



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gépészmérnöki Kar
Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszék

A hővezetési tényező és a térfogati hőkapacitás meghatározása genetikus algoritmussal

PhD téziszfüzet

Írta:
CZÉL BALÁZS
okleveles gépészmérnök

Témavezető:
DR. GRÓF GYULA
egyetemi docens

Budapest
2010

1. Bevezetés

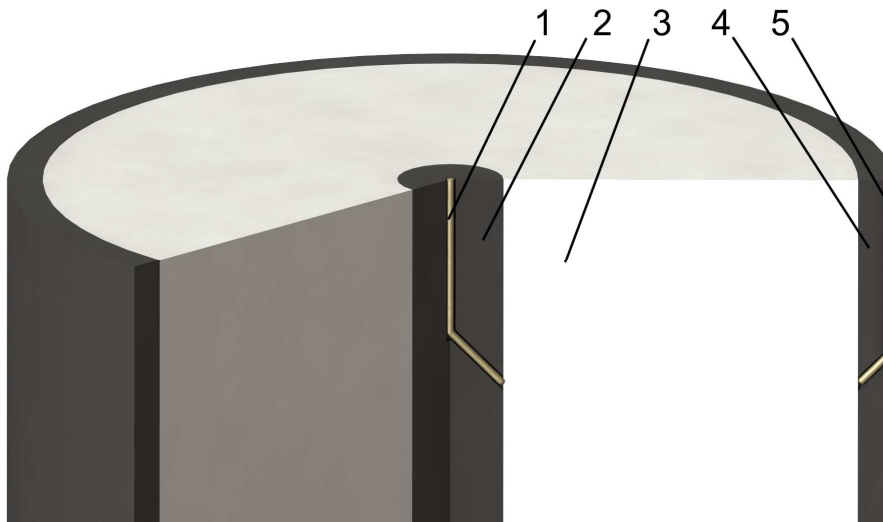
A gépészmérnöki gyakorlat szinte minden területén előfordulnak olyan problémák, amikor a szerkezeti elemek között vagy a szerkezeti elemeken belül a fizikai folyamatokat befolyásoló hőmérsékletkülönbségek alakulnak ki. (Például: az anyagtechnológiában a fém és nemfém anyagok előállítása, hőkezelése során, gépgyártástechnológiában a megmunkálási folyamatok közben, géptervezésben súrlódás hatására, kalorikus gépek esetén az energiaátalakítási és energiatranszport folyamatok közben.) Az ilyen esetekben a probléma pontos megismerése és a berendezések megfelelő minősége és megbízhatósága érdekében hőtani számításokat (és méréseket) kell végezni. A hőtani számítások többségében hővezetési feladatot kell megoldani. A hővezetési feladatok megoldásakor szükség van a geometria, a határfeltételek és a vizsgált szerkezeti elem(ek) anyagjellemzőinek ismeretére. Egy időben változó (tranzien) feladat esetén a térfogati hőkapacitást (sűrűség és fajlagos hőkapacitás szorzata) és a hővezetési tényezőt kell ismernünk. Ezen anyagjellemzők bizonyos anyagok és hőmérséklettartomány esetén állandónak (hőmérséklettől függetlennek) tekinthetők, azonban sok esetben jelentősen függenek a hőmérséklettől. Az anyagtechnológia folyamatos fejlődése miatt állandó igény van az új anyagok hőfizikai jellemzőinek meghatározására. Az anyagtechnológia egyik legdinamikusabban fejlődő ága a polimertechnika, ráadásul a polimer anyagok jelentős része esetén a hőfizikai anyagjellemzők hőmérsékletfüggése nem elhanyagolható.

Az anyagjellemzők meghatározása méréssel történik. Az utóbbi évtizedekben nagyon sok mérési módszer terjedt el, azonban egyik sem mondható univerzálisnak. Egy módszer általában szigorúan meghatározott próbatest alakkal és mérettel, egy anyagjellemző bizonyos nagyságrend és hőmérséklet tartományban történő mérésére alkalmazható. A hőmérsékletfüggés feltérképezése sok esetben a mérés különböző hőmérsékletszinteken történő megismétlésével végezhető el, ami általában sok időt vesz igénybe. Ezek alapján felmerül az igény a mérési módszerek univerzalitásának növelésére (például a hővezetési tényező és térfogati hőkapacitás azonos készülékben, esetleg párhuzamosan történő meghatározása, a hőmérsékletfüggés egyszerűbb, gyorsabb mérése, a jellemzők minél szélesebb nagyságrendben történő meghatározására való alkalmasság, a mérhető hőmérséklettartomány szélesítése, a próbatest geometriájától való függetlenítés). A mérési módszerek folyamatos fejlesztésének másik mozgatórugója, hogy a különböző laboratóriumokban, különböző módszerekkel azonos anyagokon elvégzett mérések viszonylag nagy eltéréseket mutatnak.

A manapság elterjedt hőfizikai anyagjellemző mérési módszerek szinte kivétel nélkül analitikusan kezelhető matematikai modellt alkalmaznak. Ennek oka, hogy a mért adatokból (hőmérséklet, geometria, hőáram, stb.) a keresett anyagjellemző egyszerűen kifejezhető, tehát a mérés kiértékelése egyszerű. Az analitikus szemlélet nagy hátránya viszont, hogy a mérés megtervezésekor rengeteg korlátba ütközünk (elsősorban egydimenziós, egyszerű geometria, homogén kezdeti- és peremfeltételek, állandó anyagjellemzők). A mérés univerzalitását úgy tudjuk növelni, ha megszabadulunk az analitikus szemlélet korlátaitól és olyan mérést tervezünk, melyet csak numerikus matematikai modellel tudunk kezelni (numerikus szemlélet). Ebben az esetben a feladatra nézve elméletileg szinte semmilyen korlát nincsen (tetszőleges geometria, tetszőleges, hely- és időfüggő peremfeltételek, tetszőleges függvény szerint hőmérsékletfüggő anyagjellemzők), előnyben részesíthetők a mérés technikai szempontok (minél egyszerűbb berendezés, minél pontosabban betartható peremfeltételek, minél pontosabb hőmérsékletmérés, minél kevesebb mérendő mennyiség), továbbá lehetőség nyílik több anyagjellemző párhuzamos, illetve a hőmérsékletfüggés közvetlen meghatározására.

2. A kutatások előzménye

Kiss László hővezetési anyagjellemzőkkel kapcsolatos kutatásainak összefoglalása kandidátusi értekezésében olvasható [Kiss, 1983]. Ebben a következő, numerikus szemléletű mérési elvet (BICOND) javasolta: a próbatest legyen egy hosszú vastagfalú henger ($L/D \approx 4$), melyben jó közelítéssel egydimenziós hővezetés valósul meg sugárirányban. A próbatestet helyezzük az 1. ábra szerinti mérési elrendezésbe. A mag – próbatest – palást összeállítást melegítsük fel adott izotermikus hőmérsékletre, majd kényszerített, állandó (környezeti) hőmérsékletű levegőárammal hűtsük le a környezeti hőmérsékletre. A hűtés közben folyamatosan regisztráljuk a belső és külső szenzor, illetve a levegőáram hőmérsékletét. A hőmérsékletfüggő hővezetési tényezőt ($\lambda(T)$) és térfogati hőkapacitást ($\rho c_p(T)$) a külső és belső szenzor tranzienst hőmérsékletgörbéi alapján kell meghatározni (kiértékelés). Ez egy bonyolult inverz hővezetési feladat megoldását igényli, melyet az 1980-as évek számítástechnikai lehetőségei között nem sikerült minden igényt kielégítően kivitelezni.



1. ábra A mérési elrendezés vázlata
(1 – termoelem a magban, belső szenzor, 2 – mag, 3 – próbatest, 4- palást,
5 – termoelem a palástban, külső szenzor)

A fenti probléma kapcsán szakirodalmi források alapján áttekinttem a hőfizikai anyagjellemzők mérésével kapcsolatos alapelveket és az alkalmazandó fizikai-matematikai modelleket. Ez alapján megvizsgáltam a problémát leíró differenciálegyenlet megoldására alkalmas módszereket. Áttekinttem az inverz hővezetési feladatok megoldási módszereit, különös figyelmet fordítva a mesterséges intelligencia módszerekre. Összefoglaltam az inverz hővezetési feladatok területén az utóbbi módszerekkel elért tudományos eredményeket. Új csoportosítást bevezetve (analitikus és numerikus szemlélet), bemutattam a műszaki gyakorlatban szilárd anyagok alacsony-közepes hővezetési tényező tartományban leggyakrabban alkalmazott hőfizikai anyagjellemző mérési módszereit. Röviden áttekinttem az anyagjellemzők hőmérsékletfüggésének jellegzetes típusait.

3. Célkitűzések

A dolgozat fő célkitűzése a BICOND numerikus szemléletű hőfizikai anyagjellemző mérési módszerhez kapcsolódó automatizált, megbízható és univerzális kiértékelési eljárás kidolgozása genetikus algoritmus alkalmazásával. (A mérési módszer alacsony-közepes hővezetési tényezőjű szilárd, porózus vagy por alakú anyagokra alkalmazható.) A kiértékelés célja a hőmérsékletfüggő hővezetési tényező és térfogati hőkapacitás párhuzamos meghatározása egyetlen transziens mérésből. Ennek megvalósítása érdekében a következő részfeladatokat tűztem ki:

- A BICOND mérési elv alapján definiált egyenes hővezetési feladat gyors és pontos numerikus megoldásának megkeresése.
- A genetikus algoritmussal történő inverz megoldás konvergenciájának vizsgálata szimulált mérési adatokkal, az anyagjellemzők lineáris hőmérsékletfüggését feltételezve.
- Az inverz feladat megoldása, és pontosságának elemzése szimulált mérési adatok mellett, az anyagjellemzők tetszőleges hőmérsékletfüggését feltételezve.
- Az 1980-as években készült mérőberendezés modern eszközökkel történő felműszerezése, felújítása, valamint mérések végzése. Az új kiértékelési eljárás tesztelése valós mérési adatokkal. A kiértékelt anyagjellemzők összevetése más módszerrel azonos anyagon mért anyagjellemzőkkel, illetve irodalmi adatokkal, ami lényegében a kidolgozott kiértékelési eljárás validálását jelenti.

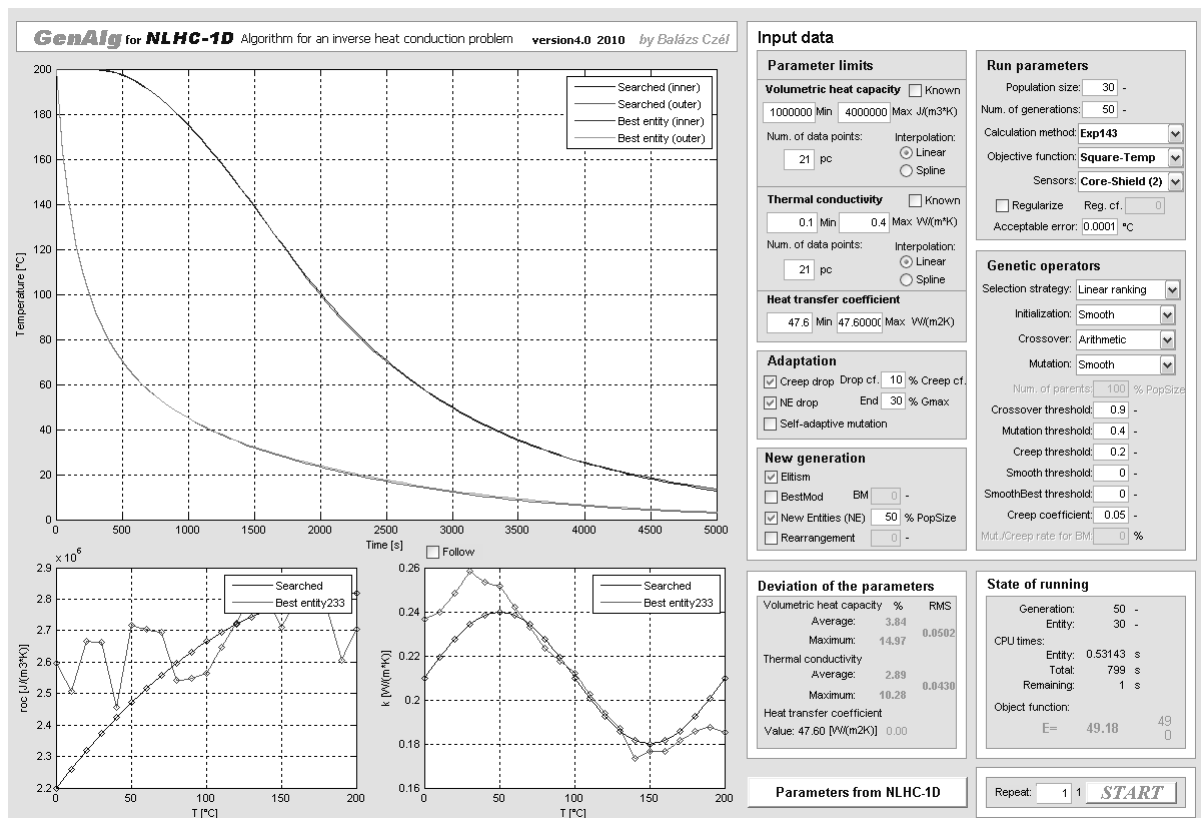
4. Vizsgálati módszerek

A BICOND mérés kiértékelése a következő inverz feladat megoldását igényli: egy háromrétegű (mag – próbatest – palást) végleten hosszú (1D) henger geometriája, homogén kezdeti és peremfeltétele, két réteg anyagjellemzői, továbbá egy lehűlési folyamat során 1 vagy 2 szenzor által regisztrált tranziens hőmérsékletgörbe ismeretében kell az ismeretlen anyagjellemzőjű (középső) réteg térfogati hőkapacitását és hővezetési tényezőjét meghatározni, lehetőleg egymással párhuzamosan és a hőmérséklet tetszőleges függvényeként.

Az egyenes hővezetési feladat numerikus megoldása során a fő cél a lehető leggyorsabb számítás és a lehető legpontosabb eredmény egymásnak ellentmondó igényei közötti kompromisszum megkeresése volt. Ez azért volt elengedhetetlen, mert az inverz megoldás számítási idejét is ez határozza meg. Az egyenes hővezetési feladatot véges differencia módszerrel oldottam meg, melyhez saját fejlesztésű szoftvert dolgoztam ki. Az egyenes feladat legkedvezőbb megoldását pontossági és verifikációs vizsgálatok sorozatán keresztül határoztam meg.

Véges differencia módszert alkalmazva elvégeztem az inverz megoldás során ismeretlennek tekintett paraméterek érzékenységi vizsgálatát paraméter szemléletű és függvény szemléletű reprezentáció esetén.

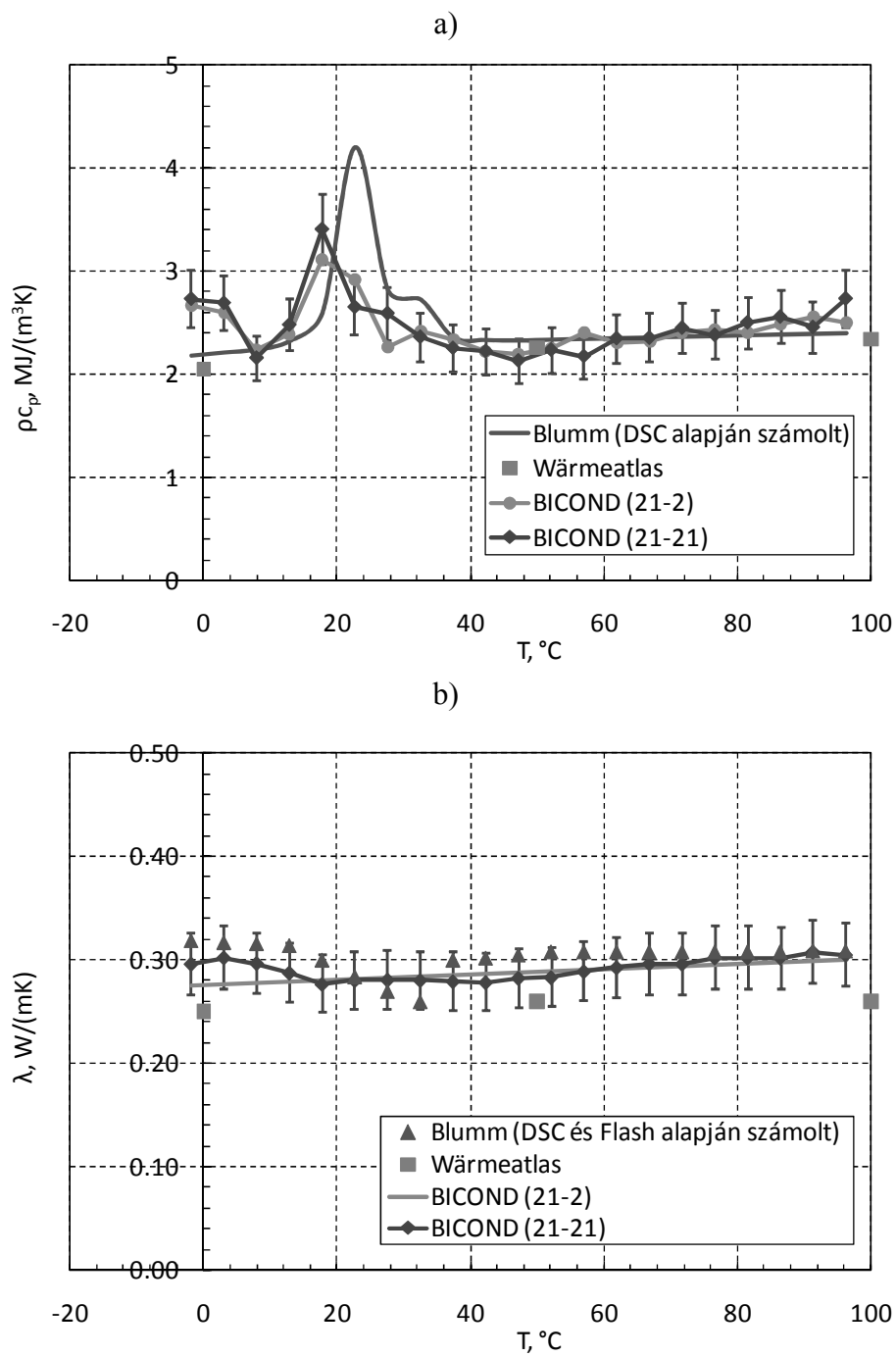
Az inverz feladatot először szimulált mérési eredményekkel oldottam meg. Ennek előnye, hogy a keresett anyagjellemzők pontosan ismertek, így könnyen értékelhető a módszer pontossága, vizsgálható a konvergencia, és kizárjuk a matematikai modell és a valóság közötti eltérésekből adódó esetleges modellezési hibákat. Az inverz feladatot három esetben oldottam meg: az anyagjellemzők párhuzamos, lineáris függvény szerinti, egyenként, tetszőleges függvény szerinti és párhuzamosan, tetszőleges függvény szerinti keresése esetén. A legbonyolultabb esetben 42 ismeretlen paramétert kerestem. Az inverz megoldás során vizsgáltam a véletlen hiba és a regularizáció hatását a megoldás pontosságára, továbbá, hogy mely esetben elegendő egy, illetve szükséges két szenzor a megoldáshoz. Az inverz feladat megoldására saját fejlesztésű szoftvert dolgoztam ki (2. ábra).



2. ábra Az inverz feladat megoldására írt program felhasználói felülete

A BICOND mérési módszer szerint poliamid (PA) és teflon (PTFE) próbatesteken végeztem méréseket, melyeket az általam kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással értékeltem ki. A PA esetén az anyagjellemzőket párhuzamosan, a hőmérséklet lineáris függvényeként, a PTFE esetén párhuzamosan, a hőmérséklet tetszőleges függvényeként határoztam meg. A kiértékelés eredményét a PA esetén más módszerrel

végzett verifikációs mérések eredményével, a PTFE esetén irodalmi adatokkal hasonlítottam össze. A PTFE próbatestenen elvégzett mérések eredménye a 3. ábrán látható.



3. ábra A PTFE próbatestenen végzett mérések eredménye és irodalmi adatok
 (a) térfogati hőkapacitás, b) hővezetési tényező
 ([Blumm, 2008], [Wärmeatlas, 2006])

5. Új tudományos eredmények

1. tézis ([1])

A BICOND mérési módszer kiértékelésének megfelelő inverz hővezetési feladathoz kapcsolódó érzékenységi vizsgálatok eredményeként a következő megállapításokat tettem:

a) Az érzékenységi vizsgálatok során megmutattam, hogy a belső szenzorral ($r = R_1$ helyen) mért hőmérsékletek 3–5-ször érzékenyebbek az anyagjellemzők változására, mint a külső szenzorral ($r = R_2$ helyen) mért hőmérsékletek, így az egy szenzorral elvégzett kiértékelésnél a belső szenzor alkalmazása célszerű.

b) Az anyagjellemzők tetszőleges függvényként való keresése során a mérés hőmérséklettartományának ($[T_\infty, T_0]$) alsó és felső 10%-ára vonatkozó anyagjellemzők relatív érzékenységi tényezői alacsonyak, ezért meghatározásuk bizonytalan. Az anyagjellemzők a kiértékelés hőmérséklettartományában határozhatóak meg megbízhatóan. A kiértékelés hőmérséklettartományára a mérés hőmérséklettartományának ismeretében a következő intervallumot javaslom: $[T_\infty + 0,1 \cdot (T_0 - T_\infty), T_0 - 0,1 \cdot (T_0 - T_\infty)]$.

2. tézis ([1], [2], [3])

Egy egydimenziós háromrétegű hengeres geometria időben változó hővezetését véges differencia módszerrel modellezve, a középső réteg hővezetési tényező ($\lambda(T)$) függvényét táblázattal definiálva, az adatpontok között lineáris interpolációt alkalmazva az adatpontoknál tapasztalható ugrásszerű meredekség változás (töréspont) $r = R_2$ helyen (a külső palásthoz közelebbi réteghatárnál, külső szenzor) oszcillációt okoz a hőmérséklet időbeli lefutásában. Ez az oszcilláció akár a megoldás instabilitását is okozhatja. Az oszcilláció a háló sűrítésével csökkenthető.

3. tézis ([4], [5], [6])

Szimulált mérési eredmények felhasználásával a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással elvégzett számításokon keresztül a következőket állapítottam meg:

a) az inverz megoldás pontosságát az anyagjellemzők legáltalánosabb keresése esetén sem befolyásolja a szimulált mérési eredményt terhelő véletlen hiba,

b) a $\lambda(T)$ és $\rho c_p(T)$ függvények közül csak az egyiket tekintve ismeretlenek, egyetlen szenzor alkalmazása is elegendő az inverz megoldáshoz,

c) az anyagjellemzők tetszőleges függvény szerinti keresése esetén a regularizáció javítja az inverz megoldás pontosságát, ha a kiértékelés hőmérséklettartományában nincs másodlagos fázisátalakulás.

4. tézis ([4], [5])

Szimulált mérési eredmények felhasználásával a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással elvégzett számításokon keresztül megmutattam, hogy az anyagjellemzők párhuzamos, lineáris függvény szerinti keresése esetén az eredeti anyagjellemzők tetszőlegesen megközelíthetők. A végleges becsült értékek meghatározására több genetikus futtatás eredményének figyelembe vételét, egy ún. „üstökös ábra” felrajzolását, és ennek alapján három módszer (határgörbe módszer, átlag módszer és legjobb egyed módszer) valamelyikének alkalmazását javaslom. Az anyagjellemzők párhuzamos, lineáris függvény szerinti keresése esetén a végleges becsült értékek egyszerűbb meghatározása érdekében az abszolút célfüggvény alkalmazása célszerű.

5. tézis ([6])

Szimulált mérési eredmények felhasználásával a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással elvégzett számításokon keresztül megmutattam, hogy a kitűzött inverz feladat az anyagjellemzők egyenkénti ($\rho c_p(T)$ vagy $\lambda(T)$), valamint egymással párhuzamos ($\rho c_p(T)$ és $\lambda(T)$), tetszőleges (nem lineáris) függvény szerinti keresése esetén az inverz feladat a függvényekre vonatkozó előzetes információ nélkül a műszaki gyakorlat számára kielégítő pontossággal, speciális számítástechnikai apparátus nélkül, elfogadható számítási időn belül megoldható.

6. tézis ([7], [8])

a) A BICOND mérési módszerhez kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárást terhelő modellezési hibák nem befolyásolják kimutathatóan a kiértékelés pontosságát. Az állítás alapja, hogy poliamid (PA) próbatesten elvégzett BICOND mérést a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással az anyagjellemzők párhuzamos, lineáris függvény szerinti keresése esetén kiértékelve és verifikációs mérések eredményével, illetve irodalmi adatokkal összehasonlítva a hővezetési tényező esetén 10%-on belüli, a térfogati

hőkapacitás esetén 10–15% közötti eltérést tapasztaltam, ami hőfizikai anyagjellemzők mérése esetén jó egyezésnek tekinthető.

b) BICOND méréseket és kiértékelésüket ismételve 5%-on belüli reprodukálhatóságot tapasztaltam, ami a műszaki gyakorlat számára kielégítő.

c) A BICOND mérést kiértékelve, a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárás az anyagjellemzők párhuzamos, tetszőleges függvény szerinti keresése esetén alkalmas szilárd anyagban bekövetkező másodlagos fázisátalakulás kimutatására. PTFE próbatesten elvégzett BICOND mérést a kidolgozott genetikus algoritmus alapú kiértékelési eljárással az anyagjellemzők párhuzamos, tetszőleges függvény szerinti keresése esetén kiértékelve és irodalmi adatokkal összehasonlítva a kiértékelés hőmérséklettartományának legnagyobb részében mindkét anyagjellemző esetén 10%-on belüli eltérést tapasztaltam. A 20°C körül bekövetkező másodlagos fázisátalakulást, mely a térfogati hőkapacitás szűk hőmérséklettartományban való jelentős megnövekedésében nyilvánul meg, a BICOND mérés kiértékelésével sikerült az irodalmi adatokkal összhangban, egyértelműen kimutatnom.

6. Az eredmények hasznosítása

A kutatómunkám során sikerült a BICOND mérési módszerhez egy olyan univerzális, automatizált kiértékelési eljárást kidolgoznom, mellyel a műszaki gyakorlat számára kielégítően pontos eredmények kaphatók különleges számítástechnikai apparátus nélkül, elfogadható számítási időn belül. Ezzel egy olyan mérési eljárás vált a műszaki gyakorlat számára elérhetővé, mellyel egyetlen mérésből az elterjedt módszerekhez képest jóval több információ nyerhető. (Egyetlen tranziens mérésből egymással párhuzamosan meghatározható a térfogati hőkapacitás és a hővezetési tényező a hőmérséklet tetszőleges függvényeként, a függvényre vonatkozó előzetes információ nélkül.) Emellett a mérőberendezés nem igényel speciális méréstechnikát, tehát viszonylag olcsón kivitelezhető, továbbá a mérés időigénye is jóval kevesebb, mint az elterjedt mérési módszerek esetén.

A kidolgozott kiértékelési eljárás további előnye, hogy a mérési módszerhez kötődő egyenes feladat megoldó modult kicserélve az inverz megoldó modulon alig kell változtatni. Így a kiértékelési eljárás egyszerűen átalakítható más mérési módszerhez való alkalmazásra.

7. Irodalmi hivatkozások listája

- [Kiss, 1983] Kiss L.: Hővezetési anyagjellemzők meghatározása, Kandidátusi értekezés, 1983.
- [Blumm, 2008] Blumm, J., Lindemann, A., Meyer, M., Strasser, C.: Characterization of PTFE Using Advanced Thermal Analysis Techniques, *International Journal of Thermophysics*, 31/10, 2008.
- [Wärmeatlas, 2006] VDI-Wärmeatlas, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2006.

8. A tézispontokhoz kapcsolódó tudományos közlemények

- [1] Czél, B., Gróf, Gy.: Érzékenységi vizsgálatok egy numerikus szemléletű anyagjellemző mérési módszer kiértékeléséhez, *GÉP*, LXI/11, 2010.
- [2] Czél, B., Gróf, Gy.: Determination of Temperature Dependent Thermal Properties by Genetic Algorithm, Proceedings of 8th International Conference on Heat Engines and Environmental Protection, Balatonfüred, Hungary, 28-30 May, 2007.
- [3] Czél, B., Gróf, Gy.: Inverse Heat Conduction Parameter Identification by Genetic Algorithm Based Method, ICHMT Digital Library, 13/1, www.edata-center.com, 2008.
- [4] Czél, B., Gróf, Gy.: Genetic algorithm based method for determination of temperature dependent thermophysical properties, 18th European Conference on Thermophysical Properties, Pau, France, 31 August – 4 September, 2008.
- [5] Czél, B., Gróf, Gy.: Genetic Algorithm-Based Method for Determination of Temperature-Dependent Thermophysical Properties, *International Journal of Thermophysics*, 30/6, 2009. ($IF=0,702$)
- [6] Czél, B., Gróf, Gy.: A térfogati hőkapacitás hőmérsékletfüggésének meghatározása tranziens hőmérsékletmérésből, *Energiagazdálkodás*, 50/4, 2009.
- [7] Czél, B., Gróf, Gy.: Simultaneous Measurement of Temperature Dependent Thermophysical Properties, Proceedings of 2nd International Symposium on Thermal Design and Thermophysical Property for Electronics and Energy, Tsukuba, Japan, 15-17 December, 2010.
- [8] Czél, B., Gróf, Gy.: Thermophysical properties of porous mineral-resin composites determined by a transient measurement technique, *Periodica Polytechnica – Mechanical Engineering*, 52/2, 2008.

9. További tudományos közlemények

- [9] Arányi, P., Czél, B.: Solution of an inverse heat conduction problem by neural network, *Gépészet 2010 Proceedings of Seventh Conference on Mechanical Engineering*, Budapest, Hungary, 25-26 May, 2010.
- [10] Czél, B., Váradi, K., Albers, A., Mitariu, M.: FE thermal analysis of a ceramic clutch, *Tribology International*, 42/5, 2009. (IF: 1,69)
- [11] Czél, B., Gróf, Gy.: Identification of the Volumetric Heat Capacity Function from Transient Temperature Data, *Proceedings of 9th International Conference on Heat Engines and Environmental Protection*, Balatonfüred, Hungary, 25-27 May, 2009.
- [12] Molnár L., Váradi K., Czél B., Oroszváry L., Molnár Cs.: Hegesztett kötések méretezése - Az igénybevételi állapot meghatározása, *GÉP*, LIX/4, 2008.
- [13] Molnár, L., Váradi, K., Czél, B., Oroszváry, L., Molnár, Cs.: Design of Welded Joints – Determining Stress State, *Gépészet 2008 Proceedings of Sixth Conference on Mechanical Engineering*, Budapest, Hungary, 29-30 May, 2008.
- [14] Molnár, L., Váradi, K., Czél, B., Oroszváry, L., Molnár, Cs.: Design of Welded Joints – Calculation of Structural Stress by Numerical Methods, *Gépészet 2008 Proceedings of Sixth Conference on Mechanical Engineering*, Budapest, Hungary, 29-30 May, 2008.
- [15] Czél, B., Gróf, Gy.: Inverse Heat Conduction Parameter Identification by Genetic Algorithm Based Method, *Proceedings of CHT-08 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*, Marrakech, Morocco, 11-16 May, 2008.
- [16] Molnár, L., Váradi, K., Czél, B., Oroszváry, L., Molnár, Cs.: Design of Welded Joints – Determining Stress State, Design, Fabrication and Economy of Welded Structures, *International Conference Proceedings 2008*, pp. 419-426., Miskolc, Hungary, 24-26 April, 2008.
- [17] Molnár L., Váradi, Oroszváry, Molnár Cs., Czél: Hegesztett kötések méretezése és az igénybevételi állapot meghatározása, *Géptervezők és Termékfejlesztők XXIII. Országos Szemináriuma*, Miskolc, november 15., 2007.
- [18] Czél, B., Váradi, K., Albers, A., Mitariu, M.: Kerámiabetétes tengelykapcsoló végeelemes hőfeszültségi vizsgálata, *GÉP*, LVII/8-9, 2006.
- [19] Czél, B., Váradi, K., Albers, A., Mitariu, M.: Kerámiabetétes tengelykapcsoló végeelemes hőfeszültségi vizsgálata, *Géptervezők és Termékfejlesztők XXII. Országos Szemináriuma*, Miskolc, november 9-10., 2006.

- [20] Czél, B., Váradi, K., Albers, A., Mitariu, M.: FE Thermal Analysis of Ceramic Clutch, 6th European Solid Mechanics Conference, Budapest, Hungary, 28 August – 1 September, 2006.
- [21] Czél, B., Váradi, K., Albers, A., Mitariu, M.: Finite Element Thermal Analysis of a Ceramic Clutch, Gépészet 2006 Proceedings of Fifth Conference on Mechanical Engineering, Budapest, Hungary, 25-26 May, 2006.