Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Műszaki Mechanikai Tanszék

Késleltetett dinamikai rendszerek robusztus stabilitása

Szerző: HAJDU Dávid
Témavezető: Dr. INSPERGER Tamás

Tézisfüzet

Budapest, 2019

A disszertáció áttekintése

Az időkésést tartalmazó rendszerek modellezése az alkalmazott matematikai és mérnöki területek számára is egyaránt lényeges, hiszen számos alkalmazási területen a modellezett jelenség természetéből kifolyólag megjelenik az időkésés és annak hatása. A véges információterjedés következtében a biológiai és elektronikai rendszerekben a múltbeli állapotok hatást gyakorolnak a jelenben zajló folyamatokra, de a populációdinamikában, a gazdasági modellekben és a mechanikai rendszerekben is megfigyelhető hasonló jelenség. Számos mechanikai modell létezik, mely esetében az időkésés figyelembe vétele pontosabban írja le a valós rendszer működését, vegyük például a kerékszitálást, a szerszámgépek rezgését, bizonyos közlekedési modelleket, automatizált járműveket vagy az emberi egyensúlyozást.

A matematikai modellezéssel mindig társul egy bizonyos szintű modell redukció és egyszerűsítés is, melyek célja elsősorban a lényegesebb jelenségek és folyamatok leírása. Ennek következtében azonban gyakran a modell hiányossá válik, és felmerülhet a kérdés, hogy vajon alkalmas-e egyáltalán a vizsgált jelenség reprodukálására, ha bizonyos bemenetek vagy paraméterek eltérnek a valóstól.

A bemenetek illetve a rendszerben megjelenő paraméterek bizonytalansága a rendszer teljesítményére jelentős hatással lehet, éppen ezért fontos megvizsgálni, hogy a bizonytalanságok milyen mértékben befolyásolják azt. Azokat a rendszereket, melyek a bizonytalanságok ellenére is az elvárt követelményeknek megfelelően viselkednek, *robusztusnak* nevezzük. Ha a rendszer stabilitására is igaz a fenti feltétel, akkor pedig a *robusztusan stabil* megnevezést használhatjuk. A disszertáció témája késleltetett rendszerek robusztus stabilitásvizsgálata mérnöki alkalmazásokkal, olyan esetekben, ahol a bizonytalanság statikus, azaz időben nem változik.

Az első téma a klasszikus Smith-prediktor érzékenységének vizsgálata, mely az egyik legegyszerűbb példája a prediktív szabályozóknak. A klasszikus Smith-prediktor stabilitása érzékeny a modell statikus bizonytalanságaira, azaz a belső modell paramétereinek és az időkésés becslésének hibájára. Egy aszimptotikusan stabil kéttárolós rendszer példáját tekintve megmutatható, hogy kicsi (de véges) hiba esetén is már gyakorlati szempontból sem alkalmazható hatékonyan a szabályozó (1. tézispont).

A második téma az emberi egyensúlyozás frontális síkbeli modelljének robusztus stabilitásvizsgálata az emberi modell antropometriai adatainak érzékenységére. A valós stabilitási sugár számításával meghatározhatók a modell stabil szabályozóparaméterei, mely az eredmények alapján kis erősítési tényezők felé tolódnak a bizonytalanság növekedésével (2. tézispont).

A harmadik nagyobb témakör a szerszámgéprezgés robusztus stabilitásának vizsgálata esztergálási és marási folyamatok esetén. Elsőként olyan esztergálási modell kerül bemutatásra, ahol a bizonytalanság a frekvenciaátviteli függvényben (FRF) feltételezett. Analitikus összefüggésekkel a robusztus stabilitási határ a megmunkálási paraméterek síkján meghatározható (3. tézispont). Ezt követően ugyancsak esztergálási modell esetén, aktív szabályozó alkalmazásával vizsgálhatjuk a rendszer FRF-en figyelembe vett bizonytalanságának hatását a stabilitásra, felhasználva a strukturált szinguláris értékek számításának módszerét (4. tézispont). Ezután a marási folyamatok robusztus stabilitásának számítása kerül bemutatásra, mely a multi-frekvencia módszer és a strukturált szinguláris érték vizsgálatán alapszik (5. tézispont).

A disszertációt záró téma autonóm járművek és járműcsoportok robusztus stabilitásának vizsgálata az emberi modell leíró paraméterek bizonytalanságának figyelembevételével. A strukturált szinguláris érték vizsgálattal biztosítható az együtt haladó járműcsoport stabilitása és a minőségi követelmények teljesülése a biztonságos működés érdekében (6. tézispont).

1. Tézis

Megvizsgáltam a klasszikus Smith-prediktorral szabályozott kéttárolós rendszer esetén a zárt kör stabilitását a rendszerparaméterek és az időkésés bizonytalanságainak figyelembevételével. Az eredményeket aszimptotikusan stabil és Lyapunov értelemben stabil lineáris rendszeren is bemutattam. A klasszikus Smith-prediktor stabilitása a rendszer paramétereinek pontatlan becslésére nézve érzékeny. Ez alapján kimondható az alábbi tézis.

Tekintsük a Smith-prediktorral szabályozott másodrendű rendszer időtartománybeli egyenleteit a következő alakban

$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + ax(t) = \mathbf{K}\big(\mathbf{x}(t-\tau) - \hat{\mathbf{x}}(t-\tau) + \hat{\mathbf{x}}(t)\big),$$
$$\ddot{\hat{x}}(t) + \hat{b}\dot{\hat{x}}(t) + \hat{a}\hat{x}(t) = \mathbf{K}\big(\mathbf{x}(t-\tau) - \hat{\mathbf{x}}(t-\tau) + \hat{\mathbf{x}}(t)\big),$$

ahol $\mathbf{x}(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^\top$ az állapotvektor, $\hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}(t), \dot{\hat{x}}(t)]^\top$ a prediktált állapotvektor, $\mathrm{K} = [-k_\mathrm{p}, -k_\mathrm{d}]$, k_p és k_d szabályozóparaméterek, a, b rendszert jellemző paraméterek, τ az időkésés, és $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{\tau}$ azok becslései. Lyapunov értelemben stabil, de nem aszimptotikusan stabil nyitott rendszer esetén ($b = 0$) a stabilizáló szabályozóparaméterek tartománya az a rendszerparaméter becslésének infinitezimálisan kicsi túlbecslése esetén ($0 < \hat{a} - a < \varepsilon$) teljesen eltűnik. A stabil tartomány a τ időkésés becslésének infinitezimális hibája esetén nem változik. Aszimptotikusan stabil rendszer esetén ($b > 0$) a stabil tartomány nem változik sem az a rendszerparaméter sem a τ időkésés becslésének infinitezimálisan kicsi hibája esetén. A becsült paraméterek kellően nagy véges hibája esetén a stabil szabályozóparaméterek tartománya kisebbre szűkül, mint a hagyományos késleltetett állapotvisszacsatolás stabil paramétertartománya.

Kapcsolódó publikációk: [1], [2], [3].

2. Tézis

Megvizsgáltam az emberi egyensúlyozás frontális síkbeli modelljének stabilitását egy hagyományos arányos-differenciáló szabályozó figyelembevételével. A robusztus stabilitási határokat a szakirodalomban komplex strukturálatlan bizonytalanság feltételezésével találhatók meg. Kiegészítésképpen meghatároztam a valós strukturált bizonytalansághoz tartozó valódi robusztus stabilitási határokat és megmutattam, hogy a legrobusztusabban stabil szabályozóparaméterek eltérnek a korábbi elmélettel kapottól. Ez alapján kimondható az alábbi tézis.

Tekintsük az emberi egyensúlyozás frontális síkbeli, csillapítatlan, egy szabadsági fokú modelljének egyensúlyi helyzet körüli linearizált mozgásegyenletét késleltetett arányos-differenciáló szabályozó esetén a következő alakban

$$I\ddot{x}(t) + Gx(t) = -k_{\mathrm{p}}x(t-\tau) - k_{\mathrm{d}}\dot{x}(t-\tau),$$

ahol $I > 0$ **az egyenértékű tehetetlenségi nyomaték,** $G < 0$ **az egyenértékű merevség,** $x(t)$ **az általános koordináta,** τ **a reakció késés, valamint** k_{p} **és** k_{d} **a szabályozó arányos és differenciáló tagjainak erősítési tényezői. A modell** I **és** G **együtthatóinak statikus bizonytalanságának növelésével a robusztusan stabil tartomány mérete csökken. A legrobusztusabban stabil szabályozó paraméter értékek a** $(k_{\mathrm{p}}, k_{\mathrm{d}})$ **síkon ábrázolt stabil tartomány bal alsó részén találhatók, azaz** $k_{\mathrm{p}} \gtrsim -G$ **és** $k_{\mathrm{d}} \gtrsim -G\tau$ **értékek körül.**

Kapcsolódó publikációk: [4].

3. Tézis

Esztergálási folyamatok stabilitási diagramjai a megmunkálási paraméterek síkján számíthatók a szerszámcsúcsban mért frekvenciaátviteli függvény közvetlen felhasználásával. A frekvenciaátviteli függvény (FRF) mérésének illetve a modális paraméterek illesztésének bizonytalanságát a névleges FRF köré helyezett ellipszis keresztmetszetű burkoló segítségével helyettesítettem. A burkoló ismeretében a robusztusan stabil megmunkálási paraméterek meghatározására az alábbi tézisben megtalálható összefüggéseket vezettem le.

Esztergálási folyamatok stabilitásának robusztussága a frekvenciaátviteli függvény statikus bizonytalansága esetén konzervatív módon közelíthető a névleges frekvenciaátviteli függvény köré helyezett burkoló segítségével. Jelölje a szerszámcsúcsban mért névleges komplex frekvenciaátviteli függvényt $H(\omega) = H_{\mathrm{Re}}(\omega) + \mathrm{i}H_{\mathrm{Im}}(\omega)$**, valamint definiáljuk a köré helyezett burkoló keresztmetszetét egy** $\alpha(\omega)$ **szöggel elforgatott,** $w_1(\omega)$ **és** $w_2(\omega)$ **féltengelyekkel megadott ellipszissel. A megmunkálási paraméterekhez tartozó robusztusság ellenőrizhető az alábbi biztonsági tényezőre levezetett összefüggéssel:**

$$SF_{\mathrm{c}} = \min_{\omega \geq 0} \left(\left(\frac{\tilde{H}_{\mathrm{cr,Re}}(\omega)\cos\big(\alpha(\omega)\big) - \tilde{H}_{\mathrm{cr,Im}}(\omega)\sin\big(\alpha(\omega)\big)}{w_1(\omega)} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{H}_{\mathrm{cr,Re}}(\omega)\sin\big(\alpha(\omega)\big) + \tilde{H}_{\mathrm{cr,Im}}(\omega)\cos\big(\alpha(\omega)\big)}{w_2(\omega)} \right)^2 \right)^{1/2},$$

ahol

$$\tilde{H}_{\mathrm{cr,Re}}(\omega) = -\frac{1}{2\kappa} - H_{\mathrm{Re}}(\omega),$$
$$\tilde{H}_{\mathrm{cr,Im}}(\omega) = \frac{\sin(\omega\tau)}{2\kappa\big(1-\cos(\omega\tau)\big)} - H_{\mathrm{Im}}(\omega)$$

jelöli a kritikus komplex perturbáció értékét, továbbá $\tau = 60/\Omega$ a regeneratív időkésés, Ω a munkadarab fordulatszáma rpm mértékegységben megadva, és κ a fajlagosított forgácsolási erő-együttható. Bármely (Ω^*, κ^*) paraméter mellett biztosan robusztusan stabil a rendszer a frekvenciaátviteli függvény korlátos statikus bizonytalanságával szemben, ha a rendszer bizonytalanság nélkül stabil és $SF_\mathrm{c} < 1$.

Kapcsolódó publikációk: [5], [6].

4. Tézis

Megvizsgáltam egy arányos-differenciáló szabályozóval szabályozott esztergálási folyamat stabilitását a szabályozó időkésésének figyelembevételével. A frekvenciaátviteli függvény mérésének bizonytalansága közvetlenül figyelembe vehető a modellben, a robusztusan stabil megmunkálási paramétertartományok meghatározásához pedig a strukturált szinguláris érték vizsgálat alkalmazható. Ez alapján kimondható az alábbi tézis.

Holtidős arányos-differenciáló szabályozóval szabályozott esztergálási folyamat dinamikai modelljének robusztus stabilitásvizsgálata a frekvenciaátviteli mátrix bizonytalansága esetén elvégezhető az M-$\boldsymbol{\Delta}$ bizonytalansági struktúra meghatározásával és a strukturált szinguláris érték vizsgálatával. Jelölje $\mathrm{H}(\omega)$ a névleges frekvenciaátviteli mátrixot a szerszámcsúcs és a szabályozó beavatkozási pontja között, valamint $\tilde{\mathrm{H}}(\omega)$ annak statikus bizonytalanságát. Az ennek megfelelő M-$\boldsymbol{\Delta}$ struktúra esetén

$$\begin{aligned}\mathbf{M}(\omega_\mathrm{c}) &= \mathbf{K}(\omega_\mathrm{c})\big(\mathbf{I} - \mathbf{H}(\omega_\mathrm{c})\mathbf{K}\left(\omega_\mathrm{c}\right)\big)^{-1},\\ \boldsymbol{\Delta}(\omega_\mathrm{c}) &= \tilde{\mathbf{H}}(\omega_\mathrm{c}),\end{aligned}$$

ahol I az egységmátrix, ω_c a rezgési frekvencia a stabilitási

határon, valamint

$$\mathbf{K}(\omega_\mathrm{c}) = \begin{bmatrix} w f_q'(h_0)\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_\mathrm{c}\tau_1} - 1\right) & 0 \\ 0 & -\left(k_\mathrm{p} + k_\mathrm{d}\mathrm{i}\omega_\mathrm{c}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_\mathrm{c}\tau_2} \end{bmatrix},$$

továbbá w a fogásmélység, $\mathrm{i}^2 = -1$, $f_q'(h_0)$ a forgácsoló erőkarakterisztika meredeksége, h_0 a névleges forgácsvastagság, τ_1 a regeneratív időkésés, k_p, k_d az arányos és differenciáló tag erősítési tényezői, és τ_2 a szabályozó holtideje.

Kapcsolódó publikációk: [7].

5. Tézis

Marási folyamatok dinamikai modellje időben periodikus együtthatójú késleltetett differenciálegyenletekkel írható le. Kombináltam a multi-fekvencia módszert a strukturált szinguláris érték vizsgálatának módszerével a robusztusan stabil megmunkálási paramétertartományok meghatározása érdekében. Ez alapján kimondható az alábbi tézis.

Periodikus együtthatójú késleltetett differenciálegyenletekkel leírható megmunkálási folyamatok esetén, ahol a főperiódus ideje (T) és a regeneratív időkésés (τ) megegyezik, a multifrekvencia módszer alapján meghatározott $\mathrm{D}(\omega_\mathrm{c})$ csonkolt végtelen mátrix struktúrája a következőképpen felbontható

$$\mathbf{D}(\omega_\mathrm{c}) = \mathbf{I} - \mathbf{U}(\omega_\mathrm{c})\mathbf{E}(\omega_\mathrm{c})\mathbf{W},$$

ahol

$$
\begin{aligned}
\mathbf{U}(\omega_{\mathrm{c}}) &= \mathrm{diag}\big[\mathbf{H}(-s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}}), \mathbf{H}((-s+1)\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}}), \ldots, \\
&\qquad \ldots, \mathbf{H}(s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}})\big], \\
\mathbf{E}(\omega_{\mathrm{c}}) &= \mathrm{diag}\Big[\mathbf{I}\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(-s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}})\tau}\big), \mathbf{I}\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}((-s+1)\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}})\tau}\big), \ldots, \\
&\qquad \ldots, \mathbf{I}\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}})\tau}\big)\Big], \\
\mathbf{W} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 & \mathbf{G}_{-1} & \cdots & \mathbf{G}_{-s} \\ \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_0 & \cdots & \mathbf{G}_{-s+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_s & \mathbf{G}_{s-1} & \cdots & \mathbf{G}_0 \end{bmatrix},
\end{aligned}
$$

és $\det(\mathbf{D}(\omega_{\mathrm{c}})) = 0$ egyenlet megoldása a lehetséges stabilitási határokat adja. Az összefüggésben szereplő mennyiségek: $\hat{\Omega} = 2\pi/T$, $\mathrm{H}(\omega)$ a szerszámcsúcsban mért névleges frekvenciaátviteli mátrix, I a megfelelő dimenziójú egységmátrix, $\mathrm{i}^2 = -1$, G_k a periodikus együttható mátrix k-adik komplex Fourier-együtthatója, ω_{c} a rezgési frekvencia, és $s \in \mathbb{Z}^+$ a periodikus rendszer közelített Fourier-együtthatóinak száma. Az frekvenciaátviteli mátrix $\tilde{\mathrm{H}}(\omega)$-val jelölt additív komplex statikus bizonytalanságára vett robusztus stabilitása meghatározható az M-$\boldsymbol{\Delta}$ bizonytalansági struktúra és strukturált szinguláris érték vizsgálat segítségével, ahol

$$
\begin{aligned}
\mathrm{M}(\omega_{\mathrm{c}}) &= \mathbf{E}(\omega_{\mathrm{c}})\mathbf{W}\big(\mathbf{I}-\mathrm{U}(\omega_{\mathrm{c}})\mathbf{E}(\omega_{\mathrm{c}})\mathbf{W}\big)^{-1}, \\
\boldsymbol{\Delta}(\omega_{\mathrm{c}}) &= \mathrm{diag}\big[\tilde{\mathbf{H}}(-s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}}), \tilde{\mathbf{H}}((-s+1)\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}}), \ldots, \\
&\qquad \ldots, \tilde{\mathbf{H}}(s\hat{\Omega}+\omega_{\mathrm{c}})\big].
\end{aligned}
$$

Kapcsolódó publikációk: [8], [9].

6. Tézis

A paraméterek és időkésés bizonytalanságának pontos modellezése elengedhetetlen a robusztus számítások konzervativitásának csökkentéséhez. Az időkésés bizonytalanságának figyelembevételéhez a kapcsolt automatizált járműcsoportok esetén a Rekasius-féle helyettesítést használtam. A járművek robusztus járműcsoport-stabilitása (robust string stability) és robusztus rendszer-stabilitása (robust plant stability) együttesen vizsgálható az ehhez tartozó lineáris tört transzformációs modell felírásával és a strukturált szinguláris érték vizsgálatával. Ez alapján kimondható az alábbi tézis.

Tekintsük a

$$\begin{aligned}
\dot{h}(t) &= v_l(t) - v_f(t)\,,\\
\dot{v}_f(t) &= (\alpha + \tilde{\alpha})\big(V\big(h(t-(\tau+\tilde{\tau}))\big) - v_f(t-(\tau+\tilde{\tau}))\big) + \\
&\qquad (\beta + \tilde{\beta})\big(v_l(t-(\tau+\tilde{\tau})) - v_f(t-(\tau+\tilde{\tau}))\big),
\end{aligned}$$

alakban megadott ember által vezetett jármű (vezető-követő, leader-follower) modellt, ahol $h(t)$ a követési távolság, $v_l(t)$ a vezető jármű sebessége (leader), $v_f(t)$ a követő jármű sebessége (follower), τ a reakció késés, α és β a modell szabályozóparaméterei és $V(h)$ egy követési függvény (például konstans követési idő), melynek az egyensúlyi mozgáshoz (h^*, v^*) tartozó meredeksége $V'(h^*) = \kappa + \tilde{\kappa}$ (ahol $1/V'(h^*)$ a követési idő). Az egyenletesen haladó mozgás körül felírt linearizált rendszer paraméterei κ, α, β és τ, melyek additív statikus bizonytalansága ($\tilde{\kappa}$, $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$, $\tilde{\tau}$) modellezi az emberi vezető bizonytalan dinamikáját.

A két jármű közötti sebességingadozás átviteli függvénye

$$T(s) = \frac{\Big((\kappa+\tilde{\kappa})(\alpha+\tilde{\alpha})+(\beta+\tilde{\beta})s\Big)\mathrm{e}^{-s\tau}\dfrac{1-s\tilde{\vartheta}}{1+s\tilde{\vartheta}}}{s^2+\Big((\kappa+\tilde{\kappa})(\alpha+\tilde{\alpha})+(\alpha+\tilde{\alpha}+\beta+\tilde{\beta})s\Big)\mathrm{e}^{-s\tau}\dfrac{1-s\tilde{\vartheta}}{1+s\tilde{\vartheta}}},$$

ahol az időkésés bizonytalansága a Rekasius helyettesítéssel egzakt módon modellezhető $s = \mathrm{i}\omega$ **megkötéssel, továbbá** ω **a körfrekvenciának megfelelő változó és** $\tilde{\vartheta}(\mathrm{i}\omega) = \omega^{-1}\tan(0.5\omega\tilde{\tau})$ **egy körfrekvenciától függő valós paraméter. A rendszer robusztusan járműcsoport-stabil (string stable), ha** $|T(\mathrm{i}\omega)| < 1$, $\omega > 0$ **teljesül minden megengedett paraméterbizonytalanság esetén. A követő jármű paramétereinek hibájára vett robusztus járműcsoport-stabilitás biztosítható az ehhez tartozó** M**-**$\boldsymbol{\Delta}$ **bizonytalansági struktúra meghatározásával és a strukturált szinguláris érték vizsgálattal, ahol (**$s = \mathrm{i}\omega$ **és a Rekasius helyettesítés esetén** $0 \leq \omega < \pi/|\tilde{\tau}|$**)**

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}(s) &= \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{1,1}(s) & \mathbf{M}_{1,2}(s) \\ \hline \mathbf{M}_{2,1}(s) & M_{2,2}(s) \end{array}\right], \\
\boldsymbol{\Delta}(s) &= \mathrm{diag}[\tilde{\kappa}, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\vartheta}(s), \delta^{\mathrm{c}}], \quad \delta^{\mathrm{c}} \in \mathbb{C}, |\delta^{\mathrm{c}}| < 1,
\end{aligned}$$

továbbá

$$\mathbf{M}_{1,1}(s) = \frac{1}{D(s)}\begin{bmatrix} -\alpha\mathrm{e}^{-s\tau} & -\mathrm{e}^{-s\tau} & -\mathrm{e}^{-s\tau} & -2 \\ s^2+\beta s\mathrm{e}^{-s\tau} & -(\kappa+s)\mathrm{e}^{-s\tau} & -(\kappa+s)\mathrm{e}^{-s\tau} & 2(\kappa+s) \\ -\alpha s\mathrm{e}^{-s\tau} & -s\mathrm{e}^{-s\tau} & -s\mathrm{e}^{-s\tau} & 2s \\ \alpha s^3\mathrm{e}^{-s\tau} & s^3\mathrm{e}^{-s\tau} & s^3\mathrm{e}^{-s\tau} & -s^3+s\big(\kappa\alpha+s(\alpha+\beta)\big)\mathrm{e}^{-s\tau} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{1,2}(s) = \frac{1}{D(s)}\begin{bmatrix} s+\alpha\mathrm{e}^{-s\tau} \\ \kappa s-\beta s\mathrm{e}^{-s\tau} \\ s^2+\alpha s\mathrm{e}^{-s\tau} \\ (\kappa\alpha s^2+\beta s^3)\mathrm{e}^{-s\tau} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{2,1}(s) = \frac{1}{D(s)} \left[\alpha s \mathrm{e}^{-s\tau} \; s\mathrm{e}^{-s\tau} \; s\mathrm{e}^{-s\tau} \; -2s\,(\kappa\alpha + \beta s)\mathrm{e}^{-s\tau}\right],$$

$$M_{2,2}(s) = \frac{(\kappa\alpha + \beta s)\mathrm{e}^{-s\tau}}{D(s)},$$

$$D(s) = s^2 + \big(\kappa\alpha + s(\alpha + \beta)\big)\mathrm{e}^{-s\tau}.$$

Kapcsolódó publikációk: [10], [11].

Irodalomjegyzék

[1] D. Hajdu and T. Insperger. Demonstration of the sensitivity of the Smith predictor to parameter uncertainties using stability diagrams. *International Journal of Dynamics and Control*, 4(4):384–392, 2016.

[2] D. Hajdu and T. Insperger. A smith-prediktor időtartománybeli vizsgálata. *A Gépipari Tudományos Egyesület Műszaki Folyóirata*, 3:12–15, 2013.

[3] D. Hajdu and T. Insperger. Time domain analysis of the Smith predictor in case of parameter uncertainties: A case study. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 7B:V07BT10A060, 2013.

[4] D. Hajdu, J. Milton, and T. Insperger. Extension of stability radius to neuromechanical systems with structured real perturbations. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 24(11):1235–1242, 2016.

[5] D. Hajdu, T. Insperger, and G. Stepan. Robust stability of machining operations in case of uncertain frequency response functions. *Procedia CIRP*, 46:151 – 154, 2016.

[6] D. Hajdu, T. Insperger, and G. Stepan. Robust stability analysis of machining operations. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 88(1):45–54, 2017.

[7] D. Hajdu, T. Insperger, and G. Stepan. Robust controller design for turning operations based on measured frequency response functions. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):7103 – 7108, 2017.

[8] D. Hajdu, T. Insperger, D. Bachrathy, and G. Stepan. Prediction of robust stability boundaries for milling operations with extended multi-frequency solution and structured singular values. *Journal of Manufacturing Processes*, 30:281 – 289, 2017.

[9] D. Hajdu, T. Insperger, and G. Stepan. Quantification of uncertainty in machining operations based on probabilistic and robust approaches. *Procedia CIRP*, 77:82–85, 2018.

[10] D. Hajdu, J. I. Ge, T. Insperger, and G. Orosz. *Stability, Control and Application of Time-delay Systems*, chapter Robust stability of

connected cruise controllers. 2019.

[11] D. Hajdu, J. I. Ge, T. Insperger, and G. Orosz. Robust design of connected cruise control among human-driven vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Not published, 2019.