

Csernák Gábor

**KAOTIKUS TRANZIENSEK ÉLETTARTAMÁNAK
BECSLÉSE MŰSZAKI MECHANIKAI
FELADATOKBAN**

Budapest, 2003

1. Kimutattam a kaotikus tranziensek élettartamának meghatározására szolgáló módszerek néhány hátrányát.

A kaotikus tranziensek átlagos t_m időtartamát a szakirodalomban a κ kiszökési ráta reciprokának tekintik. Megmutattam, hogy leképezések esetén ez a reláció nem pontos. A javasolt pontos formula leképezések átlagos kiugrási számára $K_m = 1/(1 - e^{-\kappa})$. Ez kis κ értékek esetén közelítőleg $1/\kappa$ (3.2 fejezet, [27,28]).

2. A Lorenz rendszer két fixpontja Hopf bifurkáció során veszíti el stabilitását. Levezettem az ezen pontok közelében található instabil határciklusok paraméteres egyenletét (4.1.2 fejezet, [19]). A kaotikus tranziensek élettartamát több módszerrel is meghatároztam a Lorenz modell esetében (4.2 fejezet). Az egydimenziós Lorenz-leképezést szakaszosan lineáris unimodális leképezésekkel közelítettem, és két olyan módszert dolgoztam ki, amely ilyen leképezések esetén a K_m átlagos kiugrási szám pontos értékét adja eredményül (4.3 fejezet, [20,21,22]). E módszerek lényeges előnyei a szakirodalom módszereivel szemben, hogy nem iterációs eljárások és pontosságuk nem függ az átlagos élettartamtól.

Az első módszer az ún. időfejlesztő operátor és az átmeneti mátrix használatán alapul. A módszer alkalmazásához szükséges mátrixok könnyen előállíthatók. A numerikus eredmények mellett explicit formulát kapunk a kiugrási számra, ha az időfejlesztő operátor diagonalizálható. Bebizonyítottam, hogy tipikus esetekben ez megtehető, de mutattam egy olyan szimmetrikus speciális esetet, amikor a diagonalizálás nem hajtható végre (D függelék).

Második módszerem megfelelő fa-struktúrák konstruálásán alapul. Ez a rekurzív módszer explicit formulát ad a kiugrási számra. A két eljárás eredményei kvantitatíve megegyeznek.

3. Levezettem egy olyan mechanikai modell mozgásegyenletét, amely számítógéppel szabályozott rendszereket ír le, súrlódás figyelembe vétele mellett. Megmutattam, hogy a megoldások leírhatók az ún. mikro-káosz leképezés egy általánosított változatával (5.2 fejezet, [28]). Meghatároztam a kaotikus tranziensek élettartamát a mikro-káosz leképezés két változata esetében (5.3.1, 5.3.2 és 5.3.3 fejezet és [25,27,28]).

A tapasztalat azt mutatja, hogy a mikro-káosz leképezéshez tipikusan csak végtelen, vagy nagyon nagy méretű véges átmeneti mátrix konstruálható. Ez gyakorlatilag lehetetlenné teszi az irodalomban leírt módszerek használatát, rekurzív módszerem viszont alkalmazható. Ezzel a módszerrel meghatároztam a tranziens kaotikus viselkedés várható időtartamát széles paramétertartományokban.

4. Bebizonyítottam a mikro-káosz leképezés két változata esetében, hogy az élettartamot megadó görbe szakaszosan lineáris a rendszer $|I_0|$ paraméterének a függvényében, értelmezési tartománya fraktál struktúrájú, maga a függvény pedig az ún. ördögi lépcsőhöz hasonló (5.3.1, 5.3.2 és 5.3.3

fejezet és [27]). Megmutattam, hogy az élettartam kezdeti feltételektől való függését megadó diagram szingularitásai többszörös fraktál struktúrát alkotnak (5.3.1, 5.3.2 és 5.3.3 fejezet). Rekurzív élettartam becslő módszerem melléktermékeként e fraktál dimenzióját meg lehet határozni. A fraktáldimenzió felhasználásával egy új, gyors közelítő módszert dolgoztam ki az élettartam meghatározására (5.3.4 fejezet).

5. Amennyiben a vizsgált dinamikai rendszert, gépet leíró mechanikai modell, leképezés nem ismert, a mérési adatokra nemlineáris idősor analízis alkalmazható. Két olyan eljárást javaslok a kiszökési ráta közelítő meghatározására, mely a nemlineáris idősor-analízis módszereivel becsülhető mennyiségeket használ fel (6.1 fejezet). Módszereimet ellenőriztem a mikro-káosz leképezés esetében numerikusan előállított idősorokra (6.3 fejezet, [26]).

A szakirodalomban nincsenek olyan idősor-analízis algoritmusok, melyekkel közvetlenül meghatározható lenne a κ kiszökési ráta. Ezzel szemben idősor analízissel az ún. korrelációs dimenzió, korrelációs entrópia és Ljapunov-exponens nagyon pontosan számolható. Felhasználtam, hogy a Pesin-összefüggések szerint a kiszökési ráta közelítőleg kifejezhető a korrelációs dimenzióval és a Ljapunov-exponenssel, illetve a korrelációs entrópiával és a Ljapunov-exponenssel, és így két mérési eredményeket feldolgozó módszert találtam a kiszökési ráta meghatározására.

Új módszereimet alkalmaztam a mikro-káosz leképezés esetére. A kapott eredmények alátámasztják az idősor-analízis módszerek használhatóságát kaotikus tranziensek élettartamának meghatározására.

6. **Tranziens kaotikus viselkedésre utaló jeleket kerestem egy harmonikusan gerjesztett száraz súrlódású oszcillátor esetében. A vizsgálatok során olyan bifurkációs jelenséget mutattam ki, melyben a gerjesztési frekvencia változása során a gerjesztési periódusonként bekövetkező letapadások száma változik (7.3 fejezet, [23,24]). Analitikus módszerrel találtam egy olyan periodikus megoldást, ami átmenetet képez a nem letapadó és a periódusonként egyszer letapadó mozgások között. Lineáris vizsgálattal meghatároztam e megoldás stabilitását (7.4 fejezet, [23,24]).**

Az oszcillátor vizsgálata során bizonyos súrlódási paraméter értékeknél numerikus módszerekkel meghatároztam a gerjesztési periódusonként bekövetkező letapadások N számát és a lengés amplitúdóját a gerjesztési frekvencia függvényében. A kapott diagramok között nem triviális kapcsolatot fedeztem fel, nevezetesen azt, hogy az amplitúdó-frekvencia diagram lokális minimumainál N csökken. A numerikus eredmények alapján kvalitatív magyarázatot adtam erre a jelenségre.

Az itt kimutatott bifurkációs jelenség nem utal a szakirodalomban pontosabb súrlódási modell esetén kimutatott kaotikus illetve tranziens kaotikus mozgások jelenlétére.