

# A tér-idő kódolás

HORVÁTH PÉTER

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME)

Szélessávú Hírközlő Rendszerek Tanszék

E-mail: hp@mht.bme.hu

g

A jól ismert vevődiverziti eljárások mellett a közelmúltban jelentek meg a több adó- és vevőantennát alkalmazó diverziti módszerek, amelyek a többutas terjedéssel jellemezhető rádiócsatornát több bemenetű-több kimenetű (Multiple-Input, Multiple Output, MIMO) rendszerként kezelik. A több antenna használata miatt térbeli, az alkalmazott trellis kódolás következményeként időbeli „diverziti” hatás lép fel, ez indokolja, hogy a módszer gyűjtőneve tér-idő kódolás. Ez a két hatás összességében jelentős nyereséget eredményez, így nem véletlen, hogy többek között az UMTS rendszer szabványában is helyet kapnak space-time módszerek. Jelen cikkben összefoglaljuk a space-time kódolás alapjait, és néhány alkalmazást mutatunk be.

## Bevezetés

A modern digitális távközlőrendszerekben az adatsebesség növelésének legfőbb akadálya a fadingses rádiócsatorna, ugyanis a Rayleigh-fadingses környezetben a bithibaarány nem exponenciálisan, hanem csak a jel/zaj viszonyral fordítva arányosan csökken. A fading hatását a hagyományos rendszerekben hibajavító kódolás és átszövés (interleaving) használatával, és vevődiverziti technikákkal csökkentik. Az előbbi megoldás a vett jel időbeli, az utóbbi a térbeli korrelálatlanságát használja ki. Előbbinek hátránya, hogy lassú fadingnél, ha sokáig tartó fadingminimumok ellen kell védekezni, nagy interleavingmélység szükséges, emiatt nagy a vételben a késleltetés. A vevődiverziti a leggyakrabban alkalmazott térdiverziti esetében a vételi oldalon több, térben megfelelően elválasztott antennát igényel. A mobil terminálhoz több úton érkező jelek már fél hullámhossznyi térbeli távolságnál is korrelálatlannak tekinthetők, ha sok szóró objektum van a mobil körül. Egy magasan telepített bázisállomás esetén viszont több hullámhossznyi távolság is szükséges lehet, mert a vett jelek térbeli korreláltsága jóval nagyobb [3]. Kisméretű mobil készülékeknél azonban méretbeli korlátok miatt még fél hullámhossznyi elválasztás sem lenne mindig megvalósítható.

Erre a problémára megoldást jelent az adódiverziti alkalmazása. Egy egyszerű, nem kódolt adódiverziti elrendezést javasolt Alamouti [4], ami két adóantennával és egy vevőantennával a maximális arányban kombináló vevődiverziti duálisának tekinthető. Lineáris modulációs rendszerekhez dolgozták ki, és egyszerű differenciális (csatornabecslést egyáltalán nem igénylő) detekciós algoritmust is publikáltak hozzá. A módszer (a következőkben tárgyaltakhoz hasonlóan) nem feltételezi, hogy az adóoldalon ismert legyen a csatorna, csatornabecslést csak a vevőoldalon kell végezni.

Ugyan így, mint maximális arányú vevődiverzitihez, kétszeres diverziti nyereséget ad, de kódolási nyereséget nem.

Az utóbbi időben kerültek előtérbe a több adó- és több vevőantennát alkalmazó diverziti módszerek. Foschini és Gans [1], és tőlük függetlenül Telatar [2] mutatta meg, hogy több bemenetű, több kimenetű (MIMO) csatornában mekkora információelméleti kapacitást lehet elérni. Gauss-csatornában a kapacitás kifejezése:

$$C = \log_2 \left[ \det \left( \mathbf{I}_{n_R} + \frac{\rho}{n_T} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H \right) \right]$$

ahol  $\mathbf{H}$  az adó- és vevőantennák közötti utakat leíró transzfer mátrix,  $n_T$  az adóantennák,  $n_R$  a vevőantennák száma,  $\mathbf{H}_{n_R}$  az egységmátrix,  $\rho$  pedig az egy-egy vevőre jutó átlagos jel/zaj viszony. A  $p/n$ -es normalás azért szükséges, hogy az adóantennák számától függetlenül állandó legyen az összteljesítmény.

Fadingses csatornában az adott kiesési valószínűséghez tartozó kapacitást adják meg, pl. hogy az idő 99,99%-ában mekkora a kapacitás. Az [1] példaként említi, hogy lassú Rayleigh-fadingses csatornában 21 dB-es átlagos jel/zaj viszonynál 1% kiesési valószínűség mellett 1 antennával 1 bit/s/Hz, míg 2-2 antennával 7 bit/s/Hz, 4-4 antennával 19 bit/s/Hz a csatorna kapacitása, ami jelentős különbség. Ez azt jelenti, hogy négy antennánál antennánként 4,75 bit/s/Hz kapacitás határozza meg, hogy hány állapotú moduláció alkalmazható (így tekintve már reálisabb a 19 bit/s/Hz kapacitás.) A kapacitásformula részletesebb vizsgálatával kimutatható, hogy míg egyantennás esetben a Shannon-formula szerint kétszeres teljesítményhez egy bit/s/Hz-es kapacitásnövekedés tartozik, addig MIMO csatornában  $n_T$  bitnyi növekedés is lehetséges.

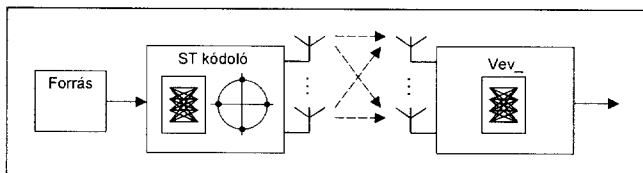
Ezt a lehetőséget felismerve kezdődött azoknak a módszereknek a keresése, amelyek segítségével a MIMO csatornák kapacitása megközelíthető. MIMO rendszerben alkalmazható trellis-kódolt moduláció esetére Tarokh és szerzőtársai [2] közölték először Rayleigh- és Rice-fadinges csatornára az optimális kódválasztás kritériumait, és a kritériumoknak megfelelő trelliskódokat is megadtak PSK és QAM modulációs rendszerekhez. Később szisztematikus kereséssel ezeknél jobb kódokat is publikáltak, és más kritériumokat is találtak. A konvolúciós kódok mellett tér-idő blokk-kódolási eljárások is születtek [6]. Ezek a módszerek tulajdonképpen kombinált adó- és vevődiverzítit megvalósító kódolt modulációk.

A legtöbb detekciós algoritmus feltételezi, hogy pontos csatornainformáció áll a vevő rendelkezésére. Ezek mellett olyan differenciális tér-idő kódokat is kidolgoztak, amelyek vevőoldali csatornainformáció nélkül is detektálhatók (pl. [10]). Ezek a kódok a differenciális modulációkhoz hasonlóan a csatorna lassú változását kihasználva a blokkok közötti változásokba kódolja az információt.

A következőkben összefoglaljuk a tér-idő trelliskódok elméletét.

### A tér-idő trelliskódok

Egy space-time kódolt rendszer blokkvázlata az 1. ábrán látható. Alapsávi modelljét a következőképpen írhatjuk le. Adott  $n_T$  adóantenna és  $n_R$  vevőantenna.



1. ábra Tér-idő kódolt rendszer modellje

Az elküldendő adatsorozat áthalad egy tér-idő kódolón, ami minden adóantenna számára előállít egy-egy kódolt jelfolyamot, vagyis  $n_T$  darab párhuzamos sorozat keletkezik:  $c_1^t, c_2^t, \dots, c_{n_T}^t$ , ahol  $t$  az időparaméter,  $t=1, \dots, l$ . Itt  $l$  a keret hossza. Az  $n_T$  adóantenna mindegyike egyszerre küldi el a saját jelét. A vevőkbe az adók jelének a zajos, fadinggel terhelt szuperpozíciója érkezik. A  $j$ -edik vevőbe jutó jel:

$$r_t^j = \sum_{i=1}^{n_T} h_{i,j}^t c_i^t + \eta_t^j \quad (1)$$

ahol  $h_{i,j}^t$  az  $i$ . adóantenna és a  $j$ . vevőantenna közötti út fadingcsillapítása a  $t$  időpillanatban,  $\eta_t^j$  pedig additív Gauss-zaj. Lassú (kvázisztatikus) fading esetén az útvonal-csillapítások lassan változnak, így egy keret idejére állandónak tekinthetők. Ekkor a  $h_{i,j}$  elemek időfüggését nem kell figyelembe venni, így az adó- és vevőantennák közötti útvonalakat leíró együtthatók egy komplex elemű  $\mathbf{H}$  mátrixban foglalhatók össze:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & \dots & \dots & h_{n_T,1} \\ h_{2,1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & h_{i,j} & \dots & \dots \\ h_{1,n_R} & \dots & \dots & h_{n_T,n_R} \end{pmatrix}$$

A vevőoldalon a dekódolást a  $\mathbf{H}$  mátrix ismeretében (csatornainformáció birtokában) lehet elvégezni. Egy  $q$  sorozathoz tartozó mérték:

$$\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_R} \left| r_t^j - \sum_{i=1}^{n_T} h_{i,j}^t q_i^t \right|^2 \quad (2)$$

A legvalószínűbb sorozat az, amelyik a (2) kifejezést minimalizálja. A lehetséges sorozatok közül a legvalószínűbbet a Viterbi-algoritmus segítségével lehet megkeresni: a kód trellisének ismeretében az ágmetrikákat a (2) második szummája adja. A csatornabecslést pl. az adatfolyamba beiktatott ismert pilotszimbólumok segítségével lehet elvégezni. A pilotszimbólumok közötti időben a csatornabecslést az ismert becslések közötti interpolációval lehet elvégezni.

Érdeemes megvizsgálni, hogy milyen korlátot lehet adni a hibavalószínűsége. Az [5] irodalomban Rayleigh-fadinges csatornára, additív Gauss-zajra megadtak egy felső korlátot arra, hogy egy  $c_1^t, c_2^t, \dots, c_{n_T}^t, \dots, c_1^t, \dots, c_{n_T}^t$  kódszó helyett a vevő egy hibás  $e_1^t, e_2^t, \dots, e_{n_T}^t, \dots, e_1^t, \dots, e_{n_T}^t$  kódszó mellett dönt. Vezessünk be egy  $\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  mátrixot, amelynek  $i$ -edik sora,  $j$ -edik oszlopa:  $e_j^i - c_j^i$  (a két kódszó különbsége az  $i$ . időpillanatban, a  $j$ . adóantennán), és  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})^H$ . Ez a mátrix tehát az alkalmazott kód tulajdonságaitól függ. A mátrix rangja  $r$ , és nem nulla sajátértékei a  $\lambda_i$  értékek. Ekkor a hibázásra adott felső korlát:

$$\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-n_R} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-r \times n_R} \quad (3)$$

Látható, hogy a diverziti nyereségértéke  $r \times n_R$  (logaritmikus skálán ábrázolva a jel/zaj-viszony  $r \times n_R$ -ik hatványával arányosan csökken a hibavalószínűség), és további

$$G_C = \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-1/r}$$

értékű kódolási nyereség érhető el, hiszen

$$\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) = \left( \frac{E_s / G_C}{4N_0} \right)^{-r \times n_R}$$

(a kódolási nyereség arányában tolódik el a hibaránygörbe a logaritmikus skálán).

### A kódok konstrukciójáról

A kódok leírására két egyenértékű módszer terjedt el: először a kódok trelliseit adták meg (pl. [5]), majd a ge-

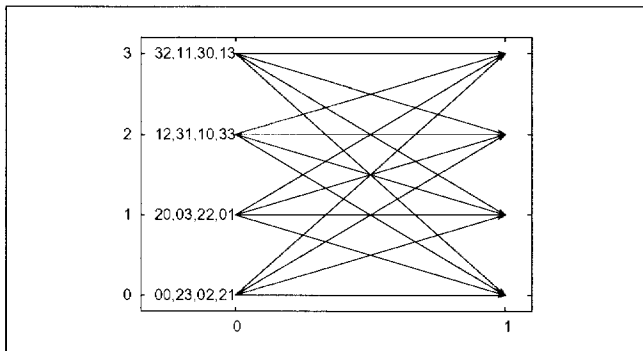
nerátormátrixos leírás terjedt el [7]. Ezek a leírások egyenértékűek, egyikből a másik egyértelműen előállítható. Pl. négyállapotú, kétantennás kód esetében, ha a  $t$  időpontban az  $(a_t, b_t)$  bináris szimbólumok kerülnek a kódoló bemenetére, akkor QPSK modulációnál a kódoló által előállított  $(x_t^1, x_t^2)$  négyállapotú szimbólumok:

$$(x_t^1, x_t^2) = (a_t, b_t, a_{t-1}, b_{t-1})\mathbf{G} \pmod{4}$$

Egy két adóantennás, négyállapotú, QPSK space-time kód generátormátrixa [8]:

$$\mathbf{G}^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

a hozzá tartozó trellise az 2. ábrán látható. Minden állapotból négy átmenet vezet ki, a két bejövő bit négy állapotának megfelelően, felülről lefelé (11, 10, 01, 00) sorrendben. Az állapotok mellé írt számok a kódoló által előállított szimbólum értékét mutatják: a 3-as állapotban a 32 azt jelenti, hogy az 1. antenna a 3. szimbólumot, a 2. antenna a 2. szimbólumot sugározza ki, ha a bementi kombináció (11).



2. ábra 4 állapotú, 2 antennás QPSK space-time kód trellise

Az első kódválasztási kritériumot szintén az [5]-ben publikálták. A (3) korlát alapján a legkisebb hibaváltszínűséget akkor érjük el, ha a kód tulajdonságait kvázisztatikus fadinges csatornában a következőképpen választjuk:

1. az összes lehetséges kódszópár felett maximalizáljuk az  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  mátrix rangját,  $r$ -t, és
2. maximalizáljuk az  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ -k felett a legkisebb determináns,

$$\left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right) \text{ értékét.}$$

Később kimutatták, hogy ha sok antennát alkalmazunk ([8]), illetve ún. diagonális csatornában ([11]) döntően  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  főátlóbeli elemei határozzák meg a hibaváltszínűséget, és nem feltétlenül a maximális rangú mátrixokkal jellemezhető kódok a legjobbak, ilyen esetekben a következő kritériumok szerinti kódok alkalmasabbak:

1. legyen az  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  mátrix rangja elég nagy ( $r \times n_R \geq 4$ ),

2. maximalizáljuk az  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ -k felett a legkisebb spur

$$\left( \sum_{i=1}^r \lambda_i \right) \text{ értékét.}$$

Kis jel/zaj viszony mellett szintén ez a kritérium adja a jobb kódokat [9]. Jelen esetben a spur nem más, mint a kódszavak közti euklideszi távolság négyzete.

Gyors Rayleigh-fadinges csatornában, ha a diverziti rendje kicsi, a kritériumok az alábbiak szerint módosulnak [4]:

1. a különböző kódszópárok felett maximalizáljuk a legkisebb Hamming-távolság értékét,
2. a legkisebb Hamming-távolságú utak mentén maxi-

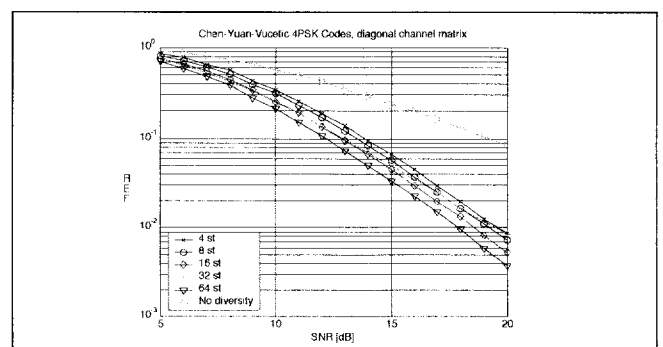
malizáljuk a  $d_p^2 = \prod_{t \in \rho(\mathbf{c}, \mathbf{t})} \|\mathbf{c}_t - \mathbf{e}_t\|^2$  távolság (product

distance) értékét ( $\rho(\mathbf{c}, \mathbf{t})$ , azon  $t$  időpontok halmaza,

amikor  $\|\mathbf{c}_t - \mathbf{e}_t\|^2 \neq 0$ .)

Sokszoros diverziti alkalmazásánál a kódszavak között itt is a legkisebb euklideszi távolság határozza meg a hibaarányt, ezért azt kell a lehető legnagyobb választani.

A kódok pontos összehasonlítását szimulációval lehet elvégezni. 2 adó- és 2 vevőantennával Rayleigh-fadinges környezetben 10 dB átlagos jel/zaj viszony mellett a jó 32 állapotú kódok kb.  $10^{-2}$  kerethibaarányt érnek el. Bár a space-time eljárásokat legtöbbször mobil környezetben alkalmazzák, és más területeken is tervezik alkalmazni, mert hasznosak lehetnek. Példaként említjük a milliméteres hullámhosszon üzemelő pont-több pont széles sávú hozzáférési rendszereket (LMDS). Itt a legnagyobb problémát a csapadék (elsősorban az eső) csillapítása okozza, ez ellen a leghatékonyabb védekezés az útvonal-diverziti alkalmazása. A kis hullámhosszból adódóan jellemző, hogy nagy nyereségű, keskeny nyalábú antennákat alkalmaznak a terminálokban, melyek a saját bázisállomás felé vannak irányítva, ezért az útvonal-diverziti esetében a csatorna-mátrix főátlójában levő elemek dominálnak. Ilyen környezetben alkalmazva a tér-idő (esetünkben „útvonal-idő”) kódolást, 2-2 antennás esetre a 3. ábrán látható kerethibaarány-görbéket kaptuk [11]. A legfelső görbe a kódolatlan, nem diverziti eset, a többi görbe különbö-



3. ábra Kerethibaarány a jel/zaj viszony függvényében

ző állapotszámú kódokra mutatja a kerethibaarány értékét (130 bites keretekre). Bár 2 adó- és 2 vevőantenna van, a csatorna tulajdonságai miatt mégis csak kétszeres diverzitit lehet elérni, a jel/zaj viszony második hatványával fordítottan arányos a kerethibaarány.

Bár ebben a cikkben csak a trelliskódokról esett szó részletesebben, a space-time blokk-kódok is nagy jelentőségűek, többek között a legtöbb differenciális eljárás is blokk-kódokon alapul. Az irodalomban a legtöbb figyelmet a keskeny sávú, lineáris modulációkkal együtt alkalmazható eljárások kapták, elsősorban a PSK moduláció, de folyamatosan jelennek meg új eredmények az OFDM-alapú space-time kódokról, továbbá a frekvenciaszelektív fadinges környezetben is használható módszerekről, és space-time kódoknak turbó kódok komponenseiként való felhasználásáról, illetve konkatenált kódok teljesítőképességéről.

A kódok elmélete már elég részletesen ismert, széles körű gyakorlati alkalmazásuk azonban még várat magára. A legtöbb, jelenleg kidolgozás alatt álló vezeték nélküli szabvány viszont már figyelmet fordít a space-time módszerekre is.

## Összegzés

A rendelkezésre álló véges frekvenciasáv és a rádiós átviteli közeg tulajdonságai határt szabnak a hagyományos módszerekkel elérhető adatsebességek növelésének, ezért nagy a jelentősége azoknak az eljárásoknak, amelyek további frekvenciasáv elfoglalása nélkül lehetővé teszik az átviteli sebesség jelentős növelését. Az utóbbi évek kutatásainak az eredménye a vezeték nélküli átvitel térbeli dimenziójának a jobb kihasználásában rejlik lehetőségek felismerése. A kombinált tér- és időbeli feldolgozás és kódolás a spektrális hatékonyság növelésének és az összeköttetések megbízhatóbbá tételének új és fontos iránya, ami – ha gyakorlatban is alkalmazásra kerül – jelentős minőségi ugrást hoz elsősorban a mobil alkalmazások (wireless LAN-ok, a mobiltelefonia) és a vezeték nélküli hozzáférési rendszerek területén.

## Irodalomjegyzék

1. G. J. Foschini, M. J. Gans, „On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas”, *Wireless Personal Comm.*, Vol. 6, No. 3, pp. 311-335, Mar. 1998
2. I. E. Telatar, „Capacity of multiple input-multiple output Gaussian channels” *Eur. Trans. Telecom.*, Vol. 10, pp. 585-595, Nov. 1999.
3. J. D. Parsons, *The mobile radio propagation channel*, Wiley, 2000
4. S. M. Alamouti, „A simple transmit diversity technique for wireless communications”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 16, No. 8., October 1998
5. V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, „Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction”, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 44, No. 2, pp. 744-765, March 1998
6. V. Tarokh, H. Jafarkhani, A. R. Calderbank, „Space-time block codes from orthogonal designs”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 45, No. 5, pp. 1456-1467, July 1999
7. S. Baro, G. Bauch, A. Hansmann, „Improved codes for space-time trellis coded modulation”, *IEEE Comm. Letters*, Vol. 4, pp. 20-22, Jan. 2000
8. Z. Chen, J. Yuan, B. Vucetic, „Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow Rayleigh fading channels”, *Electron. Lett.*, Vol. 37, pp. 440-441, Mar. 2001
9. M. Tao, R. S. Cheng, „Improved design criteria and new trellis codes...”, *IEEE Comm. Letters.*, Vol. 5, No. 7, pp. 313-315, July 2001
10. B. M. Hochwald, W. Sweldens, „Differential unitary space-time modulation”, *IEEE Trans. Comm.*, Vol. 48, No. 12, pp. 2041-2052, Dec. 2000
11. I. Frigyes, P. Horváth, „Mitigation of rain-induced fading: route diversity vs. Route-Time Coding”, PM4005, COST 280, 4th MC meeting, Prague, 2002

## Hír

A hálózati informatika harmadik hulláma teljesen át fogja alakítani az üzleti életet, lehetővé teszi a kapcsolódást, a kommunikációt és a kereskedelmet bármilyen eszközzel, bármikor, bárhol. A Sun tervei szerint mintegy tízmilliárd dollárt fog költeni a következő öt évben kutatásra és fejlesztésre, felvásárlásokra és egyéb tevékenységekre annak érdekében, hogy valóra váltsa ezt a jövőképet. Az internet évtizedében a hálózati informatika gyors kiépülése lehetővé tette, hogy az emberek az infrastruktúrát új módokon használják. A mobiltelefonok, a PDA-k, sőt, bizonyos háztartási eszközök is kommunikálni fognak például a bolti polcokkal, elképesztő hatékonyságnövekedést okozva és valóra váltva az igazi valós idejű szállítói láncok kialakítását. A hálózati informatika harmadik hullámában a Sun ONE fogja biztosítani az integrált platformot és lehetővé teszi a valódi, igényalapú szolgáltatások létrehozását.