



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

PHD TÉZISFÜZET

Egyensúlyi és nemegyensúlyi dinamika
kétdimenziós kvantumtérelméletekben

HÓDSÁGI KRISTÓF

TÉMAVEZETŐ: DR. KORMOS MÁRTON
tudományos főmunkatárs
BME Fizikai Intézet
Elméleti Fizika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
2022.

Bevezető

Noha már több mint 120 éves történelemre tekint vissza, a kvantumelmélet művelése különféle kihívások sokaságával állítja szembe a kutatókat mind a mai napig. Napjaink egyik különösen is virágzó kutatási iránya a kvantumos soktestrendszerekben fellépő összetett jelenségek megértését célozza. Ezen a területen két okból is felértékelődnek az alacsony dimenziós modellek: egyrészt a kvantumos korrelációk itt jellemzően erősebbek és könnyebben megfigyelhetőek, másrészt pedig a kitüntetett szerep miatt, amit az elméleti kutatásokban kapnak a kvantumos integrálhatóság révén, amely lehetővé teszi bonyolult kölcsönhatások egzakt leírását. Az integrálható modellek gyakran megjelennek a kvantumos fázisátalakulások közelében, ahol a kritikus pont univerzális dinamikáját kvantumtérelméleti modellek írják le.

A kísérleti technológia közelmúltbeli fejlődése megújította az alacsony dimenziós kvantumtérelméleti modellek iránti érdeklődést. Egyik oldalról a közelítőleg egydimenziós kristályok megalkotásával, amelyek képesek megteremteni a kvantumos integrálhatóság finomhangolt feltételeit, és így kézzelfogható közelségbe hozzák az integrálhatósággal kapcsolatos elméleti különlegességeket. Másik oldalról pedig a csapdázott hideg atomos gázok rutinszerű kezelésével, amely által az alacsony dimenziós kvantumos dinamika rugalmasan megvalósítható, az időben hangolható csatolási paraméterek pedig a nemegyensúlyi dinamika közvetlen megfigyelését is lehetővé teszik. A zárt kvantumrendszereket vizsgáló kísérletek a hőmérsékleti egyensúly elérésével kapcsolatos alapvető kérdéseket feszegetnek, a különféle nemegyensúlyi jelenségek megértése pedig komoly erőfeszítésekre ösztönzi az elméleti kutatásokat. A modellezési folyamat meghatározó szereplője – mind kísérleti, mind elméleti oldalon – a kvantum kvencs, amely a vizsgált rendszer csatolási paramétereinek pillanatszerű megváltoztatását jelenti. A kvencselés hatásának teljeskörű leírása egyedül a szabad elméletekben ismert, a kölcsönható modellek megértése még gyerekcipőben jár. Az elméleti kuta-

tásokhoz csatlakozva, ebben a tézisben a nemegyensúlyi időfejlődés univerzális vonásait modellezem kvantumtérelméleti és az integrálhatóságból kölcsönzött módszerekkel.

Célkitűzések

Az értekezésem központi célkitűzése különböző nemegyensúlyi jelenségek leírása egy kétdimenziós, kölcsönható kvantumtérelméletben. A cél elérése érdekében elsősorban az Ising-térelmélet ismert egyensúlyi jellemzőire támaszkodom. Ez az elmélet az Ising-féle univerzalitási osztályba tartozó kvantum fázisátalakulás kritikus pontja körül érvényes kvantumtérelmélet, melynek kétdimenziós paraméterterében két integrálható irány is található. Az egyik egy szabad fermionmező elmélete, a másik egy erősen kölcsönható integrálható modellnek (az ún. E_8 -modellnek) felel meg, a paramétersíkot pedig egy nemintegrálható tartomány egészíti ki, melynek részecskespektruma szintén ismert.

Közelebbről, az első céлом a kölcsönható E_8 -térelmélet kvantum kvencseit követő időfejlődés vizsgálata volt, numerikus és analitikus módszerek összevetésével. Ezért kétfajta kvencset elemeztem: először, ha a kvencs eredményeként előálló modell integrálható; másodsor pedig az integrálhatóságot megsértő kvencseket. A kvencsprotokollhoz köthető a második célkitűzésem is, amennyiben egy általános kvantumtérelméleti kvencset követő kezdőállapot leírását akartam megadni a perturbációs számítás keretein belül. Az eredmények kiértékeléséhez szükségessé vált az E_8 -elmélet skálázó operátoraihoz tartozó mátrixelemek kiszámítása, vagyis az ún. form faktor bootstrap megoldása.

Harmadik célként a kvantum fázisátmenet hatását kívántam leírni egy kölcsönható kvantumtérelméletben, az ún. Kibble–Zurek-mechanizmus ellenőrzésével. Ez a mechanizmus egyszerű fizikai érvekre alapozva univerzális dinamikus skálatörvényeket állít fel, me-

lyek igazolása egy kölcsönható térelméletben korábban nem történt meg.

Módszerek

A fenti célok eléréséhez numerikus és analitikus eszközöket is bevettem. A numerikus oldalon felhasználtam a csonkolt konform állapotér módszert (TCSA), ami a kritikus pont konform szimetriájára építő nemperturbatív numerikus megközelítés. A módszer eredeti állapotában alkalmasnak bizonyult a kvantum kvencsek modellezésére, a Kibble–Zurek-mechanizmus vizsgálatához ugyanakkor algoritmikus fejlesztésre volt szükség. A közreműködésemmel végzett fejlesztés közvetlenül kihasználja a konform Hilbert-tér királis faktorizációját, ezáltal gazdaságosabbá téve a memóriakezelést. A módszerfejlesztés eredményei egy használatra kész programcsomag formájában közzétételre kerültek. A nemegyensúlyi helyzetek leírására az analitikus oldalon – többek között – az integrálható elméletekben egzaktul ismert egyensúlyi mátrixelemekre alapozó perturbatív megközelítést alkalmaztam.

Új tudományos eredmények

1. Kidolgoztam a form faktor bootstrap megoldását az integrálható E_8 -térelméletben. Újra levezettem a többrészecske-mátrixelemeket generáló rekurziót, és az egyenleteket megoldva kibővítettem az egzaktul ismert mátrixelemek sorát. A σ -mezőre vonatkozó megoldást [1]-ben publikáltam, az ϵ -operátor mátrixelemeit megadó megoldás részleteit pedig a form faktor bootstrap összefoglalójával együtt [2]-ben közöltem. Továbbá, az eredményeim az E_8 -részecskespektrum kísérleti megfigyelését alátámasztó elméleti számolások részeként kerültek publikálásra, [3]-ban.

2. Elvégeztem egy globális kvantum kvencset követő időfejlődés elemzését az E_8 -térelméletben. Numerikus modellezés segítségével összevetettem az irodalomban elérhető két analitikus megközelítés jóslatait, és bemutattam, hogy a kvencs utáni elmélet bázisát alkalmazó módszer pontosabb előrejelzéseket ad, mivel az időfejlődés a posztkvencs elmélet nyomait hordozza. Az integrálhatóságot sértő és az azt megőrző kvencsek esetén egyaránt rámutattam az egyensúlyi posztkvencs elmélet egyrészecke állapotaihoz tartozó oszcillációk meghatározó szerepére az egypontfüggvények dinamikájában. Az eredményeket [4]-ben publikáltam.
3. Másodrendű perturbatív közelítést adtam az általános kvantumtérelméleti kvencsek követő kezdőállapokra, és demonstráltam a képletek alkalmazhatóságát az integrálhatóságot legfeljebb kicsit megsértő modellek esetére. Az E_8 -elméletben numerikus adatokkal való összevetésben megmutattam a perturbatív kifejezések pontosságát a kezdőállapotot jó közelítéssel megadó egy- és kétrészecke komponensekre. A különböző típusú részecskékből álló párok átfedését elemezve rámutattam, hogy általános esetben a kezdőállapot nem írható integrálható alakba. Az integrálhatóságot sértő kvencseknél a legkönnyebb részecskékre megmutattam a perturbatív megközelítés hatékonyságát, a többi állapot esetén pedig annak határait. Az eredményeket [1]-ben publikáltam.
4. Megvizsgáltam az Ising-térelmélet integrálható irányában a Kibble–Zurek-mechanizmust. A paraméterek lassú hangolását numerikusan modellezve megmutattam a mechanizmus által jóslott, a két irányban eltérő skálatörvények teljesülését. Az elemzés során erős bizonyítékokat találtam a Kibble–Zurek-skálázást alátámasztó általános érvek széleskörű érvényességére, a mikroszkopikus szinttől a dinamikus skálafüggvényekig. Az E_8 -térelmélet egyedi spektrumában megmutattam az egyrészecke-állapotok nemtriviális hozzájárulását a skálázás-

hoz. Emellett analitikus és numerikus érveket sorakoztattam fel a rendszerrel közölt hő teljes eloszlásához tartozó kumulánsok univerzális skálázásának alátámasztására. Az eredményeket [5]-ben publikáltam.

Publikációk

- [1] K. Hódsági, M. Kormos, and G. Takács, „Perturbative post-quench overlaps in quantum field theory,” *Journal of High Energy Physics* **2019** (2019) 47, [arXiv:1905.05623](#) [`cond-mat.stat-mech`].
- [2] X. Wang, H. Zou, K. Hódsági, M. Kormos, G. Takács, and J. Wu, „Cascade of singularities in the spin dynamics of a perturbed quantum critical Ising chain,” *Phys. Rev. B* **103** (2021) 235117, [arXiv:2103.09128](#) [`cond-mat.str-el`].
- [3] H. Zou, Y. Cui, X. Wang, Z. Zhang, J. Yang, G. Xu, A. Okutani, M. Hagiwara, M. Matsuda, G. Wang, G. Mussardo, K. Hódsági, M. Kormos, Z. He, S. Kimura, R. Yu, W. Yu, J. Ma, and J. Wu, „E₈ Spectra of Quasi-One-Dimensional Antiferromagnet BaCo₂V₂O₈ under Transverse Field,” *Phys. Rev. Lett.* **127** (2021) 077201, [arXiv:2005.13302](#) [`cond-mat.str-el`].
- [4] K. Hódsági, M. Kormos, and G. Takács, „Quench dynamics of the Ising field theory in a magnetic field,” *SciPost Physics* **5** (2018) 027, [arXiv:1803.01158](#) [`cond-mat.stat-mech`].
- [5] K. Hódsági and M. Kormos, „Kibble–Zurek mechanism in the Ising Field Theory,” *SciPost Physics* **9** (2020) 055, [arXiv:2007.08990](#) [`cond-mat.stat-mech`].

A tézispontokhoz nem kötődő publikációk:

- [P1] G. Szabó and K. Hódsági, „The role of mixed strategies in spatial evolutionary games," *Physica A* **462** (2016) 198.
- [P2] K. Hódsági and G. Szabó, „Bursts in three-strategy evolutionary ordinal potential games on a square lattice," *Physica A* **525** (2019) 1379.

