



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
VILLAMOSMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR

SÁRI ZOLTÁN

TÖBBÉRTÉKŰ, HISZTERÉZIS-TÍPUSÚ
NEMLINEARITÁSOK VIZSGÁLATA NUMERIKUS
TÉRSZÁMÍTÁSI PROBLÉMÁKBAN

Tézisfüzet

Témavezető: Dr. Habil Iványi Amália, Professor Emeritus

Budapest, 2012

1. Bevezetés

A bonyolult, memóriával rendelkező nemlineáris hiszterézis-operátorokat tartalmazó problémák érdemi vizsgálata a mérnöki tudományok, az alkalmazott matematika, és az informatika területén elért eredmények hatékony integrációjával ill. az e területeket érintő innovatív megoldásokkal valósulhat meg. A hiszterézis-operátorok, a hiszterézis-típusú jelenségek matematikai reprezentációi igen fontos szerepet játszanak számos tudományágban, és alkalmazásuk nem korlátozódik pusztán a mérnöki tudományok területére. Mindamellet, hogy a hiszterézis legegyszerűbb példái a ferromágneses tulajdonságokkal rendelkező anyagok viselkedésének leírásához kötődnek, a hiszterézis, mint jelenség számos más műszaki területen, sőt a mérnöki tudományoktól távol eső egyéb tudományágokban (társadalomtudományok, biológia) is megjelenik. A fenti okból kifolyólag a hiszterézis fenomenológiai leírása kifejezetten hasznos lehet, hiszen ily módon közelebb kerülhetünk a hiszterézis-típusú jelenségek „fundamentális” leírásához.

Ahhoz, hogy egy hiszterézis-operátor (hiszterézis-modell) alkalmazható legyen egy konkrét számítási feladatban, el kell készítenünk az operátor egy implementációját. Tekintve, hogy a mérnöki területeken felmerülő, hiszterézis-modellt igénylő problémák döntő többsége csak numerikusan kezelhető, a hiszterézis operátorokat tartalmazó - többnyire - parciális differenciálegyenletek megoldása analitikusan nem lehetséges, legfeljebb az egzisztencia és unicitás kérdése tisztázható az analitikus matematika eszközeivel.

Tézisemben a hiszterézis fenomenológiai leírásával foglalkozom, valamint az ily módon definiált operátorok numerikus térszámítási problémákba való implementációjának lehetőségeivel. Ezen belül analitikus és numerikus vizsgálatokat végzek a hiszterézis operátor viselkedésével és stabilitásával kapcsolatban, továbbá elemzem egy hiszterézis operátort tartalmazó térszámítási probléma numerikus megoldásának stabilitási problémáit, és javaslatot teszek a hatékonyság növelésére. Végezetül néhány esettanulmányon ill. egy konkrét ipari alkalmazáson keresztül bemutatom a kifejlesztett hiszterézis modell alkalmazhatóságát.

2. Alkalmazott vizsgálati módszerek, célok és eredmények

Az értekezés lényegi részét elméleti és fenomenológiai megfontolások alapján építettem fel. Itt felhasználtam a vonatkozó területek elfogadott, széles körűen alkalmazott matematikai apparátusát és fontosabb elméleti eredményeit, valamint ezek segítségével és ezekre alapozva tettem javaslatokat az adott területeket érintő új módszerekre vonatkozóan.

Az implementációkat többnyire a Matlab[®] környezet felhasználásával

készítettem el, itt végeztem el a tézisek anyagához kapcsolódó numerikus vizsgálatokat is, míg a komplexebb végeelemes implementációkat a COMSOL[®]-Matlab[®] környezet lehetőségeinek felhasználásával építettem fel. Az analitikus jellegű számításokhoz a Maple[®] számítógép-algebrai rendszert használtam.

2.1. Differenciálegyenlet-alapú hiszterézis operátor

A hiszterézis operátor megalkotásánál az egyik legfontosabb szempont a kompakt matematikai leírás ill. az egyszerű implementáció lehetősége volt. A másik fő szempont a hiszterézis-jelenség általános leírásának megalkotása, mely nem kötődik túl szorosan semmilyen alkalmazási területhez sem. Az e szempontok alapján létrehozott differenciálegyenlet-alapú operátor minden szempontból megfelel a célkitűzéseknek, mindamelllett a modell identifikációja, - mely egy többparaméteres optimalizációs feladatként definiálható - viszonylag egyszerűen elvégezhető. Az elkészült modell statisztikai megfontolások alapján írja le a hiszterézis jelenségét, és az operátor un. lokális memóriával rendelkezik.

A modell-szimuláció eredményei igen jó egyezést mutatnak (5%-nál kisebb hibával) a mérési eredményekkel még egészen kicsi minor görbék esetében is, ami már csak azért is figyelemre méltó, mert a minor görbék leírásáért mindössze egy skalár paraméter a felelős. Az operátor validálása aktuálisan elvégzett labormérések alapján történt.

A modell vektoriális kiterjesztése szintén ígéretes, hiszen itt egyszerűen a skalár esetenél bevezetett statisztikai leírás két-dimenziós változatáról van szó, amely, mint azt a példák mutatják, konstrukciójából eredően kielégíti a vektoriális hiszterézissel szemben támasztott alapvető követelményeket (szaturációs tulajdonság, veszteség tulajdonság), és jó kvalitatív egyezést mutat az irodalomból ismert mérési eredményekkel.

Tézis:

Kifejlesztettem egy általános célú, egyszerűen használható, skalár hiszterézis operátort, a hiszterézis-jelenség fenomenológiai leírására, mely az anyag egyszerű, bi-stabil építőelemeinek (domének, klaszterek) statisztikai szemléletű megközelítésén alapszik. Elkészítettem az operátor egy lehetséges vektor-kiterjesztését, és kialakítottam egy hatékony, mérés-alapú identifikációs eljárást, amelyet mérésekkel validáltam. Az elvégzett mérések igazolták, hogy a kifejlesztett hiszterézis operátor igen pontosan képes közelíteni a valóságban tapasztalt viselkedést [8, 3, 9, 7, 6].

2.2. A hiszterézis operátor és az implementáció stabilitásvizsgálata

A lokális memóriával rendelkező hiszterézis operátorokra jellemző az un. akkomodáció jelensége, ami gyakorlatilag azt jelenti, hogy a viszonylag kis amplitúdójú periodikus gerjesztésekhez tartozó minor hurkok csak néhány tranziens ciklus után stabilizálódnak. Az operátor stabilitási szempontból történő vizsgálatakor a tranziens akkomodáció során stabilizálódó minor görbék pontos helyének meghatározása volt a cél, mivel ezidáig erre vonatkozó eredmény nem volt fellelhető az irodalomban. E vizsgálat elvégzéséhez a periodikus gerjesztéshez tartozó megoldásokat egy alkalmasan választott fázistérben írtam le, ahol a hiszterézis hurkok jellemző viselkedése egy alkalmasan választott Poincare-metszet segítségével analizálható. Az analízis eredményeként előállítható egy olyan Poincare-leképezés, melynek segítségével a stabil minor hurkok helye közvetlenül számítható a gerjesztés amplitúdójának ismeretében.

Gyakorlati implementációk szempontjából igen fontosak lehetnek az olyan vizsgálatok ill. eredmények, amelyek a hiszterézis operátort tartalmazó numerikus eljárások stabilitására vonatkoznak, hiszen bármely numerikus eljárással kapcsolatban alapvető követelmény a stabilitás. Itt a numerikus eljárások stabilitására, valamint a nemlineáris fixpont-iterációra vonatkozó eredményekre alapozva érdemes a vizsgálatokat elvégezni. A hiszterézis, mint többértékű, memóriával rendelkező, nemlineáris operátor rendkívül bonyolult problémát jelenthet stabilitási szempontból. Az implicit nemlineáris egyenletrendszerek iteratív megoldásakor alkalmazható a csillapítási tényezőre vonatkozó un. globális stabilitási krétérium, mely a Banach-féle fixpont-tétel alapján az aktuális probléma matematikai leírásának ismeretében megadható, de ez nem feltétlenül a leghatékonyabb (leggyorsabb) módja a probléma megoldásának. Az iterációt és a hiszterézis operátort jellemző paraméterek Ljapunov-terének vizsgálata arra enged következtetni, hogy a paramétertérnek döntő részét még akkor is a stabil megoldások töltik ki, ha az iteráció sebességének növelése érdekében a globális krétérium által definiált korlátnál jóval nagyobb csillapítási tényezőt választunk. E vizsgálatokra alapozva javaslatot tettem a csillapítási tényező lokális (paraméterfüggő) meghatározására, az ily módon definiált iteráció a bemutatott példában több mint egy nagyságrenddel felgyorsul az eredeti (globális) változathoz képest.

Tézis:

Elvégeztem a hiszterézis operátor stabilitásának analízisét egy alkalmasan megalkotott fázistérben a Poincare-metszetek módszerét alkalmazva, és az analízis eredményeként leszámaztattam egy zárt alakú kifejezést az operátor viselkedéséből adódó akkomodáció során stabilizálódó minor görbék pontos jellemzésére. Megvizsgáltam továbbá egy hiszterézist tartalmazó diffúziós probléma numerikus megoldását, valamint a numerikus megoldás során alkalmazott iteráció jellemző

paramétereinek Ljapunov-terét, melyek alapján javaslatot tettem a nemlineáris iteráció során alkalmazott csillapítási tényező hatékony megválasztására, szignifikánsan csökkentve ezzel a megoldáshoz szükséges időt az iteráció konvergenciájának biztosítása mellett [10, 11, 5, 4].

2.3. Az operátor alkalmazása a térszámításban, esettanulmányok

Az operátor implementációja ill. alkalmazási lehetőségeinek esettanulmányokon keresztül történő bemutatása alkotja a munka befejező részét. A bemutatott problémák egyrészt a ferromágneses anyagok hiszterézisének modellezésével foglalkoznak a nemlineáris mágneses behatolási mélység kapcsán, másrészt egy másik műszaki terület, nevezetesen a kétfázisú áramlás ill. a dinamikus fázisváltás témaköréhez illeszkednek. A kifejlesztett differenciálegyenlet alapú hiszterézis operátor alapvetően egy plusz egyenlet formájában, mint implicit állapotfüggvény csatolható az alapfeladat mérleg-egyenleteihez.

A fázisváltást tartalmazó kétfázisú áramlás esetében a konvektív energia-transzportra vonatkozó megmaradási összefüggésekhez a létrehozott hiszterézis operátor tökéletesen illeszkedik, reprezentálva az elsőrendű gőz/folyadék fázisváltás során felszabaduló/elnyelt látens hő mennyiségét, így a fázisváltás metastabil jellegét a hiszterézis operátor írja le. Ez a megoldás nemcsak numerikus szempontból előnyös (az ugrásszerű fázisváltás, „végtelen gradiens” kiküszöbölésével), de fizikai szempontból is jobban közelíti a valóságos viselkedést.

Az elméleti eredményeken és az esettanulmányokon túl elkészítettem a fázisváltást tartalmazó homogén kétfázisú áramlás modell szimulációs magját .NET komponens formájában. Ezzel lehetővé válik a fázisváltást tartalmazó kétfázisú áramlási feladatokhoz kapcsolódó szimulációk elvégzése bármely magasabb szintű számítási környezetet alkalmazva, amely képes .NET komponensek használatára.

Tézis:

Leszámítottam egy formalizmust, mely lehetővé teszi a kifejlesztett hiszterézis operátor csatolását a folyadék-áramlás mérleg-egyenleteihez, és implementáltam a kifejlesztett hiszterézist tartalmazó kétfázisú áramlás modelljét egy hálózat-szimulációs szoftver számítási magjaként, mely ily módon modulárisan beágyazható magasabb szintű számítási környezetekbe .NET komponensként. Bemutattam a kifejlesztett hiszterézismodell sokrétűségét és alkalmazhatóságát egy ferromágneses anyagokat tartalmazó térszámítási feladaton ill. egy dinamikus fázisváltást tartalmazó kétfázisú áramlási problémán, mint esettanulmányokon keresztül. Ezekben a példafeladatokban a végelem-módszert használtam numerikus módszerként a kifejlesztett hiszterézis

operátor vizsgálatára [1, 14, 2, 12, 13].

3. Új tudományos eredmények

3.1. 1.Tézis

Kifejlesztettem egy általános célú, egyszerűen használható, skalár hiszterézis operátort, a hiszterézis-jelenség fenomenológiai leírására, mely az anyag egyszerű, bi-stabil építőelemeinek (domének, klaszterek) statisztikai szemléletű megközelítésén alapszik. Elkészítettem az operátor egy lehetséges vektor-kiterjesztését, és kialakítottam egy hatékony, mérés-alapú identifikációs eljárást, amelyet mérésekkel validáltam. Az elvégzett mérések igazolták, hogy a kifejlesztett hiszterézis operátor igen pontosan képes közelíteni a valóságban tapasztalt viselkedést [8, 3, 9, 7, 6].

I have developed a general phenomenological scalar hysteresis model by the aid of a statistical approach based on simple statistical considerations of the behavior of simple bistable units (domains, clusters) of the media, which resulted in a versatile model of hysteresis having useful properties, furthermore I have also developed a possible vector extension of the model, and I have established an efficient measurement-based identification method validated by actual measurements, which proved to be very accurate [8, 3, 9, 7, 6].

- 1.1. Létrehoztam egy, a hiszterézis-jelenség statisztikai megközelítésén alapuló, differenciálegyenlettel definiált hiszterézis operátort, mely az általános Duhem-típusú modell egy továbbfejlesztett variánsának tekinthető [8]. A kifejlesztett modellben a hiszterézis görbék olyan matematikai leírását vezettem be, amely lehetővé teszi a minor görbék alakjának a major görbétől független módosítását, így egy sokrétűen és egyszerűen alkalmazható modellhez jutottam, megőrizve a zárt-alakú analitikai leírás előnyeit.
- 1.2. Kifejlesztettem egy két lépcsős, mérés-alapú modell-identifikációs eljárást, melynek során a sűrűségfüggvények lineáris kombinációjaként definiált major hiszterézisgörbéhez tartozó paraméterek optimalizálással meghatározhatók, valamint egy további skalár paraméterre vonatkozó optimum-kereséssel a minor görbék alakja is megadható [3, 9]. A minor görbékhez tartozó paraméter identifikációja visszatérő görbék ill. koncentrikus görbék alapján egyaránt elvégezhető.
- 1.3. Javaslatot tettem a kifejlesztett skalár modell vektor kiterjesztésére, amely a vektoriális hiszterézis egy lehetséges leírását jelenti a kétdimenziós térben [9, 7, 6]. A modell rendelkezik a vektoriális hiszterézis legfontosabb tulajdonságaival, megfelel a vektoriális hiszterézissel szemben támasztott alapvető fizikai kritériumoknak, és jó egyezést mutat ismert kísérleti eredményekkel.

3.2. 2.Tézis

Elvégeztem a hiszterézis operátor stabilitásának analízisét egy alkalmasan megalkotott fázistérben a Poincare-metszetek módszerét alkalmazva, és az analízis eredményeként leszámaztattam egy zárt alakú kifejezést az operátor viselkedéséből adódó akkomodáció során stabilizálódó minor görbék pontos jellemzésére. Megvizsgáltam továbbá egy hiszterézist tartalmazó diffúziós probléma numerikus megoldását, valamint a numerikus megoldás során alkalmazott iteráció jellemző paramétereinek Ljapunov-terét, melyek alapján javaslatot tettem a nemlineáris iteráció során alkalmazott csillapítási tényező hatékony megválasztására, szignifikánsan csökkentve ezzel a megoldáshoz szükséges időt az iteráció konvergenciájának biztosítása mellett [10, 11, 5, 4].

I have carried out the thorough analysis of the hysteresis operator concerning its stability properties by the method of Poincare-sections in an appropriately constructed phase space, and as a result of the analysis I was able to derive a symbolic expression for the exact stabilizing location of the accommodating minor hysteresis loops. I have also analyzed the stability properties of the numerical solution of a diffusion problem with hysteresis, and after the examination of the Ljapunov-space of the parameters of the iteration corresponding to the numerical solution I have suggested a method for the cost-effective calculation of an appropriate damping constant ensuring the convergence of the iteration [10, 11, 5, 4].

- 2.1. Megvizsgáltam az 1. tézisben kifejlesztett differenciál egyenlettel definiált skalár hiszterézismodell stabilitási tulajdonságait a minor görbék akkomodációs viselkedésének szempontjából. Létrehoztam egy megfelelően kialakított három-dimenziós fázisteret a periodikus megoldások jellemzésére, és e reprezentáció segítségével leszámaztattam egy Poincare-leképezést, melyből a stabil minor görbék pontos helye közvetlenül meghatározható [10].
- 2.2. Megvizsgáltam egy hiszterézist tartalmazó nemlineáris diffúziós problémát a Ljapunov-módszer segítségével, és az eredmények alapján javaslatot tettem a nemlineáris iterációban használt csillapítási tényező megválasztására. Az egydimenziós diffúziós probléma numerikus megoldása során a hiszterézist tartalmazó implicit iterációs séma belső fixpont-iterációjának viselkedésére koncentráltam, igazoltam, hogy a belső fixpont-iteráció instabil viselkedésének oka az iteratív leképezéshez tartozó attraktor bifurkációja, vagy - szélsőséges esetben - kaotikus jellegű viselkedése [11, 5, 4]. Az iteráció paraméter-terének vizsgálatára alapozva egy olyan módszert javasoltam az iteráció csillapítási tényezőjének meghatározására, melynek alkalmazásával a diffúziós probléma megoldása szignifikánsan felgyorsítható, a szükséges belső iterációk száma több mint egy nagyságrenddel csökkenthető az eredeti - globálisan meghatározott - csillapítási tényező alkalmazásával összevetve [11].

2.3. Analizáltam a hiszterézis operátort tartalmazó diffúziós-típusú parciális differenciálegyenletek Picard-iterációt alkalmazó numerikus megoldásának általános szerkezetét, és leszámaztattam egy módszert az iterációban alkalmazott csillapítási tényező becslésére ill. futás-időben történő (valós-idejű) beállítására. Megmutattam az egydimenziós esetre, hogy a csillapítási tényezőre vonatkozó globális stabilitási kritérium ugyanaz mindkét diszkretizációs módszernél (FDTD Yee-algoritmus, FEM) az alkalmazott hiszterézismodelltől függetlenül, valamint, hogy a csillapítási tényező lokális megválasztása sokkal hatékonyabb, mint a globális stabilitási kritérium alkalmazása.

3.3. 3.Tézis

Leszámaztattam egy formalizmust, mely lehetővé teszi a kifejlesztett hiszterézis operátor csatolását a konvektív folyadék-áramlás egyenleteihez, és implementáltam a kifejlesztett hiszterézist tartalmazó kétfázisú áramlás modelljét egy hálózat-szimulációs szoftver számítási magjaként, mely ily módon modulárisan beágyazható magasabb szintű számítási környezetekbe önálló komponensként. Bemutattam a kifejlesztett hiszterézismodell sokrétűségét és alkalmazhatóságát egy ferromágneses anyagokat tartalmazó térszámítási feladaton ill. egy dinamikus fázisváltást tartalmazó kétfázisú áramlási problémán, mint esettanulmányokon keresztül. Ezekben a példafeladatokban a végelelem-módszert használtam numerikus módszerként a kifejlesztett hiszterézis operátor vizsgálatára [1, 14, 2, 12, 13].

I have derived a formulation for the coupling of the developed hysteresis operator to the equations of a convection dominated fluid-flow problem, and I have implemented the developed hysteretic flow model into a two-phase flow network simulation software package as a computational core, which can be modularly embedded into higher level computational environments as a reusable component. I have demonstrated the applicability and versatility of the developed hysteresis model in two case studies, from the field of magnetism and two-phase flow with dynamic phase transition respectively. In the studies I have applied the finite element method as primary numerical tool for the investigation of the behavior of the hysteresis operator developed [1, 14, 2, 12, 13].

3.1. Implementáltam a kifejlesztett hiszterézismodellt egy fázisváltással járó kétfázisú áramlást leíró feladat modelljébe az energiamegmaradás egyenletének egy hiszterézis operátort tartalmazó forrástaggal való kiegészítésével, mely a gőz/folyadék fázisátmenet során látens hő formájában felszabaduló/elnyelt energiát reprezentálja. E kibővített formalizmus segítségével beillesztettem a hiszterézis operátort egy elsőrendű gőz/folyadék fázisváltást leíró végelelemes modell szimulációba [1, 14, 2], igazolva a javasolt modell alkalmazhatóságát, és demonstrálva a hiszteretikus viselkedést a fázisváltás metastabil tartományában.

-
- 3.2. Implementáltam a hiszteretikus, dinamikus fázisváltozást tartalmazó kétfázisú áramlás modelljét egy mérnöki számításokat támogató szoftver számítási magjaként [12, 13], olyan szimulációs „motort” alkotva ezzel, mely minden olyan magasabb szintű szoftver környezetben alkalmazható, amely képes .NET komponensek használatára.
- 3.3. Nemlineáris anyagba való mágneses behatolási mélységre ill. dinamikus fázisváltozást tartalmazó kétfázisú áramlásra vonatkozó esettanulmányokkal igazoltam, hogy mind a kifejlesztett hiszterézismodell, mind a véges elemes implementáció működőképes [14] és alkalmazható konkrét mérnöki feladatokban, térszámítási problémák megoldása során.

4. További kutatási feladatok

Tekintettel arra, hogy az elvégzett kutatás a hiszterézis operátorok természete és implementációs problémái miatt szükségszerűen interdiszciplináris, igen sok területre rá tudunk mutatni, amelyeken a kutatást mindenképpen érdemes folytatni. Az egyik ilyen terület a fenomenológiai modellek alkalmazási területeinek kiterjesztése, a hiszterézis operátorok új alkalmazási területekre való bevezetése. A kifejlesztett modell lehetséges szerepének vizsgálata a lavina-szerű jelenségek, szilárd-szilárd (pl. szívós-rideg) fázisátmenetek leírásában ígéretes lehet, hisz az alapvető modellstruktúra az egyszerű építőelemek statisztikai leírásán alapul, ahonnan a kollektív viselkedés mintegy „átlagolással” származtatható le, melynek eredménye az eredő, hiszteretikus viselkedés. Amennyiben a jövőbeni kutatás a bi-stabil építőelemek egy alkalmas általánosítására, valamint ezek sokaságainak hatékony statisztikai jellemzésére fókuszálna, úgy nagy valószínűséggel a természettudományok, műszaki- és társadalomtudományok területein jelen lévő hiszterézist tartalmazó jelenségek jellemezhetővé válhatnak egy univerzális modellel, ill. egy effajta szintetizáló leírás elvezethetne a hiszterézis jelenség alapvető mechanizmusainak mélyebb megértéséhez.

A különböző hiszterézis operátorok konkrét számítási feladatokba történő implementációja szintén igen fontos részterülettel egészítheti ki az aktuális kutatási területeket, hiszen az operátorok gyakorlati alkalmazása egy numerikus környezetben messze nem triviális. Az absztrakt matematikai leírástól az absztrakt algoritmusokon és adatszerkezeteken keresztül az aktuális, használható programkódig való eljutás egyáltalán nem egyszerű, viszont igen hálátlan, alulértékelt feladat. Az implementációs nehézségeket mi sem demonstrálja világosabban, mint, hogy a jelenleg elterjed kommerciális végeselemes szoftvercsomagok nem tartalmaznak hiszterézis operátorokat, a nemlineáris anyagtulajdonságokat nagyon leegyszerűsített formában képesek csak kezelni.

A kifejlesztett modell jelenlegi identifikációs eljárása finomítható lenne egy olyan megfelelő metrika definiálásával, amely megbízható jellemzését adja a

mért hiszterézis görbék, és a matematikai leírásukra használt eloszlásfüggvények viszonyának. Ez az általánosító szándékú törekvés szintén a hiszterézis, mint számos - egymástól látszólag független - területen előforduló jelenség alapvető kiváltó okainak mélyebb megértésnek irányába mutat.

A vektoriális hiszterézis mérési- és identifikációs módszereinek vizsgálata szintén fontos további kutatási terület lehet, hiszen számos olyan komplex térszámítási probléma létezik, melyek vizsgálatakor skalár modell alkalmazása nem szolgáltat kielégítő eredményt, így elengedhetetlen a vektoriális viselkedés figyelembevétele. A vektoriális hiszterézis mérése igen erőforrás igényes feladat, melyhez a komoly, precízen konstruált mérőeszközök mellett, gondosan megmunkált és előkészített anyagokra van szükség, melyek biztosítása jelentős befektetést igényel, mindazonáltal e kutatási iránynak nem csupán gyakorlati szempontból (hatékony és megbízható mérési módszerek, vektoriális modellek validálása) van jelentősége, de az elméleti kutatásokra is nagy hatással lehet, elősegítve a hiszterézis jelenségének általánosabb, alaposabb megértését.

Meggyőződésem, hogy az informatikai eszközöknek gyakorlatilag minden tudományterületre kiterjedő intenzív alkalmazása a tudományos számítási módszerek fejlődésének egy olyan új irányát is magában hordozza, amelyben jelentős eredmények nem kizárólag az absztrakt matematikai leírás eszközeivel érhetők el, hanem mindezek mellett az informatikai eszközök miatt szükségszerűen diszkrétizált eljárások reprezentációjára szolgáló innovatív algoritmusok és a hozzájuk tartozó adatstruktúrák alkothatják a fejlődés másik fontos pillérét, melyre komoly eredmények építhetők. Ha ez az integráció hatékonyan tud megvalósulni, akkor az mindenképpen gyümölcsöző lesz mind az elméleti eredmények, mind pedig a gyakorlati alkalmazások szempontjából.

Hivatkozások

- [1] Jancsár I., Sari Z., Diffuse interface modeling of liquid-vapor phase transition with hysteresis, *Physica B*, vol. 403, 2008, pp. 505–508.
- [2] Jancsár I., Sari Z., Ivanyi A., Application of hysteresis in FEM modeling of vapor-liquid phase transitions, *Journal of Physics: Conference series*, vol. 138, 2008, pp. 1–18, doi:10.1088/1742-6596/138/1/012008.
- [3] Sari Z., Ivanyi A., Scalar hysteresis model based on statistical considerations, *Proceedings of First International PhD Symposium in Engineering*, Pécs, Hungary, 2005.
- [4] Sari Z., Ivanyi A., Stability of nonlinear diffusion problems with FDTD Yee formulation, *Proceedings of the 12th International Symposium on Interdisciplinary Electromagnetic and Biomedical Problems*, Bad Gastein, Austria, 2005, pp. 452–453.

-
- [5] Sari Z., Ivanyi A., Stability of nonlinear iteration in diffusion problems, *Proceedings of the 10th International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* (Edited by B. Topping), Rome, Italy, 2005, pp. 1–16.
- [6] Sari Z., Ivanyi A., Novel statistical modeling of 2D vector hysteresis, *Proceedings of the Fifth International Conference on Engineering Computational Technology* (Edited by B. Topping, G. Montero, R. Montenegro), Civil-Comp Press, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, 2006, pp. 1–16.
- [7] Sari Z., Ivanyi A., Phenomenological model of nonlinear hysteretic behaviour for 1D and 2D field calculation problems, *Abstracts of the Second International PhD Symposium in Engineering* (Edited by M. Ivanyi), Pécs, Hungary, 2006, p. 50.
- [8] Sari Z., Ivanyi A., Statistical approach of hysteresis, *Physica B*, vol. 372, 2006, pp. 45–48.
- [9] Sari Z., Ivanyi A., Two dimensional extension of a stochastic hysteresis model, *Proceedings of the 10th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*, vol. I., 2006, pp. 9–14.
- [10] Sari Z., Ivanyi A., Investigation of the stability of an ode-based hysteresis model, *Physica B*, vol. 403, 2008, pp. 274–277.
- [11] Sari Z., Ivanyi A., Stability of nonlinear iteration in diffusion problems, *Advances in Engineering Software*, vol. 40, no. 8, 2009, pp. 718–724.
- [12] Sari Z., Jancskar I., Sipeky A., Modeling of two-phase flow with dynamic phase transitions in COMSOL - Matlab - .NET environment, *Proceedings of IF 2008 Debrecen*, Debrecen, Hungary, 2008, pp. 1–6, (In Hungarian).
- [13] Sari Z., Jancskar I., Sipeky A., Modeling and simulation of a two-phase flow network with the Matlab - COMSOL numerical packages in the .NET environment, *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* (Edited by B.H.V. Topping, L.F. Costa Neves, R.C. Barros), Funchal, Madeira, Portugal, 2009, pp. 1–7.
- [14] Sari Z., Jancskar I., Szakonyi L., Ivanyi A., Phenomenological transient FEM modeling of a two-phase flow with dynamic phase change, *Proceedings of the Eleventh International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* (Edited by B. Topping), Civil-Comp Press, St. Julians, Malta, 2007, pp. 1–10.