ezekben az ADPH eloszláscsalád olyan tulajdonságait sikerült megfogalmazni, melyek azt jelzik, hogy az ADPH eloszlások alkalmazása bizonyos modellezési helyzetekben előnyösebb, mint az ACPH eloszlások használata. Ilyen eset például az alacsony relatív szórású vagy véges tartójú véletlen időtartamok modellezése.

A további eredmények olyan módszerek, melyek távközlő hálózatok tipikus, nem-markovi jelenségeinek markovi modellekkel történő közelítését teszik lehetővé. A javasolt eljárások

lehetőséget biztosítanak a vizsgálandó rendszerek markovi modellek alkalmazásával történő modellezésére. Ennek előnye, hogy a markovi sorbanállási modellek analitikusan és numerikusan egyaránt könnyebben kezelhetők (például mátrix geometrikus módszerekkel), mint az említett jelenségek modellezésére javasolt egyéb modellek.

Hivatkozások

- [1] D. Aldous and L. Shepp. The least variable phase type distribution is Erlang. *Stochastic Models*, 3:467–473, 1987.
- [2] J. Beran. *Statistics for long-memory processes*. Chapman and Hall, New York, 1994.
- [3] A. Bobbio and M. Telek. A benchmark for PH estimation algorithms: results for Acyclic-PH. *Stochastic Models*, 10:661–677, 1994.
- [4] M. E. Crovella, M. S. Taqqu, and A. Bestavros. *A Practical Guide To Heavy Tails*, chapter Heavy-Tailed Probability Distributions in the World Wide Web, pages 3–26. Chapman & Hall, New York, 1998.
- [5] A. Cumani. On the canonical representation of homogeneous Markov processes modelling failure-time distributions. *Microelectronics and Reliability*, 22:583–602, 1982.
- [6] A. Feldman and W. Whitt. Fitting mixtures of exponentials to long-tail distributions to analyze network performance models. *Performance Evaluation*, 31:245–279, 1998.
- [7] A. Lang and J. L. Arthur. Parameter approximation for phase-type distributions. In S. R. Chakravarty and A. S. Alfa, editors, *Matrix-analytic methods in stochastic models*, Lecture notes in pure and applied mathematics, pages 151–206. Marcel Dekker, Inc., 1996.
- [8] W. E. Leland, M. Taqqu, W. Willinger, and D. V. Wilson. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Transactions in Networking*, 2:1–15, 1994.
- [9] M. Neuts. Probability distributions of phase type. In *Liber Amicorum Prof. Emeritus H. Florin*, pages 173–206. University of Louvain, 1975.
- [10] M.F. Neuts. *Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1981.

- [11] B. Ryu and S. B. Lowen. Point process models for self-similar network traffic, with applications. *Stochastic models*, 14, 1998.
- [12] The internet traffic archive. <http://ita.ee.lbl.gov/index.html>.

Publikációs lista

Külföldön megjelent (vagy megjelentetésre elfogadott), idegen nyelvű folyóirat-cikkek

- [J1] A. Bobbio, A. Horváth, and M. Telek. **The scale factor: A new degree of freedom in Phase Type approximation.** *Performance Evaluation*, 2003. Accepted for publication. To appear.
- [J2] A. Bobbio, A. Horváth, M. Scarpa, and M. Telek. **Acyclic discrete Phase Type distributions: Properties and a parameter estimation algorithm.** *Performance Evaluation*, 54(1):1–32, 2003.
- [J3] M. Gribaudo, A. Horváth, A. Bobbio, E. Tronci, E. Ciancamerla, and M. Minichino. **Fluid petri nets and hybrid model-checking: A comparative case study.** *Reliability Engineering & System Safety*, 81(3):239–257, 2003.
- [J4] A. Horváth and M. Telek. **Time domain analysis of non-markovian stochastic Petri nets with pri transitions.** *IEEE Transactions On Software Engineering*, 28(20):933–943, 2002.
- [J5] M. Gribaudo and A. Horváth. **Fluid stochastic Petri nets augmented with flush-out arcs: A transient analysis technique.** *IEEE Transactions On Software Engineering*, 28(10):944–955, 2002.
- [J6] M. Telek and A. Horváth. **Transient analysis of age-MRSPNs by the method supplementary variables.** *Performance Evaluation*, 45(4):205–221, 2001.
- [J7] S. Bernardi, S. Donatelli, and A. Horváth. **Implementing compositionality for stochastic Petri nets.** *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, 3(4):417–430, 2001.
- [J8] M. Gribaudo, M. Sereno, A. Horváth, and A. Bobbio. **Fluid stochastic Petri nets augmented with flush-out arcs: Modelling and analysis.** *Discrete Event Dynamic Systems*, 11:97–111, 2001.

Nemzetközi konferencia-kiadványban megjelent idegen nyelvű cikkek

- [C1] M. Telek, A. Horváth, and G. Horváth. **Analysis of inhomogeneous Markov reward models.** In *NSMC '03 (International Conference on the Numerical Solution of Markov Chains)*, pages 305–322, Urbana, Illinois, USA, Sep. 2003.
- [C2] A. Bobbio, M. Gribaudo, and A. Horváth. **Modeling a car safety controller using fluid stochastic Petri nets.** In *Proc. of the 6th International Workshop on Performability Modeling of Computer and Communication System*, Monticello, Illinois, USA, Sep. 2001. Extended abstract.
- [C3] M. Gribaudo and A. Horváth. **Modeling hybrid positive systems with hybrid Petri nets.** In *Proc. of 1st Multidisciplinary Int. Symp. on Positive Systems: Theory and Applications (POSTA'03)*, volume 294 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 71–78, Rome, Italy, Aug. 2003.
- [C4] M. Gribaudo and A. Horváth. **Translating hybrid Petri nets into hybrid automata.** In *Proceedings of Workshop on Stochastic Petri nets and related formalisms*, pages 92–102, Eindhoven, The Netherlands, June 2003.
- [C5] A. Horváth and M. Telek. **Markovian modeling of real data traffic: Heuristic Phase Type and map fitting of heavy tailed and fractal like samples.** In *Tutorial of the IFIP WG 7.3 Int. Symposium on Computer Performance Modeling, Measurement and Evaluation (PERFORMANCE 2002)*, volume 2459 of *Lecture Notes in Computer Science*, Rome, Italy, Sept 2002.
- [C6] M. Gribaudo, A. Horváth, A. Bobbio, E. Tronci, E. Ciancamerla, and M. Minichino. **Model-checking based on fluid Petri nets for the temperature control system of the icaro co-generative plant.** In *Proc. The 21st Int. Conference on Computer Safety, Reliability and Security (SAFECOMP 2002)*, volume 2434 of *Lecture Notes in Computer Science*, Catania, Italy, Sept 2002.
- [C7] A. Bobbio, A. Horváth, and M. Telek. **The scale factor: A new degree of freedom in Phase Type approximation.** In *Proc. of 3rd Int. Performance & Dependability Symposium (IPDS '02)*, Washington, DC, USA, June 2002.
- [C8] A. Horváth and M. Telek. **PhFit: A general Phase Type fitting tool.** In *Proc. of 12th Performance TOOLS*, volume 2324 of *Lecture Notes in Computer Science*, Imperial College, London, April 2002.

- [C9] A. Horváth and M. Telek. **A Markovian point process exhibiting multifractal behaviour and its application to traffic modeling.** In *Proc. of 4th Int. Conference on Matrix-Analytic Methods in Stochastic models*, Adelaide, Australia, July 2002.
- [C10] A. Horváth and M. Gribaudo. **Matrix geometric solution of fluid stochastic Petri nets.** In *Proc. of 4th Int. Conference on Matrix-Analytic Methods in Stochastic models*, Adelaide, Australia, July 2002.
- [C11] A. Bobbio and A. Horváth. **Model checking time Petri nets using NuSMV.** In *Proc. of the 5th Int. Workshop on Performability Modeling of Computer and Communication System*, Erlangen, Germany, Sep. 2001. Kibóvített absztrakt.
- [C12] A. Bobbio and A. Horváth. **Petri nets with discrete Phase Type timing: A bridge between stochastic and functional analysis.** In *Proc. of 2nd Workshop on Models for Time-Critical Systems*, volume 52 No. 3 of *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, Aalborg, Denmark, Aug. 2001.
- [C13] A. Horváth and M. Telek. **Time domain analysis of NMSPNs with PRI transitions.** In *Proc. of 9th Intern. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Aachen, Germany, Sep. 2001. IEEE-CS Press.
- [C14] M. Gribaudo and A. Horváth. **Fluid stochastic Petri nets augmented with flush-out arcs: A transient analysis technique.** In *Proc. of 9th Intern. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Aachen, Germany, Sep. 2001. IEEE-CS Press.
- [C15] S. Bernardi, C. Bertinocello, S. Donatelli, G. Franceschinis, R. Gaeta, M. Gribaudo, and A. Horváth. **GreatSPN in the new millenium.** In *Tool Session of 9th Intern. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Aachen, Germany, Sep. 2001.
- [C16] A. Horváth and M. Telek. **Approximating heavy tailed behavior with Phase Type distributions.** In *Proc. of 3rd Int. Conference on Matrix-Analytic Methods in Stochastic models*, Leuven, Belgium, June 2000.
- [C17] A. Horváth, G. I. Rózsa, and M. Telek. **A MAP fitting method to approximate real traffic behavior.** In *Proc. of 8th IFIP Workshop on Performance Modeling and Evaluation of ATM and IP*, Ilkley, England, June 2000.
- [C18] S. Bernardi, S. Donatelli, and A. Horváth. **Compositionality in the GreatSPN tool and its application to the modelling of industrial applications.** In *Proc. of Workshop on the practical use of High Level Petri Nets*, Aarhus, Denmark, June 2000.

- [C19] A. Horváth, A. Puliafito, M. Scarpa, and M. Telek. **Analysis and evaluation of non-Markovian stochastic Petri nets.** In *Proc. of 11th Performance TOOLS*, volume 1786 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 171–187, Schaumburg, IL, USA, March 2000. Springer.
- [C20] A. Bobbio, S. Garg, M. Gribaudo, A. Horváth, M. Sereno, and M. Telek. **Modeling software systems with rejuvenation, restoration and checkpointing through fluid stochastic Petri nets.** In *Proc. of 8th Intern. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Zaragoza, Spain, Sep. 1999. IEEE-CS Press.
- [C21] M. Telek and A. Horváth. **Supplementary variable approach applied to the transient analysis of age-MRSPNs.** In *Proc. of 3rd Int. Computer Performance & Dependability Symposium (IPDS '98)*, pages 44–51, Durham, North Carolina, USA, Sep. 1998. IEEE Comp. Soc. Press.
- [C22] A. Horváth, A. Puliafito, M. Scarpa, M. Telek, and O. Tomarchio. **Design and implementation of a WEB-based non-Markovian stochastic Petri net tool.** In *Advances in Computer and Information Sciences, Proc. of ISCIS'98*, Concurrent System Engineering Series, pages 101–109. IOS Press, Ohmsha, Antalya, Turkey, 1998.

Magyar nyelvű cikkek

- [M1] Arató D., Bajor P., Horváth A. **Távközlőhálózatok megbízhatósági elemzése.** *Magyar Távközlés*, VIII.,1.,9-14., 1997. Január