Közlekedésautomatikai Tanszék
Közlekedésmérnöki Kar
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Budapest, Magyarország

Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium
Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintéze
Magyar Tudományos Akadémia
Budapest, Magyarország

Korszerű autópályaforgalom-modellezés és irányítás

Lineáris változó paraméterű módszerek

Ph.D. tézisfüzet

Luspay Tamás

Témavezetők:
Bokor József, D.Sc.
Kulcsár Balázs, Ph.D.

Budapest, 2011

Motiváció

Az autópályákon és gyorsforgalmi utakon kialakuló forgalom dinamikája igen összetett folyamat, így annak matematikai leírása, valamint irányítása komoly kihívást jelent. A valóságban megfigyelt komplex jelenségek megfelelő leírása nemlineáris dinamikus modelleket igényel. Az 1960-as évektől kezdve fokozatosan fejlődött az ún. makroszkopikus forgalommodellezés, így napjainkban már rendelkezésünkre állnak kidolgozott forgalmi modellek, melyek képesek megfelelő pontossággal reprodukálni az autópályákon kialakuló forgalmi viszonyokat. A folyamat mélyebb megértésén túl, ezek a dinamikus leírások lehetővé teszik a forgalomba történő beavatkozás hatásának vizsgálatát, és ez alapján a bemenőjel tervezését is.

A modell alapú forgalomirányítás az 1980-as évek közepétől terjedt el, és hamar világossá vált, hogy a tervezés során figyelembe kell venni a rendszer változóinak fizikailag korlátozott természetét is. A rendszer- és irányításelméletben megfigyelt tervezési kompromisszumok így a forgalomirányítás területén is jelentkeztek: a nemlineáris, korlátozások melletti irányítás szisztematikus tervezésének hiánya egyszerűsített modellhasználatot, vagy összetett valósidejű numerikus számítást eredményezett.

Ezen tervezési kompromisszumok enyhítésére az 1990-es évek elején született meg a Lineáris Változó Paraméterű (Linear Parameter Varying - LPV) rendszerek elmélete. Azóta, az elmúlt 20 évben, az LPV módszertan mind elméleti, mind alkalmazási szempontból a poszt-modern rendszer- és irányításelmélet egyik legsikeresebb irányává nőtte ki magát. A disszertáció a forgalommodellezés és irányítás problémáira keres válaszokat a Lineáris Változó Paraméterű rendszerelmélet eredményeinek felhasználásával.

Az elért eredmények áttekintése

Az értekezésben közölt új tudományos eredmények három pontban foglalhatóak össze.

Változó paraméterű autópálya forgalom modellezés

Az értekezés 3. fejezete vezeti be a paraméterfüggő forgalommodellezési eljárást. Bemutatja az irodalomban elfogadott nemlineáris, másodrendű makroszkopikus forgalmi modell [Pay71, Whi74] Lineáris Változó Paraméterű alakra történő transzformációját. Az általános struktúrán túlmenően a rendszer affin paraméterezését, valamint politópikus felírását is az első rész tárgyalja. Az ismertetett eljárás nem tartalmaz közelítést, így a paraméterfüggő reprezentációk numerikus pontossága megegyezik a nemlineáris modellével. Az így eredményül kapott egzakt modellek nagy számítási igényeinek enyhítése érdekében közelítő modellek is levezetésre kerülnek a 3. fejezetben. Valós detektor adatok felhasználásával végzett numerikus szimulációk igazolják a javasolt paraméterfüggő modellezési megközelítés érvényességét.

Autópálya forgalom vizsgálata

A 3. fejezetben kidolgozott paraméterfüggő modellek felhasználásával elvégezhetővé válik a rendszer analízise korszerű rendszerelméleti eljárások alkalmazásával. A lokális felhajtószabályozási probléma halmazelméleti módszerekkel történő vizsgálata az értekezés 4. fejezetében található. A rendszer robusztus irányított invariáns halmazának meghatározásával azonosíthatóvá válnak azok a forgalmi szituációk, melyek esetén a felhajtó forgalomnagyság megfelelő szabályozása megakadályozhatja a főpálya további (teljes) torlódását. Továbbá, a t-lépéses robusztus irányíthatósági halmazok definiálásával meghatározhatóak azok a torlódott forgalmi helyzetek, melyek esetén t-lépés alatt feloldható a torlódás a felhajtó megfelelő szabályozásával. A fejezet részletesen ismerteti a maximális robusztus irányított invariáns halmaz számítására kidolgozott iteratív algoritmust, valamint megadja a t-lépéses irányíthatósági halmazok meghatározására vonatkozó eljárást.

Autópálya forgalom irányítása

Új, paraméterfüggő felhajtószabályozási eljárást javasol az értekezés 5. fejezete. A forgalomirányítási problémát új megközelítésben tárgyalva, a feladat optimalizálásként kerül megfogalmazásra. A szabályozás célja a nemkívánatos forgalmi eseményeknek (pl. lökéshullámok) a szakasz áteresztőképességére gyakorolt hatásának minimalizálása. A feladat megoldására dinamikus szabályozó javasolt, melynek meghatározására az irányításelméletben jól ismert konvex optimalizálási feladat adódik Lineáris Mátrix Egyenlőtlenségekkel (Linear Matrix Inequality - LMI) leírt korlátozások mellett. A fejezet megadja a fizikai korlátozások indirekt kezelése melletti, szisztematikus tervezési eljárást. A közölt szimulációs példák igazolják, hogy a szintézis feladat megoldásaként kapott szabályozó képes az áteresztőképesség maximalizálására, a kialakuló lökéshullámok elnyomásával.

Alapfogalmak, módszerek

Alábbiakban az értekezésben felhasznált fogalmak és módszerek rövid ismertetését adjuk meg.

1. Definíció (Lineáris Változó Paraméterű rendszer). *Diszkrét-idejű Lineáris Változó Paraméterű (LPV) rendszer alatt a következő dinamikával jellemzett folyamatot értjük [SA91, Wu95]:*

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(p(k))x(k)+E(p(k))d(k)+B(p(k))u(k), & \text{(1a)}\\ z(k) &= C_1(p(k))x(k)+D_{11}(p(k))d(k)+D_{12}(p(k))u(k), & \text{(1b)}\\ y(k) &= C_2(p(k))x(k)+D_{12}(p(k))d(k)+D_{22}(p(k))u(k), & \text{(1c)}\end{aligned}$$

ahol $x \in \mathbb{R}^{n_x}$, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$, $d \in \mathbb{R}^{n_d}$ jelöli az állapot-, bemenő- illetve zavarójel vektorait. Továbbá $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ a mért kimenet vektora, illetve z a performancia kimenet vektora $\in \mathbb{R}^{n_z}$. Az ún. ütemezési paraméter vektorát $p \in \mathbb{R}^{n_p}$ jelöli. Amennyiben az ütemezési paraméter a rendszer állapotainak függvénye, úgy kvázi-LPV (quasi-LPV - qLPV) rendszerről beszélünk.

Az LPV rendszerek egy speciális osztályát képezik az ún. *affin paraméterfüggésű modellek*, ahol a mátrixfüggvények a következő alakúak:

$$A(p(k)) = A_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(k)A_i. \tag{2}$$

2. Definíció (Poliéder). *Egy konvex poliéder egy olyan halmaz, mely a következő egyenletekkel van definiálva:*

$$\mathscr{P}(F,g) = \{x : Fx \leq g\} = \{x : F_i x \leq g_i,\ i = 1,2,\ldots,s\}, \tag{3}$$

ahol F_i jelöli az $s \times n$ dimenziós F mátrix i-edik sorát, illetve g_i az $s \times 1$ dimenziós g vektor i-edik elemét [BM08].

3. Definíció. *Egy poliédert politópnak nevezünk, amennyiben korlátos [BM08].*

4. Definíció (Politópikus rendszer). *A politópikus rendszerek a Lineáris Időben Változó (Linear Time Varying - LTV) rendszerek osztályába tartoznak, és a következő alakban adottak:*

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k)+E(k)d(k)+B(k)u(k), & \text{(4a)}\\ z(k) &= C_1(k)x(k)+D_{11}(k)d(k)+D_{12}(k)u(k), & \text{(4b)}\\ y(k) &= C_2(k)x(k)+D_{21}(k)d(k)+D_{22}(k)u(k), & \text{(4c)}\end{aligned}$$

ahol a rendszer mátrixai az Ω politópból veszik fel értékeiket:

$$\left[\begin{array}{ccccccccc} A(k) & E(k) & B(k) & C_1(k) & D_{11}(k) & D_{12}(k) & C_2(k) & D_{21}(k) & D_{22}(k) \end{array}\right] \in \Omega. \quad (5)$$

A Tenzor-Szorzat transzformáció módszere

A Tenzor-Szorzat (Tensor Product - TP) model transzformáció egy, a qLPV rendszerek politópikus átírására kidolgozott numerikus eljárás [Bar04]. A nemlineáris rendszert a következő lépések szerint meghatározott Lineáris Időinvariáns (Linear Time Invariant - LTI) rendszerek állapotfüggő konvex kombinációjaként írjuk le.

Először a vizsgált qLPV rendszer diszkrét rácspontokon való kiértékelése történik egy, az állapotok lehetséges tartományát reprezentáló Ψ tartomány felett. A tartományon definiált ortogonális raszter rácspontjaiban kiértékelésre kerülnek a rendszer mátrixfüggvényei. Az így előálló hiper-mátrixot ezután többdimenziós Szinguláris Érték Felbontással (Higher Oreder Singular Value Decomposition - HOSVD) bontjuk fel. A rendszer leírásához szükséges LTI rendszerek száma a hiper-mátrix szinguláris értékei és azok kondíció száma alapján határozható meg. Végül a lineáris, sarokponti rendszereket összekapcsoló ortonormált, állapotfüggő súlyfüggvények kerülnek meghatározásra először diszkrét, majd folytonos alakjukban.

5. Definíció (Robusztus irányított invariáns halmaz). *Egy $\mathscr{S} \subseteq \mathscr{X}$ halmazt robusztus irányított invariáns halmaznak nevezünk, amennyiben létezik olyan megengedett irányítás, hogy minden $x(0) \in \mathscr{S}$ esetén és minden megengedett zavarójel szekvencia mellett fennáll, hogy $x(t) \in \mathscr{S}$ minden $t \geq 0$ időpontban [BM08, Ker00].*

6. Definíció (Robusztus irányíthatósági halmaz). *A t-lépéses robusztus invariáns halmaz $\mathscr{K}_t(\mathscr{X}, \mathscr{T})$ alatt az $\mathscr{X}$ állapotok azon legnagyobb halmazát értjük, melyekhez létezik megengedett irányítási sorozat mely a rendszert t lépés alatt, az $\mathscr{X}$ halmazon belül tartva egy előre definiált $\mathscr{T} \subset \mathscr{X} \subset \mathbb{R}^{n_x}$ véghalmazba vezérli, minden lehetséges zavarójel szekvencia esetén [BM08, Ker00].*

7. Definíció (Lineáris Mátrix Egyenlőtlenség). *Lineáris Mátrix Egyenlőtlenség (Linear Matrix Inequality - LMI) alatt a következő egyenlőtlenséget értjük:*

$$F(x) := F_0 + x_1 F_1 + x_2 F_2 + \ldots + x_m F_m \succ 0 \quad (6)$$

ahol az $F(\cdot)$ affin függvény az $\mathscr{X}$ véges dimenziójú vektortérből a szimmetrikus mátrixok $\mathbb{S}$ halmazára történő leképezés, azaz: $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Továbbá $\succ 0$ jelöli a pozitív definitséget, vagyis $u^T F(x) u > 0$ minden $u \in \mathbb{R}^n$ [BGFB94, SW05].

1 Tézis
Változó paraméterű autópályaforgalom-modellezés

Az értekezés középpontjában a másodrendű diszkrét Payne-Whitham modell áll, mely alkalmas a különböző közlekedési jelenségek reprodukálására [Pay71, Whi74]. A modell egy Δ_i hosszúságú n sávos autópálya-szegmens $\rho_i(k)$ forgalomsűrűségének, illetve $v_i(k)$ térbeli átlagsebességének változását a követekező differenciaegyenletekkel írja le:

$$
\begin{aligned}
\rho_i(k+1) &= \rho_i(k) + \frac{T}{\Delta_i n}\left[q_{i-1}(k) - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)\right], && (7)\\
s_i(k) &= \beta_i \cdot q_{i-1}(k), && (8)\\
v_i(k+1) &= v_i(k) + \frac{T}{\tau}\left[V(\rho_i(k)) - v_i(k)\right] + \frac{T}{\Delta_i} v_i(k)\left[v_{i-1}(k) - v_i(k)\right]\\
&- \frac{\nu}{\tau}\frac{T}{\Delta_i}\frac{\rho_{i+1}(k) - \rho_i(k)}{\rho_i(k) + \kappa} - \frac{\delta T}{\Delta_i n}\frac{r_i(k) v_i(k)}{\rho_i(k) + \kappa}, && (9)\\
V(\rho_i(k)) &= v_{free} \exp\left[-\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_i(k)}{\rho_{cr}}\right)^a\right], && (10)\\
q_i(k) &= \rho_i(k) \cdot v_i(k) \cdot n. && (11)
\end{aligned}
$$

A diszkrét változók $q_i(k)$, $s_i(k)$ és $r_i(k)$ jelölik a szakasz ki-, le- illetve felhajtó forgalmát, míg a, v_{free}, ρ_{cr}, β_i, τ, ν, κ, δ, konstans modellparaméterek. A modell $x(k)$ állapotvektora tartalmazza egy adott szakasz szegmenseinek sűrűség és átlagsebesség értékeit, $u(k)$ bemenőjele a felhajtó forgalomnagyságokat, $d(k)$ zavarójele pedig a szakasz határokon jelentkező, nem irányítható jeleket. Ekkor (7)-(11) egyenleteket általános nemlineáris rendszerként írhatjuk:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), d(k)). \tag{12}$$

A (12) nemlineáris modell (1a) qLPV alakra történő transzformálása a következő lépések szerint történik:

1. Meghatározzuk a (12) diszkrét idejű differenciaegyenletek $x(k+1) = x(k) = x^*$ alakú állandósult-állapotbeli megoldásait. Ekkor egy alulhatározott nemlineáris algebrai egyenletrendszer adódik a következő általános alakban: $x^* = f(x^*, u^*, d^*)$, melynek megoldásához néhány változó szabadon rögzíthető a vizsgált problémának megfelelően.

2. Definiáljuk a centrált változókat, mint az állandósult-állapottól vett eltérést: $\tilde{x}(k) = x(k) - x^*$, $\tilde{u}(k) = u(k) - u^*$, illetve $\tilde{d}(k) = d(k) - d^*$.

3. Felírjuk a (12) nemlineáris egyenletrendszert az eltolt koordináta-rendszerben. Az egyenletekben szereplő $h(\tilde{x}(k))$ alakú nemlinearitásokból a centrált változók a következő transzformáció használatával kiemelhetőek:

$$h(\tilde{x}(k)) = H(\tilde{x}(k))\tilde{x}(k), \quad H(\tilde{x}(k)) = \int_0^1 \frac{\partial h(\varphi\tilde{x})}{\partial\varphi} d\varphi, \tag{13}$$

   ahol φ jelöli a transzformáció segédváltozóját. A transzformáció minden olyan függvény esetén elvégezhető, melyekre $h(0) = 0$, mely a centrálási feltételekből következően a vizsgált esetben teljesül.

4. Átrendezve a kapott egyenleteket, állapot-, bemenő- illetve zavarójel szerint rendezve, a következő qLPV struktúrát kapjuk:

$$\tilde{x}(k+1) = A(p(k))\tilde{x}(k) + B(p(k))\tilde{u}(k) + E(p(k))\tilde{d}(k), \tag{14}$$

   ahol a $p(k)$ ütemezési változók foglalják magukba a $\tilde{x}(k)$ függő nemlinearitásokat.

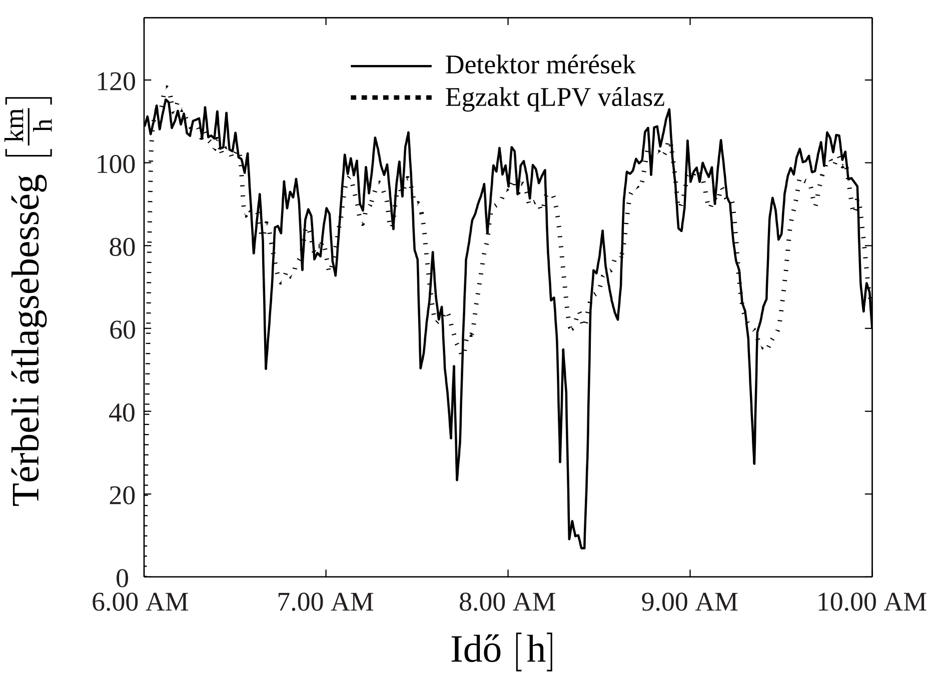
A levezetés során semmilyen közelítés nem lett alkalmazva, így az eredményül kapott (14) paraméterfüggő reprezentáció numerikusan ekvivalens a kiindulási makroszkopikus modellel (7)-(11).

A 3. fejezet mutatja be a (14) általános qLPV struktúra affin paraméterezésű felírását, mely során szegmensenként 4 darab ütemezési paraméter került bevezetésre. Továbbá, az általános (14) alakot felhasználva megalkotható az autópályaforgalom politópikus modellje. Ehhez a TP modell transzformáció elvégzése javasolt az állapotváltozók, detektor mérésekből megkonstruálható, Ψ tartománya felett. A politópikus modell levezetését részletesen a disszertáció 3. fejezete tárgyalja.

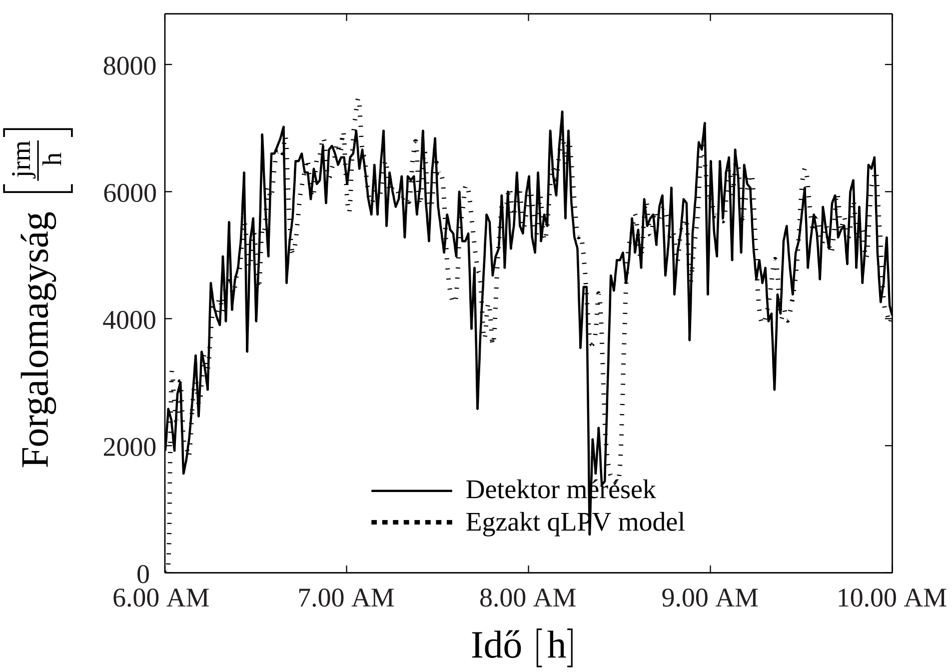
A kidolgozott reprezentációk számítási igényük, illetve numerikus tulajdonságaik alapján kerültek összehasonlításra a 3. fejezetben. Ennek során az egyes modellstruktúrák által igényelt számítási komplexitás a tervezéshez szükséges Lineáris Mátrix Egyenlőtlenségekkel jellemzett. Ez alapján, a számítási igények csökkentése érdekében a használt ütemezési változók számának redukálása javasolt, dinamikai hatások elhanyagolásával.

Végezetül a különböző modellek numerikus pontosságának vizsgálata valós detektor adatokkal végzett szimulációkkal történt, ezáltal validálva a paraméterfüggő modellezési formalizmust. Az 1. ábra szemlélteti az egzakt modell pontosságát valós térbeli átlagsebesség és forgalomnagyság mérésekkel összehasonlítva. Ezek alapján

(a) Térbeli átlagsebesség összehasonlítása



(b) Forgalomnagyság összehasonlítása



1. ábra. Egzakt paraméterfüggő modell sebesség és forgalomnagyság válaszainak összehasonlítása valós detektor adatokkal

megállapítható, hogy a bevezetésre került új struktúrák megőrzik a másodrendű modellek pontosságát, és ezáltal képesek különböző közlekedési jelenségek megfelelő minőségű reprodukálására.

A disszertáció 3. fejezetében tárgyalt eljárást az 1 Tézisben foglaltam össze:

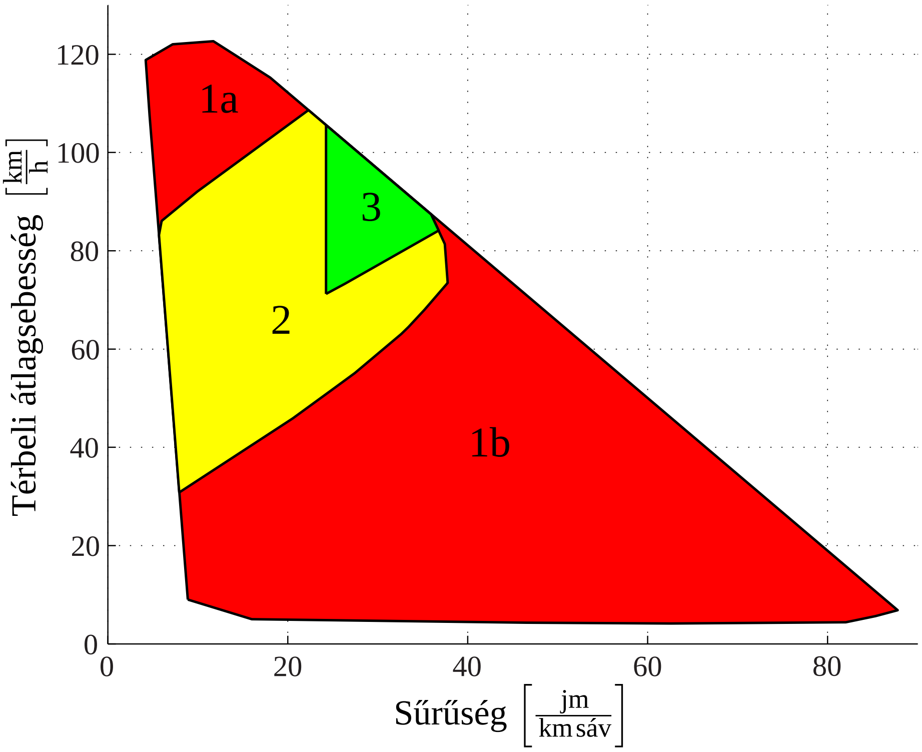
1. Tézis. *Általános levezetést adtam a kibővített Payne-Whitham típusú nemlineáris, másodrendű makroszkopikus forgalmi modell paraméterfüggő reprezentációjának megalkotására. Az általános Lineáris Változó Paraméterű struktúra mellett, megadtam az affin paraméterezésű, illetve a paraméterfüggő politópikus modellek struktúráját is. Összehasonlítottam a modellek számítási igényeit és ez alapján egyszerűsítéseket javasoltam a komplexitás csökkentésére. Megvizsgáltam a modellek numerikus pontosságát ezáltal validálva a paraméterfüggő modellezési formalizmust [LKVB10, LKvW$^+$11].*

2 Tézis
Autópályaforgalom vizsgálata

A paraméterfüggő modellek felhasználásával, egy izolált felhajtó szabályozási problémájának halmazelméleti vizsgálatát ismerteti az értekezés 4. fejezete. Ennek alapját, kedvező számítási tulajdonságai miatt, a politópikus leírás adja.

Első lépésben a politópikus modell a vizsgált problémának megfelelően került levezetésre, ahol kihasználható az állandósult-állapotok nyújtotta tervezési szabadság. Általános forgalomirányítási célként a teljes hálózatban eltöltött időt tekintjük, melyről megmutatható, hogy szoros összefüggésben van a hálózatból kihaladó forgalomnagysággal. A forgalomtechnikából továbbá ismeretes, hogy a maximális kihaladás egy jól meghatározott forgalomsűrűség mellett érhető el, melyet kritikus forgalomsűrűségnek (ρ_{cr}) nevezünk. Ennek megfelelően a nemlineáris modellegyenletek olyan állandósult-állapot értékre lettek centrálva, mely a maximális áteresztőképességet reprezentálja. Ezáltal a centrált koordináta rendszer origója megegyezik a szabályozás által elérni kívánt munkaponttal. Ezen kívül, a vizsgált szakaszra ható zavarás mért, illetve nem mért részekre partícionálható. A megfelelő beavatkozójel meghatározása során a mért zavarójelek információja felhasználható [BM08]. Ugyanakkor, a nem mért jeleknél az elérni kívánt irányítási cél szempontjából lehető legrosszabb értékre kell felkészülni [BM08]. Ezen irányelveket figyelembe véve két halmazelméleti algoritmus került kidolgozásra az értekezés 4. fejezetében, a lokális felhajtószabályozás hatásának vizsgálatára. A módszertan a bemenőjel meghatározásának módjára semmilyen megkötést nem tartalmaz, így az eredmények algoritmustól és struktúrától függetlenek.

Először a maximális robusztus irányított invariáns halmaz fogalma került bevezetésre közlekedési problémákra. A 4. fejezet megadja az invariáns halmaz felhajtószabályozási esetre történő kiszámításának iteratív algoritmusát. Az eljárással azok a forgalmi helyzetek határozhatóak meg, melyek esetén található olyan korlátozásokat betartó felhajtószabályozás, mellyel a szakasz további torlódása megakadályozható. Másodszor a forgalomirányítási célt pontosabban tükröző, t lépéses robusztus irányíthatósági halmazok kerültek bevezetésre. Az irányíthatósági halmazok meghatározására kidolgozott algoritmussal ugyanis azok a forgalmi szituációk írhatóak le, melyek esetén a felhajtóforgalom szabályozásával a torlódás megszüntethető.



2. ábra. Közlekedési szituációk szemléltetése a halmazelméleti analízis alapján

A két algoritmus eredményeit közösen a 2. ábra szemlélteti. Ez alapján a következő konklúziók vonhatóak le a lokális felhajtószabályozás esetére. A maximális robusztus invariáns halmazt a 2-es terület jelöli. Ezen halmazon kívül a lehetséges állapotokat két esetre bonthatjuk. Az 1*a*-val jelölt, nem torlódott szituációk nem elemei a 2 invariáns halmaznak, mivel a szakaszra beérkező forgalom az alacsony forgalomsűrűségű területeket megszünteti. Ugyanakkor az 1*b*-vel jelölt régió azokat a torlódott szituációkat jellemzi, melyek esetén a felhajtó szabályozásával már nem akadályozható meg a forgalom további torlódása. Ezeket figyelembe véve 2 fizikai jelentése egyértelmű: a területen belül a felhajtószabályozásával a szakasz áteresztőképessége növelhető, illetve további torlódása megakadályozható. A 2. ábrán továbbá megfigyelhető, hogy az invariáns halmaznak torlódott forgalmi esetek is elemei, azonban az előző gondolatmenetnek megfelelően ezekben az esetekben a további torlódás megelőzhető (szemben 1b-vel). Végül, a 2. ábrán a 3-mal jelölt terület az $t = 10$ lépéses irányíthatósági halmazt szemlélteti. Ez a halmaz foglalja magába azon forgalmi helyzeteket, ahol a torlódás fokozatosan feloldható a felhajtó forgalom megfelelő szabályozásával. Az értekezés 4. fejezete tárgyalja részletesen a kidolgozott halmazelméleti analízist, melyet a következő, 2. Tézisben foglaltam össze:

2. Tézis. *Halmazelméleti módszertant dolgoztam ki a lokális felhajtószabályozási probléma vizsgálatára. A maximális robusztus irányított invariáns halmaz meghatározásával jellemzhetőek azok a forgalmi helyzetek, melyek esetén a felhajtó szabályozásával megelőzhető a szakasz további (akár teljes) torlódása illetve növelhető az áteresztőképessége. Továbbá, egy megfelelően választott irányító szekvencia alkalmazásával, t lépés alatt feloldható torlódott szituációkat a t lépéses robusztus irányíthatósági halmazzal írtam le [LKPV, LPKV].*

3. Tézis
Autópályaforgalom irányítása

Új, paraméterfüggő felhajtószabályozási algoritmust ismeretet a disszertáció 5. fejezete.

Az általános paraméterfüggő politópikus modell levezetése az első tézisben ismertetett eljárás alapján történik. A konstrukció során, az állandósult-állapotok nyújtotta tervezési szabadságfok megválasztása két szempont alapján történik. Először, hasonlóan a felhajtószabályozás vizsgálatához, a szakasz munkapontját a maximális áteresztőképesség alapján határozzuk meg. Másodszor, a felhajtón állandósult-állapotban a főpályára hajtó forgalomnagyságot a fizikai korlátozások számtani átlagaként határozzuk meg. Ezáltal az eltolt koordináta-rendszerben a fizikai korlátozások 0 középpontú, szimmetrikus alakban adódnak. Az ilyen típusú korlátozások szaturációs függvénnyel írhatóak le:

$$\sigma(u(k)) = \begin{cases} u(k) & |u(k)| \leq \bar{u} \\ \operatorname{sign}(u(k))\bar{u} & |u(k)| \geq \bar{u} \end{cases} . \tag{15}$$

Az LPV rendszerek tervezési módszertana lehetőséget nyújt a szaturáció kezelésére, a következő szaturációs paraméter bevezetésével [WGP00]:

$$\theta(u(k)) = \frac{\sigma(u(k))}{u(k)}. \tag{16}$$

Definiálva $\theta(0) = 1$-t, a szaturációs paraméter ismert tartományból veszi fel értékét, továbbá aktuális értéke minden lépésben rendelkezésre áll, ennek következtében $\theta(u(k))$ ütemezésre megfelelő. A qLPV modell ütemezési paraméter vektorát kibővítve $\theta(u(k))$-val elvégezhetővé válik a rendszer politópikus alakra való transzformációja. Az eredményül kapott rendszer politóp magába foglalja mind a szaturált, illetve szaturálatlan eseteket, ezáltal indirekt módon kezelve a bemenőjel korlátos voltát. A forgalomirányítási probléma megfogalmazása ezután: minimalizáljuk a $w(k)$ nem mért zavaró jeleknek a szakasz áteresztőképességére (a $z(k)$ performancia kimenetre) vett hatását. A feladat ilyen jellegű megfogalmazásával egy, az irányításelméletből ismert, indukált $\mathscr{L}_2$ norma minimalizálási feladat adódik.

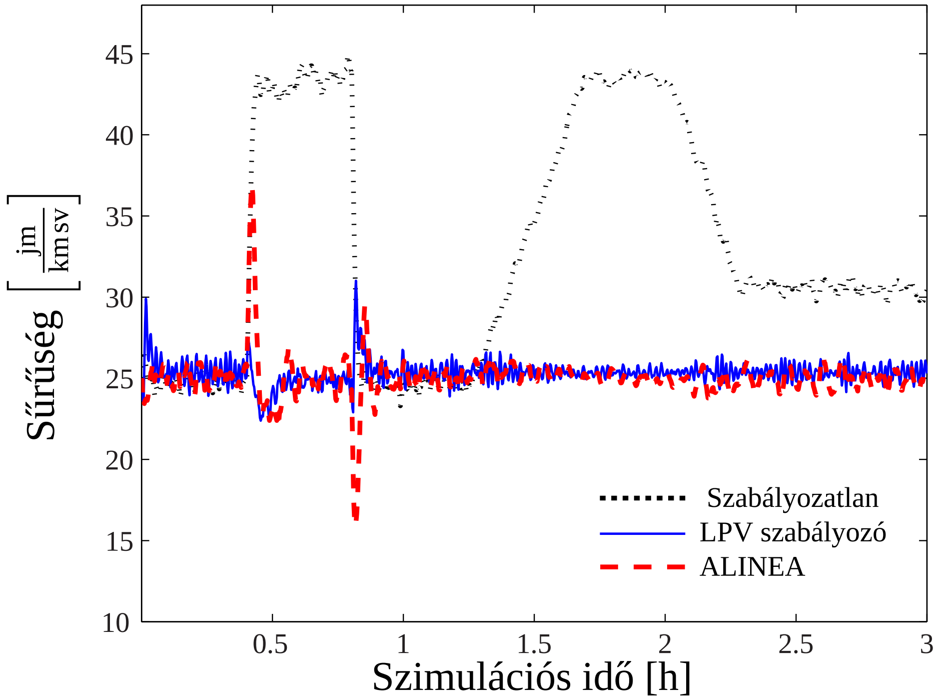
A megoldásához a passzív rendszerek elmélete használható fel, ahol a dinamikus szabályozóval összekapcsolt zárt rendszerre megfogalmazott disszipációs egyenlőtlenség a következő alakban adott ($\xi(k)$-val jelölve a zárt kör állapotvektorát) [SW05]:

$$\mathscr{V}(\xi(k+1)) - \mathscr{V}(\xi(k)) \leq s(w(k), z(k)). \tag{17}$$

A (17)-ben megjelenő $\mathscr{V}(\xi(k))$ tároló függvényre konstans kvadratikus alakot javasol a disszertáció 5. fejezete: $\mathscr{V}(\xi(k)) = \xi^T(k)P\xi(k)$. A (17) jobb oldalán található betáplálási függvény pedig az $\mathscr{L}_2$ norma minimalizálásnak megfelelő $s(w(k), z(k)) = \gamma^2 \|w(k)\|^2 - \|z(k)\|^2$ alakú. Algebrai átalakításokkal a (17) disszipációs egyenlőtlenség nemlineáris mátrix egyenlőtlenség alakra hozható, amely ezután kongruens transzformáció alkalmazásával lineárissá alakítható. Ennek megfelelően a szabályozó tervezése konvex optimalizálási feladatként adódik Lineáris Mátrix Egyenlőtlenséggel megfogalmazott korlátozások mellett.

Az 5. fejezetben kidolgozott szabályozó hatékonyságát a fejezet végén található szimulációs példák illusztrálják. Az első szimuláció során MATLAB/SIMULINK környezetben megvalósított különböző forgalmi szituációk felhasználásával lett az LPV szabályozó tesztelve. A szakasz forgalmi gerjesztése egyaránt tartalmaz szabad, torlódott illetve csúcsóra-forgalmat. A kidolgozott paraméterfüggő szabályozó a nem szabályozott esettel valamint a széles körben alkalmazott ALINEA [PBHS91, PHSM98] algoritmussal került összehasonlításra. A szakasz sűrűségének változását a különböző esetekre a 3. ábra szemlélteti. Amint az látható, az új, paraméterfüggő szabályozó képes a forgalmi zavarások sűrűségre gyakorolt hatásának hatékony elnyomására és ezáltal az áteresztőképesség növelésére. Ezen kívül a szabályozó betartja a tervezés során indirekt módon figyelembe vett fizikai korlátozásokat is.

A második szimulációs példa az LPV szabályozó hatékonyságát egy mikroszkopikus forgalomszimulációs program (VISSIM) felhasználásával mutatja be. Ennek során valósnak tekinthető forgalmi viszonyok mellett is képes volt az LPV szabályo-



3. ábra. Szakasz sűrűség összehasonlítása szabályozatlan, LPV szabályozóval szabályozott és ALINEA szabályozóval szabályozott esetekben

zó az áteresztőképesség javítására. A példa egyben rámutatott a javasolt struktúra érvényességére és valós megvalósíthatóságára is. Az értekezés 3. tézisét az 5. fejezetben tárgyaltam részletesen, melyet a következőképpen foglaltam össze:

3. Tézis. *Új, paraméterfüggő felhajtószabályozási eljárást dolgoztam ki. A bemenőjelre vonatkozó fizikai korlátozásokat indirekt módon vettem figyelembe, az ütemezési paraméternek a szaturációs paraméterrel vett kibővítésével. A forgalomirányítási problémát a nemkívánt zavarások áteresztőképességre gyakorolt negatív hatásának minimalizálásaként fogalmaztam meg. A feladat megoldására dinamikus szabályozót javasoltam, mely meghatározása konvex optimalizálási feladatként adódott. Szimulációs példákon keresztül muttam meg, hogy a javasolt szabályozó képes a forgalom lefolyásának hatékonyságát javítani a fizikai korlátozások betartása mellett [LPKa, LPKb].*

További kutatási irányok

A paraméterfüggő modellezési módszertanban ismert struktúrák közül az általános LPV, az affin LPV, illetve a politópikus leírás került kidolgozásra az értekezésben. Ezeken kívül gyakran használt modellezési megközelítés az ún. Lineáris Tört Transzformáció (Linear Fractional Transformation - LFT) alakú leírás. Az LFT leírás kedvező számítási, illetve tervezési tulajdonságai miatt érdemes lehet a jövőben forgalmi modellekre és feladatokra való alkalmazását megvizsgálni.

A bemutatott paraméterfüggő modellek nagyszámú ütemezési paramétert, illetve sok sarokponttal rendelkező politópot használnak a dinamika egzakt leírására. Ebből fakadóan a változó paraméterű tervezési módszerek nagyobb dimenziók esetén komoly (jóllehet off-line) számítási kapacitást igényelnek. Ezen számítási komplexitás csökkentése érdekében modelredukciós eljárások alkalmazása javasolt a jövőben. Hasonlóan a centrális szabályozótervezés helyett decentralizált vagy elosztott szintézis módszerek alkalmazásával numerikusan jól kezelhető feladatokat kaphatunk. Mind az LPV modellek redukciója, mind a decentralizált paraméterfüggő szabályozótervezési eljárások jelenleg is aktív kutatási területek.

A 2. tézisben kidolgozott halmazelméleti módszertant és eredményeit számos irányban lehet továbbfejleszteni. A t lépéses robusztus invariáns halmaz eredményeit közvetlenül lehet alkalmazni szabályozó tervezéséhez. Irányíthatósági, illetve invariáns halmazokon alapuló prediktív irányítási stratégiák adottak az irodalomban, így a 2. tézis eredményei alapul szolgálhatnak egy új, halmazelméleti megközelítésen alapuló irányítás kidolgozásában.

Végezetül, a kidolgozott paraméterfüggő reprezentáció további kiterjesztése már megjelent az irodalomban. Zegeye mutatta be az LPV modellstruktúra egy lehetséges kibővítését járműemisszió modellel [ZSHB10]. Számos jelenlegi kutatás foglalkozik a forgalomtechnikai célok mellett egyéb hatások, pl. jármű károsanyag kibocsátás, irányításban történő figyelembe vételével. A különböző célok optimumai más és más forgalomsűrűség rendelhető, így egy ilyen multikritériumos optimalizálás természetszerűen kompromisszumokhoz vezet. Ezek jellemzésére az állapottérben hasznos eszköz lehet egy, a 2. tézisben ismertetett halmazelméleti analízis.

Saját publikációk

[LKT+09] T. Luspay, B. Kulcsár, T. Tettamanti, I. Varga, and J. Bokor. Distributed state and unknown input estimation for freeway traffic flow models. *In proceedings of the EUCA Series European Control Conference, Budapest, Hungary*, pages 1782–1787, 2009.

[LKvWV09] T. Luspay, B. Kulcsár, J.W. van Wingerden, and M. Verhaegen. On the identification of traffic flow model. *In proceedings of the EUCA Series*

European Control Conference, Budapest, Hungary, pages 1752–1757, 2009.

[LKVB10] T. Luspay, B. Kulcsár, I. Varga, and J. Bokor. Parameter-dependent modeling of freeway traffic flow. *Transportation Research Part C*, 18:471–488, 2010.

[LKV+10] T. Luspay, B. Kulcsár, I. Varga, S.K. Zegeye, B. De Schutter, and M. Verhaegen. On Acceleration of Traffic Flow. *In Proceedings of The 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Madeira Island, Portugal*, pages 741–746, 2010.

[LKvW+11] T. Luspay, B. Kulcsár, J.-W. van Wingerden, M. Verhaegen, and J. Bokor. Linear Parameter Varying Identification of Freeway Traffic Models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(1):31–45, 2011.

[LKPV] T. Luspay, B. Kulcsár, T. Péni, and I. Varga. Freeway ramp metering: an LPV set theoretical analysis. *In proceedings of the American Control Conference, San Francisco, USA, 2011*, pages 733-738.

[LPKa] T. Luspay, T. Péni, and B. Kulcsár. Constrained Freeway Traffic Control via Linear Parameter Varying Paradigms. *Provisionally accepted for publication in the edited volume "Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications". To appear.*

[LPKb] T. Luspay, T. Péni, and B. Kulcsár. Linear Parameter Varying Freeway Ramp Metering. *Submitted to a journal.*

[LPKV] T. Luspay, T. Péni, B. Kulcsár, and I. Varga. Set theoretic analysis of the isolated ramp metering problem. *Submitted to a journal.*

Hivatkozások

[Bar04] P. Baranyi. TP model transformation as a way to LMI based controller design. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 51(2):387–400, 2004.

[BGFB94] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1994.

[BM08] F. Blanchini and S. Miani. *Set-Theoretic Methods in Control*. Birkhäuser Boston, 2008.

[Ker00] E.C. Kerrigan. *Robust Constraint Satisfaction: Invariant Sets and Predictive Control*. PhD thesis, University of Cambridge, 2000.

[Pay71] H.J. Payne. Models of freeway traffic and control. *Simulation Council Proceedings Series - Mathematical Models of Public Systems*, 1(1):51–61, 1971.

[PBHS91] M. Papageorgiou, J.M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. ALINEA: a local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation Research Record*, (1320):58–64, 1991.

[PHSM98] M. Papageorgiou, H. Hadj-Salem, and F. Middelham. ALINEA local ramp metering - summary of field result. *Transportation Research Record*, (1603):90–98, 1998.

[SA91] J. Shamma and M. Athans. Guaranteed Properties of Gain Scheduled Control of Linear Parameter-varying Plants. *Automatica*, 27(3):559–564, 1991.

[SW05] C. Scherer and S. Weiland. *Linear Matrix Inequalities in Control*. Lecture notes DISC, 2005.

[WGP00] F. Wu, K.M. Grigoriadis, and A. Packard. Anti-windup controller design using linear parameter-varying control methods. *International Journal of Control*, 73(12):1104–1114, 2000.

[Whi74] G.B. Whitham. *Linear and Nonlinear Waves*. John Wiley, NY., 1974.

[Wu95] F. Wu. *Control of Linear Parameter Varying Systems*. PhD dissertation, University of California at Berkeley, 1995.

[ZSHB10] S. K. Zegeye, B. De Schutter, J. Hellendoorn, and E. A. Breunesse. Model Predictive Control to Reduce Vehicular Emissions - An LPV-Based Approach. *In Proceedings of the 2010 American Control Conference, Baltimore, Maryland, USA*, pages 2284–2289, 2010.