



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR
GÉP- ÉS TERMÉKTERVEZÉS TANSZÉK
DOKTORI TÉZIS FÜZETEK

**Vasúti kerék-sín gördülő-csúszó kapcsolat
hőtani és feszültségi elemzése**

Írta:

Zwierczyk Péter Tamás
okleveles gépészmérnök

Témavezető:

Prof. Váradi Károly

Budapest, 2015

1. Bevezetés

A mozdony vontatású vasutak története a 19. századig nyúlik vissza. Az elmúlt kétszáz évben a vasúttechnika minden területén szignifikáns fejlődés volt megfigyelhető, amely tendencia az utóbbi években különösen felgyorsult.

A hagyományos szárazföldi közlekedési formák közül a vasúti közlekedés a legbiztonságosabb, a legkisebb hely-, illetve energia igényű, összehasonlítva konkurenseivel. Így gazdaságos megoldást kínál a személyszállítás mellett a teherszállítás területén is. Nagy távolságok esetében (500-600 km) a nagysebességű vasutak (250-350 km/h) valós alternatívái lehetnek a légi közlekedésnek [1].

Az utazósebesség mellett a biztonságáért felelős berendezések is nagymértékben fejlődtek. A tuskós kialakítású fékrendszerek mellett megjelentek a tárcsás, valamint az elektromágneses sínfékek is. Ezen felül - hasonlóan a közúti járművekhez - napjainkban a vasúti járműveket is ellátják blokkolásgátló berendezéssel, ún. WSP rendszerekkel (WSP – Wheel Slide Protection System).

Köszönhetően az itt megnevezett, valamint a további, külön nem részletezett megoldásoknak, a vasúti közlekedés napjaink egyik legbiztonságosabb közlekedési formájává vált. Számos pozitív hatásuk mellett azonban ezek a berendezések újabb és újabb problémákat vetnek fel, amelyeket a kutatóknak és a szakembereknek meg kell oldaniuk.

Ph.D. kutatásom során a csúszva gördülés alatt fejlődő hő, és az ebből származó hőfeszültségeket vizsgáltam egy kerék-sín kapcsolat esetében, amely felületi tönkremenetelt okozhat a kerék futófelületén tárcsás fékezés esetén.

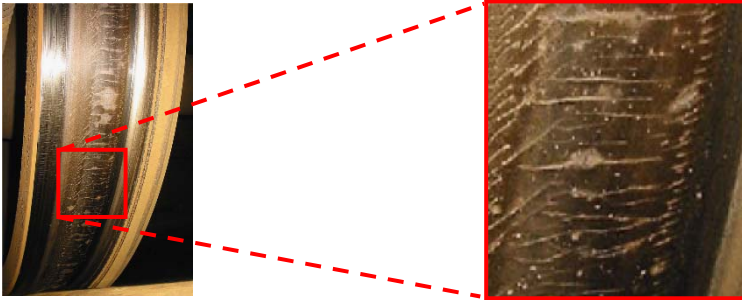
1.1. A kutatás célja

A tárcsás fékkel szerelt vasúti járművek intenzív fékezése során rossz adhéziós körülmények közé kerülve a kerék futófelülete nagymértékben megcsúszhat a sín felületén. A csúszásgátló rendszer korlátozza ugyan a makroszkopikus csúszást, de szándékosan nem szünteti meg. A makroszkopikus csúszás hatására a kontaktpontban jelentős, pillanatszerű hőfejlődés zajlik le a két érintkezésben lévő elem között, amely a kerékabroncs futófelületén mikrorepedések megjelenéséhez vezethet (1. ábra).

Kutatásom során egy nem kopott kerék-sín kapcsolatot vizsgálok és választ keresek a következő kérdésekre:

- Milyen az érintkezési nyomás eloszlása kerék-sín kapcsolat esetében?
- Mekkora a csúcs hőmérséklet gördülő-csúszó kapcsolat esetében?
- Milyen a hőmérséklet eloszlás a kerék futófelületén/sín fejen, valamint a futófelület/fej alatt az első körülfordulás/áthaladást követően?
- Milyen hatása van a hőmérsékletnek a feszültség eloszlására?
- Milyen az együttes hatása az érintkezési-és hőfeszültségeknek a felületi és felület közeli repedések kialakulására?

Hogy megtaláljam a választ a felmerült kérdésekre először egy szakirodalmi áttekintést készítettem, hogy feltérképezsem a tudomány jelenlegi állását az adott témakörben.



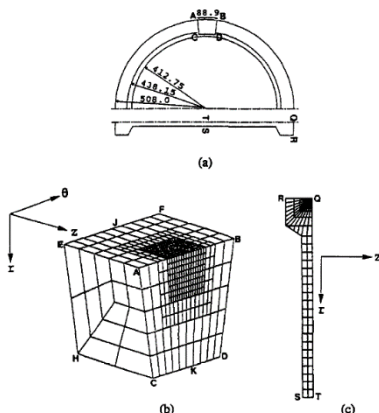
1. ábra Felületi repedések a kerék futófelületén [2]

2. Szakirodalmi áttekintés

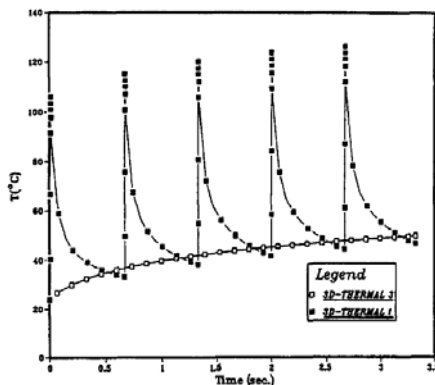
A termikus jelenségek vizsgálata a vasúti technológiákban egy igen fontos kutatási terület. A termikus jelenség a fékezési folyamat mellett (tuskós fékezés, tárcsás fékezés) a sínen csúszó kerék esetében is megjelenik. Ezeknél a súrlódásos kapcsolatoknál nagy mennyiségű hő termelődik, amely a csúszó felületek esetében a felületek repedezéséhez és további tönkremeneteli formákhoz vezethet.

A villanásszerű hőfejlődés úttörő kutatója Harmen Blok [3] volt, aki először vizsgálta, illetve definiálta – fél tér modell és négyzet alapú, egyenletes hőforrás esetén – a maximális felületi hőmérsékletet, különböző (alacsony és nagy) Peclet számok esetében.

Gupta és társai [4] két-, illetve háromdimenziós végesseleemes modellek segítségével vizsgálta a hőmérséklet növekedését és eloszlását egy mozdony futófelületén és alatta, különböző kúszási és tapadási körülmények között. Az általuk elkészített végesselem modellt a 2. ábra mutatja be. A különböző modellek kombinációjával lehetőségük nyílt a maximális hőmérséklet meghatározására, egy órán át tartó gördülő-csúszó kapcsolat során. Látványos ábrán keresztül mutatják be a hőmérséklet eloszlást a kerék futófelületén, az első öt fordulat során a 3D-s mozgó hőforrásmodell, valamint a különleges, szekvenciális elosztott hőforrásmodell eredményein keresztül (3. ábra). Ezeken felül összehasonlították a hőmérséklet eloszlást a futófelület alatt a különböző két-, illetve háromdimenziós modellek esetében az ötödik fordulat végén. Az eredmények azt mutatták, hogy csupán kisebb eltérés volt tapasztalható a két-, illetve háromdimenziós modellek esetében. Végezetül az elkészített modellek segítségével számításokat végeztek a hőpartíció meghatározására a vizsgált terhelési esetekben.



2. ábra Gupta et. al. által alkalmazott két, illetve három dimenziós végeelem modell [4]



3. ábra Hőmérséklet eloszlás a kerék futófelületén az első öt fordulat során [4]

Sábitz és Zobory [5] végeelemes analízisek segítségével vizsgálta a hőmérséklet eloszlást, valamint a martenzit képződést a kerék futófelületén mind tuskós, mind pedig tárcsás fékezés esetén. Rámutattak arra, hogy „*tuskós fékezés esetén a figyelembe vett érintkezési paraméterek mellett, a kerék/sín kapcsolat esetén a maximális hőmérséklet valamint a hűtés mértékének abszolút értéke elegendő martenzit kialakuláshoz a futófelületen*”. Sábitz és Kolonits [6] ugyancsak végeelemes technikát használt a hőmérséklet eloszlás meghatározásához a kerék futófelületén, majd a kapott eredményeket analitikus számítások eredményeivel vetették össze.

Knothe és Liebelt [7] egymáshoz képest relatív csúszó mozgást végző testek között a kontakt hőmérséklet, valamint a hőmérséklet mező vizsgálatához Laplace transzformációt használt, kombinálva az ún. Green függvényekkel. A hőmérsékletmező meghatározásához a háromdimenziós problémát kétdimenziós problémára redukálták a kerék-sín kapcsolat esetében. Az ideálisan sima felület mellett – a nyomás eloszlásból származtatva – vizsgálták az érdes felület, valamint a felületi hibák hőmérséklet eloszlásra gyakorolt hatását is. Ezeneken felül az elliptikus és a konstans terhelés hatását ugyancsak elemezték. Megállapították, hogy a vizsgált esetben a felületi hibáknak jelentősebb hatásuk van a hőmérséklet eloszlásra, mint az érdes felületnek, amelyek kis mértékben befolyásolják azt.

Peng és társai [8], [9] háromdimenziós nem lineáris végeelemes modell segítségével vizsgálták a hőfeszültségeket, figyelembe véve az ún. rail chill effektust, (amikor a felmelegedett kerék környezeti hőmérsékletű sínen halad keresztül) tuskós fékkel fékezett kerék esetében. Munkájuk során két fékezési folyamatot vizsgáltak (megállító és sebességtartó fékezés). Analízisük három lépés szintből épült fel. Az első lépés során a hőfeszültségeket vizsgálták, beleértve a rail chill effektus hatását különböző fékezési folyamatok során. A második lépésben fél-analitikus számítás

segítségével meghatározták a hőmérséklet okozta repedéskehez tartozó feszültség-intenzitás tényezőt. A harmadik lépés során Frost-Drugdale közelítéssel modellezték a hőmérséklet okozta fáradásos repedések terjedését és növekedését. Vizsgálataik eredményeiből megállapították, hogy a rail chill effektusnak csupán 10%-nyi hatása van a maximális hőmérsékletre a vizsgált fékezési folyamatok során. A vizsgálatok azt is bizonyították, hogy a rail chill jelentős különbséget jelent a kapcsolódó elemek kifáradására, mind megállító, mind pedig sebességtartó fékezés során.

Hasonlóan Peng és társaihoz, Moyar és Stone [10] is a kerék hőmérséklet okozta károsodását vizsgálta, figyelembe véve a rail chill hatását az ún. „critical plane fatigue initiation theory” elmélet segítségével a 90-es évek elején.

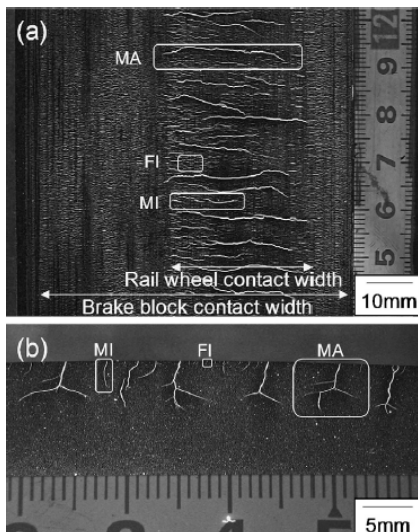
Sábitz és Zobory [11] végeeselemes analízis segítségével vizsgálta a hőmérséklet és a hőfeszültség eloszlását tuskós fékkel fékezett kerék esetében. Munkájuk során egy teljes Budapest-Hegyeshalom (188 km) útvonalon a hőmérséklet eloszlás mellett a tangenciális irányú feszültség eloszlását is vizsgálták

A hőtani, valamint az érintkezési vizsgálatokon túl számos szakirodalom elérhető, amelyek a kerék tönkremenetelével foglalkoznak, numerikus valamint kísérleti eljárások segítségével.

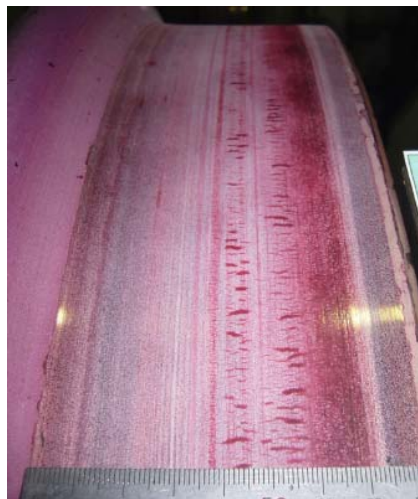
Handa és társai [12] kísérleti vizsgáló berendezés segítségével elemezték a kerék futófelületén a hőfejlődés okozta repedések kialakulását és terjedését. A vizsgálat nem csak a kerék-sín kapcsolatot, de a tuskós fékezés okozta hőmérséklet növekedést is vizsgálta. A 4. ábra a vizsgált minta felületén és közvetlenül a felület alatt mutatja be a hőmérséklet okozta repedések eloszlását. A vizsgálatok eredményeként több megállapítást is tettek. A futófelületen a hőmérséklet okozta repedések jelennek meg kevesebb, mint 100 fékezési ciklust követően és kevesebb, mint 10^6 gördülőkapcsolat után 60 kN-os terhelés mellett. Ezek a repedések a kerék-sín kapcsolaton belüli régióban keletkeznek és terjednek, (4. ábra) annak ellenére, hogy a futófelület tuskóval érintkező felülete szélesebb, mint a kerék-sín érintkezés. Ez azt jelenti, hogy a ciklikus hőterhelés valamint a gördülő kapcsolat együttesen szükséges a repedések kialakulásához. *„Ennek megfelelően a futófelületi hőmérséklet okozta repedések úgy definiálhatóak, mint egy jellemező sajátossággal bíró jelenség, amely érzékeny a kis ciklusú termikus kifáradásra és a gördülő kapcsolat okozta kifáradásra”*. Munkájuk során 100-500 MPa-os maradó feszültséget is tapasztaltak 500 μm mélységig a felület alatt.

Handa és Morimoto [2] munkája során ugyanazt a mérőberendezést használta mint a [12]-ben. Analízisük fő célja a hőmérséklet okozta repedések domináló tényezőinek, és a velük szemben hozható ellenintézkedések vizsgálata volt. Ugyancsak vizsgálták a maradó feszültség eloszlását numerikus analízis segítségével a mérési eredmények, valamint végeeselemes analízisek segítségével becsült hőmérsékleti viszonyok alapján. Az 5. ábra a repedések elhelyezkedését mutatja be a kerék futófelületén penetrációs technika segítségével kiemelve. Vizsgálatuk eredményeképpen a következő fontos állításokat tették. A váltakozó terhelés, amely a tuskós fékezésből ered, valamint a tangenciális erő, amely a gördülő kapcsolatból származik, felületi

hőmérséklet okozta repedések megjelenéséhez vezetnek. „A felületi hőmérséklet okozta repedések megjelenésének fő okaként a maradó feszültség és a kerék-sín kapcsolatból származó tangenciális erő tekinthető”. Végül, de nem utolsósorban az érintkezési nyomásnak nagyon kis hatása van az említett repedésekre.



4. ábra A repedések eloszlása a futófelületen (a) és a futófelület alatt (b) [12]



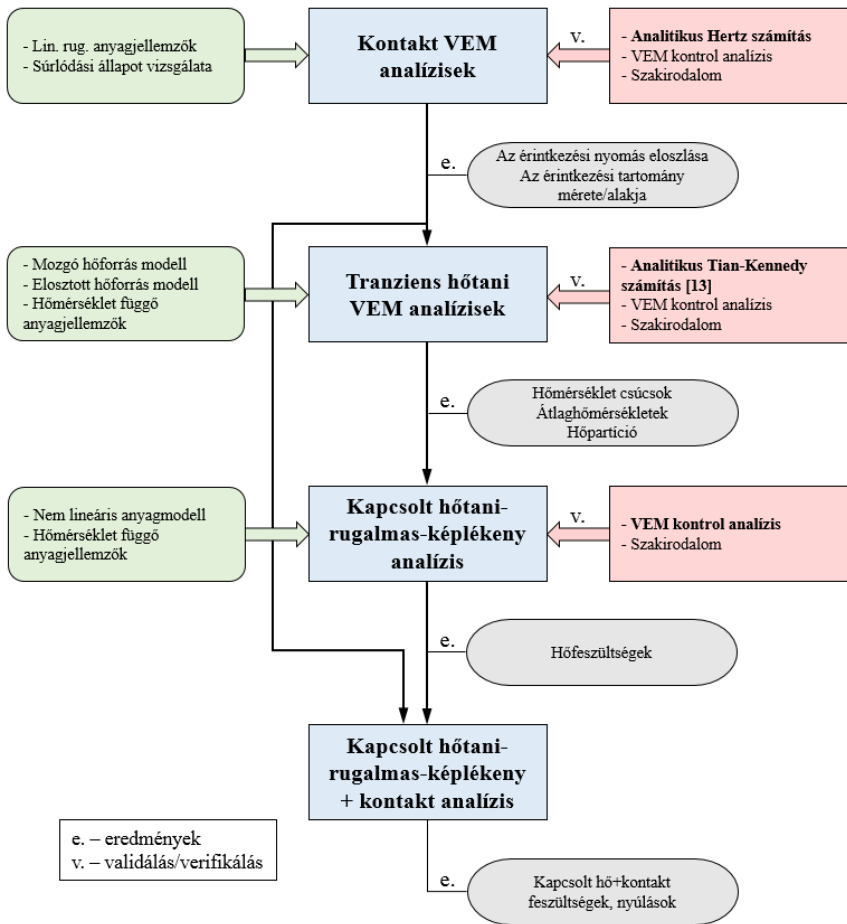
5. ábra A hőmérséklet okozta repedések elhelyezkedése a futófelületen [2]

3. A kutatás során alkalmazott eszközök és módszerek

Kutatásom során a hőmérséklet okozta futófelületi tönkremenetek elméleti hátterének vizsgálatához - a rendelkezésre álló eljárások részletes elemzését követően - végeselemes technikát alkalmaztam. Figyelembe véve, hogy a vizsgálandó probléma igen összetett, a jelenséget több részfeladatra bontottam, amihez rész végeselemes modelleket készítettem. A kerék-sín kapcsolat érintkezési és súrlódási állapota, valamint a hő- és hőfeszültségek fejlődés elkülönítve került vizsgálatra.

Az egyes részmodellek eredményeinek igazolásához analitikus számítások eredményeivel vettem össze az egyes részeredményeket. A kontakt analízis eredményei a Hertz elmélet segítségével számított eredményekkel, a hőtani számítás igazolása a Tian & Kennedy analitikus számítási eljárással történt. Az eredmények egy része tapasztalati valamint mérési eredményekkel került összehasonlításra a szakirodalmakban fellelhető adatok alapján.

A vizsgálat során alkalmazott szegmentált számítási eljárást, és az egyes lépésekhez kapcsolódó validációs és verifikációs eljárásokat a 6. ábra mutatja be. A kutatás során az ANSYS Workbench 14.5-ös szoftver került felhasználásra.



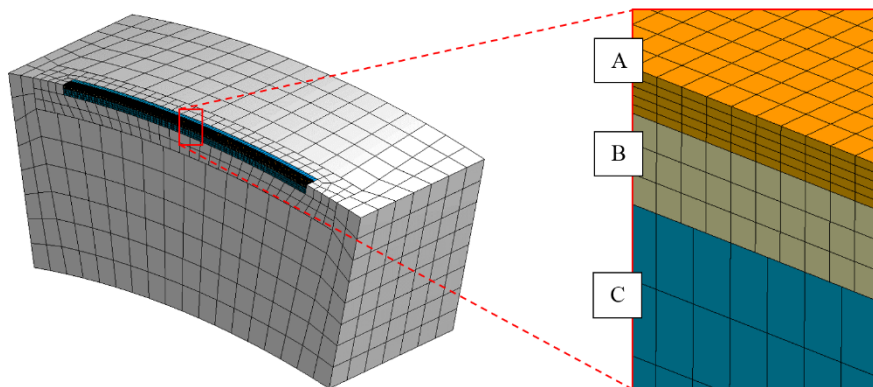
6. ábra A szegmentált VEM számítási eljárás felépítése

A vizsgálatok során egy $D=920$ mm átmérőjű, egyszerűsített geometriával rendelkező vasúti kerékabroncs 14° -os darabját vizsgáltam. A számítások során a kerékabroncs nyomkarimája, valamint a futófelület kúpos kialakítása elhanyagolásra került. Tekintettel arra, hogy az így kialakított geometria teljes mértékben szimmetrikus az Y-Z síkra, a számítások során a kiragadott darabból fél modellt készítettem.

A vizsgálati tartományt további altartományokra bontottam. Ennek célja a kellően finom háló kialakítása volt a szükséges helyeken.

Minden szegmens esetében 20 csomópontos hexaéder elemekből épült fel a háló a nagyobb számítási pontosság érdekében. Alaptest esetében 5-10 mm-es, a (C)-vel

jelölt szegmens esetében 1 mm-es az (B), illetve (A) szegmenseknél az elemméretet 0,4 mm-re csökkentettem (az (A) szegmens mélység irányban további 5 elemre lett felbontva, amelynek hatására itt az elemek magassága 0,1 mm). Így a végeleemes háló 37 108 elemből, illetve 178 311 csomópontból épült fel. A szegmentált végeleemes háló felépítését a 7. ábra mutatja be.

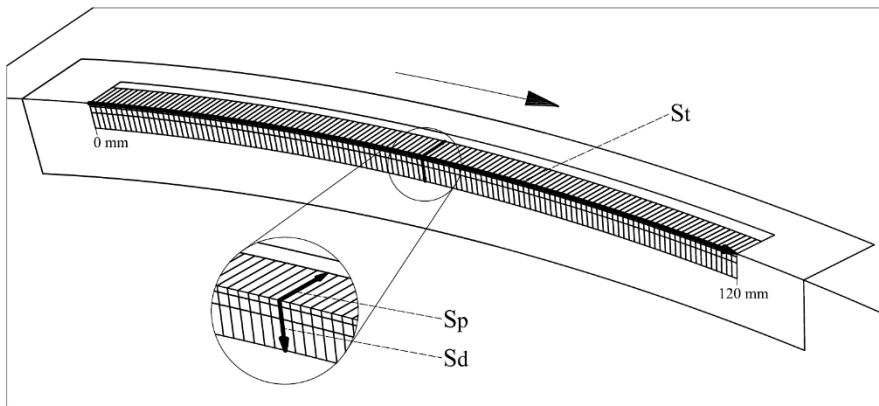


7. ábra A végeleemes háló felépítése

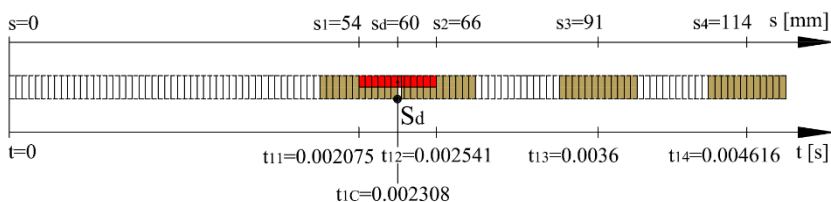
A számítások során három lekérdezési útvonal került kijelölésre, amelyen öt különböző időpillanatban történt meg az eredmények lekérdezése. A 8. ábra a lekérdezési útvonalak elhelyezkedését, míg a 9. ábra az egyes lekérdezési időpillanatokban a hőforrás pozícióját mutatja be a vizsgálati zóna felülnézetén.

A vizsgálat első részében a kerék-sín kapcsolat között jelentkező érintkezési nyomáseloszlást vizsgáltam, majd az eredményeket analitikus Hertz számítással validáltam. Az érintkezési nyomás mellett a von Mises feszültség eloszlása is vizsgálat tárgya volt, az érintkezési felületen és közvetlenül alatta. Ahogyan az az eredményekből látható, a von Mises feszültség, valamint a nyírófeszültség maximuma a futófelület alatt 2-4 mm-es mélységben jelentkezett (a vizsgált esetben). A vizsgálat második részében került sor a kezdeti „stick-slip” jelenség vizsgálatára. Az eredmények azt mutatták, hogy a kezdeti tapadási zóna az érintkezési tartományon belül lecsökken a kerék kb. ~ 0.0015 mm tangenciális irányú elmozdulását követően. Ezt meghaladó tangenciális elmozdulást követően a teljes megcsúszás bekövetkezik.

Kapcsolódó publikációk: [14]; [15]; [16]; [17]; [18]; [19]; [20].



8. ábra Az eredmények kiértékeléséhez használt lekérdezési útvonalak elhelyezkedése a vizsgálati modellen: St a csúszási irány szerint, Sd mélységi irányban, Sp a szimmetria síkra merőlegesen



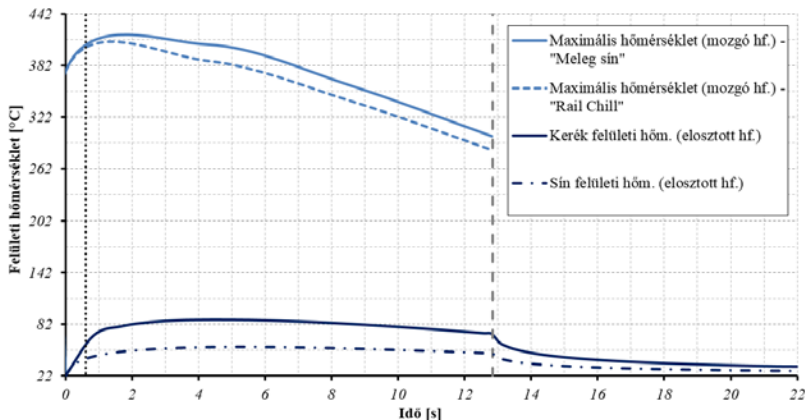
9. ábra A mozgó hőforrás/kontakt nyomás pozíciója a lekérdezési időpillanatokban a hozzá tartozó pozíció és idő értékekkel az első fordulat során (a kiemelt s koordináták az aktuális pozíció középpontját jelölik, valamint az Sd lekérdezési vonal pozícióját)

4. Tézisek

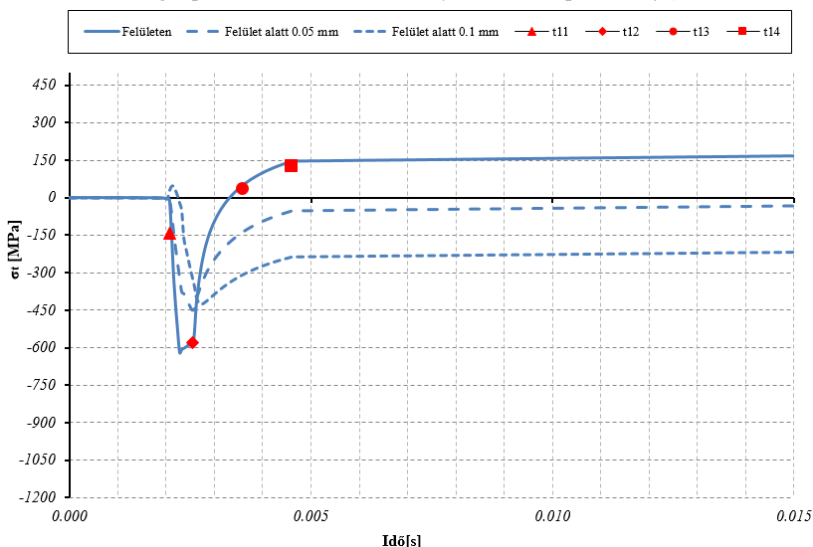
1. Tézis: Transziens hőtani végeselmes algoritmus segítségével vizsgáltam a kerék-sín kapcsolat hőtani állapotát tárcsás fékezés esetében mozgó és elosztott hőforrás modellek felhasználásával. Figyelembe véve a nagysebességű vasutak intenzív tárcsás fékezését, magas csúszási tartományokban (mint 15%), aktív blokkolásgátló berendezés esetén (Wheel Slide Protection System - WSP), magas lokális hőmérséklet csúcs, illetve hozzá tartozó hőmérséklet csóva jelentkezik a kerék-sín érintkezési felületein, már mérsékelt súrlódási tényező esetében is ($\mu=0,15$). Ez a hőmérsékletcsúcs fordulatról fordulatra kissé növekszik, főleg kerék oldalon. A jelentkező hőmérséklet csúcs közel 30 mm-re az érintkezési tartománytól kb. harmadára csökken. A hővezetés hatására már néhány fordulat után közvetlenül a felület alatt is hőmérséklet növekedés figyelhető meg.

A teljes fékezési folyamatra készített számítások rámutattak arra, hogy a kezdeti hőmérséklet növekedés csökkenő tendenciába vált át, figyelembe véve a lassulást, a hőpartíció, valamint az ún. „rail chill” effektus hatását (10. ábra).

Kapcsolódó publikációk: [21]; [22]; [23].



10. ábra A kerék és a sín futófelületének hőmérséklete a fékezési folyamat során (a függőleges szaggatott vonal a csúszva fékezés határát, míg a pontozott vonal az első öt fordulatot reprezentálja)



11. ábra A tangenciális irányú feszültség komponens eloszlása a kerék futófelületén és közvetlenül alatta az idő függvényében az első negyed fordulat során

2 Tézis: A kerék-sín érintkezés során fejlődő hő hatásának vizsgálatához kapcsolt hőtani-rugalmas-képlékeny számításokat készítettem. A bemutatott körülmények mellett (folyáshatár közeli) nagy hőfeszültségek jelentkeznek a kerék futófelületén tangenciális irányban a hőtágulás hatására.

A hőbevitel egy ciklusa alatt először magas nyomó igénybevétel figyelhető meg a felületen, amely később közel nullára csökken, majd a következő pillanatban húzófeszültség jelentkezik a hőforrás távolodásával.

A felület alatt (100 mikronos mélységben) a hőfeszültség nyomó feszültségként jelentkezik, amelynek nagysága a hőforrás távolodásával folyamatosan csökken. Az újabb és újabb fordulatok esetében a feszültségek maximális értéke kismértékben emelkedik a rugalmas-képlékeny számítás szerint. A lehülési folyamat során maradó feszültségek jelentkeznek a futófelületen és közvetlenül a felület alatti régióban (11. ábra).

A hőforrás továbbhaladásával a futófelület kezd lehűlni, ezzel egy időben a melegített és kitágult terület kezd zsugorodni, ezzel a nyomó feszültség csúcs mélyebb rétegekbe vándorol, a felületen pedig húzófeszültség jelentkezik.

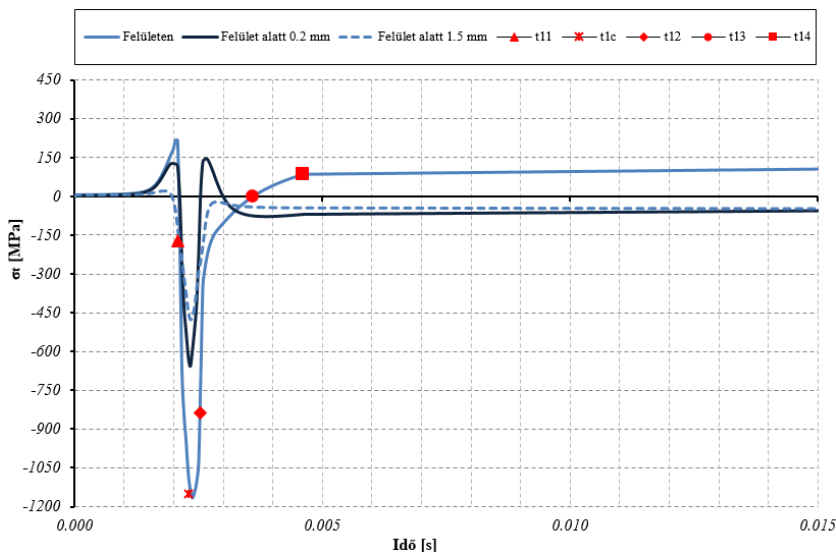
Kapcsolódó publikációk: [22]; [23]; [24].

3 Tézis: Az érintkezési és a hőfeszültségek együttes hatását tranzienis hőtani-rugalmas-képlékeny végeselemes számítás segítségével vizsgáltam. A korábbi feszültség maximumok mélyebb rétegekbe vándorolnak [kb. 0,2-0,3 mm mélységbe a felület alatt (12. ábra)], mivel az eredő feszültségi állapot mélyebb rétegekben idéz elő képlékeny zónát a „tiszta” hőfeszültségi állapothoz képest.

Mind a felületen, mind pedig a felület alatt nyomó és húzó feszültségek váltakozva követik egymást, összhangban a futófelület felmelegedésével és lehülésével. Ez a jelenség a kapcsolt számítások során is megfigyelhető, miközben a feszültségek nagyobbak mint korábban voltak.

A két hatást (érintkezési és hőfeszültségek) együttesen kell vizsgálni, a mikrorepedések kialakulásának és terjedésének elemzése során.

Kapcsolódó publikációk: [20]; [25].



12. ábra A tangenciális irányú feszültség komponens eloszlása a kerék futófelületén és közvetlenül alatta az idő függvényében az első negyed fordulat során

5. Irodalomjegyzék

- [1] I. Zobory, Ed., *Vasúttechnikai kézikönyv*. Budapest, Hungary: Magyar Államvasutak Zrt., 2006.
- [2] K. Handa and F. Morimoto, “Influence of wheel/rail tangential traction force on thermal cracking of railway wheels,” *Wear*, vol. 289, pp. 112–118, Jun. 2012.
- [3] H. Blok, “Theoretical Study of Temperature Rise at Surafeces of Actual Contact under Oiliness Conditions,” *Proc Inst Mech. Eng. Gen. Discuss. Lubr.*, vol. 2, pp. 222–235, 1937.
- [4] V. Gupta, G. T. Hahn, P. C. Bastias, and C. A. Rubin, “Calculations of the frictional heating of a locomotive wheel attending rolling plus sliding,” *Wear*, vol. 191, no. 1–2, pp. 237–241, Jan. 1996.
- [5] L. Sábitz and I. Zobory, “On Simulating the Thermal Conditions of Martensite Formation on Railway Wheel Treads,” in *J. Pombo (ed): Proceedings of the Second International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*, Stirlingshire, Scotland, 2014, pp. 1–13.
- [6] L. Sábitz and F. Kolonits, “Finite element and analytical computation of flash temperature,” *Civ. Eng.*, vol. 58, no. 3, pp. 267–278, Aug. 2014.

-
- [7] K. Knothe and S. Liebelt, "Determination of temperatures for sliding contact with applications for wheel-rail systems," *Wear*, vol. 189, no. 1–2, pp. 91–99, Oct. 1995.
- [8] D. Peng, R. Jones, and T. Constable, "A study into crack growth in a railway wheel under thermal stop brake loading spectrum," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 25, pp. 280–290, Oct. 2012.
- [9] D. Peng, R. Jones, and T. Constable, "An investigation of the influence of rail chill on crack growth in a railway wheel due to braking loads," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 98, pp. 1–14, Jan. 2013.
- [10] G. J. Moyar and D. H. Stone, "An analysis of the thermal contributions to railway wheel shelling," *Wear*, vol. 144, no. 1–2, pp. 117–138, Apr. 1991.
- [11] L. Sábitz and I. Zobory, "Finite Element Modelling of the Thermoelastic Processes in Tread-Braked Wheels," presented at the 8th International Conference on Railway Bogies and Running Gears, Budapest, Hungary, 2010, pp. 103–113.
- [12] K. Handa, Y. Kimura, and Y. Mishima, "Surface cracks initiation on carbon steel railway wheels under concurrent load of continuous rolling contact and cyclic frictional heat," *Wear*, vol. 268, no. 1–2, pp. 50–58, Jan. 2010.
- [13] X. Tian and J. Francis E. Kennedy, "Maximum and Average Flash Temperatures in Sliding Contacts," *J. Tribol.*, vol. 116, no. 1, pp. 167–174, Jan. 1994.
- [14] P. **Zwierczyk** and K. Váradi, "Vasúti kerékbroncs-féktuskó kapcsolat súrlódási állapotának végeselemes vizsgálata," presented at the XVIII. Nemzetközi Gépészeti Találkozó - OGÉT 2010, Baia Mare, Romania, 2010, pp. 502–505.
- [15] P. **Zwierczyk** and K. Váradi, "Kerékbroncs-féktuskó kapcsolat súrlódási állapotának végeselemes vizsgálata," *GÉP*, vol. LXI. évfolyam, no. 11., pp. 33–36, 2010.
- [16] P. T. **Zwierczyk**, K. Váradi, and L. Oroszvály, "Finite Element Analysis of the Friction State for Wheel-Rail Connection," presented at the 8th International Conference on Mechanical Engineering, Budapest, Hungary, 2012, pp. 604–611.
- [17] P. T. **Zwierczyk**, K. Váradi, and L. Oroszvály, "Finite Element Analysis of the Friction State for Wheel-Rail Connection," in *Proceedings of the PhD Conferences organised by the Doctoral Schools of the BME, in the framework of TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0009*, Budapest, Hungary, 2012, pp. 56–63.
- [18] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, "Vasúti kerékbroncs-sín kapcsolat súrlódási állapotának vizsgálata VEM analízissel," presented at the XX. Nemzetközi Gépészeti Találkozó - OGÉT 2012, Cluj-Napoca, Romania, 2012, pp. 518–521.
- [19] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, "Vasúti sín-kerékbroncs kapcsolat súrlódási állapotának végeselemes vizsgálata," *GÉP*, vol. LXIII. évfolyam, no. 12., pp. 159–162, 2012.

- [20] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Frictional contact FE analysis in a railway wheel-rail contact,” *Mech. Eng.*, vol. 58, no. 2, pp. 93–99, May 2014.
- [21] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Thermal Analysis of a Railway Wheel-Rail Connection in Sliding/Rolling Motion,” presented at the The Tenth International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering (TMCE 2014), Budapest, Hungary, 2014, vol. Proceedings of TMCE 2014, pp. 1405–1412.
- [22] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Vasúti kerékabroncs végeelemes hőtani és feszültségi vizsgálata,” presented at the XXII. Nemzetközi Gépészeti Találkozó - OGÉT 2014, Sibiu, Romania, 2014, pp. 438–441.
- [23] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Thermal Stress Analysis of a Railway Wheel in Sliding-Rolling Motion,” *J. Tribol.*, vol. 136, no. 3, pp. 031401–031401, May 2014.
- [24] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Coupled thermal elastic-plastic analysis of a railway wheel under intensive braking process,” presented at the 14th European Mechanics of Materials Conference - EMMC14, Gothenburg, Sweden, 2014, p. 1.
- [25] P. T. **Zwierczyk** and K. Váradi, “Thermal and Contact FE Analysis of a Railway Wheel in Sliding-Rolling Motion,” presented at the 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), Barcelona, Spain, 2014, pp. 1–2.