

Hidak és Szerkezetek Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

**SZÓRÓDÓ CSILLAPÍTÁS SZEREPE SZERKEZETEK DINAMIKUS
VÁLASZÁBAN**

TÉZISFÜZET

Pap Zsuzsa Borbála
Konzulens: Kollár László P., egyetemi tanár

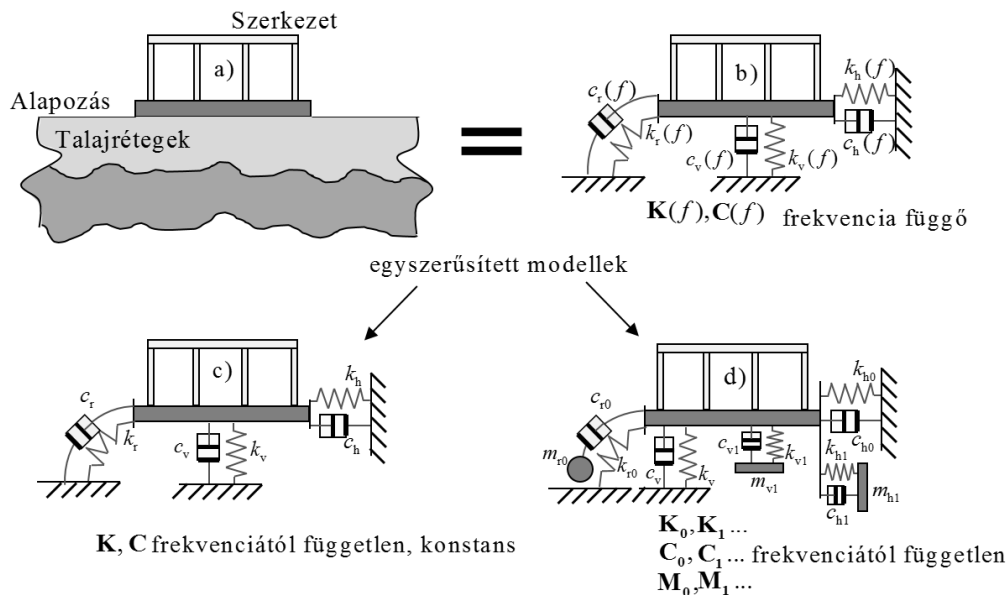
2020. január 2.

1. Bevezetés

A disszertációban különböző rendszerek dinamikus viselkedésével foglalkoztunk. Talaj-szerkezet kölcsönhatás esetén a rendszer harmonikus gerjesztésre és földrengési jelre adott válaszát vizsgáltuk, és hosszú, téglalap alakú lemezek harmonikus rezgését elemeztük. Ez a két rendszer teljesen különbözőnek tűnhet, de a matematikai leírásuk hasonló. Mindkét esetben szóródó csillapítás lép fel a rendszerben, amely a hullámok végtelenbe való terjedése miatt az energia elnyelődését jelenti [1]. Ebből adódóan ezek a rendszerek másképp viselkednek, mint a diszkrét véges rendszerek, a gerjesztésre adott dinamikai válaszuk alapvetően különbözik a tömegpontból, rugóból és csillapítóelemből álló rendszerekétől.

A talaj-szerkezet kölcsönhatást többféle módszerrel vehetjük figyelembe (1. ábra). A talaj deformációképességét modellezhetjük rugókkal vagy rugó-csillapító elemekkel. A legpontosabb számítási lehetőség az úgynevezett direkt módszer (1. ábra, a), ahol a talajt és szerkezetet együttesen kell modellezni. Ebben az esetben a talaj nemlineáris tulajdonságai is figyelembe vehetők, azonban a számítás ebben az esetben nagyon időigényes.

Az egyszerű rugó-csillapító modellek jellemzői az úgynevezett impedanciafüggvény alapján számíthatók ki. Az impedanciafüggvény a rendszer (jelen esetben a talaj és egy tömeg nélküli alaptest) beállt válasza a harmonikus gerjesztésre [1]. A függvény komplex, amely felírható az amplitúdó és a fázisszög segítségével. Az impedanciafüggvény értelmezhető frekvenciafüggő rugó- és csillapítóelemként is (1. ábra, b), azonban ennek az időtérben való alkalmazása bonyolult. A számítás egyszerűsítése érdekében a frekvenciafüggő elemeket a gyakorlati tervezésben konstans értékekkel helyettesítik [2] (1. ábra, c). Ezek a konstansok legtöbbször a függvény kezdeti (statikus teherhez tartozó) értékei [3]. Az irodalomban több, ennél komplexebb modell is fellelhető a talaj-szerkezet kölcsönhatás figyelembevételére: több rugó-, csillapítóelem és tömeg soros és párhuzamos kapcsolásával pontosabb közelítés hozható létre (1. ábra, d).



1. ábra A talaj-szerkezet kölcsönhatás modellezésének lehetőségei: a) direkt módszer, b) impedanciafüggvény, c) konstans rugó- és csillapítóelem, d) komplex modellek

Az elmúlt évtizedekben sok könnyűszerkezetes födém épült, melyeknél a különböző emberi tevékenységek kellemetlen rezgéseket okozhatnak [4]. A szerkezet ember vagy gép okozta rezgésre adott választ (gyorsulást vagy sebességet) a különböző komfortérzeti kritériumokhoz kell hasonlítani [5–8]. Az irodalomban több publikáció és tervezési segédlet található téglalap alakú födémek rezgésvizsgálatára [9–12].

Hosszú lemezek esetén az általános tervezési eljárás egy helyettesítő gerenda vizsgálata. A gerenda választ egy egyszabadságfokú rendszer válaszának megfelelően kell meghatározni [13]. A gerenda együttműködő szélessége (acél gerendákkal alátámasztott födémek esetén) [5, 14]: $b_{\text{eff}} = 2\sqrt{D_{11}/D_{22}}L_y$, $b_{\text{eff}} \leq 2/3L_x$, ahol L_y a támaszköz a gerendákkal párhuzamosan, L_x a támaszköz a gerendákra merőlegesen, D_{11} és D_{22} pedig a merevségek x és y irányban. Ennek az együttműködő szélesség számítására használt összefüggésnek nincs fizikai alapja, a képlet empirikus [15].

A hosszú lemezek (illetve ortotrop lemezek esetén a kis oldalarányú lemezek is) máshogy viselkednek, mint az egyszabadságfokú diszkrét rendszerek. Az egyszabadságfokú rendszer alapján történő tervezés 2-4-szer nagyobb gyorsulási értéket adhat ugyanarra a gerjesztésre, mint ami valójában kialakul.

2. Problémafelvetés

Földrengésre való gyakorlati tervezésben a talaj hatását konstans rugó- és csillapítóelemekkel modellezik. Ezek a konstans állandók (melyeket például az úgynevezett kúp modell alapján számolhatunk [2]) jól leírják a végtelen féltér viselkedését, azonban, ha a talajréteg függőleges értelemben véges, akkor használatuk hibás eredményre vezethet. A talajrétegnek végtelen sok sajátfrekvenciája van, ebből adódóan a dinamikus válasza teljesen más lesz, mint egy (tömegpont nélküli) rugó-csillapító elemnek. Ennek következtében a következő kérdések merülnek fel:

- Mekkora a hatása a talajrétegben fellépő rezonanciának?
- Mekkora hiba adódhat a számításban, amennyiben elhanyagoljuk ezt a hatást?
- Milyen talajparaméterek esetén használható és melyek esetén nem az egyszerűsített modell a földrengési méretezésben?

Abban a tartományban, ahol nem használható az egyszerű rugó-csillapító modell szükség van egy új, egyszerű modellre, amely a talajréteg fizikai viselkedésén alapul (nem pedig a paraméterek numerikus illesztésén). Elsőként egy kétdimenziós problémát vizsgáltunk, egy szabályos, függőleges értelemben véges, vízszintes értelemben végtelen talajréteget rajta fekvő sík sávalappal. A cél egy olyan modell kidolgozása, melynek:

- viselkedése fizikailag jól leírja a talajréteget;
- válasza ugyanazon jelenségeket tartalmazza, mint a talajrétegé (pl. levágási frekvencia, szóródó csillapítás);
- paraméterei egyszerű összefüggésekkel számíthatók.

Hosszú lemezek rezgésénél hasonló jelenség figyelhető meg, mint a talajrétegek esetén. Alacsony frekvenciájú födémeket vizsgáltunk, ahol a tervezésnél a harmonikus gerjesztést kell figyelembe venni. Célunk volt:

- a hosszú, téglalap alakú födémek harmonikus rezgésének vizsgálata (mechanikai értelemben kis oldalárányú födémek is lehetnek hosszúak, amennyiben ortotrop a lemez);
- megadni a rendszer fizikai leírását, ami a szóródó csillapítást is magába foglalja;
- a kapott megoldást összehasonlítani a jelenleg érvényes tervezési segédletekben fellelhető formulákkal (amelyek az egyszabadságfokú rendszer megoldásán alapulnak).

3. Különböző rendszerek dinamikus vizsgálata

Egy egyszabadságfokú rendszer, egy hosszirányban rugalmas megtámasztású végtelen hosszú rúd és egy tengelyre merőlegesen rugalmas ágyazott végtelen hosszú gerenda impedanciafüggvényét vizsgáltuk. A végtelen rendszerek impedanciafüggvényét Fourier-sorral oldottuk meg.

A szóródó csillapítás jelenléte miatt a végtelen rendszerek eltérően viselkednek, mint az egyszabadságfokú rendszerek. A nagyító tényező (ami az impedanciafüggvény amplitúdója szorozva a statikus merevséggel) mindhárom esetben különböző, a maximális érték $D_{0,r}=1/2\zeta$ egyszabadságfokú rendszernél, $D_{\infty,r,beam}\approx 1/(2\zeta)^{0.75}$ végtelen hosszú ágyazott gerendánál és $D_{\infty,r,bar}\approx 1/(2\zeta)^{0.5}$ végtelen hosszú hosszirányban rugalmasan megtámasztott rúdnál. Így például 2%-os csillapítás esetén egy egyszabadságfokú esetben a nagyító tényező a rezonanciapontban ötször nagyobb, mint egy végtelen hosszú ágyazott rúd esetén. A különböző rendszerek nagyító tényezőjének és a fázisszögének függvénye a 2. ábrán látható ($\zeta=2\%$).



2. ábra a) Nagyító tényező és b) fáziseltolódás egyszabadságfokú rendszer, végtelen hosszú ágyazott rúd és végtelen ágyazott gerenda esetén, $\zeta=2\%$

4. Talaj-szerkezet kölcsönhatás

A talaj hatását többféle módszerrel vehetjük figyelembe, földrendési méretezésnél leggyakrabban a konstans karakterisztikával rendelkező rugó- és csillapítóelemekből álló rendszert alkalmazzuk. Ebben a fejezetben a talajrétegben fellépő rezonancia hatását és ezen egyszerű modellek használhatósági tartományát vizsgáljuk, továbbá egy új modellt javasolunk a talaj modellezésére.

4.1.A rezonancia jelentősége a talajréteg válaszában

Földrendési méretezésben a frekvenciafüggő rugó- és csillapítóelem használata komplikált, helyettük a gyakorlatban a konstans karakterisztikájú elemek használata terjedt el. Ezen konstansok

értékeit a szakirodalomban fellelhető képletek segítségével határozhatjuk meg [16]. Ez a rendszer nem veszi figyelembe a rezonancia hatását, amely azonban egy vertikálisan véges kiterjedésű talajrétegben kialakulhat. Ebben a fejezetben ennek hatását vizsgáltuk, továbbá meghatároztuk, hogy mi az a legnagyobb hiba, ami létrejöhet abban az esetben, ha ezt a hatást elhanyagoljuk a számításban.

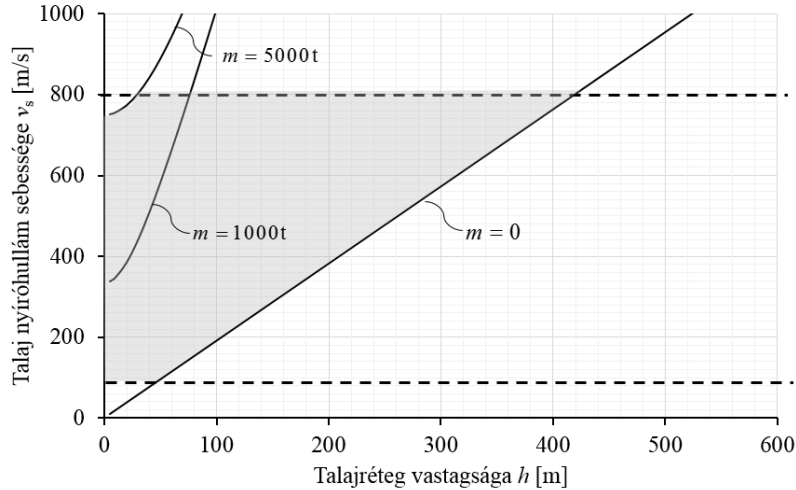
Egy vertikális értelemben véges talajréteget (3. ábra, a) vizsgáltunk egy rajta fekvő merev sávalappal, majd válaszát összehasonlítottuk egy egyszerű rugó-csillapító elem (3. ábra, b) válaszával. A végeelemes számítást ANSYS 14.5 programmal végeztük, amelyben a rendszerek vízszintes elmozdulását és elfordulását vizsgáltuk, harmonikus és időtörténeti számítással egyaránt.

Elsőként a különböző talajparaméterek hatását elemeztük az impedanciafüggvény segítségével. Abban az esetben, ha az impedancia görbék ábrázolásánál a vízszintes tengelyt (gerjesztési frekvenciát) h/v_s értékkel (h a talajréteg vastagsága, v_s a nyíróhullám sebessége a talajban), a függőleges tengelyt pedig a statikus elmozdulással normáljuk, akkor a görbék egybeesnek az egyes b/h arányok esetén (ahol b az alaptest szélességének a fele). Ezeket a görbéket összehasonlítottuk a rugó-csillapító rendszer válaszával. A különböző b/h arányokhoz tartozó görbék, amelyek a két rendszer közötti eltérést mutatják, a disszertációban megtalálhatók. A rendszerek között hétszeres különbség is adódhat, a rugó-csillapító modell a biztonság kárára közelít.



3. ábra a) Vertikális értelemben véges h vastagságú talajréteg és merev sávalap, b) konstans rugó- és csillapítóelemből álló rendszer

Az elvégzett vizsgálatok kimutatták, hogy a rezonancia elhanyagolása hatalmas hibát okozhat a számításban, abban az esetben, ha a földrengés domináns frekvenciája közel esik a talaj-alapozás rendszer sajátfrekvenciájához. Annak érdekében, hogy meghatározzuk azon talajparamétereket, ahol ez a jelenség kialakulhat, valós földrengésrekordokat vizsgáltunk (összesen 44 rekordot a [17] alapján). Ezen rekordok domináns frekvenciája 0.45 és 2.82 Hz közé esik. A 4. ábra azt a talajparaméter tartományt mutatja be, amely esetekben a talajréteg-alapozás rendszer sajátfrekvenciája ebbe a zónába esik.

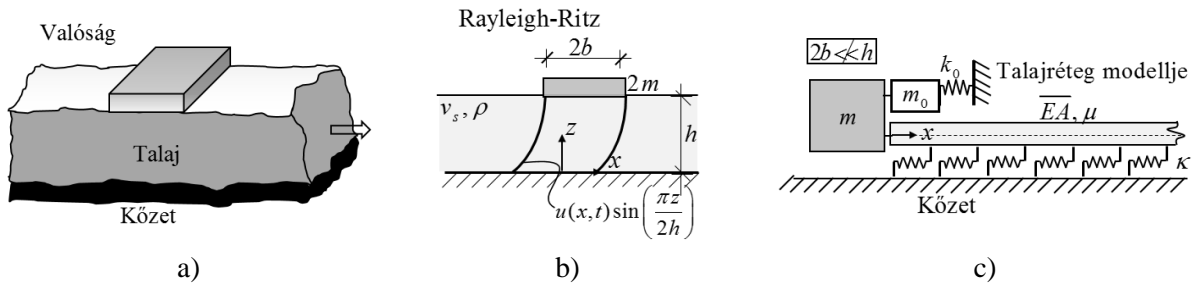


4. ábra Paramétertartomány (v_s és h), ahol a rendszer sajátfrekvenciája egybeesik a vizsgált rekordok domináns frekvenciájával

4.2. Új egyszerű modell, amely figyelembe veszi a rezonancia és szóródó csillapítás hatását

Ebben a fejezetben egy talajréteget és a rajta fekvő sávalapot vizsgáltunk. A talajréteg függőleges irányban véges, a talajréteg vastagsága h , vízszintes értelemben lehet véges vagy végtelen. Amennyiben véges, akkor hossza l (3. ábra, a). A megcsúszás lehetőségét a talaj és kőzet, illetve a talaj és alaptest között nem vettük figyelembe.

A rendszer közelítő 1D modelljének differenciálegyenletét Rayleigh-Ritz-féle módszerrel vezetjük le (5. ábra). Megfigyelhető, hogy ez a differenciálegyenlet megegyezik az axiálisan ágyazott rúd differenciálegyenletével, amennyiben a konstansokat egyeztetjük. Az alaptest méretének hatását is figyelembe vettük, a két rendszer potenciális energiájának egyeztetésével definiáltunk egy tömeg-rugó rendszert, amit párhuzamosan kell kapcsolni a rúddhoz (5. ábra c). Amennyiben $2b \ll h$ (megközelítőleg $b < 5h$), a tömeg-rugó rendszer szerepe elhagyható.



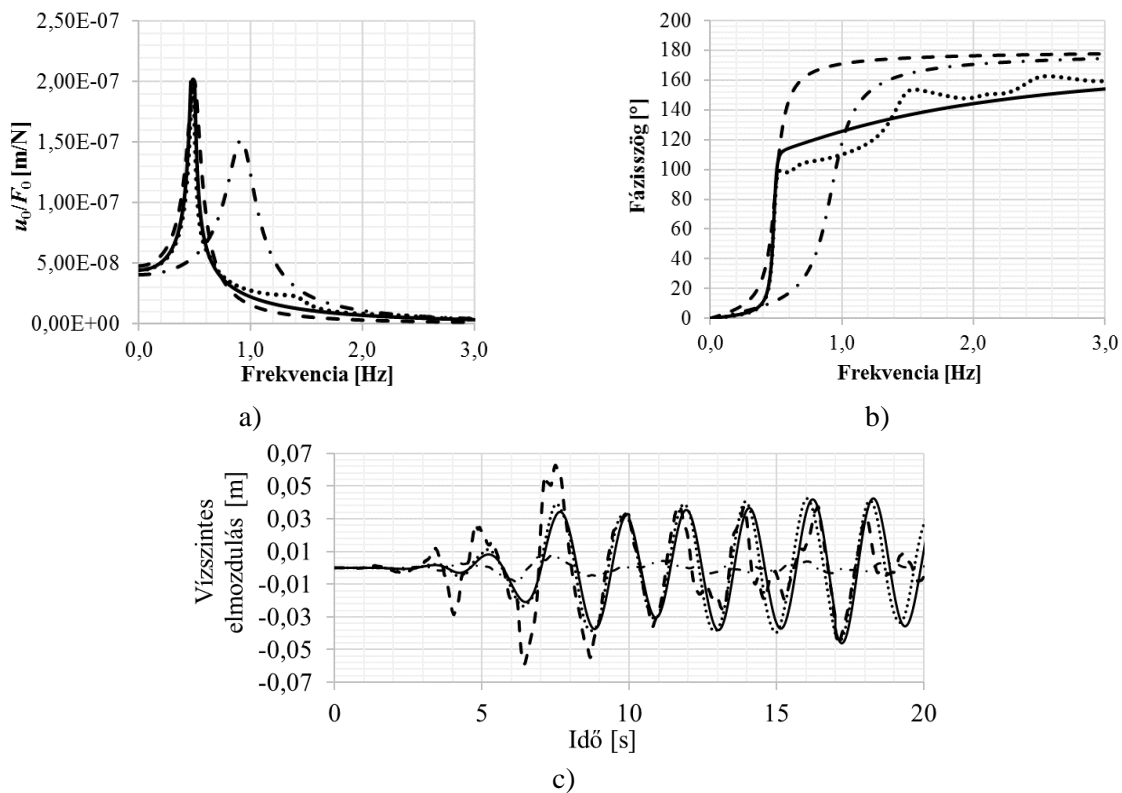
5. ábra Talajréteg modellezése, a) valóság, b) 2D modell, c) 1D modell

A disszertációban részletesen szerepel a differenciálegyenlet megoldása (a beállt és tranzienis megoldás is) harmonikus erőerjesztésre, illetve támaszrezgésre. A rendszer sajátfrekvenciáját analitikusan és Dunkerley közelítő módszerével is meghatároztuk.

Számítási példaként egy $2m=720$ t tömegű, $2b=20$ m szélességű sávalapot helyeztünk el a $h=50$ m vastag talajrétegen, a talaj nyíróhullámsebessége $v_s=100$ m/s² volt (5. ábra, b). A modellünk

paramétereit az általunk levezetett zárt formulákkal számítottuk. A direkt módszer és a modellünk eredményeit egyszabadságfokú rendszer impedanciájával is összehasonlítottuk (3. ábra, b). A rugó és csillapító elem állandóját elsőként a szakirodalmi ajánlás alapján [18] számítottuk, majd úgy is meghatároztuk ezeket az értékeket, hogy az egyszabadságfokú rendszer sajátfrekvenciája megegyezzen a talajréteg és alaptest alkotta rendszer első sajátfrekvenciájával. Ehhez hozzáadott tömeget is definiáltunk.

Az impedancia görbéket csillapítás nélkül és csillapítással is vizsgáltuk, a 6. ábra mutatja azt az esetet, amikor van csillapítás. A rendszerek időtörténeti válaszát a 6. ábra c része ábrázolja valós földrengésrekordra [17]. A vízszintes elmozdulás megegyezik a direkt módszer és az egyszerűsített modellünk esetén, ezzel szemben a rugó-csillapító elemmel kapott válasz kétszeres hibát ad, abban az esetben is, mikor a rezonanciapontokat egyeztetjük.



..... direkt módszer — saját modell - - - - - rugó-csillapítás modell (rezonanciák egyeztetésével)
 - · - - rugó-csillapítás [18]

6. ábra a) Impedanciafüggvény amplitúdója, b) Impedanciafüggvény fáziseltolódása c) Időtörténeti vizsgálat eredménye földrengésre (32-es rekord [17])

4.3. Az új modell paramétereinek identifikációja

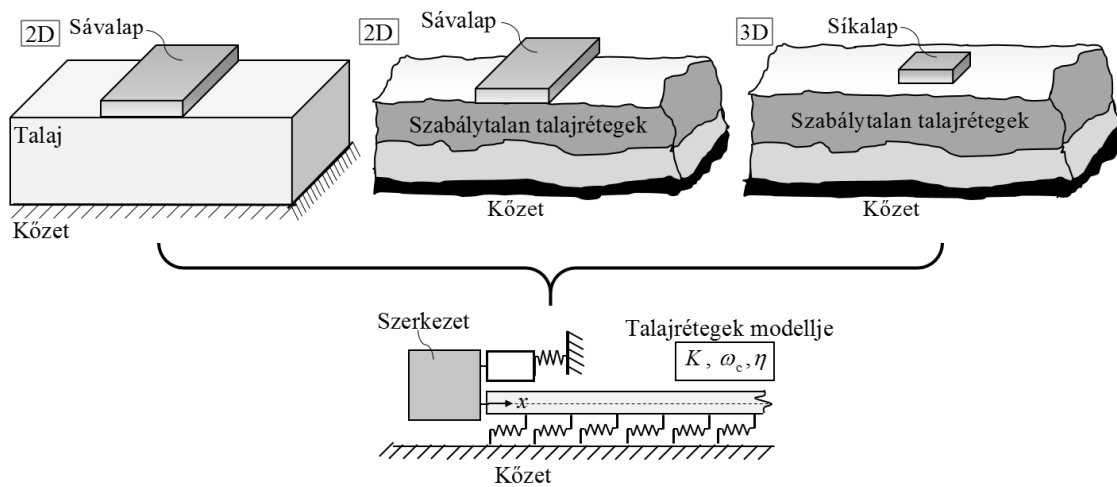
Az előző fejezetben vizsgált esetet kiegészítettük 3D-s probléma vizsgálatával. Ezen felül a talajréteg a továbbiakban lehet szabályos és szabálytalan is, mélysége változhat, vízszintes értelemben vett hossza lehet véges vagy végtelen (7. ábra).

Feltételeztük, hogy az előző fejezetben bemutatott 2D-s esetre levezetett modellünk (axiálisan értelemben rugalmasan ágyazott végtelen rúd párhuzamosan kapcsolva egy rugó-tömeg

rendszerrel) jól használható szabálytalan és 3D-s esetekre is. A modellünk előnye, hogy kevés paramétertől függ, továbbá egy 3D probléma helyett csak egy 1D-s esetet kell vizsgálni. A modell vizsgálata során levezettük, hogy az 5. ábra c részén látható öt paraméter helyett valójában csak három független paraméter van:

- a statikus merevség K ;
- a levágási frekvencia ω_c ;
- az η hányados, ami azt mutatja meg, hogy az egyes almodellek (végtelen ágyazott rúd és rugó-tömeg rendszer) milyen mértékben vesznek részt a rendszer viselkedésében ($\eta=0$ esetén visszkapjuk a rugó-tömeg rendszert, $\eta=1$ esetén pedig az ágyazott, végtelen hosszú rudat.)

Ezen felül kifejlesztettünk egy identifikációs módszert a paraméterek meghatározására.

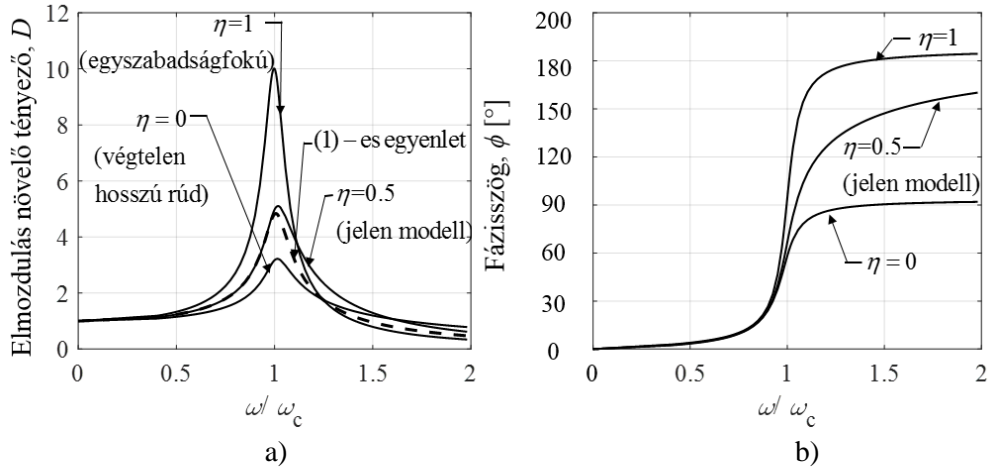


7. ábra Példa 2D és 3D problémákra, valamint a modellünk (modellparaméterek: K , ω_c , η)

A nagyító tényezőt analitikusan vezettük le és meghatároztunk hozzá egy közelítő formulát is:

$$D_{\max} \approx \frac{1}{(1-\eta)2\xi + \eta\sqrt{2\xi}} \quad (1)$$

Az egyes alrendszerek válasza ζ (<1) csillapítási tényező esetén a disszertáció 3. fejezetében került bemutatásra. A nagyító tényezőket és a fázisszögeket a 8. ábra mutatja be a két határesetben ($\eta=0$, $\eta=1$) $\zeta=0.05$ csillapítás esetén és $\eta=0.5$ esetben, Szaggatott vonallal a megadott közelítő képlettel kapott görbe látható ((1)-es egyenlet).



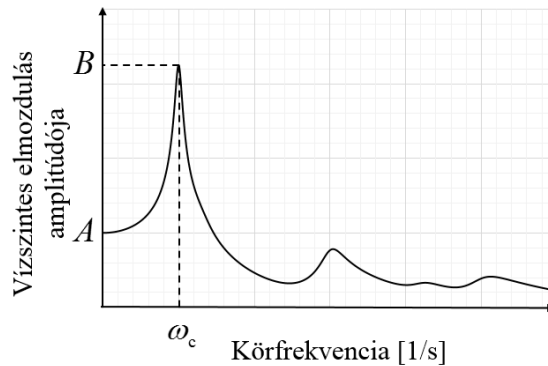
8. ábra Nagyító tényező és fáziseltolódás, $\zeta=0.05$

A paraméterek számításához az alábbi identifikációs eljárást kell végrehajtani:

1. lépés: ω_c leolvasása az impedanciagörbéről.
2. lépés: A és B ordináták leolvasása (9. ábra). A leolvasott értékekből meghatározható η és

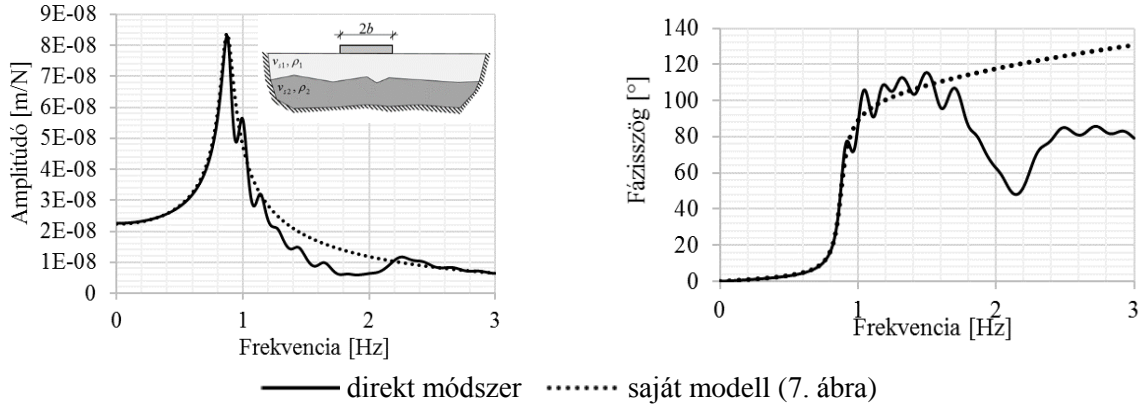
$$D_{\max}: \eta = \frac{2\xi - 1/D_{\max}}{2\xi - \sqrt{2\xi}}, D_{\max} = \frac{B}{A}.$$

3. lépés: a merevségek számítása: $K = \frac{1}{A}$, $k_0 = K(1-\eta)$, $k_s = K\eta$.



9. ábra Az impedanciagörbéről leolvasandó paraméterek

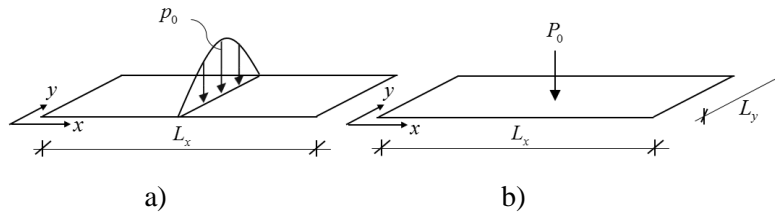
Példaként egy szabálytalan, több talajrétegből álló 2D-s esetet mutatunk be. Az impedanciagörbét a 10. ábra ábrázolja, folytonos vonallal a direkt módszer, pontozott vonallal a modellünk megoldása látható. Ugyanezen eset időtörténeti számítását is elvégeztük, ebben az esetben az alaptest tömege 200 t, a földrengési jel a [17]-ben szereplő 32-es rekord, a kapott eredmények a disszertációban találhatóak. Minden görbén látható, hogy az általunk definiált egyszerű modell jól közelíti a direkt módszerrel kapott megoldást.



10. ábra Impedanciagörbék szabálytalan talajrétegek esetén ($v_{s1}=100$ m/s, $\rho_1=1800$ kg/m³, $v_{s2}=250$ m/s, $\rho_2=1950$ kg/m³)

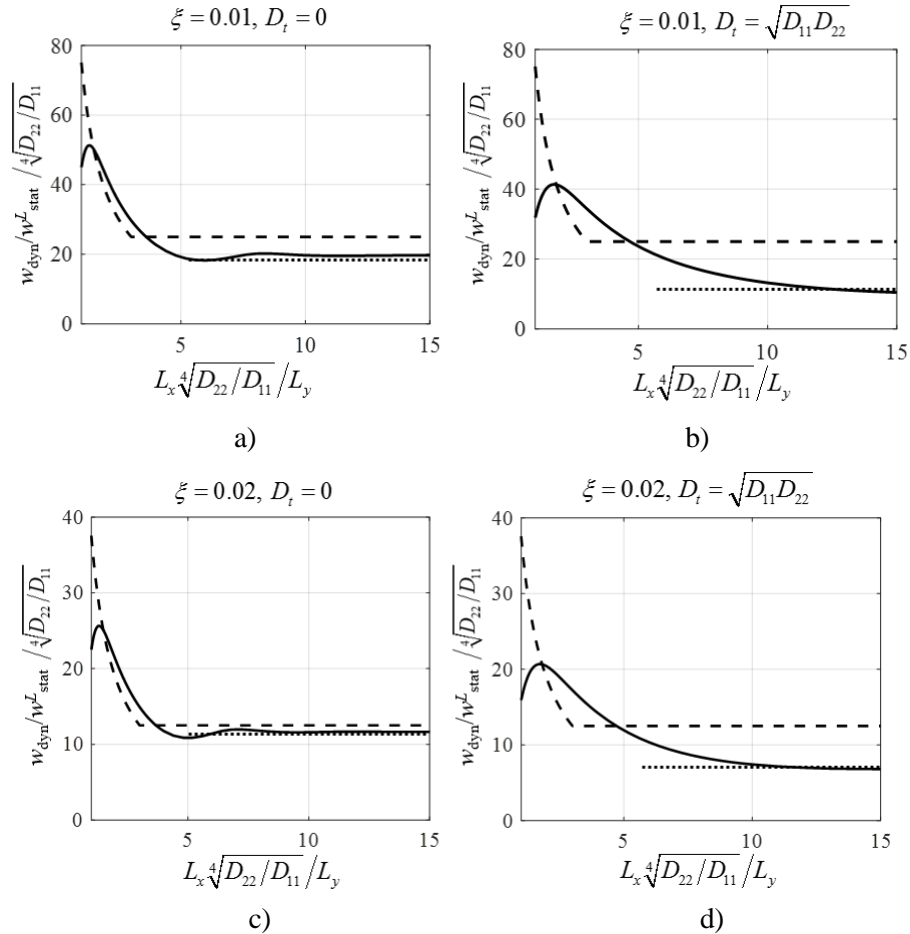
5. Hosszú lemezek harmonikus rezgése

Ebben a fejezetben olyan lemezeket vizsgáltunk, amelyek x irányban jelentősen hosszabbak, mint y irányban (ortotrop lemezeknél [19] $L_x \gg \sqrt[4]{D_{11}/D_{22}} L_y$). A lemez x tengellyel párhuzamos szélei csuklós megtámasztásúak, a lemez csillapítási mértéke ζ . A lemez válaszát vonalmenti szinuszos és koncentrált, időben harmonikus teherre vizsgáltuk (11. ábra). Célunk volt a beállt megoldás levezetése, a maximális elmozdulás és gyorsulás meghatározása, továbbá annak vizsgálata, hogy hogyan alkalmazható az együttdolgozó szélesség használatán alapuló tervezési módszer. A trigonometrikus vonalmenti teher esetén analitikus levezetéssel, a koncentrált teher esetén numerikus számítással oldottuk meg a feladatot.



11. ábra Hosszú lemez a) trigonometrikus vonalmenti és b) koncentrált terheléssel

Az impedanciafüggvényt és a nagyító tényezőt Fourier-sor segítségével határoztuk meg. A nagyító tényező maximális értékeit numerikusan számítottuk, rezonanciapontban ennek értéke csavarómerevség nélküli lemeznél $D_{d,r}^0 \approx 1/(2\zeta)^{0.75}$, Huber-ortotrop lemeznél $D_{d,r}^H \approx 1/(2\zeta)^{0.6}$. A rezonanciapontban kialakuló elmozdulás és gyorsulás ezen képletek segítségével számítható, ezeken felül szükség van hozzá egy együttdolgozó szélességre, amit egy gerenda és a hosszú lemez statikus lehajlásainak egyeztetésével határoztunk meg. A pontos megoldást, az általunk meghatározott egyszerű képletet és a szakirodalomban fellelhető ajánlást [14] mutatja be a 12. ábra, 1 és 2% csillapítás esetén. A tervezési segédletben [14] fellelhető formula csak a rezonanciapontban ad az analitikus megoldáshoz közeli eredményt, ebben az esetben is akkor, ha a lemeznek nincs csavarómerevsége és a csillapítás $\zeta=2\%$.



..... általunk megadott közelítő képlet hosszú lemezekre — pontos megoldás - - - - tervezési ajánlás [14]

12. ábra Lemez beállt elmozdulási válasza különböző oldalárányok esetén ($\xi=1, 2\%$). Az elmozdulásokat egy L_y széles lemezsáv válaszával $w_{stat}^L = P_0 L_y^3 / 48 D_{22}$ továbbá a merevségek arányával $(D_{22}/D_{11})^{0.25}$ normáltuk. A bal oldali ábrákon a lemezeknek nincs csavarómerevsége, a jobb oldali ábrákon a lemez csavarómerevsége $D_t = (D_{11} D_{22})^{0.5}$.

6. Összefoglalás

A disszertációban két különböző témakört vizsgáltunk (talaj-szerkezet kölcsönhatás és lemezek rezgése), amelyek matematikai leírása hasonló. Mindkét esetben létrejön a szóródó csillapítás, amelyből kifolyólag másként viselkednek, mint egy diszkrét rendszer.

Részletesen vizsgáltuk a végtelen hosszú axiálisan ágyazott rúd és a végtelen hosszú tengelyre merőlegesen ágyazott gerenda viselkedését és megállapítottuk, hogy az előbbi a talajréteg, az utóbbi pedig a csavarómerevség nélküli földemek vizsgálatára alkalmazható. Végcsavarómerevségű földem esetén a két modellt kombinálni kell.

7. Tézisek

[20] vizsgálta a végtelen hosszú ágyazaton fekvő csillapítás nélküli húr rezgését, továbbá megadta ennek az impedanciafüggvényét. Ez a megoldás matematikailag megegyezik az axiálisan ágyazott végtelen rúd megoldásával, ennek impedanciafüggvényét [21] adta meg.

- 1. Tézis** Levezettem az axiálisan ágyazott végtelen hosszú rúd válaszát hosszirányú harmonikus gerjesztésre a csillapítás hatását is figyelembe véve. Numerikus számítással megmutattam, hogy a nagyító tényező maximális értéke $1/\sqrt{2\xi}$, ahol ξ a csillapítási tényező.

Kapcsolódó publikáció: [P1]

Az irodalomban nem volt fellelhető a végtelen hosszú ágyazott gerenda impedanciafüggvénye.

- 2. Tézis** Levezettem a vertikálisan ágyazott végtelen hosszú gerenda vertikális válaszát harmonikus gerjesztésre a csillapítás figyelembevétel nélkül és a csillapítás figyelembevételével. Numerikus számítással megmutattam, hogy a nagyító tényező maximális értéke $1/(2\xi)^{0.75}$, ahol ξ a csillapítási tényező.

Kapcsolódó publikáció: [P4], [P6]

Az irodalomban a talaj hatásának figyelembe vételére általában egyszerű rugó-csillapító elem modelleket alkalmaznak [2]. Ezek a modellek azonban nagy hibát okozhatnak a számításban [22], ennek ellenére nincs definiálva, hogy mikor nem ajánlott a használatuk.

- 3. Tézis** Érzékenységi vizsgálatot végeztem vertikális értelemben véges, horizontális értelemben végtelen talajrétegek esetén, amelyeken sávalap helyezkedik el. Meghatároztam azt a paramétertartományt, ahol az egyszerű rugó-csillapító elemből álló modell nem alkalmazható.

A paramétertartományt ábrázoló diagramok a disszertáció 41. és 42. ábráján láthatók.

Kapcsolódó publikáció: [P3], [P9], [P10], [P11]

A szakirodalomban található olyan modellek, amelyeket véges talajrétegek esetén lehet használni (komplex tömeg-rugó-csillapító elemekből álló rendszerek, visszhang konstansok). Ezek számtalan paramétertől függenek, melyek numerikus illesztéssel számíthatók, fizikai jelentésük nincs. [21] talaj és szerkezet kölcsönhatásáról szóló könyvében megtalálható a végtelen ágyazott rúd megoldása, azonban nem mutatja be, hogyan használható ez a modell a talaj helyettesítésére.

- 4. Tézis** Levezettem egy egyszerű modellt, amely a vertikális értelemben véges, horizontálisan végtelen talajréteg fizikai leírásán alapszik, a talajrétegen sávalap helyezkedik el (2D probléma). A modell egy axiálisan ágyazott végtelen rúd párhuzamosan kapcsolva egy tömeg-rugó rendszerrel.
 - 4.1.** Levezettem a talajréteg és a rajta fekvő sávalap közelítő modelljének differenciálegyenletét a Rayleigh-Ritz-féle módszerrel.
 - 4.2.** Egyszerű, zárt formulákat határoztam meg a modell paramétereinek számítására.

4.3. Levezettem a differenciálegyenlet megoldását harmonikus erőgerjesztésre.

4.4. Levezettem a differenciálegyenlet megoldását harmonikus támaszrezgésre.

A levezetett összefüggések a disszertáció 5.2.1 fejezetében találhatóak (38-as, 47-es, 48-as és 50-es egyenletek).

Kapcsolódó publikáció: [P2], [P7], [P8]

5. Tézis Kiterjesztettem a modellt 3D-s és szabálytalan talajrétegekre is. Bebizonyítottam, hogy az adott egyszerű modell csak három paramétertől függ, az ω_c levágási frekvenciától, a K statikus merevségtől és az η hányadostól, amely azt mutatja meg, hogy a rendszer viselkedése a rugó-csillapító rendszer vagy az axiálisan ágyazott végtelen rúd esetéhez van közelebb. Megadtam egy egyszerű identifikációs eljárást, amellyel meghatározhatók a tömeg-rugó rendszerrel párhuzamosan kötött axiálisan ágyazott, végtelen hosszú rúd modelljének paraméterei a talajréteg impedanciafüggvénye alapján.

Kapcsolódó publikáció: [P1]

A szakirodalom [23] és a tervezési segédletek [14] alapján hosszú lemezek harmonikus válaszát egy egyszabadságfokú rendszer harmonikus válasza alapján lehet számolni. Ez hosszú lemezek esetén nem igaz, emiatt [15] egy olyan empirikus formulát határoz meg az együttdolgozó szélesség számítására mérések alapján, amelynek nincs fizikai tartalma.

6. Tézis Meghatároztam a hosszú födémek válaszát periodikus gerjesztésre.

6.1. Levezettem egy analitikus megoldást hosszú lemezek válaszára vonalmenti trigonometrikus harmonikus terhelése esetén.

6.2. Levezettem a hosszú födémek impedanciafüggvényét és numerikus számítással megmutattam, hogy a nagyító tényező maximális értéke $1/(2\xi)^{0.75}$ csavarómerevség nélküli, és $1/(2\xi)^{0.6}$ Huber-ortotrop lemezek esetén, ahol ξ a csillapítási tényező.

6.3. Végeselemes számítás segítségével kiterjesztettem az eredményeket koncentrált terhelésre is.

Kapcsolódó publikáció: [P4], [P6]

Publikációk

Folyóiratcikkek

- [P1] Pap, Z. B., Kollár, L. P. " Modeling of SSI of horizontally vibrating structures by infinitely long constrained bars", *beadva*
- [P2] Pap, Z. B., Kollár, L. P. " Model of Soil-Structure Interaction of Structures Resting on Finite Depth Soil Layers ". *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 2019; December. DOI: <https://doi.org/10.3311/PPci.14459>.
- [P3] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Effect of Resonance in Soil-Structure Interaction for Finite Soil Layers". *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, pp. 678–684. 2018. DOI:<https://doi.org/10.3311/PPci.11960>
- [P4] Pap, Z. B., Kollár, L. P. " Dynamic Response of Long Rectangular Floors Subjected to Periodic Force Excitation". *Materials*, 12(9), 2019. DOI:<https://doi.org/10.3390/ma12091417>
- [P5] Kollár, L. P., Pap, Z. B., "Modal Mass of Floors Supported by Beams" Structures, pp. 119-130, 13, 2018.

Konferencia cikkek

- [P6] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Födémek vizsgálata periodikus gerjesztésre". *XIII. Magyar Mechanikai Konferencia*, Miskolc, Magyarország, 2019.
- [P7] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Rezonancia jelentősége és modellezése a talaj-szerkezet kölcsönhatásban véges kiterjedésű talaj esetén". *XIII. Magyar Mechanikai Konferencia*, Miskolc, Magyarország, 2019.
- [P8] Pap, Z. B., Kollár, L. P. " The Effect of the Soil layer's Eigenfrequency to Soil-Structure Interaction". *Proceedings of the 16th European Conference on Earthquake Engineering (16ECEE)*, Thessaloniki, Greece, Paper No. 1379.
- [P9] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Significance of Soil-Structure Interaction in Seismic Design". *Proceedings of the 16th World Conference on Earthquake Engineering (16WCEE)*, Santiago de Chile, Chile, Paper No. 3966.
- [P10] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Szerkezet és talaj kölcsönhatásának vizsgálata földrengésre/ Soil-Structure Interaction in Seismic Design". *XX. Nemzetközi Építéstudományi Konferencia: ÉPKO 2016 =20th International conference on civil engineering and architecture*, Csíksomlyó, Románia, pp. 209-213, 2016. pp. 209-213.
- [P11] Pap, Z. B., Kollár, L. P. "Szerkezet és altalaj kölcsönhatásának vizsgálata, modellezése földrengésre". *XII. Magyar Mechanikai Konferencia*, Miskolc, Magyarország, 2015. (ISBN:978-615-5216-74-9)

Irodalomjegyzék

- [1] Lai, C. G., Martinelli, M. "Soil-Structure Interaction Under Earthquake Loading: Theoretical Framework". *ALERT Doctoral School Soil-Structure Interaction*, (October). 2013.
- [2] Wolf, J. P., Deeks, A. J. *Foundation vibration analysis: a strength-of-materials approach*. Oxford: Elsevier. 2004.
- [3] Kausel, E. "Early history of soil-structure interaction". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(9), pp. 822–832. 2010. DOI:10.1016/j.soildyn.2009.11.001
- [4] Bachmann, H., Ammann, W. *Vibrations in structures induced by man and machines*. Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering. 1987.
- [5] Allen, D. E., Murray, T. M. "Design criterion for walking vibrations". *ASCE Journal of Structural Engineering*, (4), pp. 117–129. 1993.
- [6] Allen, D. E., Rainer, J. H. "Vibration criteria for long-span floors". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 3(2), pp. 165–173. 1976.
- [7] Allen, D. E., Rainer, J. H., Pernica, G. "Vibration criteria for assembly occupancies". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 12, pp. 617–623. 1985.
- [8] *ISO 10137:2007 (E) Bases for design of structures — Serviceability of buildings and walkways against vibrations* (Second edi.). 2018.
- [9] Xing, Y., Sun, Q., Liu, B., Wang, Z. "The overall assessment of closed-form solution methods for free vibrations of rectangular thin plates". *International Journal of Mechanical Sciences*, 140, pp. 455–470. 2018. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2018.03.013
- [10] Liu, C., Ke, L. L., Yang, J., Kitipornchai, S., Wang, Y. S. "Nonlinear vibration of piezoelectric nanoplates using nonlocal Mindlin plate theory". *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 25, pp. 1252–1264. 2018. DOI:10.1080/15376494.2016.1149648
- [11] Zhao, J., Wang, Q., Deng, X., Choe, K., Zhong, R., Shuai, C. "Free vibrations of functionally graded porous rectangular plate with uniform elastic boundary conditions". *Composites Part B: Engineering*, 168, pp. 106–120. 2019. DOI:10.1016/j.compositesb.2018.12.044
- [12] Haciyev, V. C., Sofiyev, a. H., Kuruoglu, N. "Free bending vibration analysis of thin bidirectionally exponentially graded orthotropic rectangular plates resting on two-parameter elastic foundations". *Composite Structures*, 184, pp. 372–377. 2018. DOI:10.1016/j.compstruct.2017.10.014
- [13] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill Book Co. 1959. DOI:10.1038/148606a0
- [14] Murray, T. M., Allen, D. E., Ungar, E. E., Davis, D. B. *Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity: Second Edition*. American Institute of Steel Construction. 2016.
- [15] Middleton, C. J., Brownjohn, J. M. W. "Response of high frequency floors : A literature review". *Engineering Structures*, 32(2), pp. 337–352. 2010. DOI:10.1016/j.engstruct.2009.11.003
- [16] Dobry, B. R., Gazetas, G. "Dynamic response of arbitrarily shaped foundations". *Journal of Geotechnical Engineering*, 112(2), pp. 109–135. 1986.
- [17] FEMAP695. "Quantification of Building Seismic Performance Factors". *FEMA P695*. 2009.
- [18] Saitoh, M. "Simple Model of Frequency-Dependent Impedance Functions in Soil-Structure Interaction Using Frequency-Independent Elements". *Journal of Engineering Mechanics*, 133(October), pp. 1101–1114. 2007.
- [19] Allen, D. E., Murray, T. M. "Design criterion for vibrations due to walking". *Engineering Journal*, 30(4), pp. 117–129. 1993. DOI:10.1053/ar.1999.v15.015065
- [20] Hagedorn, P., DasGupta, A. *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*. John Wiley & Sons. 2007.
- [21] Wolf, J. P. *Foundation vibration analysis using simple physical models*. Englewood Cliffs: Prentice Hall. 1994.
- [22] Andersen, L. "Assessment of lumped-parameter models for rigid footings". *Computers and Structures*, 88(23-24), pp. 1333–1347. 2010. DOI:10.1016/j.compstruc.2008.10.007
- [23] Smith, A. L., Hicks, S. J., Devine, P. J. *Design of Floors for Vibration: A New Approach*. Silwood Park, Ascot: SCI Publication P354. The Steel Construction Institute. 2009.