

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gépészmérnöki Kar

**SZERSZÁMGÉPREZGÉSEK STABILITÁSI VIZSGÁLATA PERIODIKUS
KÉSLELTETETT DIFFERENCIÁLEGYENLETEK ALAPJÁN**

PhD Tézisek

Insperger Tamás

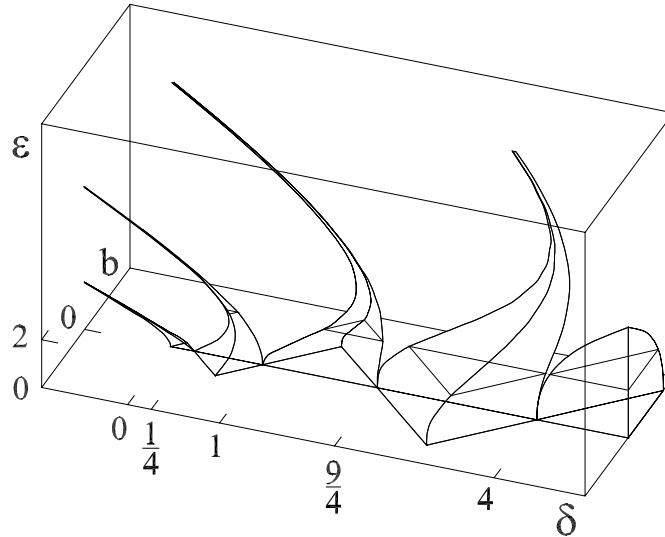
Budapest, 2002

1. tézis

Meghatároztam az

$$\ddot{x}(t) + (\delta + \varepsilon \cos t)x(t) = bx(t - 2\pi)$$

késleltetett Mathieu-egyenlet 3 dimenziós stabilitási térképét (ld. ábra). Analtikusan bebizonyítottam, hogy tetszőleges ε esetén a stabilitási határok egyenesek lesznek a (δ, b) síkon. Ezen egyenesek által határolt tartományokban meghatároztam az instabil gyökök számát. A $+1$ meredekségű egyenesek mentén egy karakterisztikus multiplikátor metszi a komplex egységkört $+1$ -nél, és „egy periódusú” bifurkációval (period one bifurcation) 2π periódusú mozgás keletkezik. A -1 meredekségű egyenesek mentén egy karakterisztikus multiplikátor metszi a komplex egységkört -1 -nél, és perióduskettőző bifurkációval (period two/doubling bifurcation) egy 4π periódusú mozgás keletkezik.



Bebizonyítottam, hogy a csillapított késleltetett Mathieu-egyenletnek az egy periódusú illetve a perióduskettőző bifurkációhoz tartozó stabilitási görbéi szintén egyenesek a (δ, b) síkon, de egyéb, nem egyenes stabilitási határok is létezhetnek, melyek mentén másodlagos Hopf-bifurkáció történik.

2. tézis

Új eljárást dolgoztam ki lineáris periodikus késleltetett rendszerek stabilitási vizsgálatára, melynek során Fargue 1973-as tételét alkalmaztam, hogy az

$$\ddot{x}(t) + b_0\dot{x}(t) + c_0(t)x(t) = c_1(t) \int_{-\infty}^0 w_n(\vartheta)x(t + \vartheta)d\vartheta,$$

$$c_{0,1}(t + T) = c_{0,1}(t), \quad w_n(\vartheta) = (-1)^n \frac{n^{n+1}}{\tau^{n+1}n!} \vartheta^n e^{n\vartheta/\tau}$$

lineáris periodikus késleltetett differenciálegyenletet a következő $n + 3$ dimenziós közönséges differenciálegyenletté alakítsam:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}(t).$$

A Floquet-féle átviteli mátrixot az $\mathbf{A}(t)$ együtthatómátrix lépcsős közelítésével határoztam meg. A módszert diszkrét késleltetésű differenciálegyenletek közönséges differenciálegyenletekkel való közelítésére használtam. Egy idő transzformációt vezettem be, amely a numerikus közelítést hatékonyabbá tette.

Közéltő stabilitási térképeket készítettem az

$$\ddot{x}(t) + b_0\dot{x}(t) + c_0(t)x(t) = c_1x(t - \tau), \quad c_0(t) = c_{0\delta} + c_{0\epsilon} \cos(2\pi t/T)$$

csillapított késleltetett Mathieu-egyenlethez.

3. tézis

Egy új, hatékony módszert dolgoztam ki az

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \int_{-\sigma}^0 d_\vartheta \boldsymbol{\eta}(\vartheta, t)\mathbf{x}(t + \vartheta), \quad \boldsymbol{\eta}(\vartheta, t + T) = \boldsymbol{\eta}(\vartheta, t).$$

általános alakú lineáris periodikus késleltetett differenciálegyenletek stabilitási vizsgálatára. Ennek az ún. szemi-diszkrétizációs módszernek a hatékonyságát összehasonlítottam a hagyományos teljes diszkrétizációra épülő eljárással. A módszert algoritmizáltam, a fontosabb lépéseket részleteztem, és az eljárás konvergenciáját bizonyítottam. A módszert a diszkrét illetve megoszló időkesést tartalmazó késleltetett Mathieu-egyenletre alkalmaztam. Bonyolult struktúrájú stabilitási térképeket határoztam meg paraméteresen gerjesztett késleltetett oszcillátorokra. Megmutattam, hogy a szemi-diszkrétizációs módszer gyorsabban konvergál mind a teljes diszkrétizációnál, mind a Fargue-féle közelítésnél.

4. tézis

A marási folyamat stabilitási tulajdonságait vizsgáltam. Stabilitási térképeket készítettem, melyek az esztergálás és a megszakított forgácsolás közötti átmenetet mutatják meg, különböző kapcsolási viszonyú marási folyamatok példáján keresztül. A kritikus karakterisztikus multiplikátorok meghatározásával azonosítottam a keletkező bifurkáció típusokat. Megmutattam, hogy a másodlagos Hopf-bifurkáció mellett perióduskettőző bifurkációk szintén okozhatják a marási folyamat stabilitásvesztését.

Megvizsgáltam az átmenetet az egyenirányú és ellenirányú marási megmunkálások között. Megmutattam, hogy azonos fogásmélység mellett ellenirányú marás esetén a stabilitási tulajdonságok mások mint egyenirányú marás esetén. Megmutattam, hogy a stabilitási térképek bonyolult struktúrája megmagyarázható azzal, hogy a szerszámra ható forgácsoló erő a munkadarab előtolásával 90° -nál nagyobb szöget is bezárhat (backward cutting). Az eredményeket kísérletileg igazoltam.

Azonosítottam a marási folyamat során keletkező rezgési frekvenciákat. Az elméleti modell alapján megmagyaráztam illetve kísérletileg igazoltam, hogy a regeneratív rezgések Hopf típusú illetve perióduskettőző frekvencia sorozatai mellett a szerszám sajátfrekvenciája illetve a ki- és belépő fogak gerjesztéséből adódó frekvencia és annak felharmonikusai is jelen vannak a rezgés spektrumában.

5. tézis

Váltakozó sebességű esztergálási folyamat stabilitási tulajdonságait vizsgáltam. Meghatároztam a fordulatszám változtatás és a matematikai modellben következőképpen kialakuló változó időkéés közötti kapcsolatot. Három fajta sebesség változtatást vizsgáltam: a harmonikust, a szakaszonként lineárisan növekvő illetve a szakaszonként lineárisan csökkenő függvényt.

Stabilitási térképeket készítettem arra az esetre, amikor a fordulatszámot 10 %-os amplitúdóval változtatjuk. Megmutattam, hogy a stabilitási tulajdonságok jelentősen javulnak, ha a fordulatszám változtatásnak a periódus ideje kicsi, míg nagy periódus idejű esetén a rendszer kvázi-autonómnak tekinthető, és a stabilitási térképek a hagyományos esztergálás stabilitási térképéhez konvergálnak.

Megmutattam, hogy a stabilitási tulajdonságok csak alacsonyabb sebességek esetén javulnak, míg nagy sebességű megmunkálásoknál a fordulatszám változtatása nem okoz jelentősebb javulást.

Megmutattam, hogy másodlagos Hopf és perióduskettőző bifurkációk mellett ekkor egy periódusú bifurkáció is okozhat stabilitásvesztést.