



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Üzleti Tudományok Intézet
Menedzsment és Vállalatgazdaságtan Tanszék

**Menedzsmentdöntések támogatása
matematikai programozási modellekkel**

Ph.D. értekezés tézisei

Készítette: Tatay Viola

Tudományos témavezető: Dr. Koltai Tamás
egyetemi tanár

Budapest
2013.

TARTALOMJEGYZÉK

1. A KUTATÁS TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEI ÉS CÉLKITŰZÉSEI.....	2
2. A KUTATÁS MÓDSZERTANA	5
3. AZ ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA	7
3.1. 1. tézis	7
3.2. 2. tézis	9
3.3. 3. tézis	11
3.4. 4. tézis	13
3.5. 5. tézis	15
4. GYAKORLATI HASZNOSÍTÁS ÉS TOVÁBBI KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK.....	18
5. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE	20
6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉZISEI ANGOL NYELVEN.....	23
7. IRODALOMJEGYZÉK.....	26
8. JELÖLÉSEK JEGYZÉKE.....	27

1. A KUTATÁS TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEI ÉS CÉLKITŰZÉSEI

A vállalatok versenyképességének egyik fontos tényezője az, hogy milyen tartós, nehezen utánozható versenyelőnyre sikerül szert tenniük. A megszerzett versenyelőny erőssége és tartóssága alapvető fontosságú a hosszú távú siker szempontjából (Porter, 2006). A kiélezett piaci verseny megköveteli a vállalatoktól valamilyen megkülönböztető előny létrehozását. Ez a megkülönböztető előny az idők folyamán dinamikusan változik (Stalk-Hout, 1990). Az elmúlt évtizedekben uralkodó költség- és minőség alapú verseny után, ma az idő alapú verseny korszakát éljük. Ahogy végbement azonban az élenjáró vállalatok közötti kiegyenlítődség a költséghatékonyság és a teljes körű minőség területén, úgy várhatóan az időparaméterek csökkentése sem lehet tartósan a megkülönböztető előny alapja. Davenport szerint (2006) a kvantitatív eszközök egész vállalatra kiterjedő alkalmazása lehet a jövőben a vállalati versenyképesség forrása. A különböző kvantitatív eszközök kitartó, stratégiai alkalmazása hozzájárulhat a hosszú távon eredményes és hatékony működéshez.

A gyakorlatban alkalmazható kvantitatív eszközök egyik csoportja az operációkutatás, amely az optimalizálás elméletével foglalkozik. Célja rendszerek, folyamatok optimális vagy kielégítő megoldásának megtalálása különböző modellek és számítási algoritmusok segítségével (Rapcsák, 1988). A termelésmenedzsment feladata ugyanakkor, a termelő és szolgáltató rendszerek hatékony működtetése. A termelésmenedzsment döntéseinek támogatására az operációkutatás eredményei, modelljei sikeresen alkalmazhatóak (Koltai, 2001).

Az operációkutatás gyakorlati szempontból egyik legfontosabb részterülete a matematikai programozás, amely a menedzsment tipikus problémájának – a szűkösen rendelkezésre álló erőforrások egymással versenyző alternatívák közötti szétosztásának – megoldására alkalmazható (Hillier-Lieberman, 1995). Kutatásaim során a matematikai programozás két, a termelésmenedzsment szempontjából fontos területével foglalkoztam, a lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálatával, valamint a gyártósor-kiegyenlítés néhány egészértékű programozási modelljével.

A lineáris programozás (LP) olyan holisztikus döntéstámogatási eszköz, amelynek segítségével a vállalati működés számos funkcionális területén felmerülő probléma modellezhető, elemezhető. Egyik legtipikusabb alkalmazási területe a termelés- és szolgáltatásmenedzsment (Nahmias, 1997).

Az LP modellek az optimális megoldás megtalálásán túl számos módon hozzájárulhatnak a menedzsmentdöntések támogatásához. A modellépítés elősegítheti a probléma alaposabb megértését, a részterületek megismerését és az egyes elemek közötti kapcsolatok feltárását (Koltai, 2001). Az LP feladatok megoldásának fontos részét képezi az érzékenységvizsgálat. Az LP modellek célfüggvény-együtthatóinak és jobboldali paramétereinek érzékenységvizsgálata információt szolgáltat a különböző környezeti tényezők (árak, költségek) változásának optimális megoldásra kifejtett hatásáról, valamint segítségével értékelhetők bizonyos menedzsmentdöntések (kapacitásváltozás, igénymenedzsment) várható hatásai. A kereskedelmi forgalomban kapható szoftverek azonban menedzsment szempontból félrevezető érzékenységvizsgálati eredményeket határozhatnak meg, ha a megoldás degenerált (Jansen et al., 1997; Rubin-Wagner, 1990).

Menedzsment szempontból *nem tekintem korrektnek* az érzékenységvizsgálati információt, ha az a feltett menedzsmentkérdésre nem ad teljes körű választ és ezért kedvezőtlen következményekkel járó menedzsmentdöntéshez vezethet. Ha például egy termelésstervezési probléma célfüggvény-együtthatójaként szereplő költség adatnak az optimális megoldásra kifejtett hatását vizsgáljuk, akkor degenerált esetben szűkebb tartományt kaphatunk a ténylegesnél. A szűk tartomány *matematikai szempontból helyes* eredmény, mert a kapott érvényességi tartományon kívülre kerülve már új bázis tartozik az optimális megoldáshoz. Az információ tehát matematikai szempontból korrekt. Az új bázishoz azonban ugyanazon mennyiségek gyártása tartozhat, mint az előző bázishoz, tehát a menedzsmentnek a költségadat kismértékű változása esetén nem kell a termelési tervén változtatnia. Tehát a menedzsment szempontú költségadat érvényességi tartomány nagyobb, a matematikai szempontokat figyelembe vevő érvényességi tartománynál. Az értekezésemben következetesen az ilyen és ehhez hasonló problémákra használom a *menedzsment szempontból korrekt* érzékenységvizsgálat kifejezést. Menedzsment szempontból korrekt az érzékenységvizsgálati eredmény, ha az menedzsmentdöntésekhez felhasználható. A menedzsment szempontból félrevezető érzékenységvizsgálati eredmények tehát matematikai szempontból helyesek, csak menedzsmentdöntésekhez nem használhatóak fel.

A degeneráció problémája a szakirodalomban széles körben ismert. Több folyóiratcikk és könyv is tárgyalja a problémát (Izd. pl. Jansen et al, 1997; Gal, 1986) és néhány szoftver képes felismerni a degenerált feladatokat. Nem létezik azonban olyan eszköz, amely bármely modellre, általánosan meg tudná határozni a menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményeket. Kutatásaim során az alábbi célokat tűztem ki a degenerált lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálatával kapcsolatban:

- a matematikai és menedzsment szempontú érzékenységvizsgálat közötti különbségek feltárása;
- egy menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményeket meghatározó számítási módszer kidolgozása és gyakorlati megvalósítása;
- a kereskedelmi szoftverek által szolgáltatott matematikai érzékenységvizsgálati eredmények és a menedzsment szempontból korrekt információk közötti különbségek gyakorlati jelentőségének bemutatása.

A lineáris programozás egy speciális esete, ha a döntési változók egy része – vagy akár az összes – csak nulla vagy egy értéket vehet fel. Ilyen bináris programozási modell segítségével vizsgálható klasszikus menedzsment probléma a gyártósor-kiegyenlítés. A bináris programozási modellek tipikusan az NP hard feladatok közé tartoznak (Hillier-Lieberman, 1995). A gyártósor kiegyenlítési modellekkel kapcsolatos kutatások egyik fontos célkitűzése a modellek egyszerűsítése, valamint gyors és hatékony megoldó algoritmusok kifejlesztése. Az informatika és számítástechnika jelenlegi fejlettsége mellett azonban a gyakorlati méretű gyártósor-kiegyenlítési modellek gyakran könnyen megoldhatók. Így a kutatások fókuszába egyre inkább a gyártósor-kiegyenlítési modellek gyakorlati alkalmazásával kapcsolatos menedzsment problémák vizsgálata kerül (Boysen et al., 2008).

A gyártósor-kiegyenlítési modellek számos menedzsmentdöntéshez nyújthatnak információt. A modellek eredményeinek segítségével végzett hatékonyságvizsgálatok, a különböző érzékenységvizsgálati számítások hasznos információt szolgáltatnak a gyártósorok működtetésével kapcsolatos döntésekhez (Waters, 1996). Fontos része lehet a gyártósorok szervezésének a dolgozók képzettségének és a feladatok bonyolultságának figyelembe vétele. Az eltérő képzettséggel rendelkező dolgozók alkalmazásnak az optimális megoldásra kifejtett hatásával kevés munka foglalkozik az irodalomban. Nem találtam a szakirodalomban olyan számítási módszert vagy modellt, amelynek segítségével a feladatok munkahelyhez rendelésekor általánosan figyelembe vehető a dolgozók eltérő képzettségi szintje. Kutatásaim során a gyártósor-kiegyenlítéssel kapcsolatban az alábbi kérdésekkel foglalkoztam, illetve az alábbi célokat tűztem ki:

- a bináris gyártósor-kiegyenlítési modellek vállalati gyakorlatban való alkalmazását elősegítő módszerek, döntéstámogatási eszközök kialakítása;
- a valós gyártósori körülményekhez jobban közelítő modellek kidolgozása;
- a gyakorlati alkalmazás előnyeinek bemutatása egy konkrét vállalati probléma kapcsán.

2. A KUTATÁS MÓDSZERTANA

Kutatásaim során olyan problémákkal foglalkoztam, amelyek a matematikai programozási modellek gyakorlati alkalmazását előmozdíthatják. A lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálatával és a gyártósor-kiegyenlítési modellekkel kapcsolatos kutatásaim eredményeként olyan számítási módszereket, modelleket dolgoztam ki, amelyek a mindennapi menedzsmentdöntésekhez szolgáltatathatnak információt. A javasolt megoldások szemléltetésére mintapéldákat készítettem, esettanulmányokat dolgoztam ki.

Kutatásaim első szakaszában *irodalomkutatást* végeztem. Áttekintettem a vállalatok közötti verseny meghatározó menedzsmentparadigmákat, illetve az ezek változásával kapcsolatos tendenciákat. A vállalati versenyképességet meghatározó elemek időbeli alakulásának áttekintése során eljutottam a kvantitatív eszközök egész vállalatra kiterjedő alkalmazását felvető kvantitatív alapú versenyzés gyakorlatához. Tanulmányoztam az operációkutatás matematikai programozási területéhez kapcsolódó különböző szakirodalmakat – részletesen kitérve a lineáris programozás kialakulására, gyakorlati alkalmazási területeire; valamint a gyártósor-kiegyenlítés matematikai modelljeire is.

A lineáris programozási modellek érzékenységvizsgálata kapcsán áttekintettem a degenerált feladatok problémakörét. Megvizsgáltam a matematikai és menedzsment szempontú érzékenységvizsgálat közötti eltéréseket. Kialakítottam egy olyan Excel környezetben működő és a LINGO optimalizálási programnyelvet alkalmazó *modellrendszert*, amellyel tetszőleges lineáris programozási feladat menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálata elvégezhető. A számítási módszer kialakításának első lépése egy grafikusán is ábrázolható mintapélda menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálatának elvégzése volt. Miután a kapott eredmények helyesnek bizonyultak, több szakirodalomból vett termelésstervezési modell korrekt érzékenységvizsgálatát is elvégeztem. Értekezésemben a Koltai és Terlaky 2000-ben megjelent cikkében szereplő mintapélda segítségével mutatom be a menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálatot. A szerzők a cikkben részletesen foglalkoznak a degeneráció problémájával, a matematikai és menedzsment szempontú érzékenységvizsgálat különbségeivel, azonban a menedzsment szempontból korrekt eredmények a cikkben nem kerültek meghatározásra.

A gyártósorok matematikai programozási modellekkel történő optimalizálását tárgyaló szakirodalom áttekintése után megállapítottam, hogy a vállalati környezetben való

alkalmazást elősegítő, gyakorlati problémákra fókuszáló kutatási kérdéseket kell vizsgálni. Egy kerékpár összeszerelési folyamat példáján bemutattam a szakirodalomban fellelhető egyszerű gyártósor-kiegyenlítési modellek alkalmazását, valamint az optimális megoldás menedzsment vonatkozásait. Ehhez *adatgyűjtést* és *adatfeldolgozást* végeztem. A gyártósor *modellezése* során szerzett tapasztalatok birtokában új kutatási célokat fogalmaztam meg: a valósághoz jobban közelítő modellek létrehozását. Olyan *számítási módszert* alakítottam ki, amelynek segítségével bármilyen gyártósor adott működési paraméterének optimalizálása során figyelembe vehető, ha az alkalmazottak képzettsége között jelentős eltérések vannak.

A kutatásaim eredményeként kifejlesztett lineáris és bináris programozási *modellek* eredményei hozzájárulhatnak a kvantitatív eszközök alkalmazásában élenjáró vállalatok sikeres termelés- és szolgáltatásmenedzsment döntéseihez.

3. AZ ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA

A gyakorlati alkalmazás szempontjait figyelembe vevő kvantitatív eszközök fejlesztése és alkalmazása a versenyképesség fontos tényezője. Tudományos eredményeim ilyen modellek fejlesztéséhez és alkalmazásához kapcsolódnak.

A matematikai programozás egyik leggyakrabban alkalmazott területe a lineáris programozás. A lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálata gyakran az optimális megoldásnál is hasznosabb információt szolgáltat, hiszen a modell paramétereiben – a célfüggvény-együtthatókban (angolul: Objective Function Coefficient, továbbiakban rövidítve: OFC) és a jobboldali paraméterekben (angolul: Right Hand Side parameter, továbbiakban rövidítve: RHS paraméter) – bekövetkező változások hatásairól ad tájékoztatást. A mai döntéstámogatási szoftverek degenerált lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálata során menedzsment szempontból félrevezető eredményeket szolgáltathatnak. Nincs olyan kereskedelmi forgalomban kapható szoftver, amely menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményeket szolgáltatna. Kutatásaim első részében a menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati információk meghatározása volt a célom. Az eredmények bemutatásakor alkalmazott jelölések listáját a 8. pontban található jelölésjegyzék tartalmazza.

3.1. 1. tézis

Ha egy LP feladat degenerált, akkor a célfüggvény-együtthatók érzékenységvizsgálata során a szoftverek szűkebb érvényességi tartományokat határozhatnak meg. A szűkebb érvényességi tartomány feleslegesen irányíthatja rá a menedzsment figyelmét tévesen kritikusnak vélt paraméterekre.

1. tézis: Kialakítható egy olyan számítási módszer, amelynek segítségével degenerált esetben is a gyakorlatban könnyen meghatározható egy lineáris programozási feladat célfüggvény-együtthatóinak menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálata.

(Kapcsolódó saját publikációk: S2, S3, S5, S8, S9, S14)

A célfüggvény-együtthatók menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményeihez célfüggvény-együtthatónként két lineáris programozási feladat megoldására van szükség. Az érvényességi tartomány alsó határát kijelölő változás értéke az

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^T \mathbf{y} &\geq \mathbf{c} - \gamma_i \mathbf{e}_i \\
 \mathbf{b}^T \mathbf{y} &= OF^* - \gamma_i x_i^* \\
 \gamma_i &\geq 0 \\
 \text{Max}(\gamma_i);
 \end{aligned} \tag{1}$$

LP feladat megoldásával kapható meg. Az (1) optimális megoldása γ_i^- , ami megadja az i célfüggvény-együttható – optimális megoldás változatlansága melletti – megengedett maximális csökkenését. A tartomány felső határát kijelölő változás értéke az

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^T \mathbf{y} &\geq \mathbf{c} + \gamma_i \mathbf{e}_i \\
 \mathbf{b}^T \mathbf{y} &= OF^* + \gamma_i x_i^* \\
 \gamma_i &\geq 0 \\
 \text{Max}(\gamma_i);
 \end{aligned} \tag{2}$$

LP feladat segítségével kapható meg. A (2) optimális megoldása γ_i^+ , ami megadja az i célfüggvény-együttható – optimális megoldás változatlansága melletti – megengedett maximális növekedését. Tehát I darab célfüggvény-együttható esetén $2I$ LP feladat megoldására van szükség. Ezek száma, azonban különböző megfontolások alapján csökkenthető. E problémakörrel a 3. tézis foglalkozik.

Az értekezésben egy szakirodalomból vett termelésstervezési modell segítségével illusztrálok a degenerációval kapcsolatos problémákat, illetve a LINGO szoftver és az általam kidolgozott számítási módszerrel kapott eredmények közötti eltéréseket. Az 1. táblázat a célfüggvény-együtthatók érzékenységvizsgálatának eredményeit foglalja össze.

1. táblázat: A mintapélda célfüggvény-együtthatóinak érzékenységvizsgálata

OFC	Eredeti érték	LINGO szoftver		Javasolt módszer	
		csökkenés	növekedés	γ_i^-	γ_i^+
$r_{1,1}$	10	-25	5	$-\infty$	5
$r_{2,1}$	10	-5	5	-5	∞
$r_{1,2}$	25	-5	∞	-5	∞
$r_{2,2}$	20	-5	5	-25	5
$i_{1,1}$	5	-25	5	$-\infty$	5
$i_{2,1}$	5	-5	5	-5	∞
$i_{1,2}$	5	-25	∞	-30	∞
$i_{2,2}$	5	-25	∞	-25	∞

Az 1. táblázatból látható, hogy a LINGO szoftver a mintapéldában található nyolc célfüggvény-együttható közül csak kettőnél határozta meg a menedzsment által használatos érvényességi tartományt. A menedzsment szempontból korrekt eredményeket az általam kidolgozott számítási módszerrel mindegyik célfüggvény-együtthatóra megkaptuk. A mintapélda eredményei logikailag könnyen kikövetkeztethetőek, az eredmények könnyen leellenőrizhetőek. Ezt az értekezésben részletesen tárgyalom.

3.2. 2. tézis

Degenerált lineáris programozási feladatok jobboldali paramétereinek érzékenységvizsgálata során a szoftverek menedzsment szempontból félrevezető árnyékárakat és a valóságosnál szűkebb érvényességi tartományokat adhatnak eredményül. Degenerált LP feladatoknál a jobboldali paraméter csökkenésének és növekedésének fajlagos hatása eltérő lehet, vagyis két árnyékár is tartozhat egy korlátozó feltételhez. A bal- és jobboldali árnyékárról a szoftverek nem szolgáltatnak megfelelő információt, mivel csak egy árnyékárt határoznak meg.

2. tézis: Kialakítható egy olyan számítási módszer, amelynek segítségével egy degenerált lineáris programozási feladat jobboldali paramétereinek menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményei a gyakorlatban könnyen meghatározhatóak. A módszer segítségével a jobb- és baloldali árnyékárak, a hozzájuk tartozó érvényességi tartományokkal kiszámíthatóak.

(Kapcsolódó saját publikációk: S2, S3, S5, S8, S9, S14)

A két árnyékár miatt a bal- és jobboldali árnyékárhoz tartozó számításokat külön kell választani. A két árnyékárt a jobboldali paraméter perturbálásával (δ) különítjük el egymástól. A menedzsment szempontból korrekt érvényességi tartomány meghatározásához árnyékáranként két LP feladat megoldására van szükség, így korlátozó feltételenként négy LP feladat megoldására van szükség a korrekt érvényességi tartományok kiszámításához. Vagyis egy jobboldali paraméter menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredményeinek meghatározásához hat LP feladat megoldására van szükség: két perturbált és négy érvényességi tartományt meghatározó LP feladat megoldására.

A baloldali árnyékár számításakor $\delta < 0$ értékkel perturbáljuk az eredeti feladat j korlátozó feltételének jobboldalát. Ez után egy b_j jobboldali paraméter megengedett maximális csökkenése az

$$\begin{aligned}
\mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} + \delta \mathbf{e}_j - \xi_j \mathbf{e}_j \\
\mathbf{c}^T \mathbf{x} &= OF^{-*} - \xi_j y_j^{-*} \\
\xi_j &\geq 0 \\
\text{Max}(\xi_j)
\end{aligned} \tag{3}$$

és megengedett maximális növekedése az

$$\begin{aligned}
\mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} + \delta \mathbf{e}_j + \xi_j \mathbf{e}_j \\
\mathbf{c}^T \mathbf{x} &= OF^{-*} + \xi_j y_j^{-*} \\
\xi_j &\geq 0 \\
\text{Max}(\xi_j)
\end{aligned} \tag{4}$$

LP feladatok megoldásával határozható meg, ahol $n\xi_j^-$ a (3), illetve $n\xi_j^+$ a (4) LP modellek optimális megoldásai. $n\xi_j^-$ a b_j jobboldali paraméter megengedett maximális csökkenését, $n\xi_j^+$ pedig a b_j jobboldali paraméter maximális növekedését jelentik a baloldali árnyékár esetén. A jobboldali árnyékár meghatározásakor az eredeti feladat j korlátozó feltételének jobboldali paraméterét $\delta > 0$ értékkel perturbáljuk. A jobboldali árnyékár változatlansága esetén a b_j jobboldali paraméter megengedett maximális csökkenése az

$$\begin{aligned}
\mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} + \delta \mathbf{e}_j - \xi_j \mathbf{e}_j \\
\mathbf{c}^T \mathbf{x} &= OF^{+*} - \xi_j y_j^{+*} \\
\xi_j &\geq 0 \\
\text{Max}(\xi_j)
\end{aligned} \tag{5}$$

és megengedett maximális növekedése az

$$\begin{aligned}
\mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} + \delta \mathbf{e}_j + \xi_j \mathbf{e}_j \\
\mathbf{c}^T \mathbf{x} &= OF^{+*} + \xi_j y_j^{+*} \\
\xi_j &\geq 0 \\
\text{Max}(\xi_j)
\end{aligned} \tag{6}$$

LP feladatok segítségével számítható ki, amelyekben $p\xi_j^-$ az (5), illetve $p\xi_j^+$ a (6) LP feladatok optimális megoldásai. $p\xi_j^-$ a b_j jobboldali paraméter megengedett maximális csökkenését, $p\xi_j^+$ pedig a b_j jobboldali paraméter maximális növekedését jelentik a jobboldali árnyékár esetén.

Az értekezésben bemutatott mintapélda jobboldali paramétereinek érzékenységvizsgálati eredményeit a 2. táblázat foglalja össze. A 2. táblázatból látható, hogy a nyolc jobboldali paraméterből öthöz tartozik kétoldali árnyékár. Csupán három ($D_{2,2}$, B_2 , W_2) jobboldali paraméterhez tartozik egy árnyékár. E három paraméter esetében – véletlenül – a menedzsment szempontból korrekt érvényességi tartományok kerültek meghatározásra. $D_{1,1}$,

$D_{2,1}$ és B_1 jobboldali paraméterekhez a LINGO egy adott pontban érvényes árnyékárát határozott meg, amelynek matematikai szempontból van csupán jelentősége, menedzsment szempontból ez az információ nem értelmezhető. Az általam kidolgozott számítási módszerrel mind a nyolc jobboldali paraméterre megkaptam a korrekt érzékenységvizsgálati információkat: a jobb- és baloldali árnyékárakat – ha mindkettő létezik –, valamint a jobboldali paraméterek menedzsment szempontból korrekt érvényességi tartományait.

2. táblázat: A mintapélda jobboldali paramétereinek érzékenységvizsgálata

RHS paraméter	Eredeti érték	LINGO szoftver			Javasolt módszer					
		y_j	ξ_j^-	ξ_j^+	y_j^- (y_j)	$n\xi_j^-$	$n\xi_j^+$	y_j^+	$p\xi_j^-$	$p\xi_j^+$
$D_{1,1}$	0	15	0	0	10	-200	0	20	0	100
$D_{2,1}$	100	15	0	0	10	-100	0	20	0	100
$D_{1,2}$	200	20	-100	0	20	-100	0	25	0	100
$D_{2,2}$	100	20	-100	100	20	-100	100	-	-	-
B_1	300	-5	0	0	-10	-100	0	0	0	∞
B_2	200	0	-100	∞	0	-100	∞	-	-	-
W_1	200	0	0	∞	-10	-100	0	0	0	∞
W_2	200	0	-200	∞	0	-200	∞	-	-	-

A bemutatott számítási módszer szerint, ahhoz hogy egy J darab jobboldali paraméterrel rendelkező lineáris programozási feladat menedzsment szempontból korrekt jobboldali paraméter érzékenységvizsgálati eredményeit megkapjuk, $6J$ LP feladatot kell megoldani. Ezek száma azonban matematikai és menedzsment szűrések segítségével csökkenthető.

3.3. 3. tézis

A hagyományos LP szoftverek alkalmazásakor az érzékenységvizsgálati eredmények a feladat optimális megoldásával egy időben rendelkezésre állnak. A kidolgozott számítási módszerrel a menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati információkhoz célfüggvény-együtthatónként kettő és jobboldali paraméterenként hat további LP feladat megoldására van szükség az alapfeladaton túl. Ezek száma azonban szűrés segítségével csökkenthető. A menedzsment információigénye szerint mérsékelhető a megoldandó LP feladatok száma, amennyiben nincs szükség valamilyen érzékenységvizsgálati eredményre. Ez az adott modelltől és alkalmazási környezetétől függ, általánosítások itt nem fogalmazhatóak meg. Néhány megfontolás ezzel kapcsolatban az értekezésben megtalálható. Matematikai megfontolások alapján ugyancsak csökkenthető a megoldandó feladatok száma. A

kereskedelmi forgalomban kapható szoftverek által szolgáltatott eredményekből megállapítható, hogy a feladat degenerált-e. Ha valamelyik jobboldali paraméterhez tartozó árnyékár érvényességi tartományának megengedett maximális csökkenése vagy növekedése zéró, akkor a feladat degenerált. Ha egy árnyékár nem az érvényességi tartományának szélén van – vagyis jobboldali paraméterének megengedett csökkenése és növekedése sem zéró – akkor a szoftver által kiszámított árnyékár helyes. Ekkor csupán az árnyékár érvényességi tartományát kell ellenőrizni, mert degenerált esetben előfordulhat, hogy a szoftverek szűkebb érvényességi tartományt határoznak meg. Így korlátozó feltételenként négy LP feladat megoldásától eltekinthetünk.

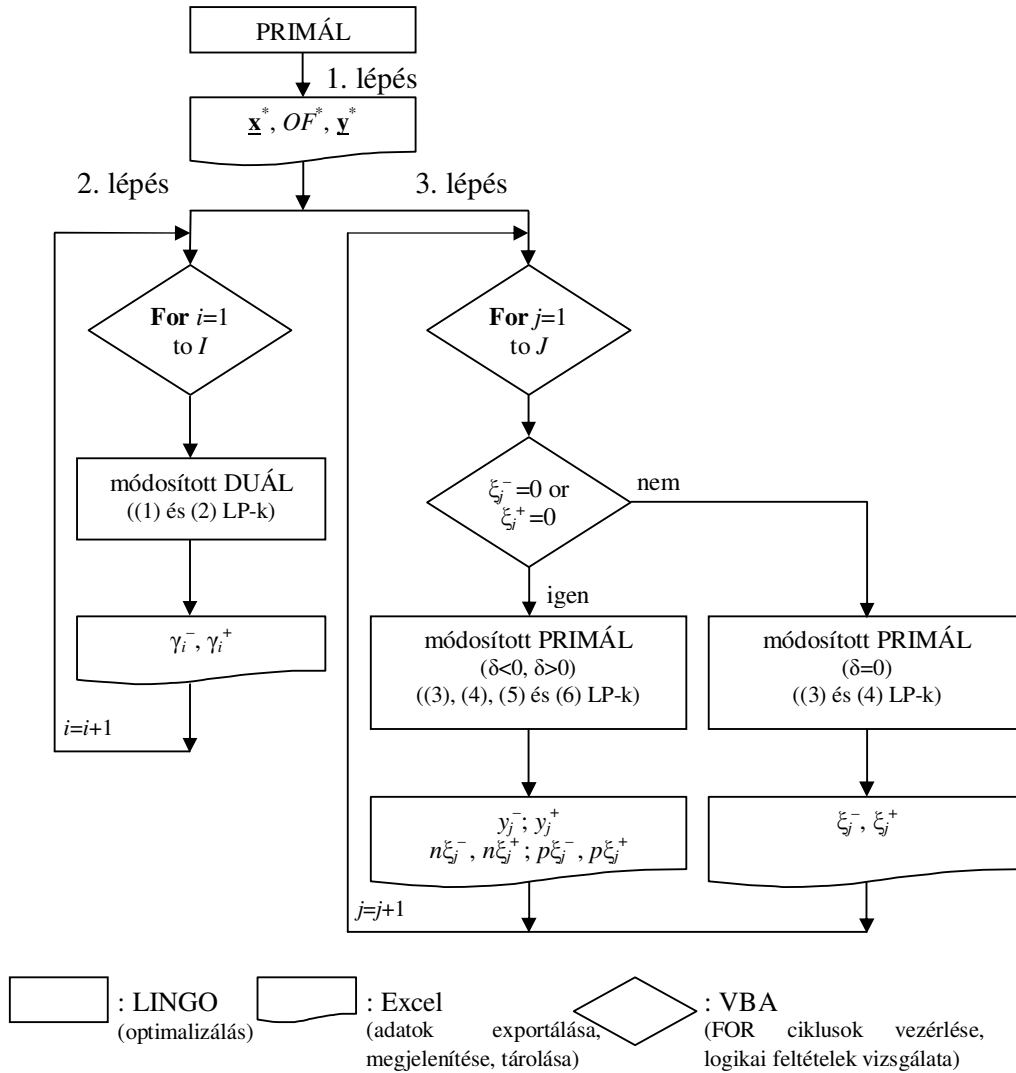
3. tézis: Az általam létrehozott számítástechnikai modellel degenerált lineáris programozási feladatok menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálata elvégezhető.

(Kapcsolódó saját publikációk: S2, S3, S5, S8, S9, S14)

A kialakított számítási módszert az Excel táblázatkezelő, a Visual Basic makrókezelő, valamint a LINGO matematikai programozási szoftverek segítségével valósítottam meg a gyakorlatban. A számítástechnikai modell lépései – amelyeket az 1. ábra foglal össze – az alábbiak:

1. Első lépésben megoldjuk a primál feladatot, majd exportáljuk a felhasználó által meghatározott változók optimális értékeit, valamint az optimum értékét az Excelbe.
2. Második lépésként a célfüggvény-együtthatók menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálatát végezzük el. I darab célfüggvény-együtthatóra kell számolni a megengedett legnagyobb csökkenés, illetve növekedés értékét. A Visual Basic egy FOR ciklus segítségével szervezi $i=1$ -től $i=I$ -ig a LINGO által megoldandó LP feladatokat. Egy cikluson belül először kiszámolja az érvényességi tartomány alsó, majd felső határát kijelölő megengedett változások értékeit.
3. A számítás harmadik lépése a jobboldali paraméterek érzékenységvizsgálata. A VBA $j=1$ -től $j=J$ -ig minden jobboldali paraméterre megvizsgálja, hogy adott korlátozó feltétel alsó vagy felső határon teljesül-e ($\xi_j^- = 0$ or $\xi_j^+ = 0$). Ha ez a feltétel igaz, akkor kétoldali árnyékárak létezhetnek, vagyis mind a hat LP feladatot meg kell oldani. A VBA adott j jobboldali paraméterre először kiszámítja a baloldali árnyékárát, majd az ehhez tartozó jobboldali paraméter megengedett legnagyobb csökkenésének és növekedésének értékét; majd meghatározza a jobboldali árnyékárát és az ehhez tartozó érvényességi tartományt. Amikor a korlátozó feltétel nem a határon teljesül – vagyis a

kezdeti feltétel hamis – akkor csak két LP feladat megoldására van szükség. Ebben az esetben j jobboldali paraméterre vizsgáljuk, hogy mekkora annak megengedhető maximális csökkenése, illetve növekedése.



1. ábra: A menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálat gyakorlati megvalósítása

3.4. 4. tézis

A bináris programozási feladatok egy klasszikus alkalmazási területe a gyártósor-kiegyenlítés, amelynek segítségével termékek gyártását vagy szolgáltatások nyújtását lehet hatékonyan szervezni.

A gyártósor-kiegyenlítés egyik alapmodellje az SALBM-1, amely a rendelkezésre álló idő és a gyártási mennyiség – következésképpen a ciklusidő – ismeretében minimalizálja az

összeszereléshez szükséges munkahelyek számát. A gyártósor-kiegyenlítés másik fontos alapmodellje az SALBM-2, amely adott munkahelyszám mellett minimalizálja a ciklusidőt – következésképpen maximalizálja a gyártási mennyiséget.

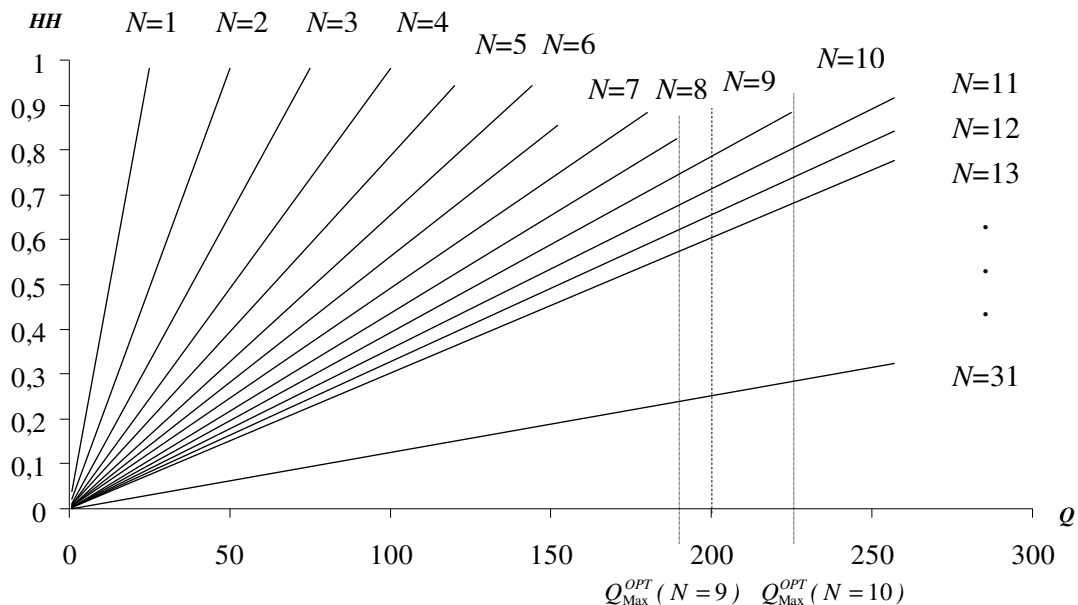
4. tézis: Létrehozható egy olyan grafikus segédeszköz, amelynek segítségével leellenőrizhető egy ismert gyártási feladat esetén a különböző gyártási mennyiségekhez tartozó leghatékonyabb gyártósor konfiguráció. A grafikon segítségével meghatározható, hogy a gyártási mennyiség milyen értékeire optimális az alkalmazott gyártósor.

(Kapcsolódó saját publikációk: S1, S6, S7, S11)

Az SALBM-2 segítségével a következőképpen határozható meg az a tartomány, amelyen belül N darab munkahely alkalmazása optimális:

$$Q_{\text{Max}}^{\text{OPT}}(N-1) < Q \leq Q_{\text{Max}}^{\text{OPT}}(N), \quad (7)$$

ahol $Q_{\text{Max}}^{\text{OPT}}(N)$ az N darab munkahelyhez tartozó maximális gyártási mennyiség. Ha a gyártási mennyiség (7) szerint alakul, a gyártósor maximális hatékonysággal működik, mivel több termék előállítása csak további munkahely igénybevételével lehetséges, kevesebb termék legyártásához pedig kevesebb munkahely is elegendő. Az optimális gyártási tartományt egy kerékpár összeszerelési folyamat példáján a 2. ábra szemlélteti.



2. ábra: A hozzárendelés hatékonysága a gyártási mennyiség és a munkahelyszám függvényében, valamint az optimális gyártási tartomány

3.5. 5. tézis

A gyártósorok működési paramétereinek optimalizálásakor fontos szempont lehet a dolgozók eltérő képzettségi szintjeinek figyelembe vétele. Az irodalomban található ilyen témájú cikkek csak az adott szituációra vonatkozóan fogalmaznak meg feltételeket (Izd. pl. Corominas et al., 2008). Nem találtam a szakirodalomban olyan modellt, amely általánosan leírná a gyártósori dolgozók eltérő képzettségi szintjét és vizsgálná annak az optimális megoldásra gyakorolt hatását.

5. tézis: Az általam kidolgozott modellrendszer segítségével a gyártósor különböző működési paramétereinek optimalizálása során figyelembe vehető az eltérő képzettséggel rendelkező dolgozók alkalmazásának hatása. A dolgozók eltérő képzettségét figyelembe vevő gyártósor-kiegyenlítési modellekben a meghatározott képzettségű dolgozók és munkahelyek összerendelésére alkalmazott döntési változók száma csökkenthető.

(Kapcsolódó saját publikációk: S4, S6, S7, S10)

A különböző képzettségű dolgozók alkalmazásának vizsgálata során három esetet különítettem el egymástól. Alacsony, magas és speciális képzettségű dolgozók eseteit vizsgáltam.

Az alacsony képzettségű dolgozók esetében a képzettségi szintet jelző szám emelkedésével nő a képzettségi szint, tehát az elévélhető feladatok köre. A legalacsonyabb képzettségű dolgozók ($k=1$) csak a legegyszerűbb feladatokat tudják ellátni, a következő képzettségi szinten lévő dolgozók ($k=2$) már egy kicsit bonyolultabb munkát is meg tudnak csinálni, a legmagasabb képzettségű dolgozókhoz ($k=K$) bármilyen feladat hozzárendelhető. A gyártósor-kiegyenlítési modellekben az alacsony képzettségűekre vonatkozó szabályt a következő feltételekkel írhatjuk elő:

$$\sum_{m \in S_k} x_{mn} \leq z \sum_{v=k}^K l_{nv} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^N l_{nk} \geq W_k \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^K l_{nk} \leq 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (10)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{mn} \geq l_{nk} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K, \quad (11)$$

ahol x_{mn} az m -edik feladat n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója, S_k a k -adik szintű feladatok halmaza, z egy tetszőlegesen nagy szám, l_{nk} a k -adik képzettségi szintű dolgozók n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója és W_k a k -adik képzettségi szintű dolgozók számának alsó korlátja.

A magas képzettségű dolgozók esetében a képzettségi szint csökkenésével nő a képzettségi szintet jelölő szám. A legmagasabb képzettségűek ($k=1$) bármilyen feladatot el tudnak végezni, a legkevésbé képzett dolgozókhoz ($k=K$) csak a legegyszerűbb feladatok rendelhetők. A gyártósor-kiegyenlítési modellekben a magas képzettségűekre vonatkozó szabályt a következő feltételekkel írhatjuk elő:

$$\sum_{m \in S_k} x_{mn} \leq z \sum_{v=1}^k h_{nv} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^N h_{nk} \leq W_k \quad k = 1, \dots, K \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K h_{nk} \leq 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (14)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{mn} \geq h_{nk} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K, \quad (15)$$

ahol x_{mn} az m -edik feladat n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója, S_k a k -adik szintű feladatok halmaza, z egy tetszőlegesen nagy szám, h_{nk} a k -adik képzettségi szintű dolgozók n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója és W_k a k -adik képzettségi szintű dolgozók számának felső korlátja.

A speciális képzettségű dolgozók esetében az alkalmazottak meghatározott feladatokra specializálódtak és csak ezeket képesek ellátni. Tehát k -adik szintű feladat csak k -adik képzettségi szintű dolgozóhoz rendelhető. Ezt a következő feltételekkel írhatjuk elő:

$$\sum_{m \in S_k} x_{mn} \leq z e_{nk} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K \quad (16)$$

$$\sum_{m \notin S_k} x_{mn} \leq z(1 - e_{nk}) \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K \quad (17)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{mn} \geq e_{nk} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K, \quad (18)$$

ahol x_{mn} az m -edik feladat n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója, S_k a k -edik szintű feladatok halmaza, z egy tetszőlegesen nagy szám és e_{nk} a k -edik képzettségi szintű dolgozók n -edik munkahelyhez rendelésének bináris változója.

A dolgozók képzettségi szintekbe és a feladatok nehézsége szerinti szervezésének egy speciális esete, ha csak két szintet különböztetünk meg egymástól. Ebben az esetben egy dolgozó vagy feladat vagy rendelkezik az adott tulajdonsággal vagy nem. Ezzel a sajátos helyzettel az értekezésben külön foglalkozom. A különböző képzettségű dolgozók gyártósoron történő alkalmazásának optimális megoldásra kifejtett hatását egy 31 tevékenységre bontható kerékpár összeszerelési folyamattal illusztráltam. A kerékpár összeszerelésének vizsgálata során két képzettségi szintet különítettem el – mindhárom esetben.

Mivel a bináris programozási modellek az NP hard típusú feladatok közé tartoznak, ezért a döntési változók számának csökkentése mindig fontos része volt a kutatásoknak.

Ha ismert, hogy az m -edik feladat elméletileg melyik munkahelyhez rendelhető hozzá legkorábban (LJ_m), akkor a k -edik képzettségi szinthez tartozó feladatok elméleti legkorábbi munkahelyeinek minimuma adja meg azt, hogy a k -edik képzettségi szintű dolgozó hányadik munkahelyhez rendelhető hozzá legkorábban, tehát

$$LS_k = \min_{m \in S_k} (LJ_m). \quad (19)$$

Hasonlóan, ha minden m -edik tevékenységre ismert, hogy elméletileg hányadik munkahelyhez rendelhető hozzá legkésőbb (UJ_m), akkor a k -edik képzettségi szintű dolgozó elméleti legkésőbbi munkahelyének sorszáma megegyezik a k -edik képzettségi szinthez tartozó feladatok legkésőbbi munkahelyének maximumával, tehát

$$US_k = \max_{m \in S_k} (UJ_m). \quad (20)$$

(19) és (20) segítségével, így a következők szerint csökkenthető a k -edik képzettségi szintű dolgozó n -edik munkahelyhez rendelését meghatározó változók száma:

$$l_{nk} = 0 \quad n < LS_k \text{ and } n > US_k \quad k = 1, \dots, K, \quad (21)$$

$$h_{nk} = 0 \quad n < LS_k \text{ and } n > US_k \quad k = 1, \dots, K, \quad (22)$$

$$e_{nk} = 0 \quad n < LS_k \text{ and } n > US_k \quad k = 1, \dots, K. \quad (23)$$

4. GYAKORLATI HASZNOSÍTÁS ÉS TOVÁBBI KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK

Kutatásaim során a menedzsmentdöntések kvantitatív eszközökkel történő támogatásával foglalkoztam, és célom a mindennapi döntéshozatalt megkönnyítő eszközök fejlesztése, kialakítása volt. A kutatásaim eredményeként létrehozott számítási módszerek és modellek gyakorlati alkalmazása hozzájárulhat a termelési és szolgáltatási folyamatok alaposabb megismeréséhez, valamint a folyamatok hatékonyabb működéséhez.

A degenerált lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálatával kapcsolatos (1) és (2) tézisem gyakorlati jelentősége abban áll, hogy az ismertetett számítási módszer segítségével bármilyen lineáris programozási feladat menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálata elvégezhető – tetszőleges eszközök igénybevételével. (3) tézisemben egy olyan számítástechnikai módszert mutattam be, amelynek segítségével az (1) és (2) tézisben ismertetett számítások megvalósíthatóak a gyakorlatban. Az első három tézisem segítségével a menedzsment szempontból korrekt érzékenységvizsgálati eredmények tetszőleges lineáris programozási feladatra meghatározhatóak.

A (4) és (5) téziseim a gyártósor-kiegyenlítési probléma matematikai programozási modelljeinek gyakorlati alkalmazásával foglalkoznak. A (4) tézis egy olyan grafikus segédeszköz elkészítését teszi lehetővé, amely segítségével ránézésre megállapítható egy adott gyártási mennyiségről, hogy az az optimális tartományban helyezkedik-e el. A grafikon segítségével a hozzárendelési hatékonyság javításának iránya is könnyedén meghatározható. A különböző képzettséggel rendelkező dolgozók alkalmazásának optimális megoldásra kifejtett hatásával az (5) tézis foglalkozik. A tézisben felírt modellek lehetővé teszik, hogy a gyártósor tetszőleges paramétereinek optimalizálása során (gyártási mennyiség, szükséges erőforrások) a menedzsment figyelembe vehesse, ha az alkalmazottak képzettsége jelentősen eltér egymástól. Logikai feltételek segítségével csökkenthető a felírt modellek döntési változóinak száma. (5) tézisem eredményei alátámasztják, hogy a napi menedzsmentdöntések támogatásában, a különböző képzési programokkal kapcsolatos kérdésekben a gyártósor-kiegyenlítés matematikai modelljei hatékony segítséget nyújthatnak.

Kutatásaim eredményeként olyan eszközöket alakítottam ki, amelyek segítségével a menedzsmentdöntések hatékonysága kvantitatív módszerek alkalmazásával javítható. A degenerált lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálatával kapcsolatos kutatási eredményeket szükség lenne egy matematikai programozási szoftverbe implementálni. Ily módon téve lehetővé, hogy szükség szerint, az LP eredmények a matematikai vagy a

menedzsment szempontú érzékenységvizsgálati információkat tartalmaznak. A gyártósor-kiegyenlítéssel kapcsolatos kutatási eredményeim egy nagyobb kutatás első lépésének tekinthetőek. Egy fontos kutatási terület lehet a matematikai programozási modellek kiterjesztése és a megállapítások, modellek adaptálása más egyszerű vagy általános gyártósor-kiegyenlítési modellekre. Fontos lehet továbbá annak vizsgálata is, hogy a képzettségi szint matematikai modellezésére milyen további – például a tanulási hatást is figyelembe vevő – lehetőségek vannak.

5. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE

Könyv, könyvrészlet, egyetemi jegyzet

- S1 Tatay V. (2010): Gyártósor-kiegyenlítés alkalmazásának tapasztalatai egy kerékpárgyártó üzem példáján. *Pro Scientia Aranyérmesek X. jubileumi konferenciája*, Harvard Press, Budapest, ISBN 978-963-88289-1-0, pp. 74-79.
- S2 Koltai T., Kalló N., Tatay V. (2009): Optimumkeresés bizonytalan paraméterekkel a termelés- és szolgáltatásmenedzsmentben. In Veresné Somosi M. (szerk.) : *Vezetési ismeretek III.* Miskolci Egyetem Gazdaságtudományi Kar, ISBN: 978-963-661-886-5; 978-963-661-889-6, pp. 104-115.

Web of Science adatbázisban szereplő folyóiratcikk

- S3 Koltai, T., Tatay, V. (2011): A Practical Approach to Sensitivity Analysis in Linear Programming under Degeneracy for Management Decision Making. *International Journal of Production Economics (IF=1,760)* , Vol. 131, No. 1, pp. 392-398.

Scopus adatbázisban szereplő folyóiratcikk

- S4 Koltai, T., Tatay, V. (2011): Formulation of Simple Workforce Skill Constraints in Assembly Line Balancing Models. *Periodica Polytechnica – Social and Management Sciences*, Vol. 19, No. 1, pp. 43-50.

Magyarországon kiemelt folyóiratban megjelent folyóiratcikk

- S5 Koltai T., Romhányi G., Tatay V. (2009): Optimalizálás bizonytalan paraméterekkel a termelés- és szolgáltatásmenedzsmentben. *Vezetéstudomány*, XL. évf., Június, pp. 68-73.

Nemzetközi részvételű konferencia kiadványában megjelent idegen nyelvű előadás

- S6 Koltai, T., Tatay, V., Kalló, N.(2011): Application of Simple Assembly Line Balancing Models to Support Quick Response Operation in a Bicycle Production Process. *3rd Rapid Modelling Conference: Rapid Modelling for Sustainability*. Leuven, Belgium, 09.12-14.2011, pp. 1-10.
- S7 Koltai, T., Tatay, V. (2010): Application of Simple Assembly Line Balancing Models to Support Production Quantity Related Decisions. *16th International Working Seminar on Production Economics*. Innsbruck, Austria, 03.01-05.2010, pp. 285-296.
- S8 Koltai, T., Tatay, V. (2008): Support of production management decisions by sensitivity analysis of linear production planning models. *15th International Annual EurOMA Conference*. Groningen, Netherlands, 06.15-18.2008, pp. 1-10.
- S9 Koltai, T., Tatay, V. (2008): A Practical Approach to Sensitivity Analysis of Linear Programming under Degeneracy in Management Decision Making. *15th International Working Seminar on Production Economics, Pre-Prints Volume III*. Innsbruck, Austria, 03.03-07.2008, pp. 223-234.

Helvi részvételű konferencia kiadványában megjelent idegen nyelvű előadás

- S10 Tatay, V., Koltai, T. (2011): Supporting Production Management Decisions with Assembly Line Balancing Models in the Presence of Skilled and Unskilled Workers. *microCAD 2011 International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, 03.31-04.01.2011, pp. 125-130.
- S11 Tatay, V., Koltai, T. (2010): Solving Assembly Line Balancing Models in Excel Environment to Support Production Management Decisions. *microCAD 2010 International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, 03.18-20. 2010, pp. 165-170.
- S12 Inczédy, K., Koltai, T., Tatay, V. (2010): The Comparison of the Optimal and Real Operation in a Yeast Production Plant – A Case Study. *microCAD 2010 International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, 03.18-20. 2010, pp. 159-164.
- S13 Koltai, T., Tatay, V. (2009): Application of Fuzzy Parameters in Production Planning Models. *microCAD 2009 International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, 03.19-20.2009, pp. 141-146.
- S14 Koltai, T., Tatay, V. (2008): The effect of degenerate LP sensitivity analysis results on management decision making. *microCAD 2008 International Scientific Conference, Economic Challenges in the XXI Century Section*. Miskolc, Hungary, 03.20-21.2008, pp. 27-32.

Magyar nyelvű, kiadványában megjelent konferencia-előadás

- S15 Tatay V., Koltai T.: Menedzsmentdöntések támogatása munkások különböző képzettségeit figyelembe vevő gyártósor-kiegyenlítési modellekkel. „Hitel, Világ, Stádium” jubileumi konferencia, Sopron, 2010.
- S16 Tatay V., Koltai T.: Gyártósor-kiegyenlítés alkalmazásának tapasztalatai egy kerékpárgyártó üzem példáján., Pro Scientia Aranyérmesek X. jubileumi konferenciája, Budapest, 2010.09.30.- 2010.10.03.

Nem publikáció értékű munkák

Tudományos Diákköri dolgozat

- S17. Tatay V., Degenerált lineáris programozási feladatok érzékenységvizsgálata menedzsmentalkalmazásoknál
- TDK dolgozat, Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar, Menedzsment Szekció (I. díj, Pro Progressió Alapítvány különdíja), 2007. november
 - XXIX. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Közgazdaságtudományi Szekció, Gazdasági Informatika Tagozat, (I. díj) 2009. április
- S18. Tatay V., Menedzsmentdöntések érzékenységvizsgálati problémáinak szemléltetése az AIMMS szoftverrel
- TDK dolgozat, Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar, Menedzsment Szekció (I. díj), 2006. november
 - XXVIII. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Közgazdaságtudományi Szekció, Termelésmenedzsment és Logisztika Tagozat (II. díj), 2007. április

Csak szóban elhangzott konferencia-előadás

- S19 Koltai, T., Tatay, V.: Formulation of General Workforce Skill Constraints in Assembly Line Balancing Models, *Veszprém Optimization Conference: Advanced Algorithms (VOCAL)*, Veszprém, Hungary, December 11-14., 2010.
- S 20 Koltai, T., Tatay, V., The Interpretation of Fuzzy Linear Programming Results of Production Planning Problems, *Veszprém Optimization Conference: Advanced Algorithms (VOCAL)*, Veszprém, Hungary, December 15-17., 2008.

Az összes publikációk száma: 16

Az összes lektorált publikációk száma: 5

Az összes referált publikációk száma: 1

Az összes ismert hivatkozások száma: 20

Az összes ismert idegen hivatkozások száma: 1

A Science Citation Index szerinti összes hivatkozások száma: 1

A Science Citation Index szerinti hivatkozások között az idegen hivatkozások száma: 1

Összegzett impakt faktor: 1,760

Hivatkozásjegyzék

1. Koltai, T., Tatay, V. (2008): A Practical Approach to Sensitivity Analysis of Linear Programming under Degeneracy in Management Decision Making. *15th International Working Seminar on Production Economics, Pre-Prints Volume III*. Innsbruck, Austria, 03.03-07.2008, pp. 223-234. cikkre hivatkozik
- Borgonovo E., Peccati L. (2011): Finite Change Comparative Statics for Risk Coherent Inventories, *International Journal of Production Economics*, Vol. 131, No. 1, pp 52-62.

6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉZISEI ANGOL NYELVEN

Business environment and competitive strategy change dynamically and the selection of a proper management paradigm is an important source of company competitiveness. Following the cost and quality based competition of the past decades time based competition is the currently prevailing management paradigm. However, time cannot be a strategic resource for a long time, a new source of competitiveness is expected to appear and spread. According to Davenport, quantitative approach can be the next source of competitiveness of leading companies. Consequently, development and practical application of quantitative tools can be an important part of competitiveness. My scientific results are connected to mathematical models serving competitions based on the application of quantitative methods.

Linear programming is one of the most important area of mathematical programming. Sensitivity analysis can be more important than the optimal solution, since the effects of change in the objective function coefficients and right hand side parameters can be followed with the help of sensitivity analysis results. However, sensitivity analysis results can be misleading from management point of view if the linear programming model is degenerate. In the first part of my research I dealt with sensitivity analysis of degenerate linear programming models.

The validity ranges of the objective function coefficients determined by commercial software packages can be narrower than the real ranges. This not proper information can lead to unnecessary focus of the management on these coefficients.

Thesis 1: A computational method that provides correct sensitivity information for management decision making related to validity ranges of the objective function coefficients in case of degeneracy can be created.

If the linear programming model is degenerate misleading shadow price and validity range information can be determined by commercial software packages. In case of degeneracy left and right shadow prices can exist, however, only one shadow price is calculated by commercial mathematical programming software for each right hand side parameter. The effect of the increase and the decrease of the limited resources can be different as right and left hand side shadow prices exist. The validity range information of the shadow prices can also be narrower than the real ranges in case of degeneracy. The erroneous

sensitivity analysis results of the right hand side parameters can lead to inaccurate management decisions.

Thesis 2: A computational method which provides correct sensitivity analysis results for management decision making related to right-hand-side parameters in case of degeneracy can be created. The left and right shadow prices with the proper validity range of the right hand parameter can be determined with the method.

Commercial software packages provide sensitivity analysis results with the optimal solution – no further calculation is needed. The created method requires the solution of several additional linear programming models. However, the number of additional linear programming models can be reduced.

Thesis 3: A computational model that calculates proper sensitivity analysis results when the optimal solution is degenerate is established. In the model mathematical filtering is automated, and further possibilities for reduction of the additional linear programming models based on managerial considerations are suggested.

One important practical application of binary programming is assembly line balancing. Assembly line balancing occurs where several indivisible work elements (tasks) are to be grouped into workstations. Several parameters of assembly lines can be optimized with mathematical programming models. With the help of assembly line balancing models efficiency of production and service processes can be increased.

Thesis 4: A graphical tool to determine the most efficient assembly line configuration for a given production process is developed. The optimal production quantity range for an assembly line with given number of workstations can be determined with the help of the graph.

Workers with different qualifications can work on assembly lines, therefore the assignment of tasks to workstations can be influenced by workforce skill conditions. There are very few papers which are dedicated to the consideration of workforce skill in assembly line balancing models. Most papers add some work force skill constraints when a special practical case is solved. I did not find a paper, however, which generalizes skill constraints and provides method to formulate skill conditions routinely for practical situations. There can be workers who are low skilled and cannot do complex tasks. High skilled workers can be

preferred in case of difficult tasks. Special tasks can exist that should be performed by special workers.

Thesis 5: A modeling framework which can help to consider the effect of different workforce skill situations in the optimization of assembly lines is constructed. The number of decision variables applied to assign differently skilled workers to workstations in assembly line balancing models considering worker skill conditions can be decreased.

The scientific results of my research can contribute to the success of leading companies. The mathematical methods and models I created can result in better performance and more efficient operation of leading companies.

7. IRODALOMJEGYZÉK

1. Boysen, N., Fliedner, M. and Scholl, A. (2008): Assembly Line Balancing: Which Model to Use When? *International Journal of Production Economics*, Vol. 111, pp. 509-528.
2. Corominas, A, Pastor, F. and Plans, J. (2008): Balancing Assembly Line with Skilled and Unskilled Workers. *Omega*, Vol. 36, pp. 1126-1132.
3. Davenport T. H. (2006): Competing on Analytics. *Harvard Business Review*, January, pp. 97-106.
4. Gal, T. (1986): Shadow Prices and Sensitivity Analysis in Linear Programming under Degeneracy. *OR Spektrum*, Vol. 8, pp. 59-71.
5. Hillier, S. F., and Lieberman, G. J. (1995): *Introduction into Operations Research*. McGraw-Hill International Editions
6. Jansen, B., de Jong, J. J., Roos, C., Terlaky, T. (1997): Sensitivity analysis in linear programming: just be careful! *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, pp. 15-28.
7. Koltai T. (2001): *A termelésmenedzsment alapjai I*. Műegyetemi Kiadó, Budapest
8. Koltai, T., Terlaky, T. (2000): The difference between the managerial and mathematical interpretation of sensitivity analysis results in linear programming. *International Journal of Production Economics*, Vol. 65, pp. 257-274.
9. Nahmias, S. (1997): *Production and Operation Analysis*, Irwin
10. Porter, M. E. (2006): *Versenystatégia*. Akadémiai Kiadó, Budapest
11. Rapcsák T. (1988): Az operációkutatás kialakulásáról és hazai helyzetéről. *Magyar Tudomány*, 4. sz., pp. 259-266.
12. Rubin, D. S., Wagner, H. M. (1990): Shadow Prices: Trips and Traps for Managers and Instructors. *The Institute of Management Sciences*, Vol. 20, pp. 150-157.
13. Stalk, G. Jr., Hout T. M. (1990): *Competing Against Time: How Time Based Competition is Reshaping Global Markets*, New York, Free Press
14. Waters, D. (1996): *Operations Management*, Addison-Wesley Publishing Company

8. JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

Indexek:

- i – lineáris programozási feladatok változóinak indexe ($i=1,\dots,I$)
- j – lineáris programozási feladatok sorainak indexe ($j=1,\dots,J$)
- m – feladatok indexe ($m=1,\dots,M$)
- n – munkaállomások indexe ($n=1,\dots,N$)
- k – tevékenységek és dolgozók képzettségi szintjének indexe ($k=1,\dots,K$)

Paraméterek:

- \mathbf{A} – együtthatómátrix, amelynek elemei a_{ji}
- \mathbf{A}^T – együtthatómátrix transzponáltja, amelynek elemei a_{ij}
- \mathbf{b} – jobboldali paramétereket tartalmazó vektor, amelynek elemei b_j
- \mathbf{c}^T – célfüggvény-együtthatókat tartalmazó vektor, amelynek elemei c_i
- M – feladatok száma a gyártósor-kiegyenlítési modellben
- N – munkahelyek száma a bináris gyártósor-kiegyenlítési modellben
- LJ_m – a legkorábbi olyan munkahely, amelyhez az m -edik tevékenység a megelőző tevékenységek miatt hozzárendelhető
- UJ_m – a legkésőbbi munkahely, amelyhez az m -edik tevékenység a követő műveletek miatt hozzárendelhető
- LS_k – a legkorábbi olyan munkahely, amelyhez a k -adik képzettségi szintű dolgozó hozzárendelhető
- US_k – a legkésőbbi munkahely, amelyhez a k -adik képzettségi szintű dolgozó hozzárendelhető
- Q – gyártási mennyiség
- $Q_{Max}^{OPT}(N)$ – N darab munkahelyhez tartozó maximális gyártási mennyiség
- z – kellően nagy szám
- W_k – a k -adik szintű speciális dolgozók száma

Halmazok:

- S_k – k -adik szintű feladatok halmaza

Változók:

- \mathbf{x} – a primál feladat változóit tartalmazó vektor, melynek elemei x_i
- \mathbf{x}^* – a primál feladat változóinak optimális értékeit tartalmazó vektor, melynek elemei x_i^*
- \mathbf{y} – a duál feladat változóit tartalmazó vektor, melynek elemei y_j
- \mathbf{y}^* – a duál feladat változóinak optimális értékeit tartalmazó vektor, melynek elemei y_j^*
- OF^* – a célfüggvény optimális értéke
- \mathbf{e}_i – I elemű egységvektor, melynél, $e_i=1$ és $e_k=0$ minden $k \neq i$ esetén
- \mathbf{e}_j – J elemű egységvektor, melynél, $e_j=1$ és $e_k=0$ minden $k \neq j$ esetén
- δ – jobb-oldali paraméter perturbációja

- y_j^- – a b_j jobb oldali paraméter bal-oldali árnyékára ($\delta < 0$) (SP^-)
- y_j^+ – a b_j jobb oldali paraméter jobb-oldali árnyékára ($\delta > 0$) (SP^+)
- γ_i – a c_i célfüggvény-együttható változása
- γ_i^- – a c_i célfüggvény-együttható megengedett csökkenésének értéke
- γ_i^+ – a c_i célfüggvény-együttható megengedett növekedésének értéke
- ξ_j – a b_j jobb oldali paraméter változása
- $n\xi_j^-$ – a b_j jobb oldali paraméter baloldali árnyékárához tartozó megengedett csökkenés
- $n\xi_j^+$ – a b_j jobb oldali paraméter baloldali árnyékárához tartozó megengedett növekedés
- $p\xi_j^-$ – a b_j jobb oldali paraméter jobboldali árnyékárához tartozó megengedett csökkenés
- $p\xi_j^+$ – a b_j jobb oldali paraméter jobboldali árnyékárához tartozó megengedett növekedés
- ξ_j^- – a b_j jobb oldali paraméter megengedett csökkenése
- ξ_j^+ – a b_j jobb oldali paraméter megengedett növekedése
- x_{mn} – 0-1 döntési változó; $x_{mn}=1$, ha az m -edik feladatot az n -edik munkahelyhez rendeljük, $x_{mn}=0$ különben
- l_{nk} – 0-1 döntési változó; $l_{nk}=1$, ha az n -edik munkahelyen k -adik szintű alacsony képzettségű dolgozó van, 0 különben
- h_{nk} – 0-1 döntési változó; $h_{nk}=1$, ha az n -edik munkahelyen k -adik szintű magas képzettségű dolgozót alkalmazunk, 0 különben
- e_{nk} – 0-1 döntési változó; $v_{nk}=1$, ha az n -edik munkahelyhez k -adik szintű speciális képzettségű dolgozót rendelünk, 0 különben