TP modell transzformáció alapú csúszómód szabályozás és súrlódás kompenzáció

Ph.D. tézisfüzet

Takarics Béla

Témavezetők:
Korondi Péter Ph.D., D.Sc.
Baranyi Péter Ph.D., D.Sc.

Budapest, 2011.

1 A kutatási feladat előzménye, tudományos háttere

Az értekezésben ismertetett tudományos eredményekhez vezető kutatómunka az elmúlt évtizedben szinte párhuzamosan megjelent, áttörő jelentőségű irányításelméleti és matematikai eredményekre, illetve rendszerelméleti szemléletváltozásra támaszkodik.

Több-célú nemlineáris szabályozás elmélet

Az elmúlt évtizedben a rendszerelméleti identifikációs modellek reprezentációja jelentősen megváltozott. A tudományos szemléletváltozás eredetileg HILBERT híres, 1900-ban tartott párizsi előadására vezethető vissza. HILBERT 13. sejtésében azt feltételezte [42,43,45], hogy nem minden n-változós függvény bontható fel n-nél kisebb változószámú függvények kompozíciójára. Hozzátette, hogy e sejtés tisztázása lesz a következő évszázad matematikusainak egyik legnagyobb feladata. 1950-ben ARNOLD megcáfolta a sejtést [4], sőt KOLMOGOROV később bebizonyította [57], hogy bármely függvény felbontható egyváltozós függvények kompozíciójára, amivel tulajdonképpen az *univerzális approximátorok* létezését igazolta. (További jelentős eredményeket találunk e témakörrel kapcsolatban LORENTZ és SPRECHER munkáiban [70,90].) Ezen eredményekre támaszkodva hamarosan bebizonyították, hogy a biológiai indíttatású mesterséges neurális hálózatok és genetikus algoritmusok, valamint a filozófiai indíttatású fuzzy logika közelítő eszközei között is vannak univerzális approximátorok [14, 19, 23, 47, 60, 77, 94, 101]. Így ezek az approximátorok megjelentek a rendszerelméleti identifikációs modellek között, és hatékony eszközöknek bizonyultak bonyolult, analitikusan nem, vagy csak nehezen leírható rendszerek esetén is.

A lineáris algebra és a lineáris algebra alapú jelfeldolgozás világában az egyik leggyümölcsözőbb fejlesztés a szinguláris értékfelbontás (SVD) kidolgozása mátrixokra. A mátrixdekompozíció története az 1980-as évekig nyúlik vissza. Az elmúlt 150 évben számos matematikus — Eugenio Beltrami (1835–1899), Camille Jordan (1838–1921), James Joseph Sylvester (1814–1897), Erhard Schmidt (1876–1959) és Hermann Weyl (1885–1955), csakhogy néhányat említsünk a legjelentősebbek közül — munkálkodott a szinguláris értékfelbontás megalkotásán és elméletének kidolgozásán [92]. Gene Golub úttörő munkásságának köszönhetően stabil és hatékony algoritmusok állnak rendelkezésre a szinguláris értékfelbontás kiszámítására [40]. Újabban az SVD számos tudományterületen tölt be fontos szerepet [26,74,97]. A népszerűsége nőtt a hatékonyabb számítási metódusoknak köszönhetően. A személyi számítógépek fejlődésével lehetővé vált a nagyméretű, többdimenziós problémák kezelése és így megnőtt az igény az SVD tenzorokra értelmezett magasabb rendű kiterjesztésére. A magasabb rendű SVD (Higher Order SVD, HOSVD) hatékonyan használható a független komponens analízisre [64] ugyanúgy, mint dimenzió csökkentésre a magasabb rendű faktoranalízis típusú problémákra — így csökkentve a számítási komplexitást [63] — csak hogy néhány példát említsünk. A HOSVD-ről, mint egy teljes többdimenziós SVD eljárásról elsőként 2000-ben publikáltak [65], és a 2005. augusztus 29. és szeptember 2. között Franciaországban, Marseille-ben tartott "Workshop on Tensor Decomposition and Application" volt az első rendezvény, amelynek fő témája a HOSVD volt. A különleges jelentősége a lineáris algebra területén abból adódik, hogy képes egy adott N-dimenziós tenzort egy teljesen ortonormált rendszerre felbontani, amelyben a szinguláris értékek rendezettek, ezáltal kifejezve a tenzor rangját. Ebből adódóan a HOSVD képes egy adott tenzor egyértelmű és egyedi struktúráját megadni. A tenzorszorzat-modell transzformáció egy további kiterjesztése a folytonos n-változós függvényeknek. Képes az adott függvény teljesen ortonormált és szinguláris értékek szerint rendezett alakját megadni. Fontos, hogy ezt az alakot analitikusan nem lehet előállítani, mert nem létezik a HOSVD-nek általános analitikus megoldása. A tenzorszorzat-modell transzformációt a lineáris paraméterfüggő modellekre (LPV) is kiterjesztették 2003-ban. A transzformáció megadja az LPV modell HOSVD alapú kanonikus alakját, azaz a lineáris időinvariáns modellek paraméterfüggő kombinációját, amely a következőképpen jellemzi az LPV modellt: i) az LTI rendszerek száma minimális; ii) a súlyfüggvények egyváltozós függvényei a paraméter vektornak; iii) a súlyfüggvények ortonormált rendszert alkotnak az egyes paraméterekre; iv) az LTI rendszerek szintén ortonormált pozícióban helyezkednek el; v) az LTI rendszerek és a súlyfüggvények a szinguláris értékek szerint rendezettek.

Összefoglalva, a tenzorszorzat-modell transzformáció megadja az adott LPV modell egyértelmű és jól definiált alakját. Ez nem kapható meg analitikus átalakításokkal. Így a tenzorszorzat-modell transzformáció eredményét 2006-ban elnevezték a politopikus vagy LPV modellek HOSVD alapú kanonikus alakjának [7, 8].

A nemlineáris rendszerek irányításelméletében jelentős előrelépést eredményezett a *Ljapunov-féle stabilitási kritériumok* megjelenése. A szemléletváltozást az jelentette, amikor az 1990-es évek elején e kritériumokat *lineáris mátrixegyenlőtlenségek* formájában újrafogalmazták. Ezzel az irányításelmélet stabilitási feladatait egy új reprezentációban adták meg, s a Ljapunov-féle kritériumok teljesíthetőségét, mint konvex optimalizációs feladatot értelmezték újra, és igen tág modellosztályra terjesztették ki. Az ezzel kapcsolatos úttörő tanulmányok GAHINET, BOKOR, CHILAI, BOYD és APKARIAN nevéhez fűződnek [2, 3, 16, 27, 29, 35, 38, 53, 75, 84]. Az új reprezentáció geometriai szemlélete és módszertana BOKOR József kutatócsoportjának munkásságához kapcsolható. Hamar bebizonyosodott, hogy ezen új szemlélet alapján a stabilitáson túlmenően további szabályozási tulajdonságokat (*control performance*) is könnyen meg lehet fogalmazni – lineáris mátrix egyenlőtlenségek formájában –, az optimalizálási feladattal együtt. Ettől kezdődően a különböző stabilitási és szabályozási tulajdonságokat biztosító lineáris mátrix egyenlőtlenségeket ismertető tanulmányok száma szinte robbanásszerűen megnőtt. BOYD tanulmányában [17] azt állítja, hogy az irányításelméleti feladatok tág osztályára igaz az, hogy ha a feladatot megfogalmaztunk lineáris mátrixegyenlőtlenségek formájában, akkor gyakorlatilag megoldottuk.

A fentiekkel párhuzamosan, a számítógépek számítási teljesítménynövekedésének köszönhetően, hatékony numerikus matematikai eljárások és algoritmusok jelentek meg *konvex optimalizációs* feladatok – így lineáris mátrixegyenlőtlenségek – megoldására. A konvex optimalizáció gyakorlati alkalmazásának lényegi áttörése a belső pontos (*interior point methods*) módszerek bevezetésére tehető. E módszereket cikkek sorozatában dolgozták ki [52], és valós jelentőségűvé váltak a lineáris mátrixegyenlőtlenségen alapuló feladatokkal összefüggésben Yurii NESTEROV és Arkadii NEMIROVSKI munkájában [76]. Mára a „hétköznapi” mérnöki tervezőmunkát is elérték ezek a módszerek, és olyan esetekben is hatékonynak bizonyultak, amikor a megoldás zárt analitikus formája nem ismert. Ennek következtében tágabb értelmet nyert az irányításelmélet analitikus feladatainak a megfogalmazása. Közismert, hogy a modern irányításelméletben a problémák jelentős része a *Riccati-egyenletek* megoldását igényli, viszont többszörös Riccati-egyenletek (zárt) analitikus megoldása általános esetben nem ismert. Ma már viszont – a konvex optimalizáció numerikus módszereinek alkalmazásával – azokat a feladatokat is megoldottnak tekinthetjük, amelyek nagyszámú konvex algebrai Riccati-egyenlet megoldását igénylik, annak ellenére hogy a megoldás eredménye nem egy (klasszikus értelemben vett) zárt analitikus képlet.

> Összegezve, az irányításelméletben megjelent – konvex optimalizáción alapuló – új reprezentáció legnagyobb előnye az, hogy abban könnyen kezelhető módon lehet kombinálni a különböző tervezési feltételeket és célokat, numerikusan kezelhető lineáris mátrixegyenlőtlenségek formájában [17]. E szemlélettel számos (bonyolult) irányításelméleti feladat rendkívül hatékonyan oldható meg.

Különösen igaz ez a Ljapunov-alapú analízisre és szintézisre, de hasonlóan az optimális LQ szabályozásra, a H_∞ szabályozásra [28, 39, 93], valamint a minimális varianciájú szabályozásra is. A lineáris mátrixegyenlőtlenségeken alapuló tervezés más területeken is megjelent, mint például a becslés, az identifikáció, az optimális tervezés, a strukturális tervezés és a mátrix-méretezési feladatokban. Az alábbi felsorolás további feladatokra mutat rá, amelyek lineáris mátrixegyenlőtlenségen alapuló reprezentációban kezelhetőek és megoldhatóak: lineáris időinvariáns bizonytalansággal rendelkező rendszerek robusztus stabilitása (μ-analízis) [79, 91, 104], kvadratikus stabilitása [18, 46], paraméterfüggő rendszerek Ljapunov-féle stabilitása [37], lineáris időinvariáns rendszerek bemeneteinek, állapotterének, valamint kimeneteinek korlátozása és különböző tulajdonságainak biztosítása [17], több modellű és több célú (*multi-model* és *multi-objective control*) állapot-visszacsatolás alapú tervezés [5, 9, 17, 21, 54], robusztus pólus áthelyezés, optimális LQ szabályozás [17], robusztus H_∞ szabályozás [36, 48], több célú H_∞ szintézis [21, 54, 73], sztochasztikus rendszerek szabályozása [17], és súlyozott interpolációs problémák [17].

Mechatronikai rendszerek súrlódás kompenzációja

A súrlódás a mechatronikai rendszerek és precíziós alkalmazások, mint például a szervo hajtások [99] vagy pneumatikus munkahengerek [100] sajátossága, amely a mérnökök számára állandó kihívást jelent. A súrlódás erősen nemlineáris és állandósult állapotbeli hibákhoz, gyenge teljesítményhez vezethet és jelentősen csökkentheti a gépek hatásfokát. A szabályozástechnikai mérnökök a súrlódás modellezésének problémájával és a nem kívánatos hatásának mechanikai módszerrel vagy szabályozástechnikai eszközökkel való csökkentésével szembesülnek. Emiatt fontos számukra a súrlódás jelenségének megértése. A megfelelő modell segítséget nyújthat, azonban a súrlódás mechanizmusai mái napig nem teljesen ismertek és megfelelően modellezettek. Egyszerű lineáris modellek sok esetben gyengén teljesítenek, a nemlineáris megközelítések több-kevesebb sikerrel alkalmazhatóak. Sok esetben a nemlineáris modellek is csak empirikus adathalmazon alapszanak. Nyilvánvalóvá vált, hogy a súrlódás nemlineáris mivolta ritkán közelíthető lineáris modellel. A klasszikus gépészmérnöki tudományok hosszú ideje kutatják a súrlódást, az új precíz mérőműszerek elérhetővé válása új lendületet adott a kutatásoknak és a ma elérhető számítástechnikai kapacitással a súrlódás modellezése sok esetben eredményesen kezelhető.

A kezdeti súrlódási modellek statikus leképezést alkalmaznak a sebesség és a súrlódási erő között, amely a sebesség előjelétől függ. Ilyen például a Coulomb és a viszkózus súrlódás [44]. Ezen egyszerű modellek azonban épp az egyszerűségük miatt a mai napig alkalmazottak mechatronikai rendszerek modellezésénél.

A súrlódás számos érdekes tulajdonsága nem írható le az egyszerű statikus modellekkel, továbbá a statikus modellek alkalmazása gyakran gyengén teljesít olyan mechatronikai rendszerek súrlódás kompenzációjában, amelyek olyan környezetben alkamazottak, ahol alacsony sebességek lépnek fel. Az egyik legelterjedtebb dinamikus súrlódási modell a LuGre modell, amelyet CANUDAS et al. vezetett be [24,25]-ban, amely modell kiküszöböli a Coulomb súrlódás hátrányait alacsony sebességek esetén, tartalmazza az oszcilláció mentes tapadási súrlódást, tartalmazza a Stribeck hatást, a súrlódási késést. Újabban számos más modell is megjelent a szakirodalomban, mint például a Leuven modell [1] és az általánosított Maxwell-csúszás modell (GMS) [1]. Ezen új modelleknél azonban korlátot jelenthet a modell identifikációjának és alkalmazásának komplexitása, amit a modell leírásához szükséges paramétereknek a magas száma okoz. A LuGre modell viszont elég pontosan írja le a súrlódás jelenségét és jól illeszkedik a szabályozástechnikai alkalmazásokba [11]. Magyar viszonylatban KOZMA tribológiai és súrlódás modellezési kutatásai ismertek [15], a legfrissebb kutatási eredmények pedig PÁLFIÉ, aki a csúszó gumi súrlódási hiszterézisét adta meg Végeselemes módszerrel (FEM) az általánosított Maxwell modellen belül [80]. PÁLFI kutatása jól illeszkedik abba a modern irányvonalba, amely a numerikus modellezést alkalmazza.

A súrlódás kompenzációra 2 irányvonal létezik, modell alapú, illetve modell nélküli súrlódás kompenzáció, melyek közül a modell alapú technikák az elterjedtebbek A fő módszerek a következők: ([24, 78]). [33, 66] adaptív súrlódás kompenzációt javasolnak, [95] pedig robusztus adaptív kompenzációt. Tanulás alapú súrlódás kompenzációt vezet be [22], [56] pedig optimális súrlódás kompenzációval foglalkozik. Modell alapú robusztus súrlódás kompenzációval találkozunk [71]-ban, [61, 62, 83, 85, 105] neurális hálózat alapú súrlódás kompenzációt alkalmaznak. [32] megfigyelő alapú súrlódás kompenzációt vezet be, részleges állapot visszacsatolás alapú súrlódás kompenzációval [10, 72, 98, 102] foglalkoznak, LMI alapú több-célú súrlódás kompenzációt [55] vezet be.

Csúszómód szabályozás

A változó struktúrájú rendszerek csúszómód szabályozása kiemelt helyet foglal el a robusztus szabályozások területén. Egyrészt a csúszómód egzakt matematikát követel, amelyet FILIPPOV dolgozott ki [30], [31]-ben a hatvanas évek elején. Másrészt a legtöbb mérnöki rendszerben egyszerűen megvalósítható ([69] and [81]), egyszerű relé is alkalmazható a legtöbb esetben. A csúszómód szabályozás legnagyobb előnye, hogy képes a rendszerek nemlineáris dinamikájának szétcsatolására és hogy a szabályozás performance érzéketlen az ismeretlen paraméterekre és a paraméter változásokra.

Az elmélet alapján arra lehetett következtetni, hogy a csúszómód szabályozás előnyős és robosztus viselkedést mutat, azonban a kísérletek azt igazolták, hogy ennek komoly korlátai vannak. A csúszómód alkalmazásának a legnagyobb problémája a csúszófelület körüli nagy frekvenciás oszcilláció, az ún. csattogást (chattering), amely a szabályozás teljesítőképességét erősen csökkenti. Keveseknek sikerült a gyakorlatban is megvalósítani az elmélet által jósolt robusztus viselkedést.

A csúszómód szabályozás elmélete a bevezetés óta számos kutatási irányba fejlődött tovább. Ezen kiterjesztések közé tartozik a magasabb rendű csúszómód szabályozás (HOSMC) [67], a dinamikus csúszómód szabályozás [59], terminál csúszómód szabályozás (TSMC) [49] és újabban az integrál csúszómód szabályozás is [68]. A szektor csúszómód szabályozást [34] vezette be, majd egy más fajta megközelítésben KORONDI [58, 103]-ban. A csúszómód szabályozás kiterjesztései megőrzik a klasszikus csúszómód szabályozás előnyeit és magasabb pontosságra, illetve kisseb csattogásra képesek.

Lineáris rendszerek szisztematikus csúszó felület tervezését UTKIN vezette be [96]-ban. A módszer kiterjesztéseként számos más lineáris szabályozótervezési eljárást (pólus áthelyezés, LQ optimalizáció, H végtelen) alkalmaztak a megfelelő dinamikájú csúszó felület tervezésére. Manapság az LMI alapú csúszó felület tervezés igen populáris az időkésleltetéses és paraméter bizonytalanságot tartalmazó rendszerek esetén [20, 82, 86]. A lineáris csúszófelület mellett eltolt csúszófelületet javasol [12], forgó csúszófelületet javasol [51] és szakadásos csúszófelületet javasol [50]. [6] nemlineáris csúszófelületet alkalmaz. Az elméleti politopikus csúszófelületet GOUAISBAUT et al. vezeti be [13, 41]-ben, azonban a gyakorlati megvalósításban lineáris csúszófelületet alkalmaz. SILVA et al. [87–89]-ben politopikus formában definiálja a csatolt és csatolatlan bizonytalanságokat és LMI alapú konvex optimalizálást alkalmaz a csúszófelület meghatározására.

1.1 A disszertáció célkitűzései

Leszögezhetjük, hogy neurális hálózatot, genetikus algoritmust, fuzzy logikát gyakran alkalmaznak rendszer identifikációra és modellezésre, amely ahhoz vezet, hogy a rendszer elemek (szabályozott szakasz, szabályozó, megfigyelő, additív modell bizonytalanság, nemlineáris súrlódás stb.) nem minden esetben adottak olyan formában, amely jól illeszkedik a modern szabályozáselmélethez, hanem hibrid formában, például bizonyos elemek analitikus formában, mások diszkrét identifikációs adathalmaz formájában, míg egyes elemek lágyszámítási formában (fuzzy logika, neurális hálózat, genetikus algoritmus). A hibrid rendszerek stabilitás vizsgálata igen nehézkés lehet abban az esetben, ha például min-max Mamdani fuzzy megfigyelőnk és Takagi-Sugeno fuzzy szabályozónk van. A stabilitás vizsgálat még bonyolultabb, ha genetikus algoritmust és neurális hálózatot is tartalmaz a rendszerünk. Másrészt a lágyszámítási módszereknek számos előnye van, például a paraméterek online hangolása, amik miatt célszerű az alkalmazásuk. A hibrid rendszerek stabilitás vizsgálatára egy lehetőség nyílik abban az esetben, ha a rendszer összes eleme ugyanazzal az egységes politopikus struktúrával definiált, mivel az ilyen rendszerek stabilitás vizsgálata szisztematikusan és rutinszerűen elvégezhető. Ezek alapján a kutatás egyik fő célja a TP modell transzformáció elméleti szintű kiterjesztése olyan módon, hogy képes legyen több komponensű, hibrid rendszerek elemeit egységes politopikus struktúrára transzformálni.

A súrlódás a mechatronikai rendszerek igen kellemetlen jelensége, amely számos súrlódás modellezési és kompenzálási módszert eredményezett. A kutatás másik fő célkitűzése a súrlódás modellek és a súrlódás kompenzáció illesztése egységes politopikus struktúrába és ezzel a TP modell transzformáció alapú szabályozó tervezési módszertanba, majd a módszer alkalmazhatóságának és megvalósíthatóságának elemzése.

A kutatás harmadik célja a TP modell transzformáció alapú LMI konvex optimalizáció és konvex burok manipuláció bevezetése qLPV rendszerek (amelyek rendszer mátrixának bármely eleme tartalmazhat nemlinearitást) csúszómód szabályozásának tervezésébe, majd a módszer alkalmazhatóságának és megvalósíthatóságának elemzése.

A fentiek alapján a konkrét célok a következők:

- A TP modell transzformáció kiterjesztése hibrid, több komponensű rendszerek (amelyek tartalmazhatnak többek között lágyszámítás alapú identifikációt stb.) leírására egységes politopikus struktúrával, megvalósítva ezzel a hibrid, több komponensű rendszerek hatékony konvex burok manipulációt és a szisztematikus stabilitás vizsgálatát politopikus stabilitásvizsgálati módszerek alapján. Fontos cél, hogy a TP modell transzformáció során egy numerikusan megbízható algoritmus legyen kifejlesztve.

- A cél egy új módszer és nézőpont bevezetése a súrlódási modellek reprezentációjában, ebben az esetben a több-célú egységes politopikus felbontásra fókuszálva, amellyel a súrlódás modellek és a súrlódás kompenzáció illeszthető a politopikus LMI alapú szabályozó tervezési eljárásba. Ez ahhoz vezethet, hogy a súrlódás kompenzáció megfogalmazható LMI alapú konvex optimalizációs probléma formájában. A módszer kidolgozásának részeként cél a leginkább elterjed súrlódási modellek HOSVD alapú kanonikus alakjának előállítása, és bizonyítása annak, hogy a TP modell transzformáció minimális számú LTI rendszerből képes a súrlódási modellek rekonstruálására.

  - A cél a javasolt módszer hatékonyságának vizsgálata egy akadémiai problémán keresztül, nemlineáris súrlódást tartalmazó benchmark rendszer súrlódás kompenzációjának vizsgálata méréssel.
  - A cél a TP modell transzformáció alapú súrlódás kompenzáció alkalmazása prototípus aeroelasztkius repülőgépszárny esetén, amely egy komplex dinamikával és leírással rendelkező korszerű szabályozástervezési probléma.

- A qLPV formák megjelentek a nemlineáris csúszómód szabályozás módszereiben, amely formák közel állnak a modern szabályozáselméleti trendekhez. A cél a TP modell transzformáció szabályozás tervezési módszer lehetséges alkalmazásának és előnyeinek a megvizsgálása csúszómód szabályozás esetére. A specifikus cél a csúszó felület és szektor politopikus reprezentálása, amely esetben a csúszó felületre és szektorra különböző konvex burkokat lehet generálni. Mivel a konvex burok típusa jelentősen befolyásolja az LMI alapú tervezési eljárást, a cél a konvex burok manipulálás alapú optimalizáció bevezetése a csúszómód szabályozás tervezésében.

Az LMI alapú szabályozás tervezési módszerek validitását és alkalmazási lehetőségeit a múlt évtizedben megvizsgálták, ezért ez nem tartozik a dolgozat célkitűzései közé.

2 A disszertációban alkalmazott módszerek

2.1 A qLPV modellek TP modell transzformációjának rövid ismertetése

definíció 2.1 (qLPV modell)**.** *Tekintsük az alábbi kvázi lineáris paraméter változós állapottér modellt:*

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{p}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{p}(t))\mathbf{u}(t) \qquad (1)$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{p}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\mathbf{p}(t))\mathbf{u}(t),$$

amelynek bemenete $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$, kimenete $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^l$ és az állapot vektor $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^k$. A rendszer mátrix

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = \begin{pmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{p}(t)) & \mathbf{B}(\mathbf{p}(t)) \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}(t)) & \mathbf{D}(\mathbf{p}(t)) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

egy paraméter változós objektum, ahol $\mathbf{p}(t) \in \Omega$ időben változó $N-$ dimenziós paraméter vektor, ahol $\Omega = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times .. \times [a_N, b_N] \in \mathbb{R}^N$ zárt hiperkocka. $\mathbf{p}(t)$ tartalmahzhatja $\mathbf{x}(t)$ elemeit, ebben az esetben (2)-t kvázi LPV (qLPV) modellnek nevezzük. Tehát, ez a típusú modell a nemlineáris modellek osztályába tartozik.

definíció 2.2 (Véges elemszámú politopikus modell)**.**

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = \sum_{r=1}^{R} w_r(\mathbf{p}(t))\mathbf{S}_r. \qquad (3)$$

ahol $\mathbf{p}(t) \in \Omega$. $\mathbf{S}(\mathbf{p}(t))$ megadható bármilyen $\mathbf{p}(t)$ paraméterre mint $\mathbf{S}_r \in \mathbb{R}^{(k+m)\times(k+l)}$ LTI rendszerek paraméter változós kombinációja, ahol $\mathbf{S}_r \in \mathbb{R}^{(k+m)\times(k+l)}$-t LTI vertex rendszereknek nevezzük. A kombináció a $w_r(\mathbf{p}(t)) \in [0,1]$ súlyfüggvények által definiált. Véges alatt azt értjük, hogy R korlátos.

definíció 2.3 (Véges elemszámú TP típusú politopikus modell)**.** $\mathbf{S}(\mathbf{p}(t))$ *(3)-ban bármely paraméterre mint $\mathbf{S}_r \in \mathbb{R}^{(k+m)\times(k+l)}$ LTI rendszerek paraméter változós kombinációja adott.*

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = \sum_{i_1=1}^{I_1}\sum_{i_2=1}^{I_2} .. \sum_{i_N=1}^{I_N} w_{n,i_n}(p_n(t))\mathbf{S}_{i_1,i_2,..,i_N}, \qquad (4)$$

A rövidített jelölésmódot alkalmazva az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = \mathcal{S} \mathop{\boxtimes}_{n=1}^{N} \mathbf{w}\left(p_n\left(t\right)\right) \qquad (5)$$

ahol az (N+2) dimenziós $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{I_1\times I_2\times\cdots\times I_N\times(k+m)\times(k+l)}$ együttható tenzort az $\mathbf{S}_{i_1,i_2,\ldots,i_N}$ (5) LTI vertex rendszerekből állítjuk elő és az $w_n\left(p_n\left(t\right)\right) \in [0,1]$ sorvektor tartalmazza az egy változós, folytonos $w_{n,i_n}(p_n(t))$,$(i_n = 1 \ldots I_N)$ súlyfüggvényeket.

Remark 2.1. *: A (5) TP modell a (2) politopikus modellek egy speciális osztálya, ahol a súlyfüggvényeket egyváltozós függvények Tenzor Szorzatára bontjuk.*

2.2 A csúszómód szabályozás rövid ismertetése

A csúszómód szabályozó megtervezése három fő lépésből áll: első lépés a csúszófelület megtervezése, a második lépés egy olyan szabályozási törvény kiválasztása, amely az állapotváltozók trajektóriáját a csúszófelületre kényszeríti, majd azon tartja, a harmadik a legfontosabb lépés, csattogás- (lengés)mentesen megvalósítás.

2.2.1 I. Lépés - A csúszófelület megtervezése

Tekintsük a következő lineáris időinvariáns rendszert.

definíció 2.4 (LTI rendszerek reguláris alakja)**.** *Az LTI rendszer regulárisnak tekinthető, ha az alábbi formában adott:*

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}_1\\ \dot{\mathbf{x}}_2\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ \mathbf{B}_2\end{pmatrix}\mathbf{u}\\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\end{pmatrix} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned} \tag{6}$$

ahol $\mathbf{u} \in \mathbb{R}$ *a bemenet,* $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^l$ *a kimenet,* $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^{k-m}$ *az állapot vektor,* $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$ *és* $\mathbf{B}_2 > 0$*.* $\mathbf{u}$ *beavatkozó jel közvetlenül csak* $\mathbf{x}_2$ *állapotváltozókra tud hatni. Feltételezzük, hogy az alapjel zérus és ez nem változik.*

definíció 2.5 (Csúszó felület)**.** *A csúszó mód csúszó felülete* s*, ahol a beavatkozó jelben szakadás van,* k *dimenziós térben van megtervezve, ahol* k *az állapotváltozók száma. A csúszó felület az állapotváltozók lineáris kombinációjaként az alábbi formában definiálható:*

$$\mathbf{s} = \mathbf{x}_2 + \mathbf{F}\mathbf{x}_1 = 0, \tag{7}$$

ahol $\mathbf{s} \in \mathbb{R}$ *és* $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{k-m}$ *a "felület vektor". A cél, hogy a rendszer trajektóriáját a csúszófelületen tartsuk.*

Corollary 2.1. *Amikor a csúszó mód megtörténik (*$\mathbf{s} = 0$ *and* $\mathbf{x}_2 = -\mathbf{F}\mathbf{x}_1$*), a tervezési eljárásra úgy is tekinthetünk mint az alábbi alrendszerhez tervezendő állapot visszacsatolásra:*

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2 \tag{8}$$

(8)-ben $\mathbf{x}_2$*-t úgy is felfoghatjuk mint az* $\mathbf{A}_{11}$ *alrendszer bemenete. Az* $\mathbf{x}_2 = -\mathbf{F}\mathbf{x}_1$ *állapot visszacsatolásos szabályozó definiálja a teljes VSS rendszer kapcsolófelületét.*

Csúszómódban a rendszer viselkedését az alábbi differenciál egyenlet írja le:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{F})\mathbf{x}_1. \tag{9}$$

Remark 2.2. *A csúszómód szabályozás feltétele, hogy (9) stabil legyen. Ez azt jelenti, hogy miden olyan állapot visszacsatoláson alapuló tervezési eljárás (pólus áthelyezés, LQ optimalizálás és* H_∞*) alkalmazható a csúszófelület megtervezésére, mindaddig amíg (8)-t* *stabilizálják (9) formájában. A legnagyobb hátrány az, hogy a fent említett módszerek nem alkalmazhatóak nemlineáris rendszerekre, amelyek szabályozása nagyobb kihívás, a TP modell transzformáció megoldást jelenthet erre a kihívásra.*

2.2.2 II. Lépés - A szabályozási törvény megválasztása

A Ljapunov-féle stabilitási kritériumot alkalmazzuk annak érdekében, hogy biztosítani tudjuk, hogy a rendszer csúszó módban marad ($\mathrm{s} = 0$). A legegyszerűbb szabályozásai törvény amely képes csúszómód szabályozásra a relé:

$$\mathbf{u} = M \cdot sign(\mathbf{s}) \tag{10}$$

definíció 2.6 (Ekvivalens kontrol jel)**.** *Ha a csúszó mód létezik, akkor van egy ún. "ekvivalens" kontrol jel, $\mathbf{u}_{eq}$ amely képes a rendszert a csúszó felületen tartani. $\dot{\mathbf{s}} = 0$-ból számítható ki az értéke:*

$$\mathbf{u}_{eq} = -\frac{(\mathbf{A}_{21} + \mathbf{F}\mathbf{A}_{11})\mathbf{x}_1 + (\mathbf{A}_{22} + \mathbf{F}\mathbf{A}_{12})\mathbf{x}_2}{\mathbf{B}_2} \tag{11}$$

Remark 2.3. *A gyakorlatban soha nem ismerjük tökéletesen a rendszert, illetve a paramétereit. Egyedül $\hat{\mathbf{u}}_{eq}$, $\mathbf{u}_{eq}$ becslése számítható ki. Mivel $\mathbf{u}_{eq}$ nem garantálja általánosan a konvergenciát a csúszófelület felé, ezért egy szakadásos tagot is hozzáadunk $\hat{\mathbf{u}}_{eq}$-hez.*

$$\mathbf{u}_{eq} = \hat{\mathbf{u}}_{eq} + M \cdot sign(\mathbf{s}) \tag{12}$$

2.2.3 III. lépés - Csattogásmentes megvalósítás, szektor csúszómód szabályozás

Az alap csúszómód szabályozásban a csattogás annak a következménye, hogy megköveteljük, hogy a rendszer állapota a csúszó felülethez ragadjon. Több féle módszer van a csattogás elkerülésére, amelyekről számos tudományos cikkben olvashatunk, de a fejezet jelen esetben csak a szektor csúszómód szabályozás bemutatására szorítkozik.

Egy lényeges módszer a csattogás elkerülésére a **szektor csúszómód**, amely kiterjeszthető TP modell transzformáció alapú csúszómód szabályozásra. A javasolt módszer megvalósítására két csúszófelület megtervezése szükséges:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{x}_2 + \mathbf{F}_r\mathbf{x}_1 = 0 \tag{13}$$

ahol $r = 1, 2$.

A két csúszófelület az állapotteret három régióra osztja az alábbiak szerint:

definíció 2.7 (Csúszó szektor)**.**

$$\begin{aligned} R_1 &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{s}_1(\mathbf{x}) > 0 \quad and \quad \mathbf{s}_2(\mathbf{x}) > 0\} \\ R_2 &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{s}_1(\mathbf{x}) < 0 \quad and \quad \mathbf{s}_2(\mathbf{x}) < 0\} \\ R_3 &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{s}_1(\mathbf{x})\mathbf{s}_2(\mathbf{x}) \leqslant 0\} \end{aligned} \tag{14}$$

ahol R_3 régió a csúszó szektor.

A rendszer csúszófelülete az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{s} = \mathbf{x}_2 + \mathbf{F}\mathbf{x}_1 = 0 \quad ahol \quad \mathbf{F} = \frac{\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2}{2}. \tag{15}$$

Amiből következik:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{2}. \tag{16}$$

A módosított csúszómód szabályozást az alábbi kontrol stratégiával valósíthatjuk meg:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_d, \tag{17}$$

ahol $\mathbf{u}_{eq}$ a 2.6 definícióval definiált folytonos ”ekvivalens” beavatkozó jel.

definíció 2.8 (Szakadásos kontrol jel)**.**

$$\mathbf{u}_d = -\, M \cdot sign\left(\frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{2}\right) \qquad ha \quad \mathbf{x} \in R_1 \cup R_2 \tag{18a}$$

$$\mathbf{u}_d = -\, M \frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{|\mathbf{s}_1| + |\mathbf{s}_2|} \qquad ha \quad \mathbf{x} \in R_3 \tag{18b}$$

$\mathbf{u}_d$ *relé típusú nem folytonos kontrol jel, amelynek szerepe a zavarás elhárítás és* $\mathbf{u}_{eq}$ *hibájának kompenzálása, ami a paraméter bizonytalanságokból ered. A szektoron belül folytonos jellel helyettesítjük annak érdekében, hogy elkerüljük a csattogást.*

3 A disszertáció elkészítése során elvégzett kutatómunka

3.1 Tenzor függvények és a szabályozási rendszer elemeinek egységes TP típúsú politopikus fogalma, többszörös TP modell transzformáció

Kiterjesztettem a TP modell transzformációt úgy, hogy az szimultán képes legyen függvény csoportot egységes politopikus struktúrára transzformálni. A kiterjesztett TP modell transzformációt többszörös TP modell transzformációként definiáltam. A többszörös TP modell transzformáció skaláris, vektor és tenzor függvények transzformálására is alkalmas.

A többszörös TP modell transzformáció megtartja a szimpla TP modell transzformáció előnyeit, mint például a HOSVD-alapú kanonikus alak előállítása, politopikus konvex burkok előállítása és manipulálása, kompromisszum biztosítása a komplexitás csökkentés és pontosság között, mindezt képes megbízhatóan és numerikusan vonzó módon létrehozni, ami azt jelenti, hogy nem csak analitikus, hanem egyéb lágyszámítási formában (pl. fuzzy logika alapú, neurális hálózat vagy genetikus algoritmus) adott függvények is politopikus alakra transzformálhatóak.

A multi TP modell transzformáció alapján létrehoztam a több kompionensű és hibrid komplex qLPV rendszerek egységes politopikus struktúrában való reprezentálásának fogalmát. Az ilyen rendszerek komponensei adottak lehetnek analitikus formában, numerikus adathatlmaz formájában vagy lágyszámítási formában (pl. fuzzy logika alapú, neurális hálózat vagy genetikus algoritmus). Bebízonyítottam, hogy ezek a rendszerek többszörös TP modell transzformációval egységes politopikus struktúrára transzformálhatóak, függetlenül attól, hogy egymástól eltérő vagy azonos formában adottak. Bebizonyítottam, hogy ezzel a módszerrel a konvex burok manipulálás egységes és szisztematikus módon, hatékonyan megvalósítható a több-célú szabályozás performance optimalizálása a szabályozástechnikai mérnöki feladatok tág osztályában.

Az alapjel miatti kompenzációt speciális természetű szabályozástechnikai mivolta miatt külön vizsgáltam. Példát adtam arra, hogy a mérnöki feladatok egy osztályánal az alapjel miatti kompenzáció meghatározható az LTI vertex rendszerekből abban az esetben, ha a többkomponensű rendszert egységes politopikus formára transzformáltuk.

3.2 Mechatronikai rendszerek TP modell transzformáció alapú súrlódás kompenzációja

A súrlódást a rendszertől elkülönítve vizsgáltam, mivel a súrlódás jelenség a szabályozási rendszerek speciális eleme. Annak érdekében, hogy a kutatásokat tovább tudjam folytatni, megvizsgáltam a leggyakrabban használt súrlódás modelleket.

Bebizonyítottam, hogy a leggyakrabban használt súrlódás modellek (Coulomb súrlódás, Coulomb és viszkózus súrlódás, Stribeck és LuGre súrlódás) definiálhatóak véges elemű TP típusú politopikus modellként.

Megadtam a fenti súrlódás modellek HOSVD alapú kanonikus alakját. Bebizonyítottam, hogy a Coulomb súrlódás, Coulomb és viszkózus súrlódás és Stribeck súrlódás modellek minimum 2 LTI vertex rendszerből állíthatóak elő, míg a LuGre súrlódás modell minimum 6 LTI vertex rendszerből állíthatók elő TP típusú politopikus modellek esetén. Megmutattam, hogy a rekonstrukció ekvivalens a modellek analitikus levezetésével, a rekonstrukció hiba nagyságrendje 10^{-16}.

Bebizonyítottam, hogy convex TP típusú modellek esetén a minimális LTI vertex rendszerek száma nem változik. Megadtam a fenti súrlódás modellek SNNN, CNO és IRNO típusú konvex TP típusú politopikus modelljeit.

Megmutattam, hogy a szabályozási rendszer elemeinek egységes politopikus reprezentációja nem vezet a leíráshoz szükséges LTI rendszerek számának robbanásához abban az esetben, ha a súrlódás magától a rendszertől elkülönülten modellezhető. A súlyfüggvények száma összeadódik, ha a súrlódás és a rendszer modell additívan kapcsolódik egymáshoz.

A bevezetett módszertant egy akadémiai mérési problémán alkalmaztam, amely egy bolygóműves DC szervo hajtás. Dinamikus qLPV/LMI alapú több célú szabályozás (például az aszimptotikus stabilitás és beállási sebesség) tervezési módszert alkalmaztam. Megmutattam, hogy a nemlineáris súrlódás additívan kapcsolódik a linearizált DC szervo hajtás modelljéhez. Az eredő qLPV modell 2 LTI vertex rendszerből állíthatók elő, amely megegyezik a súrlódás felbontásához szükséges minimális vertex rendszerek számával.

Bebizonyítottam, hogy a DC szervo hajtás politopikus alakjai CNO típusú súlyfüggvényekkel kielégítik a TP modell transzformáció alapú szabályozó tervezés feltételeit és az Ω transzformációs téren belül az LMI formájában megfogalmazott Ljapunov stabilitási feltételt. Felhasználva ezt a szabályozótervezési technikát megterveztem egy olyan szabályozót, amely több célú szabályozást garantál, ilyenek az aszimptotikus stabilitás és a beállási sebesség.

A bevezetett elméletet egy 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny súrlódás kompenzációjára alkalmaztam, amely egy valós, korszerű szabályozástechnikai feladat dinamikus qLPV/LMI alapú több célú szabályozással (aszimptotikus stabilitás és a beállási sebesség).

Megadtam a 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny modell HOSVD alapú kanonikus alakját. Bebizonyítottam, hogy a 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny qLPV modellje 24 vertex rendszerből állitható elő és hogy a súrlódás nem additív ebben az esetben. Lineáris súrlódást alkalmazva a 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny qLPV modellje 6 vertex rendszerből állítható elő. A 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny modellt két Coulomb súrlódással kiegészítve a minimális vertex rendszerek számát $6 \times 2 \times 2 = 24$-re növeli, tehát ez a növekedés megegyezik a Coulomb súrlódás modell LTI vertex rendszereinek számával.

Bebizonyítottam, hogy az LTI vertex rendszerek száma konvex TP típusú politopikus modellek esetén nem növekszik. Megadtam a 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny qLPV modelljét CNO típusú TP típusú konvex politopikus formában.

Bebizonyítottam, hogy a 2 szabadságfokú prototípus aeroelsztikus repülőgép szárny modell politopikus alakjai CNO típusú súlyfüggvényekkel kielégítik a TP modell transzformáció alapú szabályozó tervezés feltételeit és az Ω transzformációs téren belül az LMI formájában megfogalmazott Ljapunov stabilitási feltételt. Felhasználva ezt a szabályozótervezési technikát megterveztem olyan szabályozót, amely több célú szabályozást garantálnak, ilyenek az aszimptotikus stabilitás és a beállási sebesség.

3.2.1 Csúszómód szabályozás, szektor csúszómód

A cél ebben az esetben a TP modell transzformáció alapú szabályozó tervezés alkalmazása csúszómód szabályozásra. Pontosabban a cél az, hogy a csúszó felületet és szektort TP modell transzformáció segítségével politopikus alakban definiáljuk, amely esetben az LMI alapú több célú szabályozó tervezés alkalmazható. TP modell transzformáció segítségével különböző konvex burkokat állíthatunk elő a csúszó felületre és szektorra. Mivel a konvex típusok jelentősen befolyásolják az LMI alapú optimalizálás eredményét, ennek érdekében bevezettem a TP modell reprezentációt mint optimalizációs eszközt a csúszómód szabályozás tervezésénél.

A qLPV modell az alábbi reguláris alakban adott:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A_{11}}(\mathbf{p}(t)) & \mathbf{A}_{12}(\mathbf{p}(t)) \\ \mathbf{A_{21}}(\mathbf{p}(t)) & \mathbf{A}_{22}(\mathbf{p}(t)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_2(\mathbf{p}(t)) \end{pmatrix} \mathbf{u}$$

Azt az esetet vizsgáltam, amikor a rendszer mátrix összes eleme tartalmazhat nemlinearitást, például a $\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A_{11}}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{A}_{12}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_2$ alrendszer is.

TP modell transzformáció alapú politopikus csúszófelület tervezését javasoltam $\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A_{11}}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{A}_{12}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_2$ altérre. A javasolt módszerrel több célú szabályozótervezési módszert alkalmaztam a csúszófelület megtervezésére. UTKIN állítása alapján, miszerint a csúszó felület meghatározza a teljes rendszer dinamikáját, bevezettem a politopikus LMI alapú szabályozó tervezési eljárást qLPV rendszerek csúszómód szabályozására.

Kifejlesztettem a konvex burok manipuláción alapú optimalizációt csúszómód szabályozásra, amely az LMI alapú optimalizálást kiegészítve alkalmazható. Ennek érdekében számos különböző csúszófelület típust definiáltam, amelyek alkalmasak konvex burok manipuláción alapú optimalizációra.

Az ekvivalens kontrol jelet úgy terveztem meg, hogy az stabilizálni tudja a rendszert.

Kiterjesztettem a szektor csúszómód szabályozást olyan rendszerek osztályára, ahol a csúszó felület konvex politopikus alakban definiált. Javasoltam a politopikus szektor oly módon való megtervezését, hogy a szektort határoló felületek a politopikus csúszó felülettől állandó távolságra legyenek minden időpillanatban, megtartva ezzel az állandó szektor szélességet.

Bebizonyítottam, hogy a $\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A_{11}}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{A}_{12}(\mathbf{p}(t))\dot{\mathbf{x}}_2$ altéren belül nemlinearitást tartalmazó qLPV rendszerek politopikus szektor csúszómód szabályozása strukturálisan stabil a politopikus szektoron kívül és belül is, kielégítve a Ljapunov-féle stabilitási feltételt.

Szimulációval összehasonlítottam a klasszikus politopikus csúszómód szabályozást a szektor politopikus csúszómód szabályozással. Több célú LMI alapú csúszó felületet terveztem aszimptotikus stabilitást és beállási sebességet előírva. Megmutattam, hogy a szektor politopikus csúszómód szabályozás az előírt szabályozási feltételt csattogás mentesen tudta megvalósítani, míg a klasszikus politopikus csúszómód szabályozás csak erős csattogással tudta ugyanazt elérni.

Megmutattam, hogy a szektor csúszómód szabályozás nem érzékeny a szektor szélességére, meglehetősen tág szektor esetén is sikeresen alkalmazható, a szektor szélességét illetően nem szükséges egyéb kikötéseket tenni.

4 Tézisek

A disszertáció kutatási eredényei alapján a tudományos eredményeim az alábbi tézisek formájában fogalmazhatóak meg:

1. tézis: [P–18, 27]

A TP modell transzformáció kiterjeszthető sokszoros TP modell transzformációra megtartva a szimpla TP modell transzformáció előnyeit, a kiterjesztett sokszoros TP modell transzformáció szimultán képes függvény csoportokat (skaláris, vektor vagy tenzor) és több-komponensű komplex hibrid qLPV rendszereket egy közös, egységes politopikus struktúrára transzformálni és képes a több-komponensű komplex hibrid qLPV rendszereket hatékonyan illeszteni a qLPV/LMI alapú több-célú szabályozó tervezési módszertanba, illetve használatával a konvex burok manipuláláson alapuló optimalizáció és a rendszer stabilitás vizsgálata szisztematikusan és rutinszerűen megoldható.

2. tézis: [P–5, 19–22, 24, 29]

A mechatronikai rendszerek súrlódás kompenzációja illeszthető a TP modell transzformáció alapú szabályozó tervezési módszertanba, melynek során a leggyakrabban alkalmazott súrlódási modellek (Coulomb súrlódás, viszkozitással kiegészített Coulomb súrlódás, Stribeck súrlódás és LuGre súrlódás) definiálhatóak véges elemszámú TP típusú politopikus modell formájában. Az illesztéssel a teljes rendszert leíró súlyfüggvények száma megegyezik a súrlódás nélküli rendszer és a súrlódás modell súlyfüggvényeinek összegével abban az esetben, amikor a súrlódás és a rendszer modell additívan kapcsolódik egymáshoz, illetve nem növekszik meg robbanásszerűen abban az esetben, amikor a súrlódás a rendszertől elkülönülten modellezhető.

3. tézis: [P–3, 6, 16, 17, 23, 30, 31]

A TP modell transzformáció, mint szabályozástechnikai tervezési módszer hatékonyan alkalmazható qLPV rendszerek (amelyek rendszer mátrixának bármely eleme tartalmazhat nemlinearitást) csúszómód szabályozásának tervezésére, melynek során a qLPV/LMI alapú több-célú szabályozó tervezés, illetve konvex burok manipulálás alapú optimalizáció alkalmazása lehetségessé válik a csúszómód szabályozás dinamikájának meghatározására, továbbá az így megtervezett csúszómód szabályozás Ljapunov értelemben stabilis és az így megtervezett politopikus szektor csúszómód szabályozás csattogásmentesen megvalósítható.

Köszönetnyilvánítás

The research was supported the Hungarian National Development Agency and the National Science Research Fund (OTKA K62836), the National Research and Technology Agency, (ERC_09) (OMFB-01677/2009) (ERC-HU-09-1-2009-0004 MTA SZTAKI) and Control Research Group of Hungarian Academy of Science for their financial support.

The research was supported by HUNOROB project (HU0045), a grant from Iceland, Liechtenstein and Norway through the EEA Financial Mechanism and the Hungarian National Development Agency.

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Mino"ségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az Új Széchenyi Terv TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

Publications

[P–1] M. Lambic, N. Grbic, N. Hornjak, D. Lambic, M. Krnjacki, and B. Takarics. Grejne instalacije - katalog opreme. *Srbija Solar*, ISBN 978-86-87599-01-7, 2008, Belgrade, Serbia.

[P–2] B. Takarics, T. Kovács, T., P., Szemes, and P. Korondi. Master Device without Contact with the Operator for Interaction with remote Intelligent Space *Journal for Scientists and Engineers "Energetic Technologies"*, ISSN 1451-9070, 3(1-2), 60–64, 2006

[P–3] B. Takarics, G. Sziebig, and P. Korondi. Internet Based Laboratory For Distant Learning. *Journal for Scientists and Engineers "Management, Innovation, Development"*, ISSN 1452-8800, 3(11-12), 21–29, 2007

[P–4] B. Takarics, G. Sziebig, and P. Korondi. Small Batch Size Robot Programming with Human in The Loop. *Journal Of Automation Mobile Robotics & Intelligent Systems*, 3(4), 228–231, 2009

[P–5] P. Gróf, B. Takarics, Z. Petres, and J. Gyeviki. Polytopic Model Reconstruction of a Pneumatic Positioning System. *Buletinul Stiintific Al Universitatii Politehnica Din Timisoara-Seria Automatica Si Calculatoare*, ISSN 1224-600X, 54(68), 179–184, 2009

[P–6] B. Takarics, G. Sziebig, B. Solvang, and P. Korondi. Multimedia Educational Material and Remote Laboratory for Sliding Mode Control Measurements. *Journal of Power Electronics*, 10(6), 635–642, 2010

[P–7] A. Gaudia, T., P., Szemes, B. Takarics, and P. Korondi. Recognizing Unusual Behavior for Intelligent Space. In *Proceedings of the 6th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence*, Budapest, Hungary, November 2005.

[P–8] T., P., Szemes, G. Audureau, B. Takarics, and P. Korondi. New Approach for Interactive Communication Between Distant Places Using Intelligent Space. In *Proceedings of the 6th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence*, Budapest, Hungary, November 2005.

[P–9] T. Kovács, and B. Takarics. Confirmation of a Probability-based Accuracy Prediction Method for Line Extraction. In *Proceedings of the 7th International Conference on Technical Informatics*, Timisoara, Romania, June 2006.

[P–10] B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Virtual Master Device for Telemanipulation In *Proceedings of IEEE 3rd International Conference on Mechatronics (ICM 2006)*, Budapest, Hungary, July 3–5 2006.

[P–11] B. Takarics, and T., P., Szemes. Superflexible Welding Robot Based on the Intelligent Space Concept In *Proceedings of the 7th International Symposium* *of Hungarian Researchers on Computational Intelligence*, Budapest, Hungary, November 2006.

[P–12] G. Sziebig, B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Virtual Master Device In *Proceedings of the 5th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics*, Poprad, Slovakia, January 2007.

[P–13] B. Takarics, T., P., Szemes, Gy. Németh, and P. Korondi. Welding Trajectory Reconstruction Based on the Intelligent Space Concept In *Proceedings of IEEE 3rd International Conference on Human System Interaction*, Krakow, Poland, May 2008.

[P–14] B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Superflexible Welding Robot Based on Ubiquitous Computing Concept In *Proceedings of the 7th International Conference on Global Research and Education INTER-ACADEMIA*, Pécs, Hungary, September 2008.

[P–15] B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Vision System for Robot Programming Based on the Intelligent Space Concept In *Proceedings of the 14th International Conference on Industrial Systems*, Novi Sad, Serbia, October 2008.

[P–16] P. Szekeres, B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Control of Embedded System via Internet In *Proceedings of the 9th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics*, Budapest, Hungary, November 2008.

[P–17] P. Korondi, P. Baranyi, B. Takarics, and G. Sziebig. TP Model Transformation Based Sliding Mode Control Design In *Proceedings of International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, Dubrovnik, Croatia, October 2009.

[P–18] P. Korondi, G. Sziebig, and B. Takarics. Friction Compensation Based on LMI Control Design with Tensor Product Transformation - Tutorial In *Proceedings of International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, Dubrovnik, Croatia, October 2009.

[P–19] B. Takarics. Friction Modeling with Tensor Product Transformation In *Proceedings of the 11th International PhD Workshop (OWD)*, Wisla, Poland, October 2009.

[P–20] P. Gróf, B. Takarics, Z. Petres, and P. Korondi. Tensor Product Model Type Polytopic Decomposition of a Pneumatic System with Friction Phenomena Taken into Account In *Proceedings of the 8th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics*, Kosice, Slovakia, January 2010.

[P–21] B. Takarics, P. Korondi, and P. Baranyi. Tensor Product Model Transformation Based Friction Compensation of a Mechatronic System In *Proceedings of the 14th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems*, Las Palmas of Gran Canaria, Spain, May 2010.

[P–22] P. Gróf, B. Takarics, and A. Czmerk. Pneumatic System Model with Friction Phenomena for Modern Control Design In *Proceedings of the International Carpathian Control Conference*, Eger, Hungary, May 2010.

[P–23] B. Takarics, P. Baranyi, and P. Korondi. TP Transformation Model Based Sliding Mode Control Design for Nonlinear Systems In *Proceedings of the 13th Power Electronics and Motion Control Conference*, Ohrid, Macedonia, September 2010.

[P–24] B. Takarics, P. Gróf, P. Baranyi, and P. Korondi. Friction Compensation of an Aeroelastic Wing - A TP Model Transformation Based Approach In *Proceedings of the 8th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics*, Subotica, Serbia, September 2010.

[P–25] B. Takarics, T., P., Szemes, and P. Korondi. Virtual Master Device In *Proceedings of the 5th Mechanical Enginneering Conference*, Budapest, Hungary, May 2006.

[P–26] B. Takarics. Vision System for Welding Trajectory Reconstruction In *Proceedings of the Automation and Applied Computer Science Workshop*, Budapest, Hungary, June 2008.

[P–27] B. Takarics. Friction Compensation Based on LMI Control Design with Tensor Product Transformation In *Proceedings of the Automation and Applied Computer Science Workshop*, Budapest, Hungary, June 2009.

[P–28] B. Takarics, G. Sziebig, and P. Korondi. Telemanipulation without Physical Contact in the Intelligent Space. *Journal Of Advanced Materials Research*, 222, 362–366, 2011.

[P–29] B. Takarics and P. Korondi. Friction Modeling of Mechatronic Systems with Tensor Product Transformation. *Journal for Scientists and Engineers "Energetic Technologies"*, ISSN 1451-9070, 3, 36–45, 2010.

[P–30] G. Sziebig, B. Takarics and P. Korondi. Control of an Embedded System via Internet. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(10), 3324-3333, 2010.

[P–31] B. Takarics and P. Korondi. Kéttömeg rendszer szabályozása csúszómódban. *GÉP*, accepted for publication, 2011.

References

[1] F. Al-Bender, V. Lampaert, and J. Swevers. The generalized maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11):1883–1890, 2005.

[2] P. Apkarian and P. Gahinet. A convex characterization of gain-scheduled H_∞ controllers. *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 1995.

[3] P. Apkarian, P. Gahinet, and G. Becker. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems. *Proc. Amer. Contr. Conf.*, pages 856–860, 1994.

[4] V. I. Arnold. On functions of three variables. *Doklady Akademii Nauk USSR*, 114:679–681, 1957.

[5] R. Bambang, E. Shimemura, and K. Uchida. Mixed H_2/H_∞ control with pole placement, state-feedback case. In *Proceeding of American Control Conference*, pages 2777–2779, 1993.

[6] B. Bandyopadhyay and D. Fulwani. High-performance tracking controller for discrete plant using nonlinear sliding surface. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9):3628–3637, 2009.

[7] P. Baranyi, L. Szeidl, P. Várlaki, and Y. Yam. Definition of the HOSVD-based canonical form of polytopic dynamic models. In *3rd International Conference on Mechatronics (ICM 2006)*, pages 660–665, Budapest, Hungary, July 3-5 2006.

[8] P. Baranyi, L. Szeidl, P. Várlaki, and Y. Yam. Numerical reconstruction of the HOSVD-based canonical form of polytopic dynamic models. In *10th International Conference on Intelligent Engineering Systems*, pages 196–201, London, UK, June 26-28 2006.

[9] B. R. Barmish. Stabilization of uncertain systems via linear control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-28:848–850, 1983.

[10] A. Bazaei and M. Moallem. Prestiction friction modeling and position control in an actuated rotary arm. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 59(1):131–139, 2010.

[11] E. J. Berger. Friction modeling for dynamic system simulation. *Applied Mechanics Reviews*, 55(6):535–578, 2002.

[12] F. Betin, D. Pinchon, and G.-A. Capolino. A time-varying sliding surface for robust position control of a dc motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(2):462–473, 2002.

[13] Y. . Blanco, F. Gouaisbaut, W. Perruquetti, and P. Borne. Sliding mode controller design using polytopic formulation. In *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 922–927, 2001.

[14] E. K. Blum and L. K. Li. Approximation theory and feedforward networks. *Neural Netwroks*, 4(4):511–515, 1991.

[15] P. Bollók and M. Kozma. Changes of subsurface structure of materials developed during sliding friction. *Materials Science Forum*, 537-538:315–320, 2007.

[16] S. Boyd, V. Balakrishnan, and P. Kabamba. A bisection method for computing the H_∞ norm of a transfer matrix related problems. *Math. Contr. Sign. Syst.*, 2:207–219, 1989.

[17] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. SIAM books, Philadelphia, 1994.

[18] S. Boyd and Q. Yang. Structured and simultaneous Lyapunov functions for system stability problems. *International Journal on Control*, 49:2215–2240, 1989.

[19] J. L. Castro. Fuzzy logic controllers are universal approximators. *IEEE Trans. on SMC*, 25:629–635, 1995.

[20] T.-S. Chiang and C.-S. Chiu. Adaptive fast terminal sliding mode control for a class of nonlinear systems with time-varying uncertainties via lmi approach. In *In Proceedings of the IEEE International Conference on ISystems, Man and Cybernetics*, pages 2846–2850, 2008.

[21] M. Chilali and P. Gahinet. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. In *Proceedings of Conference on Decision Control*, pages 553–558, 1994.

[22] S.-I. Cho and I.-J. Ha. A learning approach to tracking in mechanical systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11):111–116, 2000.

[23] G. Cybenko. Approximation by superposition of sigmoidal functions. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2:303–314, 1989.

[24] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky. Dynamic friction models and control design. In *In Proceedings of the American Control Conference*, pages 1920–1926, 1993.

[25] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3):419–425, 1995.

[26] E. F. Deprettere, editor. *SVD and Signal Processing*, volume Algorithms, Applications and Architectures. North-Holland, Amsterdam, 1988.

[27] J. C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Trans. Aut. Contr.*, AC-34:831–847, 1989.

[28] A. Edelmayer and J. Bokor. Optimal H_2 and H_∞ scaling for sensitivity optimization detection filters. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8):749–760, 2002.

[29] E. Feron, P. Apkarian, and P. Gahinet. S-procedure for the analyisi of control systems with parametric uncertanities via parameter-dependent lyapunov functions. *Thrid SIAM Conf. on Contr. and its Applic.*, 1995.

[30] A. G. Filippov. Application of the theory of differential equations with discontinuous right-hand sides to non-linear problems in automatic control. In *Proceedings of the 1st IFAC Congress*, pages 923–925, 1960.

[31] A. G. Filippov. *Differential equations with discontinuous right-hand side*. American Mathematical Society, american mathematical society translations: series 42 edition, 1964.

[32] L. Freidovich, A. Robertsson, A. Shiriaev, and R. Johansson. Lugre-model-based friction compensation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(1):194–200, 2010.

[33] B. Friedland and Y. J. Park. On adaptive friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(10):1609–1612, 1992.

[34] K. Furuta. Variable structure control with sliding sector. *Systems and Control Letters*, 14:145–152, 1990.

[35] P. Gahinet. Explicit controller formulas for lmi-based H_∞ synthesis. *Automatica and also in Proc. Amer. Contr. Conf.*, pages 2396–2400, 1994.

[36] P. Gahinet and P. Apkarian. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. *International Journal on Robust and Nonlinear Control*, 4:421–448, 1994.

[37] P. Gahinet, P. Apkarian, and M. Chilali. Affine parameter-dependent Lyapunov functions for real parametric uncertainty. In *Proceedings of Conference on Decision Control*, pages 2026–2031, 1994.

[38] P. Gahinet and A. J. Laub. Reliable computation of γ_{opt} in singular H_∞ control. *SIAM J. Contr. Opt., also in Proc. Conf. Dec. Contr.*, pages 1527–1532, 1994.

[39] P. Gáspár and J. Bokor. *Progress in system and robot analysis and control design*. Springer, 1999.

[40] G. H. Golub and W. Kahan. Calculating the singular values and pseudoinverse of a matrix. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2:205–224, 1965.

[41] F. Gouaisbaut, Y. Blanco, and J.Richard. Robust sliding mode control of non-linear systems with delay: A design via polytopic formulation. *International Journal of Control*, 77(2):206–215, 2004.

[42] I. Grattan-Guinness. A sideways look at hilbert's twenty-three problems of 1900. *Notices of the AMS*, 47, 2000.

[43] J. Gray. The hilbert problems 1900-2000. *Newsletter*, 36:10–13, 2000.

[44] D. A. Haessig and B. Friedland. On the modelling and simulation of friction. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 113(3):354–362, 1991.

[45] D. Hilbert. Methematische probleme. *2nd International Congress of Mathematican*, 1900. Paris, France.

[46] H. P. Horisberger and P. R. Belanger. Regulators for linear time-varying plants with uncertain parameters. *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-21:705–708, 1976.

[47] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2:359–366, 1989.

[48] T. Iwasaki and R. E. Skelton. All controllers for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state-space formulas. *Automatica*, 30:1307–1317, 1994.

[49] F. S. J. Liu. A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems. *Journal of Control Theory and Applications*, 5(2):189–193, 2007.

[50] M. Jerouane and F. Lamnabhi-Lagarrigue. Discontinuous sliding surface for a general electromechanical system with time-invariant uncertainties. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, pages 6800–6805, 2005.

[51] Z. Jinggang, Z. Yibo, C. Zhimei, and Z. Zhichengu. A control scheme based on discrete time-varying sliding surface for position control systems. In *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*, volume 2, pages 1175–1178, 2004.

[52] N. Kamarkar. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4:373–395, 1984.

[53] I. Kaminer, P. P. Khargonekar, and M. A. Rotea. Mixed $\mathrm{H}_2/\mathrm{H}_\infty$ control fir discrete time systems via convex optimization. *Automatica*, 29:57–70, 1993.

[54] P. P. Khargonekar and M. A. Rotea. Mixed H_2/H_∞ control: a convex optimization approach. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 39:824–837, 1991.

[55] K. Khayati, P. Bigras, and L.-A. Dessaint. Lugre model-based friction compensation and positioning control for a pneumatic actuator using multi-objective output-feedback control via lmi optimization. *Mechatronics*, 19(4):535–547, 2009.

[56] T.-H. Kim and I.-J. Ha. Time-optimal control of a single-dof mechanical system with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(5):751–755, 2001.

[57] A. N. Kolmogorov. On the representation of continuous functions of many variables by superposition of continuous functions of one variable and addition. *Dokl. Akad. USSR*, 114:953–956, 1957.

[58] P. Korondi, J.-X. Xu, and H. Hashimoto. Sector sliding mode controller for motion control. In *Proceedings of the 8th Conference on Power Electronics and Motion Control*, volume 5, pages 254–259, 1998.

[59] A. J. Koshkouei, K. J. Burnham, and A. S. I. Zinober. Dynamic sliding mode control design. In *In Proceedings IEEE Control Theory Applications*, pages 392–396, 2005.

[60] B. Kosko. Fuzzy systems as universal approximators. *Proc. of the IEEE Int. Conf. On Fuzzy Systems*, pages 1153–1162, 1992. San Diego.

[61] C. Y. Lai, F. L. Lewis, S. S. G. V. Venkataramananand X. Ren, and T. Liew. Disturbance and friction compensations in hard disk drives using neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(2):784–792, 2010.

[62] C. Y. Lai, F. L. Lewis, V. Venkataramanan, X.-M. Ren, S. S. Ge, and T. Liew. Neural networks for disturbance and friction compensation in hard disk drives. In *In Proceedings of 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3640–3645, Cancun, Mexico, 2008.

[63] L. D. Lathauwer. *Signal Processing Based on Multilinear Algebra*. PhD thesis, K.U. Leuven, E.E. Dept.-ESAT, Belgium, 1997.

[64] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. Vandewalle. Blind source separation by higher-order singular value decomposition. In *Signal Processing VII: Theories and Applications, Proc. EUSIPCO-94*, pages 175–178, Edinburgh, UK, 1994.

[65] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. Vandewalle. A multilinear singular value decomposition. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 21(4):1253–1278, 2000.

[66] T. H. Lee, K. K. Tan, and S. Huang. Adaptive friction compensation with a dynamical friction model. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 16(1):133–140, 2011.

[67] A. Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output feedback control. *International Journal of Control*, 76(9/10):924–941, 2003.

[68] A. Levant and L. Alelishvili. Integral high-order sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(7):1278–1282, 2007.

[69] F.-J. Lin, L.-T. Teng, and P.-H. Shieh. Intelligent sliding-mode control using rbfn for magnetic levitation system. *IEEE Transactions of Industrial Electronics*, 54(3):1752–1762, 2007.

[70] G. G. Lorentz. *Approximation of functions*. Holt, Reinhard and Winston, 1966. New York.

[71] C. Makkar, G. Hu, W. G. Sawyer, and D. E. Dixon. Lyapunov-based tracking control in the presence of uncertain nonlinear parameterizable friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(10):1988–1994, 2007.

[72] N. Mallon, N. van de Wouw, D. Putra, and H. Nijmeijer. Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer. *IEEE Transactions on Control Sysems Technology*, 14(2):374–383, 2006.

[73] I. Masubuchi, A. Ohara, and N. Suda. LMI-based controller synthesis: A unified formulation and solution. *International Journal on Robust and Nonlinear Control*, 8(8):669–686, 1998.

[74] M. Moonen and B. D. Moor, editors. *SVD and Signal Processing*, volume III. Algorithms, Applications and Architectures. Elsevier, Amsterdam, 1995.

[75] A. Nemirovski and P. Gahinet. The projective method for solving linear matrix inequalities. *Proc. Amer. Contr. Conf.*, pages 840–844, 1994.

[76] Y. Nesterov and A. Nemirovskii. *Interior-Point Polynomial Algorithms in Programming*. SIAM, Philadelphia, 1994.

[77] H. T. Nguyen and V. Kreinovich. On approximations of controls by fuzzy systems. LIFE Chair of Fuzzy Theory TR 92-93/302, Tokyo Institute of Technology, 1992.

[78] H. Olsson. *Control Systems with Friction. PhD thesis*. Lund Institute of Technology, University of Lund, 1996.

[79] A. Packard and J. C. Doyle. The complex structured singular value. *Automatica*, 29:71–109, 1994.

[80] L. Palfi, N. Bekesi, T. Goda, K. Varadi, and A. Czifra. FE simulation of the hysteretic friction considering the surface topography. *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, 52(2):83, 2008.

[81] S. Ryvkin, R. Schmidt-Obermoeller, and A. Steimel. Sliding-modebased control for a three-level inverter drive. *IEEE Transactions of Industrial Electronics*, 55(11):3828–3835, 2008.

[82] J. M. Salamanca and E. Garcia. Sliding mode control with linear matrix inequalities using only output information. In *In Proceedings of the International Conference on Industrial Electronics and Control Applications*, pages 1–6, 2005.

[83] P. P. San, B. Ren, and S. S. Ge. Adaptive neural network control of hard disk drives with hysteresis friction nonlinearity. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(2):351–358, 2011.

[84] C. Scherer. H_∞ optimization without assumptions on finite or infinite zeros. *SIAM J. Contr. Opt.*, 30:143–166, 1992.

[85] R. R. Selmic and F. L. Lewis. Neural-network approximation of piecewise continuous functions: application to friction compensation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 13(3):745–751, 2002.

[86] A. Seuret, M. Irfan, C. Edwards, and S. Spurgeon. Exponential stabilization using sliding mode control for non linear systems with time-varying delays. In *In Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2011–2016, 2007.

[87] J. M. A.-D. Silva and C. Edwards. Sliding mode controller design for systems with mismatched uncertainties described using polytopic models. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design*, pages 2005–2010, 2010.

[88] J. M. A.-D. Silva, C. Edwards, and S. K. Spurgeo. Linear matrix inequality based dynamic output feedback sliding mode control for uncertain plants. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 763–768, 2009.

[89] J. M. A.-D. Silva, C. Edwards, and S. K. Spurgeon. Sliding-mode output-feedback control based on lmis for plants with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9):3675–3683, 2009.

[90] D. A. Sprecher. On the structure of continuous functions of several variables. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 115:340–355, 1965.

[91] G. Stein and J. C. Doyle. Beyond singular values and loop shapes. *Journal of Guidance*, 14:5–16, 1991.

[92] G. W. Stewart. On the early history of singular value decomposition. Technical Report TR–92–31, Institute for Advanced Computer Studies, University of Mariland, March 1992.

[93] Z. Szabó, J. Bokor, and F. Schipp. Identification of rational approximate models in H_∞ using generalized orthonormal basis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(1):153–158, 1999.

[94] D. Tikk, L. T. Kóczy, and T. D. Gedeon. A survey on the universal approximation and its limits in soft computing techniques. *Int. J. of Approx. Reasoning*, 33(2):185–202, June 2003.

[95] P. Tomei. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11):2164–2169, 2000.

[96] V. I. Utkin. *Variable Structure Control Optimization*. Springer-Verlag, 1992.

[97] R. Vaccaro, editor. *SVD and Signal Processing*, volume II. Algorithms, Applications and Architectures. Elsevier, Amsterdam, 1991.

[98] P. Vedagarbda, D. M. Dawson, and M. Feemster. Tracking control of mechanical systems in the presence of nonlinear dynamic friction effects. *IEEE Transactions on Control Sysems Technology*, 7(4):446–456, 1999.

[99] J. Vittek, P. Bris, P. Makys, M. Stulrajter, and V. Vavrus. Control of flexible drive with pmsm employing forced dynamics. In *Proceedings of the 13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE- PEMC 2008)*, pages 2242–2249, 2008.

[100] J. Wang, J. Wang, N. Daw, and Q. Wu. Identification of pneumatic cylinder friction parameters using genetic algorithms. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 9(1):100–107, 2004.

[101] L. X. Wang. Fuzzy systems are universal approximators. *Proc. of the IEEE Int. Conf. On Fuzzy Systems*, pages 1163–1169, 1992. San Diego.

[102] C. C. D. Wit and S. S. Ge. Adaptive friction compensation for systems with generalized velocity/position friction dependency. In *In Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2465–2470, San Diego, USA, 1997.

[103] J.-X. Xu, T.-H. Lee, M. Wang, and X. H. Yu. On the design of variable structure controllers with continuous switching control. *International Journal of Control*, 65(5):409–431, 1996.

[104] P. M. Young, M. P. Newlin, and J. C. Doyle. *Robust Control Theory*, chapter Let's Get Real, pages 143–174. Springer Verlag, 1994.

[105] C. H. Zheng, Y. X. Su, and P. C. Müller. Friction compensation with commonly-used pd control and support vector regression. In *In Proceedings of the IFAC World Congress*, pages 14798–14803, Seoul, Korea, 2008.