MŰEGYETEM 1782

Gazdálkodás- és Szervezéstudományi Doktori Iskola
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Dülk Marcell

Módszertani továbbfejlesztések a gazdasági elemzésekben

Tézisfüzet

Témavezető: Andor György, PhD

Budapest, Magyarország, 2013

Tartalomjegyzék

I. Bevezetés

A pénzügyek egyik alapkérdése, hogy mennyit is ér egy eszköz. „Eszköz” (*asset*) alatt pénzösszegekre való jogosultságot értünk, úgymint pl. egy vállalati részvényt, melynek birtokosa jogosult a vállalat által termelt pénzbeli nyereségre. Az elmúlt évszázad során a „jelenérték” (*present value*) fogalma szilárdult meg alapvető értékmérőként, mely egy eszköz által generált jövőbeni várható pénzösszegek diszkontált összegét jelenti az értékelés időpontjára vonatkozóan, beleértve az eszköz megszerzésekor azonnal rendelkezésre álló pénzösszeget is. A „pénzösszeg” kifejezés helyett leginkább a „pénzáram” (*cash flow*) kifejezés használt (a továbbiakban általunk is), mely a vállalatértékelési alapokra utal. Diszkontálásnak (*discounting*) nevezik az eljárást, mely során egy valamilyen jövőbeni várható pénzáram értékét határozzuk meg az értékelés időpontjára, azaz a jelen időpontra vetítve. Technikailag ez egy diszkontráta alkalmazásával történik, ami a pénzáram időzítéséhez és kockázatához igazodik. Mivel az érték a jövőbeni várható pénzáramok jelenre történő diszkontálásával kerül meghatározásra, az ilyen szemléletben, illetve szabályrendszer szerint készített elemzést diszkontált pénzáramokon alapuló (*discounted cash flow, DCF*) értékelésnek nevezik.

A jelenérték a pénzügyek mind a két fő területének, a befektetéseknek és a vállalati pénzügyeknek is kulcsfogalma. Napjaink vállalati pénzügyi elemzései a részvényesi értékmaximalizálásra irányulnak. Tehát egy vállalat menedzsereinek „értékes” eszközöket kell megszerezniük, azaz olyan eszközöket, amelyek a részvények értékét növelik. A részvények értékének növeléséhez olyan eszközöket kell felderíteni, amelyek többet érnek, mint amennyiért éppen aktuálisan meg lehetne őket vásárolni. Azt pedig, hogy egy eszköz mennyit ér, a jelenértéke fejezi ki. A jelenérték és az éppen aktuális ár közötti különbséget nettó jelenértéknek (*net present value, NPV*) nevezik. Általánosságban a befektetések területe a tőkepiaci eszközök árainak viselkedésével foglalkozik, mely árak nyilvánvalóan összefüggenek a tőkepiaci eszközök értékeivel. És ez esetben is, egy eszköz értékét a jelenértéke fejezi ki. Tehát mivel értékezésünk a jelenérték-számítás kérdéseivel foglalkozik, nem korlátozódik csupán a vállalati pénzügyekre, de kétségkívül leginkább ezen a területen, a beruházási döntések kapcsán hasznosíthatók eredményeink, lévén a jelenérték inkább csak egyszerű „input”, illetve viszonyítási pont a befektetésekben.

A jelenérték tankönyvekben általánosan alkalmazott számításához a következő fő elemek szükségesek: 1) egy időintervallum-hossz meghatározása (leggyakrabban egy év), ami a kamatperiódus hossza; 2) az értékelni kívánt eszköz várható gazdasági élettartamának meghatározása a kamatperiódus mértékegységében; 3) az eszköz összes várható pénzáramának becslése periódusonként a várható élettartam minden periódusára, feltételezve, hogy ezek a pénzáramok mind a periódusok végén következnek be; 4) a diszkontráta becslése a kamatperiódusra, mely ráta azonos minden periódusra. Ebben a tankönyvi megközelítésben a jelenérték-számítás technikailag egyszerű, de ennek az egyszerűségnek szokás szerint ára van. Ez a tankönyvi megközelítés a következő hibákat rejtheti magában, úgymint például: a várható pénzáramokkal és a diszkontrátával kapcsolatos becslési hibák; figyelmen kívül hagyása annak, hogy a pénzáramok nem feltétlenül kizárólag a periódusok végén következhetnek be; az eszköz gazdasági élettartamával kapcsolatos bizonytalanság figyelmen kívül hagyása, feltéve persze, hogy az eszközélettartam sztochasztikus. Ezen hibák kiküszöböléséhez elkerülhetetlenül szükséges egy kiterjedtebb matematikai eszköztár, mely viszont a jelenérték-számítást is bonyolultabbá teszi egyúttal. Ebből kifolyóan mindenképp érdemes feltérképezni az említett hibák jellegzetességeit és felmérni, hogy indokolt-e, illetve milyen körülmények fennállása esetén indokolt az egyszerűség bizonyos fokú feláldozása.

Kutatásunk a fent felsorolt hibaforrások közül hárommal foglalkozik. Először feloldjuk a feltételezést, miszerint egy kamatperiódus minden pénzárama a periódus végén következik be. Másodszor figyelembe vesszük az eszközélettartammal kapcsolatos bizonytalanságot. Harmadszor egy pontosabb becslést igyekszünk tenni a hűtési, illetve fűtési energiahatékonysági projektekhez alkalmazandó diszkontrátára. Megjegyezzük, ezzel a három problémakörrel külön-külön foglalkozunk, a különböző hibák együttes hatásának vizsgálata jövőbeni kutatások témáját képezi.

Ahogy a korábbiakban említettük, a tankönyvek azt javasolják, hogy egy eszköz egy kamatperióduson belül jelentkező minden pénzáramát az adott periódus végére toljuk és ennek megfelelően diszkontáljuk őket. Ezt nevezik „periódusvégi" konvenciónak (*end-of-period convention*). Egy eszköz pénzáramai a valóságban természetesen a kamatperiódus során tetszőleges időpontban következhetnek be, ezért lényeges annak vizsgálata, hogy mekkora hibát véthetünk a jelenérték periódusvégi konvencióval történő közelítése miatt. Emellett kutatásunk célja volt az is, hogy találjunk egy viszonylag egyszerű, könnyen használható formulát, amellyel a periódusvégi jelenértéket korrigálva a hibák csökkenthetők. Kidolgoztunk egy új képletet, melyet „harmonikus" konvenciónak (*harmonic convention*) nevezünk, és a periódus-eleji és periódusvégi jelenértékek harmonikus közepén alapul. A periódusvégi konvencióval analóg módon a periódus-eleji konvenció (*beginning-of-period convention*) a kamatperióduson belüli pénzáramokat a periódus elejére tolja. A relatív hibát (pontosabban annak abszolút értékét) használjuk a hiba mértékeként, mely definíció szerint a közelítő jelenérték osztva a pontos, tényleges jelenértékkel, mínusz 1. Megmutatjuk, hogy a harmonikus konvenció minimalizálja a lehetséges legnagyobb hibát az általános esetben, amikor is az eszköz tényleges pénzáramprofilját (*cash flow pattern*) figyelmen kívül hagyjuk. Ennek megfelelően az első tézisünk a következő:

<u>1. tézis (Andor és Dülk, 2013):</u> Perióduson belüli pénzáramok jelenértékének közelítése esetén a periódus-eleji és periódusvégi konvencióval számított jelenértékek harmonikus közepe minimalizálja a lehetséges legnagyobb hibát. A harmonikus konvenció definíciója:

$$P_H = P_E \frac{1+i}{1+i/2}$$

ahol P_H és P_E a harmonikus, illetve a periódusvégi jelenérték, és i a diszkrét diszkontráta az adott kamatperiódusra.

A hibák vizsgálatát kiterjesztjük konkrét pénzáramprofilok esetére is és összehasonlítjuk a harmonikus konvenció pontosságát a kapcsolódó szakirodalomban ismertetett egyéb konvenciókkal. Ezen konvenciók nevezetesen a periódus-közepi (*mid-period convention*) és a már említett periódus-eleji konvenció, melyek mind megfogalmazhatók a periódusvégi konvenció korrekciójaként. A periódus-közepi konvenció, ahogy neve is utal rá, a kamatperiódus minden pénzáramát a periódus közepére tolja. Az általunk vizsgált pénzáramprofilok egy periódusra vonatkozóan írják le a pénzáramok alakulását és egyetlen paraméterrel meghatározottak. Ezek a profilok konkrétan a háromszög, PERT és szakaszosan egyenletes (ún. „semester estimate") eloszlásokon alapulnak. Ezek a profilok az életszerű esetek nagy részét lefedik. Azt állapítjuk meg, hogy a harmonikus konvenció, még ha nem is mindig a legpontosabb, az esetek nagy részében elfogadható hibával rendelkezik és ezért egy jó gyakorlati alternatíva. Ezek alapján a második tézisünk:

<u>2. tézis (Andor és Dülk, 2013):</u> A gyakorlatban előforduló pénzáramprofilok esetén a harmonikus konvenció közelítési hibája általában kicsi (kisebb, mint 5%) és kisebb, mint más konvencióké, különösen akkor, ha a pénzáramok többsége a periódus második felébe esik.

Második kutatásunk a bizonytalan végpontú pénzáramprofillal jellemzett eszközök jelenérték-számításával kapcsolatos matematikai módszerekre irányul. A tankönyvi eljárás a jelenértéknek a várható eszközélettartam szerinti számítása, mely figyelmen kívül hagyja az élettartam valószínűség-eloszlásának egyéb jellemzőit. Ez az eljárás lényegét tekintve ekvivalens azzal, mintha az élettartamot determinisztikusnak tekintenénk. A valóságban viszont pl. egy berendezés élettartama sztochasztikus (vö. megbízhatósági elemzések), ezért ezt a bizonytalanságot be kell építeni a gazdasági elemzésekbe. Az üzleti gazdasági döntésekhez ennek megfelelően a várható jelenértéket és nem pedig a várható élettartam szerinti jelenértéket kell kiszámítani. Megvizsgáljuk részletesen a folytonos exponenciálisan növekvő pénzáramprofilt exponenciális eloszlású végponttal, és ennek diszkrét megfelelőjét, ami a geometrikusan növekvő annuitás geometriai eloszlású végponttal. Bemutatjuk a vonatkozó matematikai módszereket és összefüggéseket a jelenértékek zárt alakban történő megadásához általános végpont-bizonytalanság esetére, illetve kifejezetten az említett esetekre. A lehetséges hibákat is megvizsgáljuk a korábban említett relatív hibát (pontosabban annak abszolút értékét) alkalmazva, mely a hagyományos megközelítés szerinti jelenérték osztva a helyes, várható jelenértékkel, mínusz 1. Megállapítjuk, hogy ha a diszkontráta egyenlő a növekedési ütemmel, akkor a hiba mindig zérus. Ha a növekedési ütem nagyobb, mint a diszkontráta, akkor a hiba elérheti az elméletileg lehetséges maximális 100%-ot. Ha azonban a növekedési ütem kisebb, mint a diszkontráta – ami a szokásos esetnek tekinthető –, akkor a hiba nem haladhatja meg a 30%-ot. Ez a hibafüggvénynek éppenséggel egy lokális maximumértéke, mely lokális maximum minden várható élettartam esetén létezik. A fő különbség a folytonos és a diszkrét eset között az, hogy ez a lokális maximumérték független a várható élettartamtól és azonosan kb. 30% a folytonos esetben, míg ezzel szemben függ a várható élettartamtól a diszkrét esetben: rövidebb várható élettartam esetén kisebb, de legalább 12,5%. A következő általános szabályt fogalmazzuk meg: egy adott diszkontráta – növekedési ütem kombináció esetén minél hosszabb a várható élettartam – vagy másképpen: egy adott várható élettartam esetén minél nagyobb a két ráta közötti különbség abszolút értékben – annál nagyobb a hiba (abszolút értékben). Azt találjuk, hogy akár csak néhány százalékpontbeli rátakülönbség is számottevő hibához vezethet. Tipikusnak tekinthető 10 és 20 periódusnyi várható élettartamok esetén 2%, illetve 1% rátakülönbség kb. 10%-os hibához vezet, ami nem elhanyagolható. Érdemes tehát figyelmet fordítani a diszkontráták és a növekedési ütemek becslésének pontosságára. A harmadik tézisünkben foglaljuk össze mindezeket:

<u>3. tézis (Andor és Dülk, 2014*):</u> Az eszközélettartammal kapcsolatos bizonytalanság figyelmen kívül hagyása gyakran vezet számottevő (10% feletti) hibához a jelenértékben, de nagyvonalú becslésekhez tűrhető közelítésnek tekinthető, mivel a hiba jellemzően nagyobb sem lehet 30%-nál.

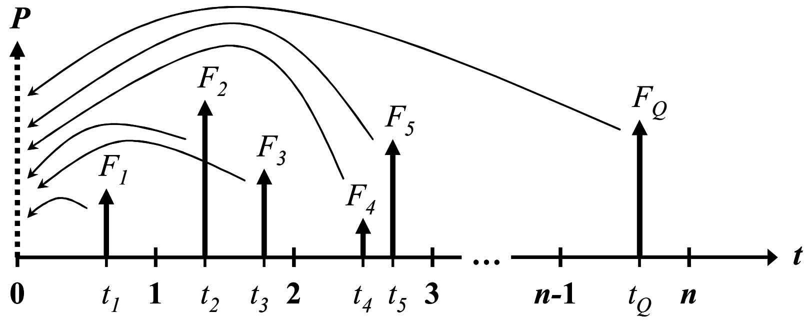
Végül kutatásunk harmadik része némileg különbözik a korábbi kettő technikalitásától. Hűtési, illetve fűtési energiahatékonysági projektek tőkeköltségét, azon belül is a releváns kockázatát akarjuk megbecsülni. A tőkepiaci árfolyamok modellje (*capital asset pricing model, CAPM*) tükrében készítjük az elemzést és empirikus becslést adunk az említett projektek bétájára, ami a releváns kockázatot kifejező paraméter a CAPM-ben. A becslést múltbeli energiaár- és időjárásadatokkal végezzük, mivel ezen két tényező határozza meg alapvetően az energiahatékonysági projektek kockázatát. Ez abból következik, hogy az energiaköltség-megtakarítások teszik ki a projekt (kockázatos) pénzáramainak túlnyomó részét, és az energiaköltség az energia egységárának és a fogyasztott mennyiségnek a szorzata, mely utóbbiról azt feltételezzük, hogy egyedül az időjárás függvénye. Kutatásunk célja, hogy az iparági bétáknál, melyek csak durva közelítésnek tekinthetők, pontosabb becslést tegyünk a projekt releváns kockázatára. Azzal a nyilvánvaló problémával szembesülünk, hogy energiahatékonysági projektekre nincsenek releváns múltbeli részvényárfolyam-adatok, melyekből a bétát közvetlenül becsülni tudnánk. Ezért azt a közvetett megközelítést alkalmazzuk, hogy a projekt pénzáramait befolyásoló tényezők (azaz energiaár és időjárás) múltbeli adatsoraiból becslünk, melyek léteznek és hozzáférhetők. Azt a hipotézist vizsgáljuk, miszerint a projektbéta statisztikailag szignifikánsan nem különbözik nullától. Mivel egy eszköz bétája az eszközhozamok és a piaci portfólió hozamok közötti korrelációnak egy szorzatfüggvényeként határozódik meg, a béta nulla, ha ez a korreláció nulla. Mivel, ahogy azt fentebb említettük, az eszközhozamok jelen esetben nem állnak rendelkezésre, páronkénti korrelációkat számítunk a pénzáramok kockázati tényezői és a piaci portfólió hozamok között. Ha ezen páronkénti korrelációk egyike sem különbözik nullától, akkor az eszközhozamok piaci portfólió hozamokkal vett korrelációja sem különbözhet nullától. Esetünkben ez a nulla korrelációnak a következő három tesztjét jelenti: 1) energia-egységár mértéke és piaci portfólió hozamok között; 2) időjárás mértéke és piaci portfólió hozamok között; 3) energia-egységár mértéke és időjárás mértéke között. A kapcsolódó tanulmányokban fellelhető azon megközelítést követjük, mely a tényezőket befektetésként kezeli, így múltbeli százalékos változásaikat számítjuk mértékükként. Tehát az energia egységárával kapcsolatos bizonytalanságot a múltbeli százalékos energiaár-változásokkal ragadjuk meg, az időjárással kapcsolatos bizonytalanságot pedig a fűtési napfokszámok múltbeli százalékos változásával ragadjuk meg. A földgázt és a villamos energiát vizsgáljuk, mint két olyan energiahordozót, amellyel a projekt által takarékoskodhatunk, több európai országban, háztartási és üzleti fogyasztók esetére egyaránt. Egyik esetben sem találunk nullától szignifikánsan különböző korrelációt, tehát a hipotézis, miszerint ezen energiahatékonysági projektek bétája nulla, és következésképp tőkeköltsége a kockázatmentes hozam, nem vethető el. Megjegyezzük, hogy eredményeink korlátozottak abban a tekintetben, hogy nem számszerűsítjük a bétát, amihez viszont szükség lenne egy szilárd elméleti modellre, mely összekapcsolja a pénzáramok és részvényárfolyamok alakulását. Erre egy újabb, egyelőre nem megjelent írásunkban (Andor és Dülk, 2012) teszünk kísérletet, mely a korábbi kapcsolódó tanulmányok eredményeit új megvilágításba helyezi, de egybevág az itt közölt eredményeinkkel. A fentieket az alábbi negyedik tézisünkben foglaljuk össze:

4. tézis (Dülk, 2012a, 2012b): A hipotézis, miszerint a földgázt vagy villamos energiát megtakarító hűtési, ill. fűtési energiahatékonysági projektek tőkeköltsége a kockázatmentes hozam, nem vethető el.

Tárgyalásunk hátralévő része három fő fejezetre tagolódik a fent összefoglalt három kutatási iránynak megfelelően. Először bemutatjuk részletesebben a harmonikus konvenciót, mint a periódusvégi konvenció továbbfejlesztését. Utána részleteiben ismertetjük eredményeinket a bizonytalan eszközélettartamra vonatkozóan. Végül a hűtési, ill. fűtési energiahatékonysági projektek tőkeköltség-becslésének főbb elemeit tárgyaljuk.

II. Harmonikus közép mint közelítés perióduson belüli pénzáramok diszkontálásához

A perióduson belüli pénzáram (*intraperiod cash flow*) egy olyan pénzáram, amely egy adott kamatperióduson belül egy tetszőleges időpontban következik be. Egy több (perióduson belüli) pénzáramból álló eszköz jelenértéke (1. ábra) az (1) szerint adható meg (bizonyításért lásd pl. Fleischer, 1986):



1. ábra: Diszkontálás több pénzáramból álló eszköz esetén.

$$P = \sum_{q=1}^{Q} F_q (1+i)^{-t_q} \tag{1}$$

ahol F egy pénzáram, P a jelenérték, i a diszkrét diszkontráta az adott kamatperiódusra, t pénzáram-időzítés (a kamatperiódus mértékegységében), Q az eszköz pénzáramainak darabszáma, q a pénzáramok és időzítéseik indexe, n pedig a periódusindex az 1. ábrán.

Az (1)-ben definiált eljárás meglehetősen fáradságos, főleg ha sok pénzárammal van dolgunk. Ezért érdemes közelítésekkel élni, melyek ugyan nem teljesen pontosak, de egyszerűbbek és könnyebben használhatók.

A tipikus megközelítés a jelenérték-számítás olyan egyszerűsítése, hogy egy kamatperiódus minden pénzáramát a periódusnak egy kitüntetett időpontjába vonjuk össze, majd alkalmazzuk (1)-et. A legismertebb és leggyakrabban alkalmazott ilyen módszer az úgynevezett periódusvégi konvenció, mely azzal a feltételezéssel él, hogy egy adott kamatperiódus minden pénzárama a periódus végén következik be, és a következőképp számol:

$$P_E = \sum_{n=1}^{N} A_n (1+i)^{-n} \tag{2}$$

ahol az E index a periódusvégi konvencióra utal, N a kamatperiódusok száma az eszköz élettartama során, A_n pedig az n-edik periódusbeli pénzáramok összege.

Egy szintén ismert módszer, mely hasonlóan az időzítési korrekcióra épül, a periódus-közepi konvenció (M indexszel jelölve), amelyben a pénzáramok a periódusok közepére vannak tolva. Ez a módszer az alábbi képlettel dolgozik:

$$P_M = \sum_{n=1}^{N} A_n (1+i)^{-n+\frac{1}{2}} \text{, ami másként írva } P_M = P_E \sqrt{1+i} \tag{3}$$

Ahogy a (3) mutatja, a periódus-közepi jelenérték a periódusvégi jelenértékből könnyen megkapható (és fordítva).

Egy harmadik módszer, mely nem gyakran használt ugyan, de egy kézenfekvő alternatíva, a periódus-eleji konvenció (B indexszel jelölve), mely szintén kapcsolódik a periódusvégi jelenértékhez:

$$P_B = \sum_{n=1}^{N} A_n (1+i)^{-n+1} \text{, ami másként írva } P_B = P_E (1+i) \tag{4}$$

Ahogy (2)-től (4)-ig látható, ezen közelítések az alábbi általános alakban írhatók fel, melyben a közelítő jelenértéket a leggyakrabban használt periódusvégi jelenérték korrekciójával kapjuk meg:

$$P_{approx} = P_E k(i) \text{, melynek megfelelően } k_E(i) = 1,\ k_M(i) = \sqrt{1+i} \text{, és } k_B(i) = 1+i \tag{5}$$

ahol P_{approx} az adott konvenció közelítő jelenértéke, és $k(i)$ az i diszkontrátának egy korrekciós függvénye.

Bevezetünk egy új korrekciós függvényt, amely sok tekintetben jobb a fent felsorolt konvencióknál. Ezt harmonikus konvenciónak nevezzük (H indexszel jelölve), mert a periódusvégi és periódus-eleji jelenértékek harmonikus közepét adja:

$$P_H = \frac{2}{1/P_E + 1/P_B} \text{, amiből } P_H = P_E \frac{1+i}{1+i/2} \text{ és } k_H(i) = \frac{1+i}{1+i/2} \tag{6}$$

A közelítési hiba mérésére a relatív hibát alkalmazzuk, olyan formában, ahogy az Lohmann és Oakford (1984) cikkében definiálva van:

$$\varepsilon = \frac{P_{approx}}{P_{actual}} - 1 \text{, ami tárgyalásunkban ekvivalens azzal, hogy } \varepsilon = \frac{P_E k(i)}{P_{actual}} - 1 \tag{7}$$

ahol ε a relatív közelítési hiba, P_{approx} az adott módszernek megfelelő közelítő jelenérték és P_{actual} a valódi pénzáramprofil pontos jelenértéke.

Megmutatható, hogy a harmonikus konvenció esetében minimális a lehetséges legnagyobb hiba, más szóval az a legnagyobb közelítési hiba, ami előfordulhat tekintet nélkül a tényleges pénzáramprofilra. A lehetséges legnagyobb hiba definíciója az alábbi:

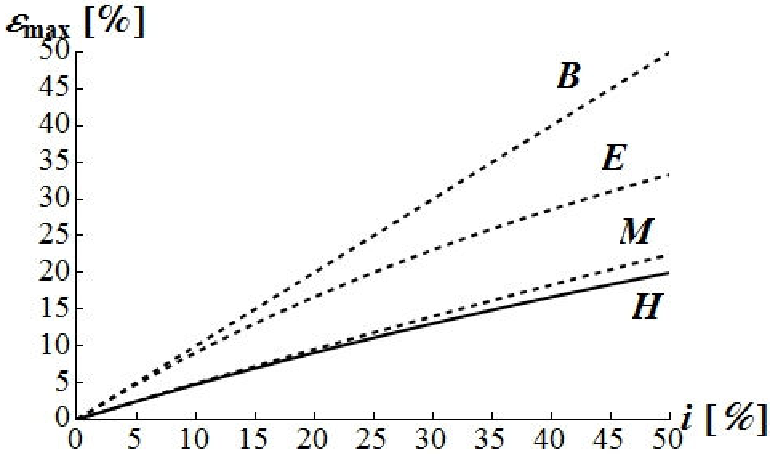
$$\varepsilon_{\max} = \max\left\{ \left| \frac{P_{approx}}{P_E} - 1 \right|, \left| \frac{P_{approx}}{P_B} - 1 \right| \right\}, \tag{8}$$

amely a harmonikus konvenció esetében konkrétan

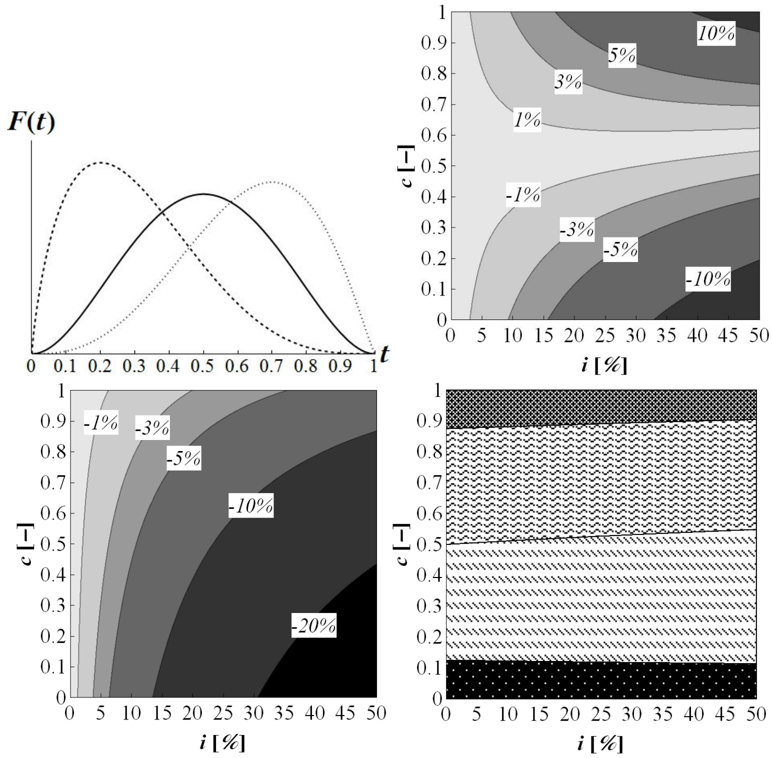
$$\varepsilon_{H,\max} = \max\left\{ \left| \frac{P_E k_H(i)}{P_E} - 1 \right|, \left| \frac{P_E k_H(i)}{P_E(1+i)} - 1 \right| \right\} = \max\left\{ \left| \frac{i}{2+i} \right|, \left| \frac{-i}{2+i} \right| \right\} = \frac{i}{2+i} \tag{9}$$

A periódusvégi, -közepi és -eleji konvenciókra ennek a hibának a számítása megtalálható Lohmann és Oakford (1984) cikkében. A 2. ábra illusztrálja a lehetséges legnagyobb hibákat a diszkontráta függvényében. Az eredmények azt mutatják, hogy meglehetősen érdemes a periódusvégi jelenértéket korrigálni a harmonikus konvenció szerint, jóllehet, a harmonikus korrekció csak kicsivel jobb, mint a periódus-közepi, a szélsőséges esetekben is.

A (7)-ben definiált relatív hiba elemzését elvégezzük számos konkrét pénzáramprofil esetére is. Ezen profilok egyik csoportja a PERT-eloszláson alapul, mellyel egy perióduson belül írjuk le a pénzáramokat, és „csúcsa” (c-vel jelölve) változtatható. Könnyen kezelhető nomogramokat (kétdimenziós diagramokat) készítünk az egyes módszerek közelítési hibáinak illusztrálására, és „preferencia-tartomány” diagramokat is előállítunk, melyekből látható, hogy milyen paraméterkombináció esetén melyik módszer a legjobb választás a többivel szemben (lásd a 3. ábrát szemléltetésként a PERT-jellegű profilok esetére).



2. ábra: A periódus-eleji (*B*), -végi (*E*), -közepi (*M*) és a harmonikus (*H*) konvenció lehetséges legnagyobb hibájának összehasonlítása.



3. ábra: PERT-jellegű pénzáramprofilok (bal felső), közelítési hibák a periódusvégi (bal alsó) és a harmonikus (jobb felső) konvencióra, preferencia-tartományok PERT-jellegű profilokra (jobb alsó, a hullámos vonalak jelölik, hogy a harmonikus módszer mikor a legjobb).

Elemzésünk alapján megállapítjuk, hogy kis diszkontrátákra (kb. 7% alatt) mindegy, hogy melyik módszert alkalmazzuk, vagy másként mondva mindegy, hogy a periódusvégi jelenértéket korrigáljuk-e. Mindazonáltal a harmonikus javasolt, hiszen az ő lehetséges legnagyobb hibája minimális. 7% feletti ráták esetén, ha a pénzáramok többsége a periódus első felében következik be, akkor a periódus-közepi javasolt, viszont ha a periódus második felében, akkor a harmonikus közelítést javasolt alkalmazni. A harmonikus és a periódus-közepi konvenciók hibája alig néha haladja meg a 10%-ot. A nomogramok segítségével egyébként a közel pontos jelenértéket is meg tudjuk határozni a közelítő jelenértékek korrekciójával. Megjegyezzük, hogy periódusonként eltérő pénzáramprofilok esetén is támaszkodhatunk az egyperiódusos eredményekre, pl. bizonyos szempontból megegyező periódusok csoportosításával, majd a csoportok külön kezelésével.

III. Jelenérték bizonytalan eszközélettartam esetén: a relatív hiba vizsgálata

Ahogy az a kapcsolódó tankönyvekben (pl. Park és Sharp-Bette, 1990) ki van fejtve, a jelenérték-számítás tipikusan kétféle formában történik: diszkrét pénzáramok diszkontálása diszkrét diszkontrátával, vagy folytonos pénzáramok diszkontálása folytonos diszkontrátával. Az ezekhez tartozó képletekben lényegében minden változó (pl. pénzáramok, diszkontráták, eszközélettartamok) bizonytalanok lehetnek, azaz valószínűségi változók lehetnek. Ebből kifolyóan az értékelés és a beruházási döntés a *várható* jelenértéken kell, hogy alapuljon (lásd pl. Park és Sharp-Bette, 1990; Tufekci és Young, 1987 és a benne lévő hivatkozásokban). Bár a tankönyvek általában utalnak ezen változók esetleges sztochasztikus jellegére, a számítások egyszerűsítése végett a változók várható értékeit helyettesítik be a jelenérték-formulába, ahelyett, hogy a teljes kifejezés várható értékét vennék. Ez nyilvánvaló hibaforrás, amely hibás jelenértékhez és esetleg téves beruházási döntéshez vezet.

Itt mi most egy eszköz élettartamának, pontosabban pénzáramprofilja végpontjának (N-nel, ill. T-vel jelöljük) bizonytalanságához köthető hibával foglalkozunk. Feltételezzük, hogy a diszkontráták nem sztochasztikusak, és hogy a pénzáramok sztochasztikusan függetlenek az eszköz élettartamától. (Ezen utóbbi feltételezésből kifolyóan, jelölési takarékosságból elhagyjuk a várható érték külön jelölését a pénzáramoknál, tehát F önmagában várható pénzáramot jelöl.) A hiba természetesen függ a pénzáramprofiltól és az élettartam valószínűség-eloszlásától. Mi a következő eseteket vizsgáljuk: diszkrét geometrikusan növekvő annuitás geometriai eloszlású élettartammal és folytonos exponenciálisan növekvő pénzáramprofil exponenciális eloszlással. Feltételezzük, hogy a növekedési ütemek nem sztochasztikusak.

A relatív hibát elemezzük, melyet a következőképp definiálunk:

$$\varepsilon = \frac{\hat{P}}{E(P)} - 1 \tag{10}$$

ahol ε a relatív hibát, $\hat{P}$ a “konvencionális”, tankönyvi megközelítés, azaz a várható élettartam szerinti jelenértéket, $E(P)$ pedig a helyes, várható jelenértéket jelöli.

Mi vagyunk az elsők, akik a relatív hibát vizsgálják, amit a számítási hibát jobban jellemző mutatónak vélünk az abszolút hibával, azaz $\hat{P} - E(P)$-vel szemben, mely utóbbit Chen és Manes (1986) vizsgálta. A relatív hiba használatával olyan új megállapításokat tudunk tenni, melyeket az abszolút hiba használatával nem tudnánk, mert az a tényleges forint összegekben van értelmezve. Kiterjesztjük a vizsgálatot a diszkontráták és növekedési ütemek negatív tartományára, továbbá a diszkrét és folytonos eset alapos összehasonlítását is elvégezzük.

III.1. Folytonos eset

A hagyományos eljárással egy folytonos exponenciálisan növekvő pénzáramprofil jelenértéke a következőképp számítódik (pl. Remer et al., 1984):

$$\hat{P} = \frac{C}{r-j}\left(1 - e^{-(r-j)E(T)}\right) \tag{11}$$

ahol j folytonos növekedési ütem, r folytonos diszkontráta, C konstans pénzáram-paraméter, $E(T)$ az eszköz élettartamának, T-nek a várható értéke, e a természetes logaritmus alapja.

A helyes számítás ezzel szemben – behelyettesítve az exponenciális eloszlás momentum-generáló függvényét a várható jelenérték zárt alakban történő megadásához – az alábbi (lásd pl. Zinn et al., 1977):

$$E(P) = E\left(\frac{C}{r-j}\left(1-e^{-(r-j)T}\right)\right) = \frac{C}{r-j}\left(\frac{\theta(r-j)}{1+\theta(r-j)}\right) \tag{12}$$

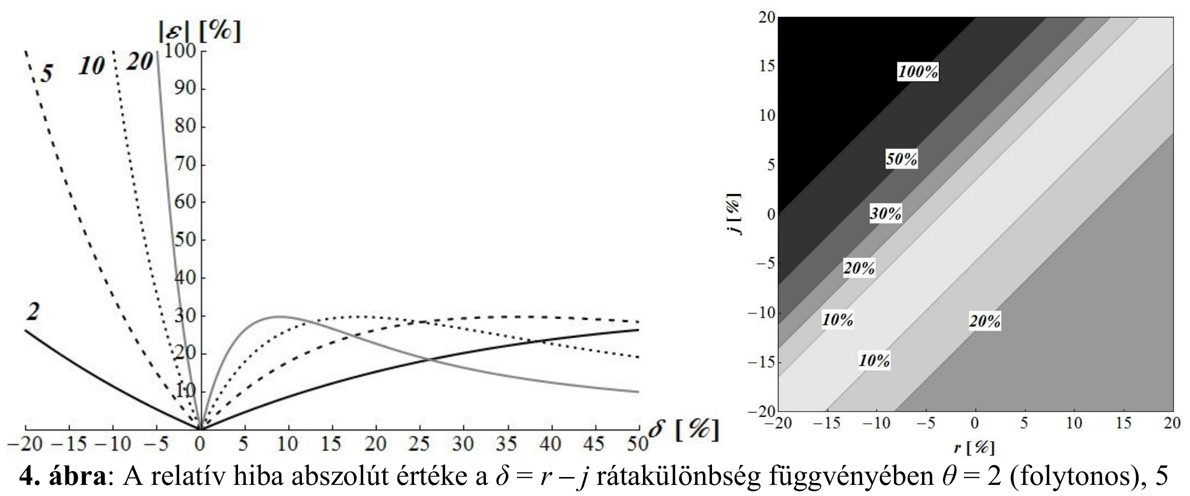
ahol λ az exponenciális eloszlás paramétere, és θ az exponenciális eloszlás várható értékét jelöli, azaz az eszköz várható élettartamát (azaz $E(T) = \theta$), mely az eloszlás paraméteréhez a következő összefüggéssel kapcsolódik: $\theta = 1/\lambda$.

Megvizsgálva a momentum-generáló függvény létezéséhez szükséges konvergencia-kritériumot azt találjuk, hogy – pozitív várható élettartamot feltételezve – a $\theta(r - j) > -1$ feltételnek teljesülnie kell $E(P)$ létezéséhez, máskülönben $E(P) = \infty$. (Ha θ nulla, akkor $E(P)$ szintén nulla, és a relatív hiba nincs értelmezve nullával való osztás miatt.) Megjegyezzük, hogy a hiba iránya, azaz alul- vagy felülbecslés, T eloszlásától függetlenül meghatározható a Jensen-egyenlőtlenség segítségével. Továbbá, mivel C egy konstans, $\hat{P} = E(P)$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $r = j$. Megjegyezzük, hogy a helyes, várható jelenérték közelíthető Taylor-sorral is.

(11)-et (12)-vel elosztva és 1-et levonva megkapjuk a relatív hibát, amely kifejezhető az alábbi módon egyetlen változó függvényeként, ha bevezetjük az $x = \theta(r - j)$ változót:

$$\varepsilon = \left(1-e^{-x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)-1 \tag{13}$$

Elemezve a (13)-ban megadott hibafüggvény abszolút értékét azt találjuk, hogy lokális maximuma van. Deriválva (13)-at x szerint, majd nullára megoldva egyetlen valós gyököt kapunk az $x \approx 1{,}79$ helyen, ahol $\varepsilon \approx 29{,}84\%$. Mivel a hiba abszolút értékét nézzük, a globális maximum 100%. A negatív tartományban megfigyelhető, hogy a hiba nagyon érzékeny x-re. Az x változó összetételét vizsgálva és tudva, hogy – mivel θ pozitív – x pozitív akkor és csak akkor, ha $r > j$, és x negatív akkor és csak akkor, ha $r < j$, az eredmények a következőképp értelmezhetők. Ha a diszkontráta nagyobb, mint a növekedési ütem, akkor a hiba nem haladhatja meg a 30%-ot, de ez a maximum bármely θ várható élettartam esetén elérhető, mivel számtalan (egész pontosan végtelen sok) olyan $r - j$ kombináció létezik, melyre a szélsőérték-feltétel teljesül. Ha a diszkontráta kisebb, mint a növekedési ütem, akkor a hiba felső határa 100%, mely szintén, az előbbi okból kifolyóan, bármely várható élettartam esetén elérhető. Ha a két ráta egyenlő, a hiba zérus, ahogy arra korábban rámutattunk. A 4. ábra néhány várható élettartam esetére megmutatja a hibafüggvényt és bemutat egy nomogramot a $\theta = 5$ esetre, mely a különféle rátakombinációk esetén jelentkező hibákat szemlélteti.



4. ábra: A relatív hiba abszolút értéke a $\delta = r - j$ rátakülönbség függvényében $\theta = 2$ (folytonos), 5 (szaggatott), 10 (pontozott) és 20 (szürke) várható élettartamokra (balra); a relatív hiba nagysága $\theta = 5$ várható élettartamra, sötétebb színek nagyobb hibát jelölnek (jobbra).

Megfigyelhető, hogy a hiba könnyen meghaladhatja a 10%-ot, ami jelentősnek mondható, ráadásul ennek bekövetkeztéhez a rátakülönbségnek elég néhány százalékpontnak lennie. Például θ = 10-re a 2% és –2% rátakülönbségekhez tartozó hiba 8,8%, ill. –11,4%. Viszont θ = 20-ra az 1% és –1% rátakülönbségek adnak ugyanekkora hibákat.

III.2. Diszkrét eset

A hagyományos eljárással egy diszkrét geometrikusan növekvő annuitás jelenértéke a következőképp számítódik (pl. Remer et al., 1984):

$$\hat{P} = \frac{F_1}{i-g}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{E(N)}\right) \tag{14}$$

ahol g diszkrét növekedési ütem, i diszkrét diszkontráta, F_1 pénzáram-paraméter, $E(N)$ pedig az eszközélettartam N várható értéke.

A helyes számítás ezzel szemben – behelyettesítve a geometriai eloszlás (valószínűségi) generátorfüggvényét a várható jelenérték zárt alakban történő megadásához – az alábbi (lásd pl. Gerchak és Åstebro, 2000):

$$E(P) = E\left(\frac{F_1}{i-g}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{N}\right)\right) = \frac{F_1}{i-g}\left(\frac{1}{1+\dfrac{1+g}{\eta(i-g)}}\right) \tag{15}$$

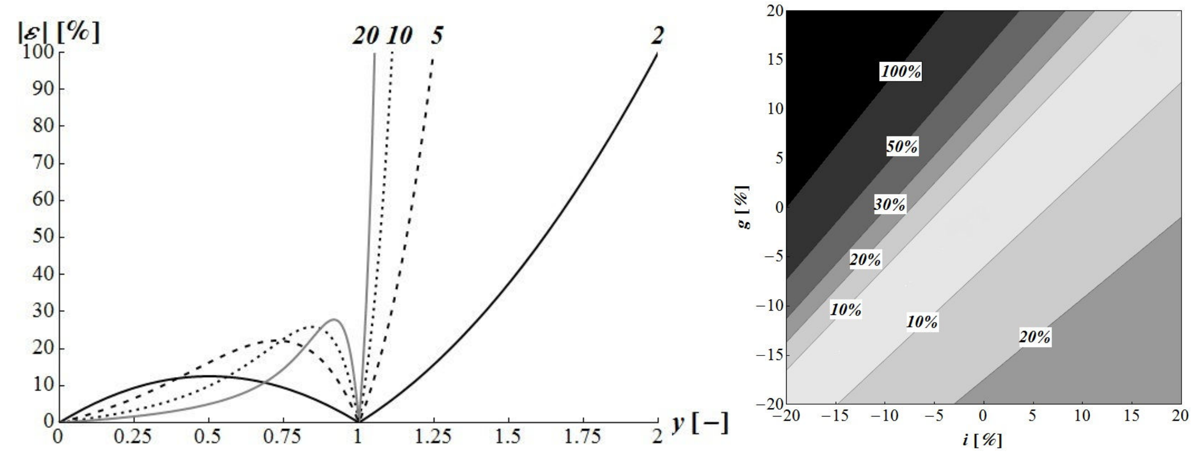
ahol α a geometriai eloszlás paramétere és η jelöli a geometriai eloszlás várható értékét, azaz az eszköz várható élettartamát (azaz $E(N) = \eta$), mely az eloszlás paraméteréhez a következő összefüggéssel kapcsolódik: $\eta = 1/\alpha$. Valójában kétféle változata van a geometriai eloszlásnak – mi a pozitív egészekre értelmezett változatot használjuk, tehát az eszköz élettartama nem lehet nulla (lásd Gerchak és Åstebro, 2000).

Megvizsgálva a generátorfüggvény hatványsorának konvergencia-kritériumát azt találjuk – kihasználva, hogy a várható élettartam pozitív –, hogy a $\left|\frac{1+g}{1+i}\right| < \frac{\eta}{\eta-1}$ feltételnek teljesülnie kell $E(P)$ létezéséhez, máskülönben $E(P) = \infty$. Feltételezzük, hogy mind g, mind pedig i nagyobb, mint –1, ezért az abszolútérték-jel elhagyható, hiszen a hányados mindig pozitív. Megjegyezzük, hogy η nem lehet nulla, mivel az élettartamot legalább egy periódus hosszúnak feltételezzük. A hiba iránya, azaz alul- vagy felülbecslés, N eloszlásától függetlenül meghatározható a Jensen-egyenlőtlenség segítségével. Továbbá, a folytonos esethez hasonlóan, $\hat{P}$ = $E(P)$ akkor és csak akkor áll fenn, ha i = g. A helyes, várható jelenérték most is közelíthető Taylor-sorral.

(14)-et (15)-tel elosztva és 1-et levonva megkapjuk a relatív hibát, mely legjobb esetben is legalább két változó függvényeként írható fel az alábbi formában (hosszas átalakítgatás után) az $y = (1 + g)/(1 + i)$ helyettesítés elvégzésével:

$$\varepsilon = \left(1-y^{\eta}\right)\left(1+\frac{1}{\eta\left(\dfrac{1}{y}-1\right)}\right)-1 \tag{16}$$

A fent elmondottakból következik, hogy ha $y \geq \eta/(\eta - 1)$, akkor – mivel $E(P)$ végtelen – a hiba –100%, és ha y = 1, ami akkor áll fenn, ha $i = g$, akkor a hiba zérus. Megjegyezzük, hogy $\eta = 1$ esetben a hiba mindig zérus (ez esetben egy degenerált eloszlással van dolgunk a folytonos eset $\theta = 0$ esetéhez hasonlóan). Az 5. ábra mutatja a (16)-ban felírt kétváltozós hibafüggvény abszolút értékét néhány η értékre és szintén bemutat egy nomogramot az $\eta = 5$ esetre a hiba súlyosságát illusztrálandó különféle rátakombinációkra. Most is a hiba abszolút értékét vesszük a nagyság kifejezésére.



5. ábra: A relatív hiba abszolút értéke az $y = (1 + g)/(1 + i)$ változó függvényében $\eta = 2$ (folytonos), 5 (szaggatott), 10 (pontozott) és 20 (szürke) várható élettartamokra (balra); a relatív hiba nagysága $\eta = 5$ várható élettartamra, sötétebb színek nagyobb hibát jelölnek (jobbra).

Ahogy az 5. ábra is mutatja, minden η-ra $y < 1$ esetben a relatív hibának van egy lokális maximuma, melynek értéke η-tól függ. Mivel a hiba abszolút értékét nézzük, a globális maximum 100% bármely η-ra. Abban a tartományban, ahol $y > 1$, a hiba nagyon érzékeny y-ra. Ezek a megfigyelések szorosan egybecsengenek a folytonos esettel, azzal a különbséggel, hogy a diszkrét esetben a lokális maximumérték η-val változik. A fő jellegzetességek mindenesetre megegyeznek, azaz, egy adott várható élettartam feltétele mellett a diszkrét és folytonos hibák azonosan viselkednek. Ez megerősítést nyer az y változó összetételének közelebbi vizsgálatával. Ha $y < 1$, ami akkor és csak akkor áll fenn, ha $i > g$, akkor létezik egy lokális hibamaximum. A hiba nagyon érzékeny $y > 1$ értékekre, ami akkor és csak akkor áll fenn, ha $i < g$. A hiba zérus, ha $y = 1$, ami akkor és csak akkor áll fenn, ha $i = g$. (Feltételezéseink nem engedik meg, hogy y egyenlő legyen 0-val.)

A fő különbség a diszkrét és folytonos eset között az, hogy a diszkrét esetben a lokális hibamaximum értéke nem ugyanaz minden várható élettartamra, míg a folytonos esetben ugyanaz volt. Például, 5 periódusnyi várható élettartam esetén a lokális hibamaximum értéke kb. 22%, a folytonos eset kb. 30%-ával szemben. Az 5. ábra azt is mutatja, hogy a lokális maximum helye és értéke egyaránt növekvő függvényei η-nak (ez a parciális deriváltak vizsgálatával ellenőrizhető is). Azaz, legkisebbek $\eta = 2$ esetben, amikor is a lokális hibamaximum értéke 12,5% az $y = 0,5$ helyen, és legnagyobbak végtelenhez közeli η esetén. Például $\eta = 1'000$ esetben a lokális hibamaximum értéke 29,8%, ami ugyanaz a maximumérték, amit a folytonos esetben megállapítottunk, és az $y = 0,998$ helyen áll elő. Intuitív, hogy a lokális hibamaximum legnagyobb lehetséges értéke a diszkrét esetben megegyezzen a folytonos esetbelivel, hiszen a végtelen „szemszögéből” a diszkrét periódusok hossza végtelenül kicsi, azaz a diszkrét eset folytonosnak tűnik. Ezért megállapíthatjuk, hogy a hiba a diszkrét esetben nem haladhatja meg a 30%-ot, ha $i > g$. Végül, de nem utolsósorban fontos észrevenni, hogy mivel i és g jellemzően kicsik (azaz közel nullák), az y hányados közel analóg módon viselkedik az $i - g$ rátakülönbséggel.

Összefoglalásként a folytonos esethez nagyon hasonló következtetéseket vonhatunk le. Ha a diszkontráta nagyobb, mint a növekedési ütem, akkor a hiba nem haladhatja meg a 30%-

ot, de egy legalább 12,5%-os maximum elérhető bármely η várható élettartamra (kivéve az 1 periódust), mivel számtalan olyan $i - g$ kombináció létezik (egész pontosan végtelen sok, mert i és g valós számok is lehetnek), melyre a szélsőérték-feltétel teljesül. Ha a diszkontráta kisebb, mint a növekedési ütem, akkor a hiba felső határa 100%, mely bármely várható élettartam esetén elérhető. Ha a két ráta egyenlő, a hiba zérus, ahogy arra korábban rámutattunk.

IV. Energiahatékonysági projektek tőkeköltsége: a hűtés és fűtés példája

Az energia-megtakarítás egy tipikus lehetséges területe a hűtés és fűtés. A fűtési célú energiafelhasználás a háztartások energiafelhasználásának jellemzően kb. 70%-át teszi ki az EU-ban (Odyssee-Mure project, 2009). A hűtési célú felhasználás részaránya elhanyagolható, kevesebb, mint 1% (Atanasiu és Bertoldi, 2007). A témával foglalkozó tanulmányok jelentős energia-megtakarítási lehetőségeket látnak a hűtési/fűtési területen mind a lakossági, mind pedig az üzleti szektorban világszerte (pl. Novikova és Ürge-Vorsatz, 2008).

Az elemzést most is a DCF keretek között végezzük, a tőkeköltség-becslésre fókuszálva. A tőkeköltség a projektek (releváns) kockázatához igazodik, mely kockázat a projekt pénzáramai bizonytalanságából fakad. Az energiahatékonysági projektek releváns pénzáramai közül az energiaköltségekben jelentkező megtakarítás a legmeghatározóbb a projekt kockázata szempontjából, a többi pénzáram vagy biztosnak, vagy elhanyagolhatónak tekinthető. Az energiaköltség-megtakarítás egyrészről a felhasznált energia mennyiségétől függ, ami pedig az időjárás függvénye, esetünkben konkrétan a külső hőmérsékleté. Másrészről a megtakarítás függ az energia egységárától, amely időben jelentősen ingadozhat. Mi földgáz és villamos energia végfelhasználói árakat vizsgálunk háztartásokra és üzleti fogyasztókra is. Hangsúlyozzuk, hogy végfelhasználói árakat kell tekinteni, mert ezt az árat fizetik ténylegesen a fogyasztók, és nem pedig pl. az árutőzsdei árat. Kétségtelen, hogy a tényleges végfelhasználó árak eltérhetnek fogyasztónként, ezért mi átlagos „jellemző” árakkal dolgozunk, amelyek a fogyasztók egy reprezentatív csoportjára vonatkoznak, az Eurostat által gyűjtve.

Egy projekt tőkeköltsége (r_{alt}) a CAPM-ben a következőképp adódik:

$$r_{alt} = r_f + \beta_{project}\left(E(r_M) - r_f\right) \tag{17}$$

ahol r_f a kockázatmentes hozam, $E(r_M)$ a piaci portfólió várható hozama, és $\beta_{project}$ a projekt releváns kockázati paramétere.

A pénzügyi gyakorlatban nagyjából egyetértés van r_f és $E(r_M)$ értékeit illetően, melyek éves és reálértelemben kb. 2%-nak, illetve 8%-nak tekinthetők (Andor és Tóth, 2009). Így tehát lényegében a projektbéta az egyetlen paraméter, melyet meg kell határoznunk a tőkeköltséghez. Matematikailag a projektbéta a következőképp írható fel:

$$\beta_{project} = k_{project,M}\,\frac{\sigma(r_{project})}{\sigma(r_M)}, \text{ a releváns kockázat: } \sigma(r_{project})_{relevant} = \beta_{project}\,\sigma(r_M) \tag{18}$$

ahol r hozamot, $\sigma(.)$ szórást, k pedig korrelációs együtthatót jelöl.

A bétát alkotó paraméterek, elméletben, jövővel kapcsolatos várakozásokat tükröznek, de a gyakorlatban az értékpapírok bétáit múltbeli adatokból számítják azzal a feltételezéssel, hogy a múlt jó előrejelzője a jövőnek. Egy tőzsdei vállalat bétájának számítása viszonylag egyszerű feladat, mert általában rendelkezésre áll a múltbeli részvényhozamoknak egy elegendően hosszú idősora. Projektekkel, ezzel szemben, nem kereskednek nyilvánosan, emiatt nincsenek is hozzájuk részvényárfolyam-adatok, amelyekből hozamokat, és így bétát lehetne számolni. A pénzügyi gyakorlatban egy projekt bétáját leginkább úgy becslik, hogy az adott projekthez hasonló kockázatú tőzsdei vállalatok bétáinak átlagát veszik, ami tipikusan a projekthez hasonló iparág(ak) vállalatait jelenti. Esetünkben eszerint energiaipari vállalatok átlagos bétáját kellene használnunk, vagy szűkebben véve villamos energiával vagy földgázzal kapcsolatos vállalatokét. Esetünkben ez a megközelítés, úgy véljük, csak durva becslésként fogadható el, mivel az energiacégek jobban ki vannak téve olyan kockázatoknak, amiknek a projektünk kevésbé (pl. emberi erőforrások, beszállítók, más erőforrások árai részéről), illetve kevésbé érintettek olyan kockázatok által, amik projektünket erősebben érintik (pl. szabályozottságból fakadó védelem vagy kormányzati támogatás okán).

A (18) képlet korrelációs együtthatójára koncentrálunk és megvizsgáljuk, hogy statisztikailag szignifikánsan különbözik-e nullától. (Ha a korrelációs együttható nulla, a projektbéta is nulla.) A projektre vonatkozó múltbeli hozamadatok hiánya miatt, a befektetésekkel analóg módon, múltbeli hozamokat (azaz százalékos változásokat periódusról periódusra) nézünk a releváns bizonytalansági források valamilyen mértékén. Ez a megközelítés számos kapcsolódó tanulmányban fellelhető, pl. Metcalf (1994), Awerbuch és Deehan (1995), Bolinger et al. (2006) cikkében. Állítható, hogy ha semelyik két kockázati tényező (beleértve a piaci portfólió hozamokat is) között sincs korreláció, akkor a projekt egészére vonatkozó korrelációnak is nullának kell lenni. Esetünkben ehhez három korrelációs vizsgálat szükséges: földgáz-/villanyfogyasztás és piaci portfólió között, földgáz-/villanyár és piaci portfólió között, valamint földgáz-/villanyfogyasztás és földgáz-/villanyár között. Mivel a fogyasztásokról sincs múltbeli adat, viszont a hőmérsékletről van, ezért azt a feltételezést tesszük, hogy az energiafelhasználást egyedül az időjárás határozza meg.

Értelemszerűnek tűnik, hogy a pénzügyi folyamatok nincsenek hatással a külső hőmérsékletre, és fordítva, az időjárás egy adott országban nincs hatással a világgazdaságra. Így itt korrelálatlanságot feltételezhetünk számítások nélkül.

Az energiaárak és a piaci portfólió közötti korreláció méréséhez az MSCI World Indexet, mint a globális piaci portfólió közelítését, használjuk amerikai dollárban. A végfelhasználói árak az Eurostat adatbázisból származnak, mely adatbázis féléves árakat tartalmaz. Az adatgyűjtési módszer 2007-ben megváltozott, ezért a konzisztencia érdekében a 1991 – 2007 időszakkal dolgozunk. Háztartások esetében a „Dc" csoport villanyárát, ill. a „D3" csoport földgázárát vesszük euróban, minden adóval együtt. Üzleti fogyasztók esetében az „Ie" csoport villanyárát, ill. az „I3-1" csoport földgázárát vesszük euróban, ÁFA nélkül. A következő kilenc ország szerepel az elemzésben: Németország, Franciaország, Egyesült Királyság, Olaszország, Belgium, Spanyolország, Luxemburg, Hollandia és Magyarország. Az árakat amerikai dollárra váltjuk át és reál loghozamokat számítunk belőlük az ártényező mértékeként.

Ahogy említettük, a hűtés az energiafogyasztásnak csak elhanyagolható részét teszi ki. Így a hűtés iránti igény megváltozása nem valószínű, hogy bármi hatással lenne az energiaárakra. Az árak nyilván nincsenek hatással az időjárásra, így a hűtés esetében korrelálatlanságot feltételezhetünk számítások nélkül. A fűtés viszont a fogyasztás egy tekintélyes részéért felel. Ezért megvizsgáljuk, hogy van-e esetleg értelmes korreláció a földgáz- vagy villanyárak és az idő hűvössége között. A fűtési napfokszámokat használjuk a fűtés iránti igény proxyjaként, melyre adatokat szintén az Eurostat adatbázisából szerzünk (ADD kódszámmal jelölve) és itt is log-differenciákat számítunk belőlük az időjárási tényező mértékeként.

Nem találunk a földgáz-/villanyárak, az időjárás és a piaci portfólió között statisztikailag szignifikáns korrelációt. Következésképp a hipotézis, miszerint a hűtési/fűtési energiahatékonysági projektek bétája nulla, nem vethető el sem háztartások, sem üzleti fogyasztók esetén.

V. Hivatkozások

1 **Andor G, Tóth T**, *Vállalati pénzügyi elemzések APV-módszerrel*, Typotex, Budapest, 2009.

2 **Atanasiu B, Bertoldi P**, *Electricity consumption and efficiency trends in the enlarged European Union – Status report 2006*, European Commission Directorate-General, Joint Research Centre, Institute for Environment and Sustainability, 2007, elérhető: www.jrc.ec.europa.eu

3 **Awerbuch S, Deehan W**, *Do consumers discount the future correctly? A market-based valuation of residential fuel switching*, Energy Policy **23** (1995), no. 1, 57–69.

4 **Bolinger M, Wiser R, Golove W**, *Accounting for fuel price risk when comparing renewable to gas-fired generation: the role of forward natural gas prices*, Energy Policy **34** (2006), no. 6, 706–720.

5 **Chen K C W, Manes R P**, *A note on bias in capital budgeting introduced by stochastic life*, The Engineering Economist **31** (1986), no. 2, 165–174.

6 **Fleischer G A**, *Discounting an intraperiod cash flow*, The Engineering Economist **32** (1986), no. 1, 56–58.

7 **Gerchak Y, Åstebro T**, *Calculating the expectation and variance of the present value for a random profit stream of uncertain duration*, The Engineering Economist **45** (2000), no. 4, 339–349.

8 **Lohmann J R, Oakford R V**, *Errors in present worth evaluations attributable to the end-of-year and mid-year cash flow conventions*, The Engineering Economist **29** (1984), no. 4, 303–309.

9 **Metcalf G E**, *Economics and rational conservation policy*, Energy Policy **22** (1994), no. 10, 819–825.

10 **Novikova A, Ürge-Vorsatz D**, *Potentials and costs of carbon dioxide mitigation in the world's buildings*, Energy Policy **36** (2008), no. 2, 642–661.

11 **Odyssee-Mure project**, *Energy efficiency trends and policies in the EU27 – Results of the Odyssee-Mure project*, Paris, 2009, elérhető: www.odyssee-indicators.org

12 **Park C S, Sharp-Bette G P**, *Advanced engineering economics*, John Wiley & Sons, New York, NY, 1990.

13 **Remer D S, Tu J C, Carson D E, Ganiy S A**, *The state of the art of present worth analysis of cash flow distributions*, Engineering Costs and Production Economics **7** (1984), no. 4, 257–278.

14 **Tufekci S, Young D B**, *Moments of the present worths of general probabilistic cash flows under random timing*, The Engineering Economist **32** (1987), no. 4, 303–336.

15 **Zinn C D, Lesso W G, Motazed B**, *A probabilistic approach to risk analysis in capital investment projects*, The Engineering Economist **22** (1977), no. 4, 239–260.

VI. Tézispontokhoz tartozó publikációk

1. és 2. tézis:

Andor G, Dülk M, *Harmonic mean as an approximation for discounting intraperiod cash flows*, The Engineering Economist **58** (2013), no. 1, 3–18.

3. tézis:

Andor G, Dülk M, *Present value under uncertain asset life: an evaluation of relative error*, Periodica Polytechnica – Social and Management Sciences, közlésre elfogadva, várható megjelenés 2014-ben (ezt jelöli a * a szövegben).

4. tézis:

Dülk M, *Cost of capital of energy efficiency projects: The case of space heating and cooling*, Periodica Polytechnica – Social and Management Sciences **20** (2012a), no. 1, 3–10.

Dülk M, *Energiahatékonysági projektek gazdasági elemzése*, Energiagazdálkodás **53** (2012b), no. 3, 11–14.

VII. A szerző egyéb publikációi

1 **Andor G, Dülk M**, *Cost of capital estimation for energy efficiency projects through a cash flow beta approach*, kézirat (nem megjelent), Pénzügyek Tanszék, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, Magyarország, 2012. Bírálat alatt az Energy Policy c. folyóiratban.

2 **Andor G, Dülk M**, *Approximations for discounting intraperiod cash flows*, In: Proceedings of the PhD Workshop organized by the BME Doctoral School in Business and Management in the framework of TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0009, Budapest, Magyarország, 2012.04.19. Nyomtatott megjelenés folyamatban.

3 **Dülk M**, *Energiahatékonysági projektek gazdasági elemzése*, In: Gróf Gyula (szerk.) Fenntartható energetika: Kutatási eredmények a gazdaság és a társadalom szolgálatában – Energiahatékonyság, energiatakarékosság, Budapest, Magyarország, 2011.11.25., Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, Magyarország, Paper 14, 26–27.

4 **Dülk M**, *Klímaberendezés-beruházások műszaki modellezése*, Energiagazdálkodás **51** (2010), no. 6, 7–9.

5 **Dülk M, ifj. Jászay T**, *Megtakarítási lehetőségek vizsgálata a magyar háztartások energiafelhasználásában*, Magyar Energetika **17** (2010), no. 3, 14–18.