



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR
MŰSZAKI MECHNIKAI TANSZÉK

PHD TÉZISFÜZET

Kiszámított nyomaték szabályozás és paraméteres gerjesztés alkalmazása alulaktuált dinamikai rendszerekre

Szerző:

ZELEI Ambrus Miklós

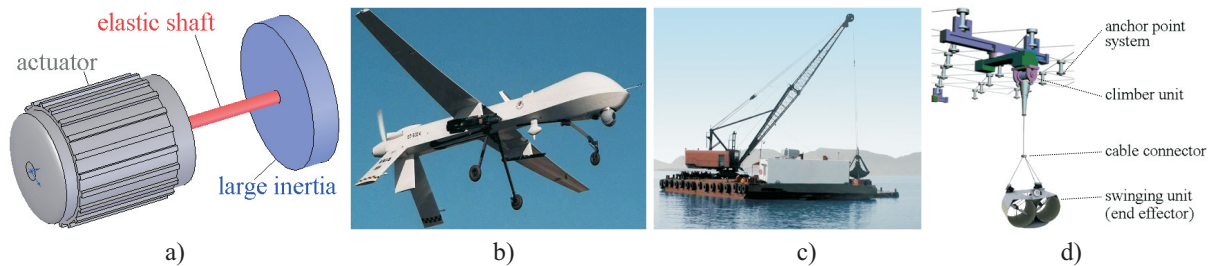
Témavezető:

Dr. STÉPÁN Gábor

Budapest, 2015. február

Bevezetés

A jelen munka célja mozgásszabályozási algoritmusok kiterjesztése alulaktuált többtest dinamikai rendszerekre. A klasszikus robotikában a szabadsági fokok száma 6 és a beavatkozó szervek, más szóval aktuátorok száma is 6. Ezek a többtest-dinamikai rendszerek teljes aktuáltságúak és alapvető feladatok ellátására alkalmasak a 3 dimenziós térben. Ugyanakkor az alulaktuált többtest-dinamikai rendszerek megjelennek a természetben és a mérnöki gyakorlatban majdnem mindenütt. Tekintsük például az emberi kéz működését, az emberi járást és a futást, a halak úszását, a madarak repülését, valamint a megfelelő mérnöki példákat, a robot kezeket, passzív lépegetőket, hajókat, víz alatti és légi járműveket, darukat (1.b and c ábra). Amellett, hogy az alulaktuált rendszerek szabályozási algoritmusai lényegesen bonyolultabb, a mechanikai felépítésükből adódó nagy előnyük az energiahatékonyság és a fürges mozgás. Egyes alkatrészek rugalmassága is kezelhető alulaktuáltsággént, ahogyan ez a nagyon könnyű szerkezetű ún. "light-weight" robotok esetén is releváns (1.a ábra).



1. ÁBRA. Real life examples for underactuated dynamical systems

A szakirodalom alapján a következőképpen definiálhatjuk az alulaktuált mechanikai rendszereket. Tekintsünk egy általános szabályozott mechanikai rendszert, aminek a matematikai modellje általában közönséges másodrendű differenciálegyenletek formájában adható meg:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\mathbf{u}, \quad (1)$$

ahol \mathbf{q} a minimális számú általános koordinátáknak a vektora, $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ a rendszer dinamikáját leíró vektor, amely magában foglalhatja a gravitáció hatását, a rugó és csillapító erőket, a centrifugális és Coriolis hatásokat valamint giroszkópikus hatásokat. $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ a szabályozási bemeneti mátrix és \mathbf{u} a szabályozási bemenetek vektora, amelyek a hajtómotorok által biztosított erőket és nyomatékokat reprezentálják. Az (1) mozgásegyenlettel

leírt rendszerrel kapcsolatban azzal a feltételezéssel élünk, hogy az \mathbf{u} szabályozási bemenet lineárisan jelenik meg.

A rendszer teljes aktuáltságú, ha a $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ bemeneti mátrix rangja megegyezik a rendszer szabadsági fokainak a számával:

$$\text{rank}(\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)) = \dim(\mathbf{q}). \quad (2)$$

Alulaktuált rendszerről beszélünk, ha a független szabályozási bemenetek száma alacsonyabb a rendszer szabadsági fokainak a számánál, más szóval a $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ mátrix rangja kisebb, mint a \mathbf{q} általános koordináta vektor dimenzióinak a száma:

$$\text{rank}(\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)) < \dim(\mathbf{q}). \quad (3)$$

Redundáns aktuáltságú rendszerek is léteznek, amelyeknél a független szabályozási bemenetek száma nagyobb a szabadsági fokoknak a számánál és ekkor több aktuátor is felelős egy szabadsági fok mozgatásáért, mint például az emberi és állati izomrendszerben. Redundáns aktuáltságú rendszerek nem képezik vizsgálat tárgyát a jelen munkában.

Célkitűzések

A jelen munkát egy újonnan tervezett, az 1.d ábrán látható háztartási robot, az Acroboter motiválta, amelynek a fejlesztése egy Európai Unió projekt (EU6, IST-2006-045530) keretein belül történt a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi egyetem Műszaki Mechanikai Tanszékének koordinálásával.

Az Acroboter munkavégző egysége a különleges kialakítású mennyezetről speciális kábeleken lelógva képes mozogni a munkatérben és kihasználni a daruk esetében is megfigyelhető inga-szerű mozgást. A különleges kialakítású, többtest-dinamikai rendszerként modellezhető robot 12 szabadsági fokkal és csak 10 hajtómotorral rendelkezik, tehát alulaktuált, ami a jelenlegi szabályozási algoritmusok kiterjesztését igényli. A kiterjesztés részben azért szükséges, mert a robot által leggyakrabban felvett konfigurációban a minimális számú \mathbf{q} általános koordinátákkal történő leírás szinguláris. Ez a probléma megfelelően választott nem minimális számú redundáns koordináták alkalmazásával oldható meg, amely egyébként is illeszkedik a többtest-dinamikai rendszerek szakirodalomban

megszokott leírásához. Mivel a robot számára előírt feladat a merev testként modellezett munkavégző egység térbeli pozíciójának és orientációjának a megadásával kapcsolatos, a feladat dimenzióinak a száma mindössze 6, ebből következően az Acroboter kinematikailag redundáns is, amellet, hogy alulaktuált. A többtest-dinamikai jelleg miatt az Acroboter dinamikai modellje differenciál algebrai egyenletek formájában adható meg. A jelen munka alulaktuált többtest-dinamikai rendszerekre általánosan alkalmazható, modell alapú mozgásszabályozási algoritmusok kidolgozását célozza.

Az eredmények egy lehetséges alkalmazásaként változó topológiájú rendszerekre általánosítom a kidolgozott algoritmusokat, többek között olyan teljes aktuáltságú robotok szabályozására, amelyeknél a beavatkozók telítődését figyelembe kell venni. A hajtómotorok telítődése egy lényeges nemlinearitás, amit jelen esetben a független szabályozási bemenetek számának csökkenéseként kezellek. A változó topológiájú rendszerek egy másik esete, amelyet ugyancsak vizsgálok, a láb és kerék nélküli helyváltoztatásra képes szerkezetek csoportja.

Alulaktuált rendszerekre a leginkább összetett problémák akkor adódnak, ha bizonyos feladatok a passzív szabadsági fokokra vannak előírva. Az aktív szabadsági fokokra ható szabályozás periodikus gerjesztéssel történő kiegészítésével a passzív szabadsági fokokra előírt feladatok is teljesíthetőek az aktív szabadsági fokokra előírt feladatok betartása mellett. Mivel az alkalmazott periodikus gerjesztés általában valamilyen periodikus paraméter jelenlétét okozza a mozgásegyenletben, ezt a fajta gerjesztést paraméteres gerjesztésnek nevezik a klasszikus mechanikában. Ilyen értelemben a paraméteres gerjesztés alkalmazható bizonyos alulaktuált rendszerek szabályozására. Vízi járművek és inga-szerű robotok paraméteres gerjesztéssel történő szabályozására esettanulmányokat dolgozok ki.

Végül az Acroboter mozgásszabályozását mutatom be, amely részben a robot egyszerűsített, inga-szerű modelljeinek segítségével nyert zárt alakú formulákon alapul. Az egyszerűsített szabályozási algoritmusokat a dolgozat elején bemutatott általános módszerekkel kombinálva az Acroboter prototípuson sikeres laboratóriumi tesztek hajtottunk végre.

1. Tézis

A kiszámított nyomatékok módszerét kiterjesztettem olyan alulaktuált dinamikai rendszerekre, ahol a szingularitások és a tömegmátrix nemlinearitásának elkerülése érdekében a szabadsági fokok számánál több, redundáns leíró koordinátákat alkalmazunk. Megmutattam, hogy a szabályozó nyomaték kiszámítása az implicit Euler diszkretizáció alkalmazásával valós idejű szabályozásban is megvalósítható ha a rendszer relatív rendje kettő, ami gyakori eset többtest-dinamikai rendszereknél.

Minderre két eljárást dolgoztam ki és hasonlítottam össze:

a) Amennyiben lehetséges a szabályozott és a szabályozatlan leíró koordináták szétválasztása, a szabályozó nyomatékok számítását egy csökkentett méretű feladattal oldottam meg.

b) Amennyiben a fenti szétválasztás nem lehetséges, a szervó-kényszerek és az implicit Euler diszkretizációval kialakuló egyenletrendszer csatolásával dolgoztam ki módszert a szabályozó nyomatékok meghatározására.

Megmutattam, hogy miközben a b) módszer általánosabb és programozása egyszerűbb, addig az a) módszer számítási igénye jelentősen kedvezőbb. Az alulaktuált "Aeropendulum" laboratóriumi berendezésen kísérletileg igazoltam, hogy a kiszámított nyomatékok módszere alkalmazható valós idejű szabályozásra még az általánosabb b) algoritmus esetében is.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]

2. Tézis

A kiszámított nyomatékok módszerét kiterjesztettem olyan alulaktuált dinamikai rendszerekre, ahol tehetetlenségi csatolás van a szabályozási bemenet és az előírt kimenet között, az előírt mozgást pedig úgynevezett szervó-kényszerekkel adjuk meg a geometriai kényszerekhez hasonló matematikai struktúrában. Megmutattam, hogy a szabályozó nyomaték kiszámítása a Lagrange – multiplikátorok módszerének alkalmazásával valós idejű szabályozásban megvalósítható akár néhány nem-kollokált szabályozott mechanikai rendszer esetében is.

Differenciál-algebrai egyenletekkel modellezve a rendszert két eljárást dolgoztam ki és teszteltem, ahol a Baumgarte – stabilizációt elegendő csak a szervó-kényszerekre alkalmazni. Minkét eljárás akkor hatékony, ha kellően távol vannak a koordináták és a beavatkozások szinguláris konfigurációitól.

Kimutattam, hogy a bemeneti mátrix nulltér projekcióját és pszeudo-inverzét felhasználva explicit képlet adható a szabályozó nyomaték kiszámítására, és ennek számítási igénye kedvezőbb, mint a közvetlen mátrix invertálással meghatározott szabályozónyomatéké, ami egyébként is csak kollokált szabályozott mechanikai rendszerekre alkalmazható.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [9, 10, 11, 6, 8]

3. Tézis

Aktuátorok szaturációját a szabályozott dinamikai rendszer topológiájának változásaként írtam le: a teljesen aktuált robot alulaktuálttá válik, amikor a beavatkozó szervek egyike szaturál. Egy keretalgorithmust dolgoztam ki, amelyik vált a teljesen aktuált rendszer kiszámított nyomaték szabályozása és az alulaktuált rendszer szabályozása között.

Az alulaktuált rendszer mozgásának tervezéséhez olyan $\hat{\sigma}$ csökkentett dimenziójú szervó-kényszereket alkalmaztam, amelyeket az eredeti teljesen aktuált rendszer σ szervó-kényszereiből származtattam a

$$\hat{\sigma} = (-\sigma_{\mathbf{q}}^T)^\dagger \mathbf{HT} \sigma$$

transzformációval, ahol $\sigma_{\mathbf{q}}$ a szervó-kényszer Jakobi mátrixa, \mathbf{H} a bemeneti mátrix, \mathbf{T} a nem szaturált bemeneteket azonosító mátrix és \dagger a pszeudo-inverzét jelöli az alkalmasint nem kvadratikus mátrixoknak, amelyek a redukciós lépések során keletkeznek.

Ilyen módon szaturálódó aktuátorok mellett is tervezhetővé és optimalizálhatóvá vált a pályakövetés hibája.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [12, 13]

4. Tézis

Bebizonyítottam, hogy a folyadék felszínén úszó testek instabil egyensúlyi helyzete stabilizálható paraméteres gerjesztéssel. Az instabil egyensúlyi helyzetű evezős járműveket, mint a kajak és kenu sport versenyhajói, alulaktuált mechanikai rendszerként modelleztem, melyben az evezős csupán súlypontjának függőleges irányú periodikus mozgásával képes stabilizálni az egyébként instabil két szabadságfokúnak tekintett hajótest előírt függőleges helyzetét. Meghatároztam a rendszer stabilitási térképét, melynek alapján megadható az a minimális ω percenkénti evezős csapásszám, amellyel a hajótest már stabilizálható:

$$\omega^* \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\frac{m}{J_C} \frac{6h(2p-h) - a^2}{3(\sqrt{38}-6)}},$$

ahol a a hajótest szélességét jellemző geometriai paraméter, p a hajótest és az ember közös súlypontjának magassága, h a hajótest merülési mélysége, m a tömeg és J_C a súlyponton átmenő, hosszirányú tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték. A modellt és az eredményeket validáltam a szakirodalomból ismert tapasztalati geometriai és optimálisnak tekintett 75-90 csapás/perc csapásszám adatokkal, továbbá modellkísérlettel szemléltettem a paraméteres gerjesztéssel történő stabilizálás alkalmazhatóságát úszó testek esetében.

A nemlineáris rendszer numerikus vizsgálatával kimutattam, hogy amennyiben a paraméteres gerjesztéssel nem sikerül Ljapunov értelemben stabilizálni a hajótest előírt függőleges helyzetét, a keletkező rezgések kaotikus jellegűek és véges amplitúdójúak lesznek, azaz gyakorlati szempontból ilyenkor is tekinthető eredményesnek a hajótest stabilizálása.

A tézishoz kapcsolódó publikációk: [14, 15, 16, 17]

5. Tézis

Bebizonyítottam, hogy a Lagrange multiplikátorok módszere általánosítható alulaktuált robotok kiszámított nyomaték szabályozására abban az esetben, amikor a robot

mozgása a fázistérnek egy hiperfelületére van kényszerítve, ahol a hiperfelületet megfelelően választott paraméterek függvényeként adjuk meg. A paraméterek száma megegyezik a szabadsági fokok és az aktuátorok számának különbségével.

Ha az előírt hiperfelület a paraméterek kiküszöbölésével implicit formában is megadható, akkor ezt az implicit alakot szervó-kényszerként definiáltam. Megmutattam, hogy az ilyen módon felépített algoritmussal a kiszámított nyomatékok módszerét a szakirodalomban ismerthez képest csökkentett méretű feladat megoldásaként lehet előállítani. A feladat méretét a kiküszöbölt paraméterek számával lehet csökkenteni. A paraméterek kiküszöbölése esetenként azért lehetséges, mert az alulaktuált robotok esetén bizonyos mozgások időbeli lefutása helyett hiperfelületeken való, időben nem meghatározott mozgás is előírható.

A tézishez kapcsolódó publikáció: [18]

6. Tézis

Analitikus összefüggést adtam az Acroboter platform síkbeli modelljének inverz dinamikai számítására abban az esetben, amikor a lengő egység előírt orientációja a pályakövetés során vízszintes. A megfelelő kiszámított nyomatékok módszerét kísérletileg is ellenőriztem egy ipari robotra szerelt lengő egységgel. Zárt alakú megoldást állítottam elő a tetszőlegesen sok szegmensből álló térbeli matematikai inga inverz dinamikai számítására is, amikor a szerkezet alsó pontjának pályája van előírva.

Megmutattam, hogy a beavatkozó egység előírt mozgására és a beavatkozó erőkre nézve a zárt alakú formulák megegyeznek a síkbeli Acroboter modell és a kettős inga esetén. Az eredményeket általánosítottam az Acroboter térbeli modelljére és szimulációkkal igazoltam annak egyezését a térbeli kettős inga modellel. Ez azt jelenti, hogy az egyszerűsített kettős inga modell használható az Acroboter platform kiszámított nyomaték szabályozásában. Ezzel számítási időt csökkentettem, amivel javult a valós idejű szabályozás.

Analitikus eredményeim alkalmasak numerikus számítások ellenőrzésére is különböző szabályozási algoritmusok tesztelésékor, mint például a több szegmensből álló alulaktuált inga esetében.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [19, 20, 21, 22, 4, 23]

7. Tézis

Alulaktuált rendszerek esetére kimutattam, hogy a kinematikai redundanciának a szabadságfokokra és az előírt feladat dimenziójára épülő szakirodalmi definíciója ugyan kizárja az inverz kinematikai feladat egyértelmű megoldását, de ez nem ekvivalens azzal, hogy az inverz dinamikai feladatnak sincs egyértelmű megoldása. A kérdés tisztázására bevezettem a dinamikai redundancia fogalmát, ami az aktuátorok számát veti össze a feladat dimenziójának számával: amennyiben a szabadsági fokok száma nagyobb az aktuátorok számánál, és ez nagyobb a feladat dimenziójánál, akkor az inverz dinamikai feladat sem oldható meg egyértelműen. Ennek megfelelően a kiszámított nyomatékok módszerét általánosítottam dinamikailag redundáns rendszerekre: a geometriai kényszerek és az előírt feladatot leíró szervó-kényszerek mellett úgynevezett sebesség szintű (anholonom) szervó-kényszereket vezettem be oly módon, hogy az inverz dinamikai feladat egyértelműen megoldható legyen, és egyúttal a pszeudo-inverz számításokhoz hasonlóan a mechanikai energia minimalizálására is lehetőség nyílt.

A tézishez kapcsolódó publikáció: [24]

Publikációk

- [1] L. L. Kovács, A. Zelei, L. Bencsik, J. Turi, and G. Stépán, „Motion control of an under-actuated service robot using natural coordinates,” in *Proceedings of ROMANSY 18 - Robot Design, Dynamics and Control*, July 5 - 8, 2010, Udine, Italy, pp. 331–338.
- [2] A. Zelei, L. L. Kovács, L. Bencsik, and G. Stépán, „Computed torque control of under-actuated dynamical systems modeled by natural coordinates,” in *In Proceedings of the 7th International Conference on Mechanical Engineering. Gépészet 2010*, 25-26. May, 2010, Budapest, Hungary, pp. 11–18, vol. 30.
- [3] A. Zelei and G. Stépán, „The acroboter platform - part 2: Servo-constraints in computed torque control,” in *In proceedings of the IUTAM Symposium on Dynamics Modeling and Interaction Control in Virtual and Real Environments - IUTAM Book Series by Springer*, 7-11 June, 2010, Budapest, Hungary, pp. 11–18, vol. 30.
- [4] A. Zelei, L. L. Kovács, and G. Stépán, „Computed torque control of an under-actuated service robot platform modeled by natural coordinates,” *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, vol. 16, no. 5, pp. 2205–2217, 2011.
- [5] A. Zelei, M. Móra, and G. Stépán, „Experimental analysis of a fan driven underactuated pendulum,” in *In proc. of the 28th Danubia-Adria-Symposium on Advances in Experimental Mechanics - DAS 2011*, 28 September - 1 October, 2011, Siófok, Hungary, p. 2 pages.
- [6] A. Zelei, L. Bencsik, and G. Stépán, „An underactuated modular robot for testing control algorithms,” in *In proc.: 56th IWK International Scientific Colloquium*, 12-16 September, 2011, Ilmenau, Germany.
- [7] A. Zelei, M. Móra, and G. Stépán, „Kísérletek ventilátorral hajtott alulaktuált inga szabályozására,” in *In proc.: XI. Magyar Mechanikai Konferencia*, August 29-31, 2011, Miskolc, Hungary, pp. 6 pages, paper id.: 138.
- [8] A. Zelei and G. Stépán, „Case studies for computed torque control of constrained underactuated systems,” *Periodica Polytechnica - Mechanical Engineering*, vol. 56, no. 1, pp. 73–80, 2012.

- [9] L. Bencsik, A. Zelei, and L. L. Kovács, „Alulaktuált robotok kiszámított nyomaték szabályozása szervó kényszerek alkalmazásával,” in *In proc.: XI. Magyar Mechanikai Konferencia*, August 29-31, 2011, Miskolc, Hungary, pp. 1 page (Extended abstract), paper id.: 114.
- [10] L. L. Kovács and A. Zelei, „Servo constraint based computed torque control of acroboter,” in *In proc. of the Symposium on Brain, Body and Machine on the occasion of the 25th anniversary of McGill University’s Centre for Intelligent Machines*, November 10 - 12, 2010, Montreal, Canada, p. 4 pages.
- [11] L. L. Kovács, J. Kövecses A. Zelei, L. Bencsik, and G. Stépán, „Servo-constraint based computed torque control of underactuated mechanical systems,” in *In proc. of ASME 2011 8th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control*, August 28 - 31, 2011, Washington, USA, pp. 331–338.
- [12] Z. Juhasz and A. Zelei, „Analysis of worm-like locomotion,” *Periodica Polytechnica - Mechanical Engineering*, vol. 57, no. 2, pp. 59–64, 2013.
- [13] A. Zelei and G. Stépán, „Computed torque control of a constrained manipulator considering the actuator saturation,” in *proc. of 11th Conference on Dynamical Systems - Theory and Applications DSTA-2011 (Dynamical Systems - Nonlinear Dynamics and Control)*, December 5-8, 2011, Lodz, Poland, pp. 189–194.
- [14] Á. Takács and A. Zelei, „U’szó tesztek stabilitásvesztése hullámvás hatására,” in *In proc: XI. Magyar Mechanikai Konferencia*, August 29-31, 2011, Miskolc, Hungary, pp. paper id: 066, extended abstract.
- [15] A. Zelei and G. Stépán, „Stabilizing effect of vertical periodic motion on athletes - paddle systems,” in *In: Proceedings of the 3rd Hungarian Conference on Biomechanics*, 2008, Budapest, Hungary, pp. 415–422.
- [16] A. Zelei and G. Stépán, „The influence of parametric excitation on floating bodies,” in *Proceedings of the 79th Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM 2008)*, 31. March - 4. April, 2008, Bremen, Germany.
- [17] A. Zelei and G. Stépán, „The influence of parametric excitation on floating bodies,” *PAMM*, vol. 8, no. 1, pp. 10929–10930, 2008.
- [18] A. Zelei, L. Bencsik, and G. Stépán, „Alternative task definitions for path tracking control of underactuated robots,” in *Book of Abstracts of the The 3rd Joint International Conference on Multibody System Dynamics and The 7th Asian Conference on Multibody Dynamics*, June 30-July 3, 2014, Busan, Korea, p. 2 pages.

-
- [19] L. L. Kovács, A. Zelei, L. Bencsik, and G. Stépán, „The acroboter platform - part 1: Conceptual design and dynamics modeling aspects,” in *In proceedings of the IUTAM Symposium on Dynamics Modeling and Interaction Control in Virtual and Real Environments - IUTAM Book Series by Springer*, 7-11 June, 2010, Budapest, Hungary, pp. 3–10, vol. 30.
- [20] A. Zelei and G. Stépán, „Motion analysis of a crane as an under-actuated robot,” in *Gépészet 2008: Proceedings of Sixth Conference on Mechanical Engineering.*, 2008, Budapest, Hungary, Paper no.: G-2008-M-06, ISBN: 978-963-420-947-8.
- [21] A. Zelei and G. Stépán, „Computed torque control method for under-actuated manipulator,” in *Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, California USA*, 2009, pp. Paper id: DETC2009–86409.
- [22] A. Zelei, L. L. Kovács, and G. Stépán, „Trajectory generation of an underactuated and redundant service robot platform equipped with ducted fan actuators,” in *In: Proceedings of the 10th Conference on Dynamical Systems - Theory and Applications DSTA-2009*, December 7 - 10, 2009, Lodz, Poland, pp. 789–796.
- [23] A. Zelei, L. Bencsik, G. Stépán, and L. L. Kovács, „Dynamics and actuation of the acroboter platform,” in *Book of Abstracts of The 2nd Joint International Conference on Multibody System Dynamics - IMSD 2012*, May 29 - June 1, 2012, Stuttgart, Germany, pp. 333–334.
- [24] A. Zelei, L. Bencsik, L. L. Kovács, and G. Stépán, „Redundancy resolution of the underactuated manipulator acroboter,” in *In proc. RoManSy 2012 - 19th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control*, June 12-15, 2012, Paris, France, pp. 233–240.