

azt mutatja meg, hogy melyik részvény árfolyamváltozása követi a másikat. Megállapítottam, hogy a hálózat diszkrét részekre esik szét, soha nem fordul elő benne lánc-szerű csatolás és általában a nagy kapitalizációjú, gyakori kereskedésű részvények dominálnak. Ráműtattam, hogy kivételek is előfordulnak (pl. Nokia).

4 Az értekezéshez kapcsolódó publikációk

1. L. Kullmann, J. Töyli, J. Kertész, A. Kanto and K. Kaski, *Characteristic times in stock market indices*, Physica A **269**, pp. 98, 1999
2. L. Kullmann, J. Kertész, J. Töyli, K. Kaski, A. Kanto, *Break-down of scaling and convergence to gaussian distribution in stock market data*, IJTAF **3**, No. 3 pp. 371, 2000
3. L. Kullmann, J. Kertész and R.N. Mantegna, *Identification of clusters of companies in stock indices via Potts super-paramagnetic transitions*, Physica A **287** pp. 412, 2000
4. L. Kullmann, J. Kertész, *Preferential growth: Exact solution of the time-dependent distributions*, Phys. Rev. E **63**, pp. 051112, 2001
5. L. Kullmann, J. Kertész, *Preferential growth: Solution and application to modeling stock market*, Physica A **299** pp. 201, 2001
6. L. Kullmann, J. Kertész, *Crossover to Gaussian behavior in herding market models*, Int. J. Mod. Phys. C **12**, No. 8, 2001
7. L. Kullmann, J. Kertész, K. Kaski, *Time dependent cross correlations between different stock returns: A directed network of influence*, Phys. Rev. E **66** pp. 026125, 2002
8. J. Kertész, L. Kullmann, A.G. Zawadowski, R. Karádi and K. Kaski, *Correlations and response: absence of detailed balance on the stock market* Physica A (nyomdában)

A DOKTORI (PH.D.) ÉRTEKEZÉS TÉZISEI

Pénzügyi folyamatok elemzése és modellezése statisztikus fizikai módszerekkel

ÍRTA: Kullmann László

TÉMAVEZETŐ: Dr. Kertész János

egyetemi tanár, MTA levelező tagja

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Fizikai Intézet, Elméleti Fizika Tanszék

2003

A részvények csoportba rendezéséhez a szuper-paramágneses modellt használtam. A módszert úgy módosítottam, hogy ne csak ferromágneses, hanem anti-ferromágneses kölcsönhatásokat is figyelembe tudjon venni, vagyis ne csak a pozitív, hanem a negatív korrelációkat is leírja. Mind a Dow Jones mind az S&P500 tőzszeindex részvényeire elvégeztem a csoportosítást.

- Amennyiben csak pozitív korrelációt vettem figyelembe (ferromágneses kölcsönhatás), az eredményeim megegyeztek a korábban Manteña által kapott eredményekkel.
- Ha figyelembe vettem az antikorrrelációkat is (anti-ferromágneses kölcsönhatások), az alapállapoti ($T = 0$) struktúrában eltérést tapasztaltam a korábbi eredményekhez képest. Azon részvények, amelyek antikorrrelálnak szinte az összes többi részvénnel, külön csoportot alkotnak.

4. *Időfüggő kereszt-korrrelációk vizsgálata.*

A rendelkezésre álló árfolyamsorból képzett logaritmikus hozamokat stationárius jelnek tekintve, vizsgáltam az egyes részvények közötti időfüggő kereszt-korrrelációkat. A korrelációt, mint τ időeltolás függvényét vizsgáltam a TAQ adatbázisban elérhető összes részvénytár esetében.

- Megmutattam, hogy találhatóak olyan részvénytárak, amelyekre a korrelációs függvény aszimmetrikus – a korreláció maximuma $\tau \neq 0$ -ban található –. Az effektus mértéke, és az időeltolás nagyságrendje (egy perc), összhangban vannak a hatékony piac feltételezésével.
- Definiáltam és elkészítettem azt a "befolyásolási irányított hálózatot", amelynek csomópontjai a részvények. Ebben azon csomópontok vannak éllelkel összekötve, amelyek esetében az időfüggő korrelációs függvény nem szimmetrikus, és az élék irányítottsága

különbséghez tartozó logaritmikusan hozamértékek eloszlása – kis hozamértékek esetén – jól jellemezhető stabil Lévy eloszlással, ezért a különböző időkülönbségekhez tartozó logaritmikusan hozamértékek eloszlásai egymásba átskálázhatók. Ugyanakkor az eloszlásban nagy hozamértékek esetén levágás figyelhető meg, emiatt a nagy időkülönbséghez tartozó logaritmikusan hozamértékek eloszlása a normális eloszláshoz konvergál. A munkám célja ezen átcspáshoz tartozó karakterisztikus idők meghatározása volt.

A Cont-Bouchaud féle csordamodellel egy olyan mikroszkópikus gazdasági modell, ahol sok résztvevő üzletel egyetlen részvénnyel. A modell alapgonddalata, hogy az üzletelők csoportokat alkotnak, és egy csoporton belül minden résztvevő ugyanazt az üzletelési stratégiát követi. A modell módosított változatának segítségével vizsgáltam, hogy a szimulált árfolyamértékek mennyire vannak összhangban a valós adatokon megfigyelt olyan jelenségekkel, mint a hozam eloszlásának hatványfüggvény jellegű lecsengése, illetve a hozam abszolútértékének hosszútávú autokorrelációja, továbbá a hozamértékekhez tartozó időkülönbség növelésével fellépő Gauss eloszláshoz való konvergencia.

A dolgozat másik témaköre a különböző részvények árfolyamértékei között mért keresztkorreláció vizsgálata volt. A keresztkorreláció felfogható, mint a részvények közötti effektív kölcsönhatás mértéke. Azt vizsgáltam, hogy ennek figyelembevételével, hogyan rendezhetők csoportokba a részvények. Ehhez egy mágneses modellt, a szuper-paramágnes csoportosítási eljárást alkalmaztam, ahol a spinok a különböző részvényeknek felelnek meg, a közöttük levő kölcsönhatás a részvények közötti keresztkorreláció függvénye. Azt is megvizsgáltam, hogyan módosul a csoportszerkezet, ha a csatlakozásoknak nem csak a nagyságát, hanem az előjelét is figyelembe vesszük.

A részvények közötti keresztkorreláció a részvények kölcsönhatását jellemzi. Amennyiben nem csak az egyidejű hanem az időfüggő keresztkorrelációkat is vizsgáljuk, információt nyerhetünk a kölcsönhatás esetleges irányáról is, tehát arról, hogy melyik részvény „uralja” a másikat. A dolgozatban egy nagyfrekvenciás adatokat tartalmazó részvényhalmazon (a tranzakciók

gyakorúsága másodperc nagyságrendű) vizsgáltam ezen időfüggő keresztkorrelációk viselkedését.

3 Új tudományos eredmények

1. Karakterisztikus idők meghatározása a tőzszeindex logaritmikusan hozamérték eloszlásánál

- Megmutattam, hogy a karakterisztikus idő, τ_s , amelynél nagyobb időkülönbségekhez tartozó logaritmikusan hozamértékek már nem skálázhatóak egymásba, az egy nap nagyságrendjébe esik, $\tau_s \approx 1$ nap.

Ehhez azt vizsgáltam, hogy a különböző időkülönbségekhez tartozó hozamértékek eloszlásaira illesztett Lévy eloszlás exponense változik-e az időkülönbség függvényében, ugyanis a stabilitás feltétele, hogy az exponens állandó legyen.

- Megmutattam, hogy definiálható egy másik karakterisztikus idő, τ_G , amely azt jellemzi, hogy mekkora az az időkülönbség, amelyhez tartozó logaritmikusan hozamértékek eloszlása már Gauss-szerűnek tekinthető és hogy τ_G az egy hónap nagyságrendjébe esik.

Az egy nap időkülönbséghez tartozó empirikus eloszlásra egy exponenciális levágású Lévy eloszlást illesztettem, meghatárova ebből az eloszlás paramétereit, α, a_G, μ . Ezeket felhasználva az exponenciálisan levágott Lévy eloszlás kurtózisának analitikus alakját vizsgáltam, vagyis azt, hogy hogyan konvergál a kurtózis az időkülönbség függvényében a Gauss eloszlást jellemző $\kappa = 3$ értékhez. Az analitikus görbe a meglehetősen szóró adatokat elfogadható módon írta le.

- Megvizsgáltam a központi határeloszlás-tétel alapján a Gauss-eloszláshoz való konvergencia feltételeit a csordamodellekben. Megállapítottam, hogy ennek kétféle eredete lehet: vagy eleve véges

momentumú eloszlásra épül a modell, vagy a véges méret vezet be egy levágást. Ezek alapján rámutattam az irodalomban található ellentmondásra.

2. Módosított „csordamodell”

A Cont-Bouchaud féle csordaszemlélt mikroscopikus tőzsdemodell alkalmaztam. Ezen két főbb módosítást tettem. Egyrésztől a csoportok kialakítását a preferált növekedési modellel végeztem.

- Meghatároztam a különböző csoportok méreteloszlásának teljes időfüggő, analitikus alakját, $\mathcal{P}(s, t)$ -t.

A modell a Barabási-féle hálózati modell leegyszerűsített változatának tekinthető és megfelel a Nobel-díjas Simon korábban csak aszimptotikusan megoldott modelljének. Az eredménynek különösen akkor van jelentősége, ha a csoportok kialakulásának, illetve pénzügyi tranzakcióknak az időskálája nem válik szét.

A mikroscopikus modellen végzett másik módosítás, hogy az aktivitás az aktuális ár és a fundamentális ár hányadosának nemlineáris függvénye. Ennek felhasználásával a mikroscopikus modell minőségi egyezést adott a valós árfolyamúakkal:

- Az általam bevezetett sokügyökös, egyrésztvényes modellben a részvény abszolút hozamának – logaritmikusan hozam abszolút értéke – korrelációja hatványfüggvény szerint cseng le. A logaritmikusan hozam eloszlásában átcsapás figyelhető meg két hatványfüggvény-szerű viselkedés között: Kis hozamérték esetén az exponens a Lévy-tartományba esik, nagy hozamértéknél viszont már nem ($\alpha = 3.36$) és így az eloszlás véges második momentummal rendelkezik.

3. Különböző részvények árfolyamúitói között mért egyidejű keresztkorrelációk vizsgálata.

1 Bevezetés

A gazdaság-fizika a fizika viszonylag új területének tekinthető. Noha már a múlt század elején is vizsgálták matematikai illetve fizikai módszerekkel a tőzsdeindex viselkedését, nagy előrelépések csak a 90-es években történtek. Az utóbbi években elért eredmények azt mutatták, hogy a gazdaságra, mint egy komplex, sok szabadsági fokú rendszerre sikeresen alkalmazhatóak a statisztikus fizika módszerei. Erre példa a perkoláció, vagy a véletlen hálózatok elméletének alkalmazása a mikroscopikus modellezésnél, de további példaként említhetjük a spiniüveg elméletét is a részvények közötti kölcsönhatások vizsgálatánál és a portfólió optimalizálás elméletében.

A gazdaság-fizika elsődleges célja, hogy a statisztikus fizika fogalmainak és módszereinek felhasználásával hozzájáruljon alapvető gazdasági-pénzügyi jelenségek és folyamatok megértéséhez. Ezek között, már csak az elérhető adatok mennyisége révén is, fontos szerepet játszanak tőzsdéi folyamatoknál tapasztalt jelenségek (hozam abszolútértékének hosszútávú autokorrelációja, hozamérték eloszlásának hatványfüggvény lecsengése). A gazdasági folyamatok a részvevők nagy száma, illetve a közöttük fellépő kölcsönhatások összetettsége miatt rendkívül bonyolultak: a cél tehát azon alapvető sajátosságok felismerése, amelyek az említett jellegzetes viselkedéseket kiváltják. Ezen sajátosságok segítségével az utóbbi időben sikeresen készítették olyan modelleket, amelyeknek gyakorlati alkalmazása is jelentős lehet, például a portfólió elméletben vagy az opciós ár meghatározásánál.

2 Célkitűzések

Doktori munkámban a gazdaság-fizika két nagyobb témakörével foglalkoztam. Az első részben a tőzsdeindex árfolyamúitójának viselkedését tanulmányoztam egyrészt az empirikus adatok elemzésével, másrészt egy mikroscopikus modell segítségével.

Az empirikus adatokon tett megfigyelések azt mutatták, hogy a rövid idő-