**Pomezanski Vanda**

# TARTÓSZERKEZETEK TOPOLÓGIAI OPTIMÁLÁSA: DISZKRETIZÁCIÓS HIBÁK KIKÜSZÖBÖLÉSE

doktori (PhD) értekezés tézisei

Tudományos vezető:

Vásárhelyiné Dr. Szabó Anna

**Budapest**

**2011**

## 1. A kutatás előzményei és főbb célkitűzései

Tartószerkezetek topológiai optimálása napjaink kiemelt és népszerű kutatási területe lett. E tudományág előretörését jelentősen segíti, hogy számítógépeink teljesítménye oly mértékben nő és áruk oly mértékben csökken, hogy nagy számítási időt és munkát igénylő feladatok, nagy alapszerkezetek megoldása is gazdaságosan teljesíthető velük. A diszkrét, végeselemes felbontással dolgozó optimálást végző eljárások ugyanekkor számtalan nehézségnek, rejtett hibának, rossz megoldások megjelenésének elkerülését igénylik, megalapozva ezzel a további kutatásokat, fejlesztéseket.

A topológia optimálási feladatok egy jelentős hányadát képezik az ún. ISE[1] (fekete-fehér vagy 0-1) topológiák, melyek csak telített és üres izotrop elemekből állnak adott végeselemes felosztásban és meghatározott peremfeltételekkel. E topológiák optimálásakor előforduló számítási nehézségek egyike az, amikor a maradó telített elemek között csak sarokponti kapcsolat alakul ki, mely megjelenhet sakktáblamintázat, átlós elemláncolat és/vagy elszigetelt csukló formájában. Ezen alakzatok megjelenését az egyszerű, 4 csomópontos négyzetelemek alkalmazását kísérő diszkretizációs hibák okozzák, túlbecsülvén a sarokponti kapcsolattal rendelkező szerkezetek merevségét.

Az ISE topológiákban kialakuló sarokponti kapcsolatok elnyomásának két ismert és tanulmányozott módja van:

- egy sokkal pontosabb, részletesebb, a diszkretizációs hibák súlyát csökkentő végeselemes számítás alkalmazása, ill.
- egy, az eredeti ISE optimálási feladatot módosító, kiegészítő új mellékfeltétel alkalmazása.

Az első módszer-családban a szerkezetet felépítő ún. alapelemeket további végeselemekre bontjuk vagy magasabb rendű végeselemmel helyettesítjük.

A második módszer-családnak több változata is ismert, mint pl. szűrés, kerületi kontroll, minimális hosszra és/vagy a lokális gradiensre vonatkozó előírás alkalmazása, korlátozás az elem csatlakoztatható oldalára, stb., vagy korlátozás a sarokponti kapcsolat kialakulására. E módszer-család mindegyikének jellegzetessége az, hogy a megoldási tartószerkezeti forma jelentősen eltér a célfüggvényben megfogalmazott optimálistól, a módosított feltételrendszer jelentős súlynövekedést okozhat.

Az értekezés témáját adó kutatás célja, hogy hatékony, megbízható és egyszerű numerikus módszert adjon, mely alkalmas mind a sarokponti kapcsolatok kialakulásának megakadályozására, mind a tényleges, egzakt megoldásokból ismert optimális alak minél jobb megközelítésére.

[1] **I**sotrop **S**olid **E**lements – Izotrop Tömör Elemek

## 2. Az elvégzett munka rövid ismertetése

Az elvégzett kutatás három jól elkülöníthető részre osztható.

Az első rész a tartószerkezet topológiájának kialakításakor alkalmazott egyszerűsítéseknek, közelítéseknek súlybefolyásoló hatását vizsgálja. Ebben síkbeli és térbeli elemek potenciális energiájának és/vagy engedékenységének változását mutatom be az alkalmazott közelítések függvényében. E fejezet példáival szemléltetem mind az alapelemek további véges-elemekre bontásának, mind a magasabb fokú végeselemek használatának hatását. A vizsgálatot kiterjesztem 4 alapelemből álló szerkezetekre, valamint tetszőleges alakú sok alapelemből álló szerkezeti formákra is.

Az értekezés második részében a tetszőleges alakú, négyzetelemekből álló tárcsaszerkezetek topológiai optimálását végző, a sakktáblaminta megjelenését gátló algoritmust mutatom be. Az optimálást az ismert SIMP[2] algoritmus bővített, alapelemenként több végeselemet alkalmazó változata (**Extended-SIMP**) végzi. A program hatékonyságát többféle példával is szemléltetem. Bemutatom továbbá a lehetséges paraméterfüggőségek hatását is.

Az Extended-SIMP algoritmust alkalmassá tettem meglévő, teljes tömörségű elemekkel rendelkező tartó kiegészítésének, megerősítésének optimális tervezésére is (**SIMP-NDR**[3]).

Az értekezés harmadik része a sakktáblaminta speciális eseteinek, a diagonális elem-láncolatok és az elszigetelt csuklók kialakulásának elnyomására, akadályozására is alkalmas, a topológiát vizsgáló új függvényeket és az ezeket célfüggvényként alkalmazó **Co-SIMP**[4] algoritmust mutatja be. A függvényt alkalmassá tettem térbeli szerkezetek kapcsolódásainak, térbeli (3D) topológiáknak vizsgálatára is.

## 3. Az új tudományos eredmények áttekintése, összefoglalása

### A szerkezeti topológia kialakításakor alkalmazott egyszerűsítések, közelítések súlybefolyásoló hatása

Ismert végeselem-modellek felhasználásával algoritmust és programot készítettem tetszőleges csomópontokon állandó erőkkel terhelt, általános elrendezésű és megtámasztású négyzetelemekből felépíthető tárcsák statikai számítására:

a. $n^2$ 4 csomópontos végeselemből álló alapelemek ($n = 1, 2, \ldots$), valamint

b. $k^2$ pontos elemek felhasználásával ($k = 1, 2, \ldots$).

Továbbá algoritmust és programot készítettem egyszerű elrendezésű és megtámasztású kockaelemekből felépíthető térbeli szerkezetek statikai számítására:

---

[2] **S**olid **I**sotrop **M**icrostructure/**M**aterial with **P**enalties – tömör izotrop mikroszerkezet/anyag büntetősúlyokkal

[3] **N**on-**D**esign **R**egion – nem tervezési tér

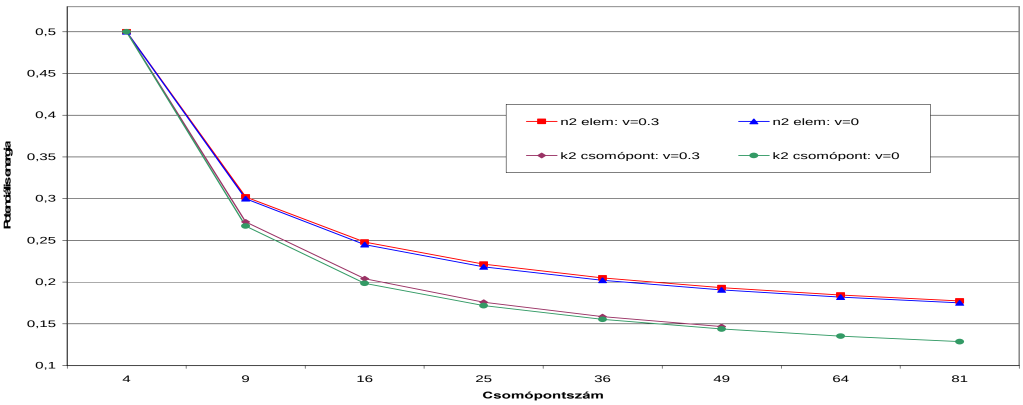
[4] **Co**rner **Co**ntact **Co**ntrol – sarokponti kapcsolat elnyomása

c. $n^3$ 8 csomópontos végeselemből álló kocka-alapelem felhasználásával ($n = 1, 2, \dots$).

E programok felhasználásával kimutattam, hogy $n$ ill. $k$ növelésével előírt támaszelmozdulás esetén az alakváltozási energia (és az engedékenység) minden esetben drasztikusan csökken.

***Síkbeli szerkezetek*** vizsgálatával megmutattam, igazoltam, hogy

- az $n^2$ elemből álló alapelemek használata az energiacsökkenés (és az engedékenység csökkenésének) eléréséhez ugyanúgy alkalmas módszer, mint a $k^2$ pontos elemek használata,
- a $k^2$ pontos elemek használata ugyanakkor hatékonyabb (nagyobb energiacsökkenést eredményez), mint az $n^2$ elemből álló alapelemek használata.



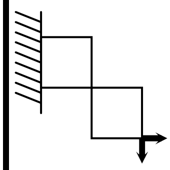
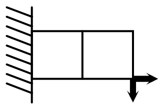
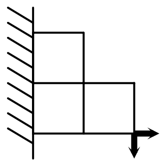
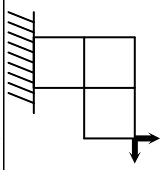
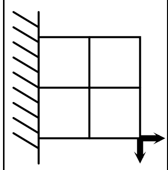

1. ábra: Az alakváltozási energia csökkenése

Tudjuk, hogy bármekkora felbontást és bármekkora alaphálót alkalmazunk is, a szerkezet fizikai, teherviselő szerepe miatt legkönnyebb szerkezetként végül a diagonális elemláncolat(ok) mindig megmaradhat(nak). A fenti eredményekkel igazoltam, hogy a láncolatokat nem az alapelemek végeselemes felbontásának durvasága és nem az alapelemháló durvasága okozza.

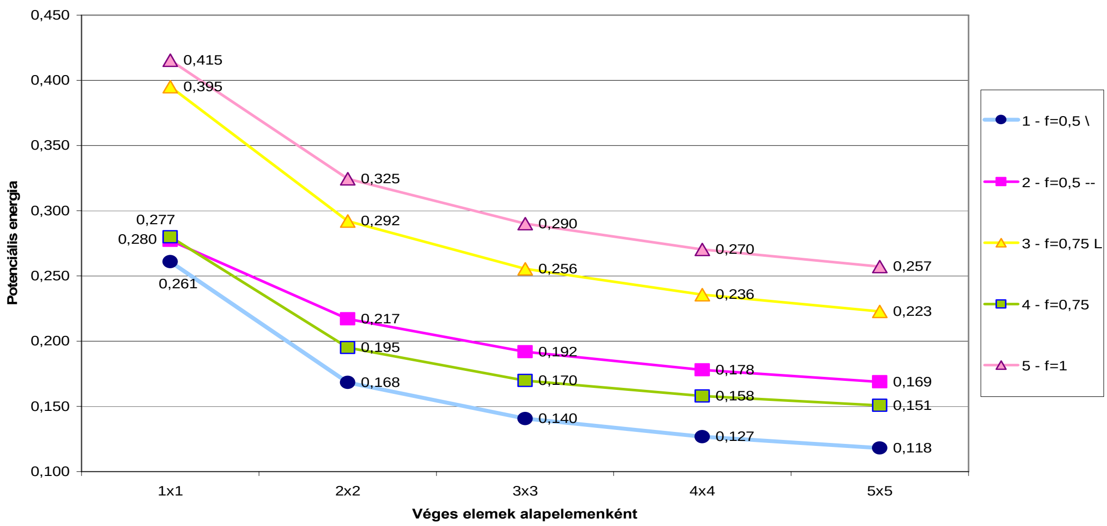
***Térbeli szerkezetek*** vizsgálatával megmutattam, igazoltam, hogy

- az $n^3$ elemből álló alapelemek használata ugyancsak alkalmas módszer az energia-csökkenés (és az engedékenység csökkenésének) eléréséhez.

Egy ***4 alapelemből álló tárcsaszerkezetet*** modellezve megmutattam, hogy az energiára és/vagy a telítettségre adott különböző feladatmegfogalmazások minimum- vagy maximumkeresés esetén mennyire más, esetleg félrevezető eredményeket adhatnak, továbbá, hogy a felbontás növelésével járó energiacsökkenés az eredményeket befolyásolja.

| **Fekete-fehér alakzatok** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|
| Alakzatok megtámasztásokkal és az elmozdulásterhek irányaival |  |  |  |  |  |
| Mintázat | 1 0<br>0 1 | 0 0<br>1 1 | 1 0<br>1 1 | 1 1<br>0 1 | 1 1<br>1 1 |
| Telítettség ($f$) | 0,5 | 0,5 | 0,75 | 0,75 | 1 |

2. ábra: A mintapélda alapelemei, megtámasztásai és terhelései




3. ábra: A mintapélda alakzatai és az alakváltozási energia csökkenése

**Tetszőleges alakú, terhelésű és megtámasztású tárcsaszerkezetek topológiai optimálása (Extended-SIMP)**

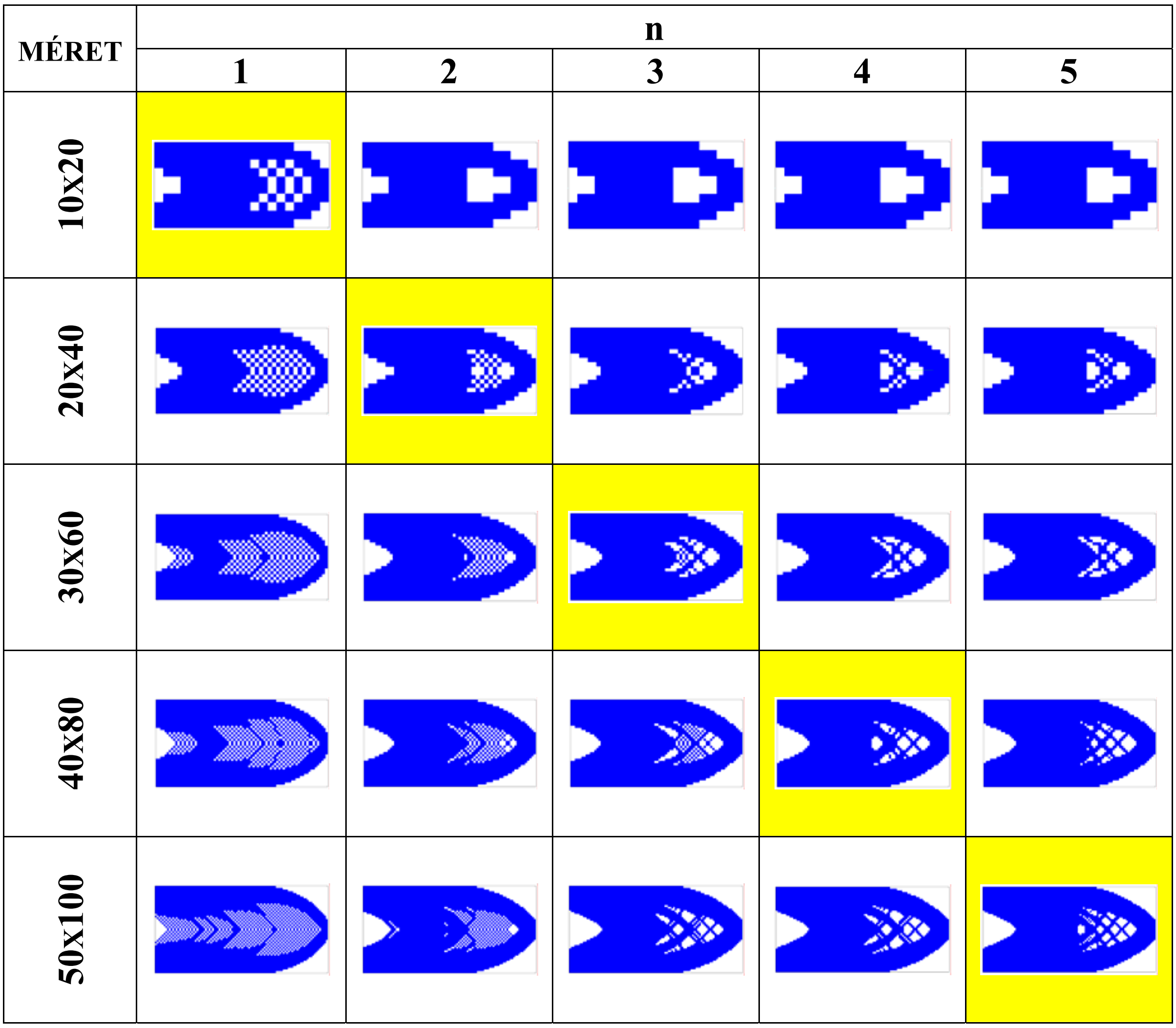
A SIMP módszernek és az egyszerű végeselemekre felosztott alapelemeknek a társításával létrehozott Extended-SIMP algoritmust és programot felhasználtam Michell-féle tárcsaszer-kezetek topológiai optimálására.

A numerikus eredményeim igazolják, hogy az Extended–SIMP algoritmus alkalmas a kiterjedt sakktáblamintázatok kialakulásának megszűntetésére:

- kimutattam, hogy adott szerkezeti és terhelési forma esetében négypontos alapelemeket alkalmazva a sakktábla-mintázatú részek aránya nő, de
- alapelemenként több, $n^2$, négypontos végeselemet alkalmazva ezek az arányok csökkenthetőek, sőt, adott egy elemszámhoz megfelelő engedékenységi

határ ($C$), vagy egy adott engedékenységhez megfelelő elemfelosztás megválasztásával a tényleges sakktáblaminta teljesen el is nyomható, ugyanekkor viszont

- diagonális elemláncolatok és/vagy elszigetelt csuklók megjelenése várható.

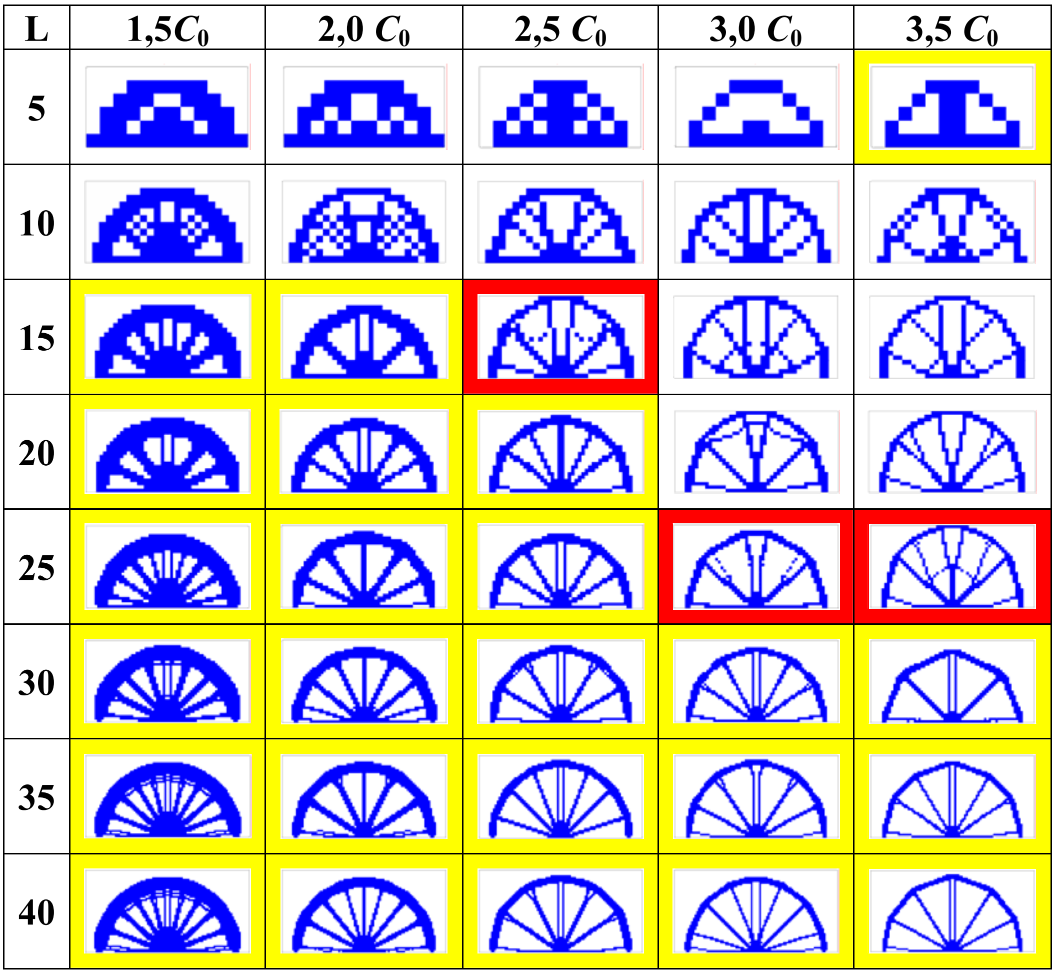



4. ábra: A Michell-féle konzoltartó növekvő alapelem és végeselem számmal és nagyon alacsony engedékenységi korláttal

Vizsgáltam a program adatfüggőségét, a paraméter-beállítás hatását. Kimutattam az előírt engedékenység és az alkalmazott alap- és/vagy végeselemszám együttes hatását:

- kimutattam, hogy alacsony alapelemszám és alacsony engedékenységi határ alkalmazása esetén alapelemenként nagyszámú végeselem alkalmazása a célravezető, míg nagy alapelem szám esetében a legkisebb, $n = 2$ felbontás is elegendő lehet.
- Megmutattam, hogy az alapelemszámhoz képest alacsony engedékenységi korlát megválasztásakor az alakzat belsőleg tömör lesz.

- Megmutattam, hogy egy az alapelemszámhoz képest magas engedékenységi korlát megválasztásakor vagy nem megfelelő végeselemes felosztás használatakor az alakzat belsőleg rendezetlenné válhat, diagonális elemláncolatok jelenhetnek meg, melyek nem követik a kívánt formát, esetleg szakadásos láncolatok is kialakulhatnak.




5. ábra: A Michell-féle keréktárcsa modellje, alapelemenként 2x2 végeselemmel, növekvő alapelemszámmal és engedékenységi korláttal

A program hatékonyságának igazolása érdekében jelentős hangsúlyt fektettem a térfogati telítettség, valamint az engedékenységi korlát kihasználtságának mérésére.

- Megállapítottam, hogy az engedékenységi határ kihasználtsága maximális, az alapelemszámtól függetlenül egy a korlátot jellemző konstans értéket mutat.
- Megállapítottam, hogy adott engedékenységi korlát mellett a térfogati telítettség értéke az alapelemszám növelésével csökken.

- Megmutattam továbbá, hogy az engedékenység és a telítettség szorzata az alapelemszám növeléséből következően nem mutat konvergenciát az analitikus megoldás alapján számolt értékhez[5].

**Rögzített, nem módosítható elemekkel rendelkező tárcsaszerkezetek topológiai optimálása (SIMP-NDR)**

A numerikus topológia optimálási módszereket gyakran a síkfeszültségi állapotban lévő perforált tárcsaszerkezetek[6] diszkrét elemes optimális megoldásának, valamint az analitikus módon meghatározott minimális súlyú rácsos tartó alakoknak összehasonlításával igazolják. A bemutatott példa alapján is látható, hogy az eredmények nem triviálisak. A Michell-féle rácsos tartós analitikus számítás adta összetett és ezáltal igen költséges alakzat előre rögzített elemek használatával egy egyszerű kétrudas szerkezetté válik, mely teljesen kihasználttá teszi a meglévő, s így költségmentes felső vizszintes rudat, s melynél pénzbe csak az alsó merevítő rúd kerül. Egyértelmű tehát, hogy rögzített elemek jelenléte alapvető változásokat okoz bármely optimálási redszerben.

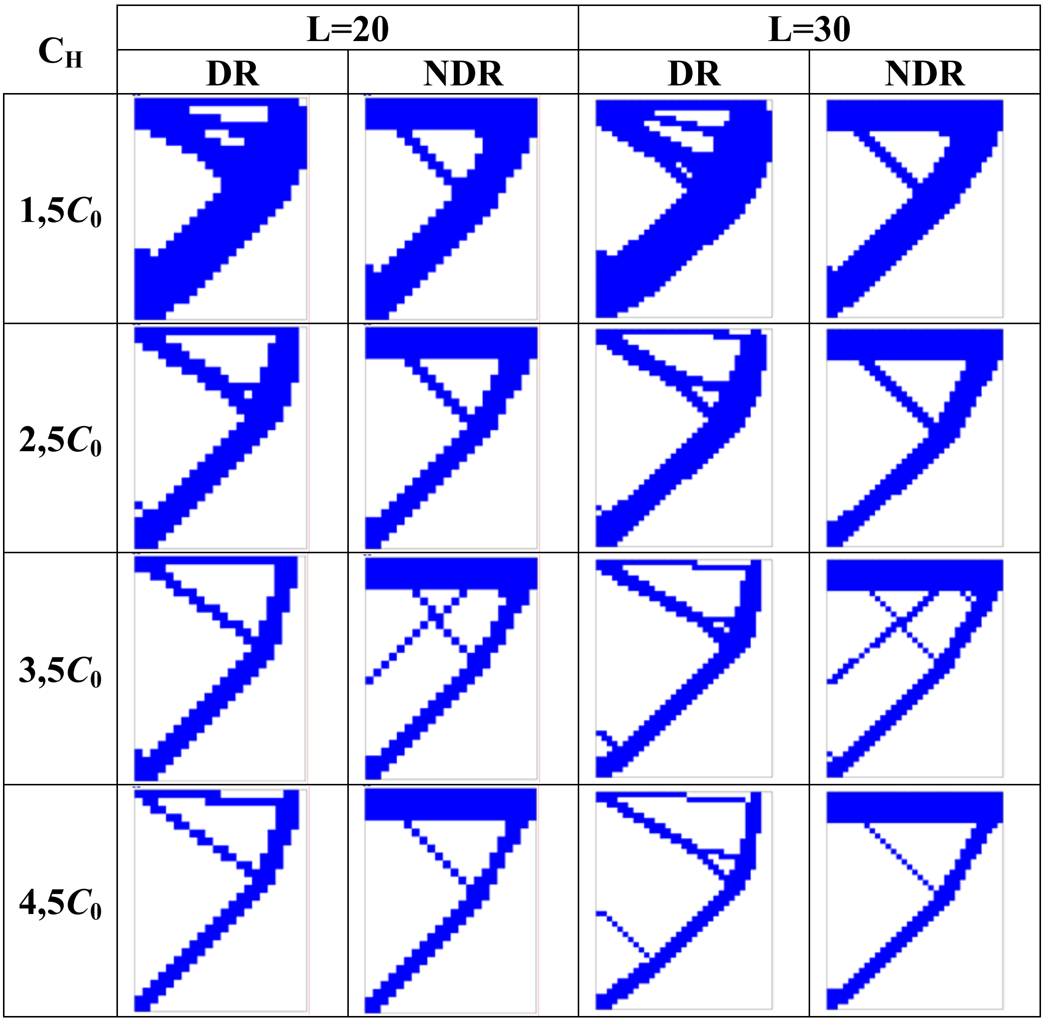
Az Extended-SIMP és a SIMP-NDR algoritmus a fenti állítás numerikus igazolását adják. A bemutatott eredmények mind a Michell-féle megoldás összetett, mind a meglévő, rögzített elemekkel rendelkező szerkezetre kapott kétrudas megoldást jól közelítik. Nyomatékosítják ugyanekkor a rácsos tartóktól való eltérést, különbséget, a tárcsaszerkezetekben megjelenő nyomatéki hatás következményeit (belső diagonális merevítések).

A bemutatott eredmények ugyanekkor igazolják azt is, hogy meglévő, rögzített elemek alkalmazása a program tulajdonságait (engedékenységi korlát kihasználtsága, a szürke elemeket is tartalmazó minta engedékenységének valamint a fekete-fehérré tevő eljárás utáni engedékenység viszonya, diagonális elemláncolatok megjelenése) nem befolyásolja.

---

[5] Később, mások megmutatták, hogy a megoldás konvergál az analitikus megoldás eredményéhez, akkor ha nagy és állandó végeselemszámot használunk.

[6] Truss-like structures – Rácsostartó-szerű, rácsos tartóhoz hasonló eredményt adó szerkezetek




6. ábra: Koncentrált erővel terhelt rövid konzoltartó eredményei az Extended-SIMP és SIMP-NDR optimálással

## Sarokponti kapcsolatok létrejöttének gátlása célzott büntetőfüggvénnyel (Co-SIMP)

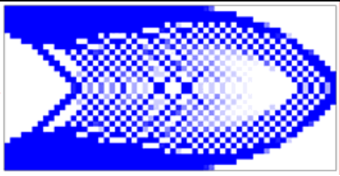
Mint azt az Extended-SIMP és a SIMP-NDR algoritmusokkal megmutattam a diszkretizációs hiba következtében megjelenő nagy kiterjedésű és összefüggő sakktáblaminták elnyomhatóak, de az eredményekben a diagonális elemláncolatok, ritkábban az elszigetelt csuklók megmaradhatnak.

Ezért egy olyan ún. Co-SIMP[7] algoritmust hoztam létre, mely célzottan a sarokponti kapcsolatok kialakulását felügyeli, gátolja. Bemutatom az alkalmazott módszer felvezetését, indoklását, az optimálási feladat leírását, az iteráció menetét. Részleteiben foglalkozom egy tetszőlegesen megválasztott belső csomópont körül kialakuló mintázatokban a sarokponti kapcsolat létrejöttét vizsgáló és ér-

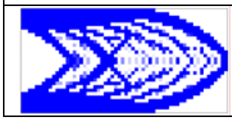
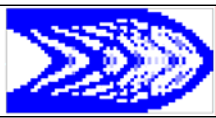
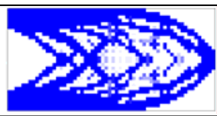
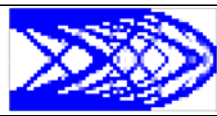
---

[7] **Co**rner **Co**ntact **Com**pression

tékelő, az optimumkeresés szélsőértékének helyét befolyásoló függvény(ek) ismertetésével mind síkbeli, mind térbeli feladatok esetében, a bemutatott függvények hatékonyságának növelésével. Az általam megadott síkbeli függvényt és annak módosítását mind függvénytanilag, mind az optimálási algoritmus által adott eredmények bemutatásával szemléltetem.

| Az *m* konstans szorzó értéke a síkbeli minősítő függvény hatékonyságának növeléséhez | | |
|---|---|---|
| 0 | 75 | 100 |
|  |  |  |

7. ábra: A Michell-féle konzoltartó Co-SIMP eredménye a szerző minősítő függvényével

| Az *m* konstans szorzó értéke a módosított függvény hatékonyságának növeléséhez | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
|  |  |  |  |  |

8. ábra: A Michell-féle konzoltartó Co-SIMP eredménye a szerző módosított minősítő függvényével

Az eredmények igazolják, hogy a Co-SIMP algoritmus megfelelően megválasztott, a sarokponti kapcsolatok létét, megjelenését vizsgáló célfüggvénnyel hatékony a sakktáblaminta elnyomásában. A bemutatott eredmények alapján látható az is, hogy a célfüggvény milyensége jelentősen befolyásolja az optimálás menetét, eredményét. Az optimális, minimális súlyú tartók külalakja mindig megfelel az elvárásoknak, a körülhatárolt rácsos része viszont a célfüggvény tulajdonságainak és a hatékonyságát szabályozó paraméter beállításának megfelelően alakul. Mindezek alapján belátható, hogy egy meghatározott feladatra, az elemszámtól függetlenül, többféle, az adott feltételeknek megfelelő, lokális optimum generálható.

## 4. Összefoglalás, tézisek felsorolása

Az ismertetett kutatás eredményeit összefoglaló tézisek felsorolása előtt hangsúlyozom, hogy noha az 1-3. tézisben szereplő eljárások az irodalomból ismertek, a számításokat saját fejlesztésű, általam írt programokkal végeztem.

## 1. TÉZIS

Ismert végeselem-modellek és egyenlő oldalhosszúságú derékszögű elemek felhasználásával numerikus számításokat végeztem tetszőleges csomópontokon *adott elmozdulás*sal terhelt, általános elrendezésű és megtámasztású négyzet-elemekből felépíthető tárcsák, valamint kockaelemekből felépíthető térbeli alakzatok alakváltozási energiájának, vagy engedékenységének meghatározására. A kapott eredményekkel igazoltam az alapelemenként több egyszerű végeselem használatának célszerűségét, hatékonyságát.

1.a. Megmutattam, hogy a legalacsonyabb (síkban 4, térben 8) csomópontszámú egyszerű végeselemekből alapelemenként többet használva (síkban $n^2$, térben $n^3$, $n = 1, 2, ...$) a szerkezet egészére nézve egy *adott elmozdulás* elérésekor az alakváltozási energia és/vagy az engedékenység értéke jelentősen csökken.

1.b. Megmutattam, hogy az optimálás végén legkönnyebb szerkezetként megmaradó diagonális elemláncolatokat nem az alapelem-háló és nem a végeselem-háló durvasága okozza.

1.c. Megmutattam, hogy a felbontás finomításával létrejövő energiacsökkenés hatással van a topológiai optimálás eredményére, az optimális alakzat formájára.

***A tézishez felhasznált publikációim:*** [1], [2], [3].

## 2. TÉZIS

A SIMP módszernek és az egyszerű végeselemekre felosztott alapelemeknek a társításával létrehozott Extended-SIMP algoritmust és programot felhasználtam Michell-féle tárcsaszer-kezetek topológiai optimálására. A kapott eredményeket felhasználtam a program beállítás-függőségének, valamint az optimálás hatékonyságának meghatározására.

2.a. Példákkal igazoltam, hogy az Extended-SIMP algoritmus hatékony az esetleges sakk-táblamintázatok megjelenésének korlátozásában, megakadályozásában.

2.b. Numerikus vizsgálatokkal megmutattam azt, hogy az alkalmazott alapelemszám, végeselemszám és az engedékenységi korlát megválasztása hogyan befolyásolja az optimálás eredményét, azaz a szerkezet alakját.

2.c. Megmutattam, hogy az egyszerű végeselemekre felosztott alapelemek alkalmazása hatékonnyá teszi a súlyminimumra történő optimálást, megmutattam, hogy az engedékenységi korlát kihasználtsága maximális.

***A tézishez felhasznált publikációim:*** [1], [3], [6], [11].

## 3. TÉZIS

Az Extended-SIMP módszerét felhasználtam olyan tárcsaoptimálási feladatok megoldására, melyekben bizonyos elemek vastagsága (telítettsége) nem változtatható (SIMP-NDR).

3.a. Eredményekkel igazoltam, hogy a rögzített elemek jelenléte a program tulajdonságait, adat- és beállításfüggőségét nem befolyásolja. Az energia és az elemszám közötti összefüggés (2.b. Tézis) változatlan feltételekkel jelen van.

3.b. A program segítségével meghatároztam egy koncentrált erővel terhelt rövidkonzol lehetséges optimális alakjait, mind általános, mind NDR esetben. A kapott eredmények követik a pontos megoldásban meghatározott alakokat. Ezzel igazoltam a Rozványi Gy. által meghatározott analitikus megoldások (költségfüggvények) helytállóságát.

3.c. A konzoltartóra kapott optimálási eredményeim megmutatják, nyomatékosítják a pontos számításokban használt rácsos tartóktól való eltérést, a tárcsaszerkezetekben megjelenő nyomatéki hatás következményeit (belső diagonális merevítések).

***A tézishez felhasznált publikációim:*** [7], [8], [9].

## 4. TÉZIS

A topológiai optimálás eredményeiben megjelenő sakktáblamintát, diagonális elemláncolatokat vagy elszigetelt csuklókat létrehozó sarokponti kapcsolat(ok) meglétét felismerő, a kapcsolat(ok) ’erősségét’ a résztvevő elemek telítettsége alapján értékelő, a mintázat kiterjedtségét, a sarokponti kapcsolatok számát mérő függvény(eke)t hoztam létre.

4.a. Új, hatékony függvényt adtam meg síkbeli mintázatok vizsgálatára. A függvény tulajdonságait elemeztem, hatékonyságát a függvény módosításával növeltem.

4.b. Többféle, mások által megadott, síkbeli mintázatok minősítésére alkalmas függvény tulajdonságait, hatását vizsgáltam. Megállapítottam előnyüket, hátrányukat.

4.c. Az általam megalkotott síkbeli függvényt felhasználtam térbeli mintázatok minősítéséhez is:

- A vizsgált csomópontot körülvevő, nyolc kockaelemből álló alakzatokhoz síkokat rendeltem hozzá. Ezen síkok értékelésének megfelelő kombinációjával függvényeket alkottam a térbeli *sarokponti kapcsolat* és a térbeli *élmenti kapcsolat* felismerésére, minősítésére.
- A síkbeli függvény felépítése alapján függvényt alkottam, mely felismeri a valódi *térbeli sakktáblamintát* és az elemek telítettségének függvényében értékeli azt.

***A tézishez felhasznált publikációim:*** [4], [6], [8], [9], [10].

**5. TÉZIS**

A bemutatott sarokponti kapcsolatokat felismerő függvények segítségével új optimálási célt, új minimumfeladatot fogalmaztam meg.

5.a. A SIMP algoritmus és a sarokponti kapcsolatokat felismerő és értékelő függvény felhasználásával olyan Co-SIMP algoritmust készítettem a kvázi-kétdimenziós tárcsa-szerkezetek topológiai optimálásához, melyben a sakktáblaminta elnyomását végző függvény célfüggvényként szerepel.

5.b. A Co-SIMP algoritmus és az általam megalkotott függvények összekapcsolásával, numerikus példák segítségével igazoltam, hogy függvényeim alkalmasak a feladatuk ellátására, hatékonyak a fekete-fehér sakktáblaminták és sarokponti kapcsolatok elnyomásában.

5.c. Numerikus vizsgálatokkal megmutattam a sarokponti kapcsolatok megjelenését gátló függvény hatékonyságának növelését célzó, az optimálás menetét szabályozó paraméter megválasztásának a Co-SIMP optimálás eredményére, alakzatára vetített hatását.

***A tézishez felhasznált publikációim:*** [4], [5], [6], [9], [12].

## 5. A további kutatások célkitűzései

A tézisekben összefoglalt eredmények fontos részei a SIMP fejlődésének. Az elkészült számítógépes programok alkalmazhatóságának és minőségének fejlesztése szempontjából fontos egy a hatékonyság mérésére alkalmas módszer kidolgozása, mely mind a kettős felosztást alkalmazó és ezáltal a sakktáblaminta elnyomására alkalmas Extended-SIMP, mind a sarokponti kapcsolatok elnyomását célzó Co-SIMP algoritmus eredményeit értékeli, összehasonlíthatóvá teszi.

Az értekezésben és az eddigi kutatásokban a sakktáblamintázatot minősítő függvények a sarokponti kapcsolatok felismerése és minősítés szempontjából matematikai alapon lettek összehasonlítva, az algoritmus hatékonyságának szempontjából (futási idő, iterációk száma, stb.) nem. Az optimálás eredményeinek összehasonlítását is csak az általam megalkotott sarokponti kapcsolatot minősítő függvények felhasználásával és csak a Michell-féle konzoltartóra végeztem el. Célom a futtathatóság és az összehasonlíthatóság kiterjesztése valamenyi függvényre és más tartószerkezeti formákra is.

Az itt bemutatott eredmények, valamint mások kutatási eredményei alapján is egyértelmű lett, hogy a szerkezetben az optimálás során kialakuló lyukak, üregek számát szabályozni kell. Erre alkalmas megoldás lehet mind a kerületi hossz szabályozása, mind egyéb méretkontrol, pl. a hosszúság[8] korlátozásának megadása. Ismert továbbá az is, hogy e módszerek önmagukban is képesek a sakktáblaminta elnyomására. Célom tehát egy olyan megoldást keresni, mely a héza-

[8] Angolul – Length Scale

gok, lyukak számának szabályozása mellett a sarokponti kapcsolatok kialakulását is gátolja.

Az értekezésben elsősorban síkbeli szerkezetek vizsgálatát mutattam be. A módszereket kiterjesztettem térbeli szerkezetekre is, de az optimálást és az eredmények elemzését nem végeztem el. Ennek okai jelentős mértékben az eredmények bemutatásának, a grafikus ábrázolásnak nehézségei, valamint a hatékonyság megbízható mérőszámának, az össze-hasonlíthatóságnak a hiánya voltak. Mindezek ellenére célom valamennyi új lehetőséget és eredményemet térbeli szerkezetekre is kiterjeszteni.

## *Köszönetnyilvánítás*

Ezúton szeretném megköszönni Vásárhelyiné Szabó Annának, hogy elindított az oktatási-kutatási pályán, hogy szakmailag és emberileg irányította, segítette kezdeti lépéseimet.

Köszönetet mondok Rozványi Györgynek az ezen értekezésben is bemutatott kitűnő kutatási témáért, a kutatás vezetéséért, menedzseléséért, hogy lehetővé tette és segítette számomra a topológiai optimálás megismerését, megkedvelését.

Köszönettel tartozom Gáspár Zsoltnak, kitűnő koordinációs munkájáért, megértéséért, tanácsaiért, útmutatásaiért.

Ezúton szeretném megköszönni a BME Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék valamennyi dolgozójának, hogy hosszú időn át segítettek és támogattak tanszéki feladataim ellátásában, kutatási céljaim elérésében, lehetővé tették eredményeim publikálását, konferenciákon történő bemutatását.

A szerző köszönetét fejezi ki az OTKA T037922, T029638 és a K62555 kutatások keretében kapott anyagi támogatásokért.

És végül köszönöm a PTE PMMK Szilárdságtan és Tartószerkezetek Tanszék dolgozóinak, hogy segítettek disszertációm megírásában, segítenek oktatási és kutatási munkám folytatásában.

## 6. A szerző fontosabb, a tézisekhez kapcsolódó publikációi


[1] Rozvany, G.I.N.; Querin, O.M.; Gáspár Zs.; Pomezanski V.: „Extended optimality in topology design”, in *Structural and Multidisciplinary Optimization,* Springer, Volume 24, Number 3, 2002. pp. 257-261. doi: 10.1007/s00158-002-0235-x

[2] Rozvany, G.I.N.; Querin, O.M.; Pomezanski V.: „Checkerboards, Element Chains and Hinges in Topology Optimization: Causes and Prevention”, in Gosling, P. (Editor) *Extended Abstracts of the 4th ASMO UK / ISSMO conference, Engineering Design Optimization, Product and Process Improvement,* Newcastle upon Tyne, UK, University of Newcastle upon, 2002. pp. 149-159.

[3] Rozvany, G.I.N.; Querin, O.M.; Gáspár Zs.; Pomezanski V.: „Weight-increasing effect of topology simplification”, in *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, Volume 25, Number 5-6, 2003. pp. 459-465. doi: 10.1007/s00158-003-0334-3

[4] Rozvany, G.I.N.; Pomezanski V.; Querin, O.M., Gáspár Zs.; Lógó J.: „Corner contact suppression in topology optimization”, in Querin, O.M.; Sienz, J.; Toropov, V.V.; Gosling, P. (Editors), *Extended Abstracts of the 5th ASMO UK / ISSMO conference, Engineering Design Optimization, Product and Process Improvement,* Stratford upon Avon, UK, 2004. pp. 33-40.

[5] Pomezanski V.; Querin, O.M.; Rozvany, G.I.N.: „CO-SIMP: extended SIMP algorithm with direct COrner COntact COntrol”, in *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, Volume 30, Number 2, 2005. pp. 164-168. doi: 10.1007/s00158-005-0514-4

[6] Pomezanski V.: "Topológiaoptimálási feladatokban megjelenő sakktáblamintázat kiküszöbölésének egy módja", in Barna Zs.; Józsa Zs. (Editors), *Doktori kutatások a BME Építőmérnöki Karán*, Budapest, Hungary, 2005. pp. 152-159.

[7] Rozvany, G.I.N.; Querin, O.M.; Lógó J.; Pomezanski V.: „Exact analytical theory of topology optimization with some pre-existing members or elements”, in *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, Volume 31, Number 5, 2006. pp. 373–377. doi: 10.1007/s00158-005-0594-1

[8] Rozvany, G.I.N.; Querin, O.M.; Pomezanski V.; Gáspár Zs.; Lógó J.: „Some basic issues of topology optimization” in Bendsoe, M.P.; Olhoff, N. and Sigmund, O. (Editors), *IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials, Series of Solid Me-*

*chanics and Its Applications*, vol. 137. Part. 2., Springer, 2006. pp. 77-86. doi: 10.1007/1-4020-4752-5_8

[9] Pomezanski V.: "Numerical Methods to Avoid Topological Singularities", in Topping, B.H.V.; Montero, G.; Montenegro, R. (Editors), *Proceedings of the Eighth International Conference on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 211, 2006. doi:10.4203/ccp.83.211

[10] Pomezanski V.: "Corner Contact Penalty Functions in Plane and in Space", in *Pollack Periodika, An International Journal for Engineering and Information Sciences*, Akadémiai kiadó, Hungary, Volume 2, 2007. pp. 39-50. doi: 10.1556/Pollack.2.2007.2.4

[11] Pomezanski V.: "Heuristic Features of the Extended SIMP Algorithm in Topology Optimization", in Topping, B.H.V.; Costa Neves, L.F.; Barros, R.C. (Editors), *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Civil-Comp Press, Stirlingshire, United Kingdom, paper 62, 2009. doi:10.4203/ccp.91.62

[12] V. Pomezanski, "Heuristic Features of the Co-SIMP Algorithm in Topology Optimization: Numerical Examples", in B.H.V. Topping, J.M. Adam, F.J. Pallarés, R. Bru, M.L. Romero, (Editors), *Proceedings of the Tenth International Conference on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 320, 2010. doi:10.4203/ccp.93.320